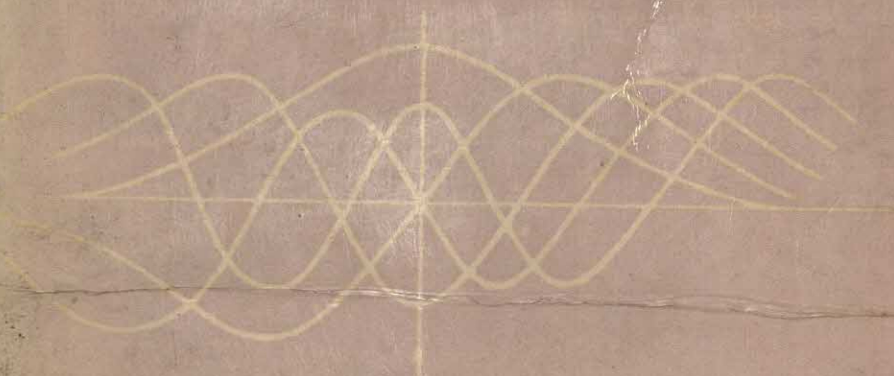
পদার্থবিদ্যা



ডঃ আহুতিনারায়ণ কোনার এম.এস্‌-সি., পি-এইচ্‌.ডি.

ঢাকা স্টুডেন্টস্‌ লাইব্রেরী
৫, শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট • কলিকাতা-৭০০০৭৩



Clerk Maxwell (1831—1879)



Sir C. V. Raman (1888—1970)



A. A. Michelson (1852—1931)



G. R. Kirchhoff (1824—1887)



Nicolas L. S. Carnot
(1796—1832)

পদার্থ

ডঃ কে

অ
স্টুডেন্টস্
কলিকা



James P. Joule (1818—1889)



Archimedes (287—212 B.C.)



Meghnad Saha (1893—1956)



Sir J. J. Thomson (1856—1940)



G. G. Marconi (1874—1937)



J. B. Biot (1774—1862)



Satyendranath Bose
(1894—1974)



Sir Isaac Newton (1642—1727)

বিদ্যা

নার

কা
লাইব্রেরী
তা-৭৩



Rudolf Clausius (1822—1888)



Robert Boyle (1627—1691)



A. Einstein (1879—1955)



B. T. Count Rumfort
(1753—1814)



W. K. Rontgen (1845 —1923)



L. Galvani (1737—1798)



W. T. Lord Kelvin (1824—1907)

পদার্থবিদ্যা

প্রথম খণ্ড

প্রথম পর্ব—বলবিদ্যা, পদার্থের সাধারণ ধর্ম

দ্বিতীয় পর্ব—তাপবিজ্ঞান, কম্পন ও তরঙ্গ

প্রথম ও দ্বিতীয় পর্ব একত্রে

(একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর জন্য)

ডঃ আহুতিনারায়ণ কোনার এম্. এস্-সি., পি-এইচ্. ডি.

অধ্যাপক, শেঠ আনন্দরাম জয়পুরিয়া কলেজ, কলিকাতা ;
পদার্থবিদ্যা (৭ম শ্রেণী), ভৌত বিজ্ঞান পরিচয় (৯ম—১০ম শ্রেণী),
পদার্থবিদ্যা (১ম ও ২য় খণ্ড, ১১শ—১২শ শ্রেণী) ও ব্যবহারিক
পদার্থবিদ্যা (১১শ—১২শ শ্রেণী) প্রণেতা

নতুন পাঠক্রম অনুসারে লিখিত
পঞ্চম সংস্করণ—জুলাই, ১৯৮৭

দি ঢাকা স্টুডেন্টস্ লাইব্রেরী
(স্থাপিত ১৮৭৯ খ্রীঃ)
পুস্তক প্রকাশক ও বিক্রেতা
৫ নং শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট, কলিকাতা ৭০০০৭৩

প্রকাশক ঃ
শ্রীসুশীলকুমার দত্ত এম্. এস্-সি,
ঢাকা স্টুডেন্টস্ লাইব্রেরী
৫, শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট
কলিকাতা-৭০০০৭৩

পঞ্চম সংস্করণ—জুলাই, ১৯৮৭

মূল্য ঃ ১ম পর্ব—একুশ টাকা
২য় পর্ব—একুশ টাকা
১ম ও ২য় পর্ব একত্রে—চল্লিশ টাকা

এই পুস্তকের সমুদয় কাগজ ভারত সরকারের সৌজন্যে স্বল্প মূল্যে প্রাপ্ত

মুদ্রাকর ঃ
শ্রীদীপককুমার ভূঞ্যা
সুদীপ প্রিন্টার্স
৪/১এ, সনাতন শীল লেন
কলিকাতা-৭০০ ০১২

PHYSICS

Full Marks—80

Paper—I

1. MECHANICS

Mechanics—20
Essay type—16
Short answer type—4

Particle/Dynamics :

Rest and motion : reference frame ; displacement, velocity and acceleration ; momentum ; kinematical equations (in one dimension) ; elementary problems.

Scalars and vectors. Composition and resolution of vectors. Representation of vector by co-ordinates. Addition and subtraction of vectors by geometrical and analytical methods. Relative velocity and acceleration.

Newton's laws of motion ; inertia ; units of force ; impulse and impulsive forces ; conservation of linear momentum ; elastic collisions of particles moving in the same line ; jets and rockets ; Friction : Static and kinetic friction ; co-efficient of friction.

Statics :

Centre of mass, centre of gravity, conditions of equilibrium of a system of forces.

Dynamics of Rotational Motion :

Rotational motion of a particle ; angular velocity ; angular acceleration ; relation between angular velocity and linear velocity ; Angular momentum ; moment of a force about a point and about an axis ; couple ; torque ; relation between angular acceleration and torque (statement only), centripetal force ; centrifugal force (as a pseudo-force).

Work, energy and power :

Definition of work, relevant units. Work done by and against a force. Mechanical energy—kinetic and potential. Conservation of energy ; the case of a freely falling body. Power—definition, units.

2. GENERAL PROPERTIES OF MATTER

20 Marks
Essay Type—16
Short answer type—4

Gravitation :

Newton's law of universal gravitation (statement and mathematical relation). Constant of gravitation (Definition & value

with units, no experimental determination). Examples of gravitational attraction between heavenly bodies (e. g. the Sun & the Earth, the Earth & the Moon). Gravitational attraction of the Earth, relation between G & g, variation of g. Motion of planets & satellites (Essential points regarding nature of the orbits should be mentioned avoiding Kepler's laws). Weightlessness in orbiting satellites.

Elastic properties of matter :

Definitions, Statements and explanation of the terms stress, strain, elastic limit, Hooke's law, moduli of elasticity : Young's modulus, Bulk modulus, rigidity modulus, Poisson's ratio. principle of measurement of Y (No experimental details).

Hydrostatics :

Density & Specific gravity (Methods of determination not required). Archimedes' principle—Statement & demonstration. Floatation, Sums on Archimede's principle. Pressure of fluids. Pressure inside a liquid, units of pressure. Transmission of fluid pressure, Pascal's law, principle of multiplication of force, Hydraulic press (principle only & problems, no descriptive details). Air pressure & its measurement, Torricelli's & Fortin's barometer, siphon, basic principles of lift pump, compression pump, vacuum pumps. (No mathematical deductions).

3. HEAT

(24 marks)
Essay type—18
Short answer type—6

Thermal Expansion :

Thermal expansion of Solids and Liquids ; simple demonstrations ; coefficients of linear, superficial and cubical expansion of Solids ; Their relations.

Application of expansion of Solids ; Real and apparent expansions of Liquids ; Relation between expansion co-efficients ; Anomalous expansion of water ; Effect on marine life.

Expansion of Gases :

Boyle's Law ; Charle's Law ; Equation of state of an ideal gas ; Volume and pressure co-efficients ; Absolute Scale of Temperature.

Calorimetry :

Preliminary definitions ; Principle of calorimetry (no questions on measurements to be set) ; calorimetric problems.

Change of state :

Latent heat ; brief discussion on determination. Evaporation and Boiling ; Effect of pressure on Melting point and Boiling point ; Vapour pressure ; Relative Humidity ; Dew, Fog and cloud.

Mechanical Equivalent of Heat :

Heat as a form of Energy ; Relation between calorie and erg ; Determination of Mechanical Equivalent of Heat, First law of Thermodynamics ; Isothermal and Adiabatic expansion of gases ; (brief discussion). Specific Heats of Gases. (elementary ideas).

Kinetic Theory of Gases :

Evidence of molecular structure of matter and of random molecular motion ; Brownian movement (qualitative description), Basic assumptions of kinetic theory of ideal gases. Pressure of an ideal gas (mention of the formula, derivation not required), concept of temperature from kinetic theory.

Transmission of Heat :

Conduction cf Heat : Thermal conductivity. Convection of Heat ; convection current ; Radiation ; Radiation as a form of energy.

4. VIBRATIONS AND WAVES

(16 marks)
Essay type—14
Short answer type—2

Vibrations :

Periodic motion ; oscillations and its characteristics, periodic time, frequency, amplitude. Simple harmonic motion, relation between S.H.M. and uniform circular motion ; displacement-velocity and acceleration of S.H.M. Energy in S.H.M. ; characteristics of S.H.M. Time period, frequency, amplitude and phase. Graphical and mathematical representation of S.H.M. Simple pendulum, time period of simple pendulum, Superposition of two S.H.M. of same frequency in the same direction (a) in phase (b) in

opposite phase—graphical treatment. Free vibrations—longitudinal and transverse. Forced vibration ; resonance. Damped vibration (qualitative discussion with example.)

Waves :

Elastic Waves—longitudinal and transverse ; characteristics of propagating waves, nature of the medium, wave length, amplitude of wave, time period, frequency, velocity of wave and their relation. Properties of Waves : Laws of reflection and refraction of wave with reference to sound wave ; formation of echo, determination of depth of sea with the help of echo.

Sound Wave : Longitudinal elastic wave, velocity of sound wave ; statement and explanation of Newton's formula and Laplace's correction.

Superposition of waves—graphical representation only, (i) two S. H. Waves of nearly equal frequency and amplitude and moving in the same direction (beat) ; determination of unknown frequency from beating frequency.

(ii) Two S. H. waves of equal amplitude and frequency travelling in opposite direction (standing or stationary waves) ; characteristics of standing waves and comparison with progressive wave.

Transverse standing waves on stretched wire ; law's of transverse vibration of strings, fundamental, harmonic ;

Longitudinal standing waves in air column.

(i) Vibration of air column in a tube closed at one end. Determination of velocity of sound or the frequency of a tuning fork by resonance with vibration of air column in a tube closed at one end.

(ii) Vibration of air column in a tube open at both ends.

Effect of temperature and humidity on the frequency of air column. Qualitative discussion.

Musical Sound and noise—characteristics of musical sound—Loudness and intensity, pitch and frequency, quality (qualitative discussion only).

Light as wave phenomenon ; finite velocity of light. Mention characteristics of wave phenomena associated with light.

Wave (without going through details), Transverse characteristic of light wave.

সূচীপত্র

বলবিদ্যা (Mechanics)

পদার্থের সাধারণ ধর্ম (General Properties of Matter)

তাপ বিজ্ঞান (Heat)

কম্পন ও তরঙ্গ (Vibrations & Waves)

বলবিদ্যা
(Mechanics)

প্রথম পরিচ্ছেদ

গতিবিজ্ঞান
(DYNAMICS)

1.1. সূচনা ঃ

পদার্থের কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ অংশের (অর্থাৎ বস্তুর) গতি এবং (বস্তুর) গতির উপর প্রযুক্ত বলের প্রভাব বিশ্লেষণই সামগ্রিকভাবে **বলবিজ্ঞান** নামে পরিচিত। গতি-বিজ্ঞান (Dynamics) ও স্থিতিবিজ্ঞান (Statics) বলবিজ্ঞানের দুই শাখা। গতি-শীল বস্তুর গতির পর্যালোচনাকে **গতিবিজ্ঞান** বলে। স্থিতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়া-শীল বলগুলির প্রভাবে উদ্ভূত স্থিতিশীলতার পর্যালোচনাকে **স্থিতিবিজ্ঞান** বলে।

আবার **সৃতিবিজ্ঞান** (*Kinematics*) ও **চলবিজ্ঞান** (*Kinetics*) গতিবিজ্ঞানের দুই শাখা। সৃতিবিজ্ঞানে কেবলমাত্র গতির প্রকৃতি সম্পর্কেই আলোচনা করা হয়, গতির কারণ অনুসন্ধান করা হয় না। কিন্তু চল বিজ্ঞানে বস্তুর ভর ও বস্তুর গতির উপর প্রযুক্ত বলের প্রভাব পর্যালোচনা করা হয়।

1.2. স্থিতি ও গতি (Rest and Motion) ঃ

কোন বিন্দুর তুলনায় কোন বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন না হ'লে ইহাকে স্থির বলা হয়। আবার কোন বস্তু সময়ের সাথে আপন অবস্থান পরিবর্তন ক'রলে ইহাকে সচল বলা হয়। সুতরাং **কোন বিন্দুর তুলনায় সময়ের সাথে কোন বস্তুর অবস্থার পরিবর্তনকে গতি বলে।**

কোন বস্তুর সম্পূর্ণ গতিহীন অবস্থাকে **পরম স্থিতি** বলে। এই পরম স্থিতি আমাদের অজানা। কারণ, পৃথিবী ও অন্যান্য গ্রহ গুলি নিজ নিজ অক্ষের চারপাশে ও আপন আপন কক্ষে সূর্যের চারপাশে সর্বদা ঘুরছে। আবার সূর্য ইহার গ্রহগুলির সাথে নক্ষত্রজগতে ভ্রাম্যমান। নক্ষত্র গুলিও একে অপরের তুলনায় স্থান পরিবর্তন করে। সম্পূর্ণ স্থির কোন বিন্দুর তুলনায় কোন বস্তুর গতিকে **পরম গতি** বলে। কিন্তু সম্পূর্ণ স্থির কোন বিন্দু আমাদের জানা নেই। কাজেই পরম গতিও আমাদের অজানা।

তাহ'লে কোন বস্তু হয় আপেক্ষিকভাবে স্থির, আর তা না হ'লে আপেক্ষিকভাবে গতিশীল। যখন কোন বস্তু অপর কোন বস্তুর তুলনায় অবস্থান পরিবর্তন করে না, তখন ইহাকে **আপেক্ষিকভাবে স্থির** বলা হয়। যখন কোন বস্তু অপর কোন বস্তুর তুলনায় অবস্থান পরিবর্তন করে তখন ইহাকে **আপেক্ষিকভাবে** গতিশীল বলে। কোন বস্তু গতিশীল কি স্থির বলতে গেলে সাধারণত আমরা পৃথিবীকে স্থির ধ'রে পৃথিবীর উপরিস্থিত অন্যান্য বস্তুর তুলনায় ঐ বস্তুর গতি ও স্থিতি উল্লেখ ক'রে থাকি। এই হিসেবে, গাছপালা স্থির, কেননা চারপাশের বস্তু সাপেক্ষে ইহারা স্থান পরিবর্তন করে না।

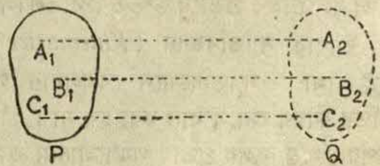
1·3. গতির প্রকার ভেদ ঃ

বস্তুর গতিকে দু'ভাগে ভাগ করা যায়—(1) **চলন** (*Translation*) গতি ও (2) **ঘূর্ণন** (*Rotation*) বা **আবর্তন** গতি।

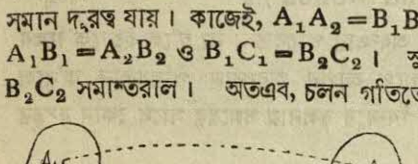
চলন গতি ঃ

কোন বস্তুর গতি যদি এমনভাবে হয় যে, ইহার প্রতিটি কণা সমান সময়ে সমান দূরত্ব যায় তাহ'লে ইহার গতিকে **চলন গতি** বলা হয়। এই চলন গতি আবার দু' ধরনের হয়ঃ (i) **সরল চলন** গতি (*rectilinear motion*) ও (ii) **বক্র চলন গতি** (*curvilinear motion*)।

1 নং চিত্রে একটি কঠিন বস্তুর অবস্থান P দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে।। A_1, B_1 ও C_1, বস্তুর যে কোন তিনটি কণা। ধরা যাক, বস্তুটি চলন গতিতে P থেকে Qতে যায়। Q-অবস্থানে ঐ কণা তিনটির অবস্থান যথাক্রমে A_2, B_2 ও C_2 দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে। চলনের সংজ্ঞানুযায়ী প্রতিটি কণা সমান সময়ে সমান দূরত্ব যায়। কাজেই, $A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2$। আবার কঠিন বস্তুর বেলায়, $A_1B_1 = A_2B_2$ ও $B_1C_1 = B_2C_2$। সুতরাং, A_1B_1 ও A_2B_2 এবং B_1C_1 ও B_2C_2 সমান্তরাল। অতএব, চলন গতিতে বস্তুর যে কোন দুই বিন্দু যোগকারী সরলরেখার অবস্থান সর্বদা সমান্তরালভাবে পরিবর্তিত হয়। বস্তুর কণাগুলির সঞ্চারপথ সরলরেখা হ'লে ইহার গতিকে **সরল চলন গতি** বলা হয়। 1নং চিত্রে বস্তুর গতি সরল চলন গতি। কিন্তু বস্তুর কণাগুলির সঞ্চারপথ বক্ররেখা হ'লে ইহার গতিকে **বক্র চলন গতি** বলা হয়। 2নং চিত্রে বস্তুর গতি বক্র চলন গতি।



চিত্র 1



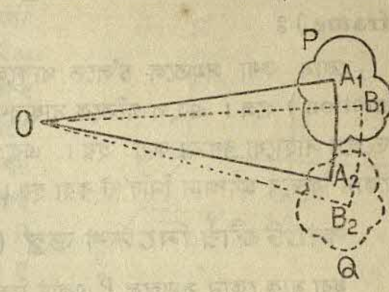
চিত্র 2

ঘূর্ণন গতি ঃ

কোন বস্তুর গতি যদি এমন ভাবে হয় যে, ইহার প্রতিটি কণা কোন নির্দিষ্ট বিন্দু বা অক্ষ থেকে সর্বদা সমান দূরত্বে চ'লতে থাকে তবে ইহার গতিকে **ঘূর্ণন গতি** বলা হয়।

3নং চিত্রে একটি কঠিন বস্তুর অবস্থান P দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে। A_1 ও B_1, বস্তুটির যে কোন দু'টি কণা এবং O একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। বস্তুটি যদি P অবস্থান থেকে Q অবস্থানে এমনভাবে যায় যে, ইহার যে কোন একটি কণা (A_1 বা B_1) সব সময়ে ও সব অবস্থানে O বিন্দু থেকে সমান দূরত্বে থাকে অর্থাৎ $OA_1 = OA_2$ এবং $OB_1 = OB_2$ হয় তবে ইহার গতিকে ঘূর্ণন গতি বলা হয়।

নির্দিষ্ট বিন্দু O, বস্তুর বাইরে অথবা মধ্যে থাকতে পারে। O বিন্দুর অবস্থান যাই হোক না কেন, বস্তুর ঘূর্ণন গতিতে ইহার প্রতিটি কণা O বিন্দুকে কেন্দ্র ক'রে বৃত্তাকারে ঘোরে। অক্ষের চারপাশে Fly-wheel এর গতি অথবা পাক খাওয়া লাটিমের গতি (spinning top) ঘূর্ণন গতির উদাহরণ।



চিত্র 3

অধিকাংশ ক্ষেত্রে বস্তুর গতিতে চলন ও ঘূর্ণন বর্তমান থাকে। যেমন পাক খাওয়া ক্রিকেট বলের গতি, গাড়ির চাকার গতি অথবা সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর গতি। কিন্তু বস্তুর গতি যত জটিলই হোক না কেন ইহাকে চলন ও ঘূর্ণনের সমন্বয় হিসেবে প্রকাশ করা যায়।

1·4. বস্তু (body) ও কণা (particle) ঃ

বস্তু ঃ নির্দিষ্ট আকার ও আয়তনের নির্দিষ্ট পরিমাণ পদার্থকে বস্তু বলে।

কণা ঃ কণা বস্তুর এমন এক ক্ষুদ্র অংশ যার অবস্থানকে একটি জ্যামিতিক বিন্দু দ্বারা সূচিত করা যায়। কণার যে কোন দুই অংশের দূরত্বকে নগণ্য মনে করা চলে।

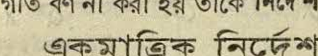
বল বিজ্ঞানের আলোচনায় এরূপ কণার কল্পনা করা হয়। ইহার দরুন অনেক জটিলতা পরিহার করা যায়। কারণ, নির্দিষ্ট আয়তনের বস্তু চলার সময় ঘুরতে পারে, পাক খেতেও পারে। ফলে ইহার গতি জটিল হয়। কিন্তু বিন্দু কণার আয়তন না থাকায় ইহার ঘোরা বা পাক খাওয়া বলে কিছু নেই। কাজেই, **বিন্দু কণার গতি, চলন গতি।**

1·5. নির্দেশ ফ্রেম (Reference frame) ঃ

কোন কণা, কণাসমষ্টি বা বস্তুর গতি বর্ণনা ক'রতে হ'লে সময়ের সঙ্গে ইহার বা ইহাদের অবস্থান কিভাবে বদলায় তা জানা প্রয়োজন হয়। যার সাপেক্ষে এই গতি বর্ণনা করা হয় তাকে **নির্দেশ ফ্রেম** বলে।

একমাত্রিক নির্দেশ তন্ত্র (One dimensional reference frame) ঃ

কোন কণা সমতলে চলতে থাকলে ইহা সব সময়েই কোন না কোন একটি সরল রেখার উপরে থাকে। এক্ষেত্রে কেবলমাত্র একটি দূরত্বের সাহায্যেই কণার অবস্থান সূচিত করা যায়। এই সরল রেখাকে X-অক্ষ ধরা যায় এবং ইহার উপর কোন নির্দিষ্ট বিন্দু O কে মূল বিন্দু ধ'রে ঐ মূল বিন্দু থেকে কণার দূরত্বের (x) সাহায্যে ইহার অবস্থান (P) নির্দেশ করা যায় (চিত্র 4)। কণার এইরূপ গতিকে একমাত্রিক গতি বলা হয়। এক্ষেত্রে একটিমাত্র দূরত্ব দ্বারা বস্তুর অবস্থান নির্দিষ্ট হওয়ায় X-অক্ষকে একমাত্রিক নির্দেশ তন্ত্র বলা হয়।



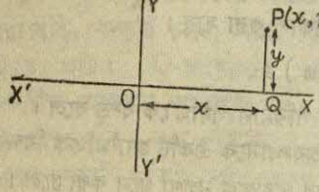
চিত্র 4

দ্বিমাত্রিক নির্দেশ তন্ত্র (Two dimensional reference frame):

কোন কণা সমতলে চ'লতে থাকলে ইহার গতিকে সমতলীয় গতি (Planar motion) বলে। এরূপ গতিকে সাধারণত কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্র ও ধ্রুবীয় নির্দেশ তন্ত্রের সাহায্যে বর্ণনা করা হয়। এরূপ নির্দেশ তন্ত্রে দু'টি দূরত্বের সাহায্যে কোন বিন্দুর অবস্থান নির্দিষ্ট করা হয়। তাই ইহাকে **দ্বিমাত্রিক নির্দেশতন্ত্র** বলে।

কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্র (Cartesian Co-ordinate system):

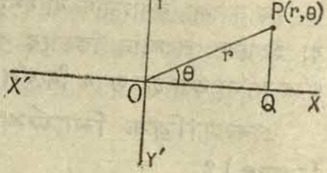
ধরা যাক কোন সমতলে P একটি বিন্দু (চিত্র 5)। এই P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করার জন্য ঐ সমতলে পরস্পর লম্ব ভাবে অবস্থিত দু'টি অক্ষ XX′ ও YY′ নেওয়া হয়। অক্ষদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে মূল বিন্দু (O) বলে। YY′ অক্ষ ও XX′ অক্ষ থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে x ও y নির্দিষ্ট হ'লে P বিন্দুর অবস্থানও নির্দিষ্ট হয়। YY′ অক্ষ থেকে দূরত্ব x-কে P বিন্দুর ভুজ ও XX′ অক্ষ থেকে দূরত্ব y কে P বিন্দুর কোটি বলা হয়। P ছাড়া ভুজ x ও কোটি y বিশিষ্ট অপর কোন বিন্দু থাকা সম্ভব নয়। কাজেই, ভুজ x ও কোটি y দ্বারা একটি বিশেষ বিন্দুর অবস্থানকেই নির্দেশ করা যায়।



চিত্র 5

* ধ্রুবীয় নির্দেশ তন্ত্র (Polar Co-ordinate System):

এই নির্দেশ তন্ত্রে একটি সরলরেখার (XX′) উপর একটি বিন্দুকে (O) মূল বিন্দু ধরা হয়। মূল বিন্দু থেকে P বিন্দুর দূরত্ব OP ($=r$) এবং ∠POQ ($=\theta$) দ্বারা P বিন্দুর অবস্থান (r, θ) প্রকাশ করা হয়। এই r ও θ নির্দিষ্ট হ'লে P বিন্দুর অবস্থানও নির্দিষ্ট হয়।



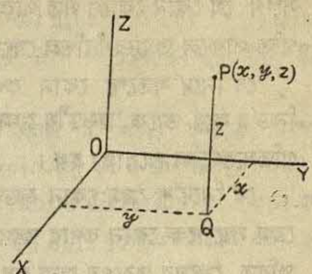
চিত্র 6

কার্টেজীয় ও ধ্রুবীয় পদ্ধতির সম্পর্ক: কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্রে P বিন্দুর ভুজ x ও কোটি y হ'লে অর্থাৎ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) হ'লে এবং ধ্রুবীয় নির্দেশতন্ত্রে P বিন্দুর অবস্থান (r, θ) হ'লে (চিত্র 5 ও 6 অনুযায়ী), $r^2=x^2+y^2$ ও $\tan\theta=y/x$; অতএব, $r=\sqrt{x^2+y^2}$ ও $\theta=\tan^{-1}x$।

ত্রিমাত্রিক কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্র (Three dimensional Cartesian Co-ordinate system):

ত্রিমাত্রিক স্থানে (space) কোন কণার অবস্থান সূচিত করার জন্য সাধারণত ত্রিমাত্রিক কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্র ব্যবহার করা হয়। এই পদ্ধতিতে একটি নির্দিষ্ট

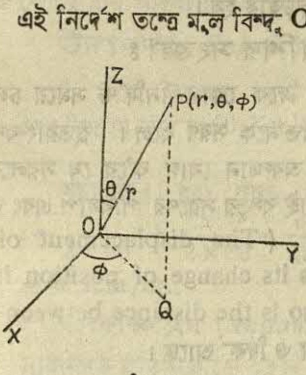
বিন্দু দিয়ে পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত তিনটি সরলরেখা OX, OY ও OZ নেওয়া হয় (চিত্র 7)। এই নির্দেশ তন্ত্রে কোন বিন্দুর (P) অবস্থান জানার জন্য YZ, ZX ও XY সমতল গুলি থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব জানা দরকার হয়। P বিন্দু থেকে XY-তলে PQ লম্ব টানা হয়। এই লম্বের দৈর্ঘ্য z, XY-তল থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব। অনুরূপভাবে ZX-তল থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব y ও YZ-তল থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব x। x, y, z দূরত্ব তিনটি নির্দিষ্ট হ'লে ত্রিমাত্রিক স্থানে P বিন্দুর অবস্থানও নির্দিষ্ট হয়।



চিত্র 7

*** গোলীয় নির্দেশ তন্ত্র (Spherical Co-ordinate system) ঃ**

এই নির্দেশ তন্ত্রে মূল বিন্দু O থেকে P বিন্দুর দূরত্ব (r), O বিন্দু ও XY-তলে অংকিত PQ লম্বের পাদ বিন্দু Q যোগকারী রেখা OQ এর OX অক্ষ থেকে কৌণিক দূরত্ব (ϕ) এবং OZ অক্ষ থেকে OP রেখার কৌণিক দূরত্ব (θ) দ্বারা P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় (চিত্র 8)।



চিত্র 8

ত্রিমাত্রিক কার্টেজীয় ও গোলীয় পদ্ধতির সম্পর্ক ঃ

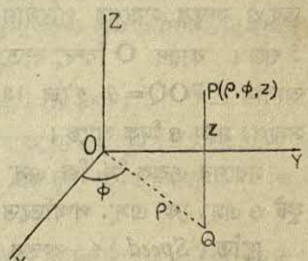
8 নং চিত্রে P বিন্দুর কার্টেজীয় স্থানাংক (x, y, z) হ'লে,

$x = r \sin\theta \cos\phi \qquad y = r \sin\theta \sin\phi \qquad z = r \cos\theta.$

*** বেলনীয় নির্দেশ তন্ত্র (Cylindrical Co-ordinate system) ঃ**

এই নির্দেশ তন্ত্রে মূল বিন্দু O থেকে XY-তলে অংকিত PQ লম্বের পাদ-বিন্দু Q এর দূরত্ব (ρ), OX অক্ষ থেকে OQ রেখার কৌণিক দূরত্ব (ϕ) ও PQ এর দৈর্ঘ্য z দ্বারা P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় (চিত্র 9)।

ত্রিমাত্রিক কার্টেজীয় ও বেলনীয় পদ্ধতির সম্পর্ক ঃ



চিত্র 9

9 নং চিত্রে P বিন্দুর কার্টেজীয় স্থানাংক (x, y, z) হ'লে, $x = \rho \cos\phi$; $y = \rho \sin\phi$; $z = z$.

যে সব নির্দেশতন্ত্র একটি অপরটির তুলনায় স্থির, সেই সব নির্দেশতন্ত্র একই

নির্দেশ ফ্রেমের। ইহাদের মূলবিন্দু বিভিন্ন হ'তে পারে ও একের অক্ষ অন্যের অক্ষের সঙ্গে যে কোন কোণে নত থাকতে পারে। দুই নির্দেশ তন্ত্রের মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকলে তাদের বিভিন্ন ফ্রেমের ব'লে ধরা হয়।

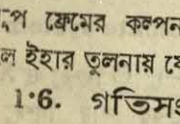
যে নির্দেশতন্ত্রে কোন কণার ত্বরণ কেবল কণাগুলির পারস্পরিক ক্রিয়ার উপর নির্ভর করে তাকে **'জড়ত্বীয় ফ্রেম'** (Inertial frame) বলে। এই ফ্রেমে নিউটনের গতিসূত্রগুলি প্রযোজ্য হয়।

যে নির্দেশ ফ্রেম কোন জড়ত্বীয় ফ্রেমের তুলনায় **ত্বরিত** (Accelerated) হয় সেই ফ্রেম সাপেক্ষে কোন কণার ত্বরণ অংশত অন্যান্য কণার সঙ্গে ক্রিয়াঘটিত ও অংশত এই ত্বরিত ফ্রেমের ত্বরণের জন্য হয়। এরূপ ফ্রেমকে **'অজড়ত্বীয় ফ্রেম'** (Non-Inertial frame) বলে। এই ত্বরণ রৈখিক বা আবর্তীয় বা উভয় ধরনের হ'তে পারে।

প্রকৃতিতে যথার্থ জড়ত্বীয় ফ্রেম নেই। কোন প্রাকৃতিক ফ্রেম জড়ত্বীয় না হ'লেও এরূপ ফ্রেমের কল্পনা সুবিধা জনক। মনে রাখা প্রয়োজন যে, কোন ফ্রেম জড়ত্বীয় হ'লে ইহার তুলনায় যে ফ্রেম সমবেগে চলে তাও জড়ত্বীয় হয়।

1·6. গতিসংক্রান্ত কয়েকটি রাশির সংজ্ঞা :

সরণ (*Displacement*) : কোন নির্দিষ্ট দিকে কোন নির্দিষ্ট সময়ে চলন্ত বস্তুর অবস্থার পরিবর্তনকে **সরণ** বলে। সুতরাং বস্তুর প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থান যোগ ক'রে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তার দৈর্ঘ্যই বস্তুর সরণের পরিমাপ এবং তার দিকই সরণের দিক। (The displacement of a moving particle is its change of position in a given time and so is the distance between its initial and final positions.)। সরণের **মান ও দিক্** আছে।



চিত্র 10

ধরা যাক্, কোন বস্তু প্রথমে O বিন্দুতে ছিল (চিত্র 10)। তারপর OP রেখা বরাবর 4 গজ গেল ও Pতে পেঁছাল এবং পরে OP রেখার সঙ্গে লম্ব ভাবে PQ বরাবর 3 গজ গেল ও Qতে পেঁছাল (চিত্র 10)। যদিও বস্তু 7 গজ পথ গেল, তবুও বস্তুর সরণের পরিমাণ OQ সরলরেখার দৈর্ঘ্য অর্থাৎ $\sqrt{4^2+3^2}$ গজ বা 5 গজ। কারণ O বিন্দু বস্তুর প্রাথমিক এবং Q বিন্দু ইহার চূড়ান্ত অবস্থান। আবার $\angle POQ=\theta$ হ'লে $\tan\theta=\frac{3}{4}$, বা $\theta=\tan^{-1}\frac{3}{4}$। সুতরাং দেখা যায় যে, সরণের মান ও দিক আছে।

সরণের একক সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে **সেন্টিমিটার,** এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে **ফুট** ও এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে **মিটার।**

দ্রুতি (*Speed*) : বস্তুর অবস্থার পরিবর্তনের হারকে **ইহার দ্রুতি** বলে। (The speed of a body is its rate of change of position.) সরল বা বক্রপথে কোন বস্তু এক একক সময়ে যে দূরত্ব যায় তাই **ইহার দ্রুতির** পরিমাপ। সুতরাং দ্রুতির মান আছে কিন্তু দিক্ নেই। কোন বস্তু সর্বদা নির্দিষ্ট সময়ে

নির্দিষ্ট দূরত্ব গেলে ইহার দ্রুতিকে **সম দ্রুতি** (*Uniform speed*) বলা হয়। আর তা না হ'লে বস্তুর দ্রুতিকে **অসম** (*Non uniform*) দ্রুতি বলা হয়।

মোট অতিক্রান্ত দূরত্বকে মোট সময় দিয়ে ভাগ ক'রলে বস্তুর **গড় দ্রুতি** (*Average speed*) পাওয়া যায়।

বেগ (*Velocity*) : কোন নির্দিষ্ট দিকে কোন গতিশীল বস্তুর অবস্থার পরিবর্তনের হারকে ইহার **বেগ** বলে। (The velocity of a moving body is its rate of change of position in a definite direction.) কোন বস্তু সর্বদা নির্দিষ্ট সময়ে একই দিকে নির্দিষ্ট দূরত্ব গেলে ইহার বেগকে **সমবেগ** বলা হয়। আর তা না হ'লে বস্তুর বেগ **অসম** হয়।

গড়বেগ (*Average or mean velocity*) : বস্তুর বেগ অসম হ'লে কোন সময় অবকাশে ইহার গড় বেগ নির্ণয় করা যায়। বস্তু মোট যে দূরত্ব যায় তাকে সময় অবকাশ দিয়ে ভাগ ক'রলে ইহার গড়বেগ পাওয়া যায়। সরল চলন গতিতে বস্তুর বেগের মান পরিবর্তিত হ'তে পারে, কিন্তু দিক পরিবর্তিত হয় না।

উদাহরণ (Example) :

1. দুই জায়গার মোট দূরত্বের প্রথম অর্ধেক একটি গাড়ি 40 Km/hr. বেগে এবং দ্বিতীয় অর্ধেক 60 Km/hr. বেগে যায়। গাড়ির গড় গতিবেগ কত? (*I.I.T.'74*)

সমাধান : ধরা যাক, দুই জায়গার দূরত্ব x Km.। তা'হলে মোট সময় $t=\frac{x}{2\times 40}+\frac{x}{2\times 60}=\frac{x}{48}$ hr.। অতএব, গড় গতিবেগ $=\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}=\frac{x\times 48}{x}$ $=48$ Km./hr..

তাৎক্ষণিক বেগ (*Instantaneous velocity*) : কোন কণা অসম বেগে চ'ললে সাধারণত প্রতিমুহূর্তে ইহার বেগ পরিবর্তিত হয়। কিন্তু যে কোন বিশেষ মুহূর্তে ইহার বেগের মান ও দিক থাকে। ঐ মুহূর্তে এই বেগকে কণার তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

দ্রুতি ও বেগের একক : দ্রুতি ও বেগের একক একই।

সি. জি. এস্ পদ্ধতিতে বেগের একক, সেকেন্ডে এক সেন্টিমিটার (1 cm/sec), অর্থাৎ কোন বস্তু কোন নির্দিষ্ট দিকে এক সেকেন্ডে এক সেন্টিমিটার দূরত্ব গেলে সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার বেগ এক একক হয়।

এম্. কে. এস্ পদ্ধতিতে বেগের একক মিটার / সেকেন্ড।

এফ্. পি এস্. পদ্ধতিতে বেগের একক, সেকেন্ডে এক ফুট (1 ft/sec.) ; অর্থাৎ কোন বস্তু কোন নির্দিষ্ট দিকে এক সেকেন্ডে এক ফুট দূরত্ব গেলে এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার বেগ এক একক হয়।

দ্রুতি ও বেগের পার্থক্য : (i) নির্দিষ্ট দিকে কোন বস্তুর দ্রুতিই ইহার বেগ। সুতরাং দেখা যায় যে, দ্রুতির সঙ্গে নির্দিষ্ট দিকের সমন্বয় ঘটলে বেগ পাওয়া যায়। অর্থাৎ দ্রুতির জন্য কোন দিক্ নির্দেশের প্রয়োজন নেই, শুধু মান বললেই হয়। কিন্তু বেগের জন্য মান ও দিক উভয়ই নির্দেশ ক'রতে হয়।

(ii) দ্রুতির শুধুমাত্র মান পরিবর্তিত হ'তে পারে, কিন্তু বেগের মান, দিক অথবা উভয়ই পরিবর্তিত হ'তে পারে। সরল চলনগতিতে দ্রুতি ও বেগ সমান থাকে। কিন্তু বক্র চলন গতিতে দ্রুতি সমান থাকলেও কণার বেগকে সমবেগ বলা যায় না। নির্দিষ্ট সময়ে সরণের পরিমাণ মোট অতিক্রান্ত দূরত্বের তুলনায় কম হওয়ায় গড় বেগের পরিমাণ সর্বদাই গড় দ্রুতির চেয়ে কম হয়।

(iii) কোন কণা কোন একবিন্দু থেকে যাত্রা ক'রে পুনরায় ঐ বিন্দুতে ফিরে এলে গড়বেগ শূন্য হয়, কিন্তু গড় দ্রুতি শূন্য হয় না।

ত্বরণ (*Acceleration*) ঃ কোন বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। (The acceleration of a body is the rate of change of its velocity i. e. change of velocity per unit of time.)। যেহেতু বেগের মান ও দিক্ আছে, সুতরাং মান বা দিকের পরিবর্তন অথবা মান এবং দিক উভয়েরই পরিবর্তন হ'তে পারে। সহজতম ক্ষেত্রে, মান পরিবর্তিত হয় এবং দিক অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং ত্বরণের মান ও দিক্ উভয়ই আছে।

তাৎক্ষণিক ত্বরণ (*Instantaneous acceleration*) ঃ সমান সময় অবকাশে বেগের পরিবর্তন সমান হ'লে বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বলা হয়। আর তা না হ'লে বস্তুর ত্বরণ অসম হয়। বস্তুর ত্বরণ অসম হ'লে কোন বিশেষ মুহূর্তে ইহার ত্বরণকে **তাৎক্ষণিক ত্বরণ** বলা হয়।

উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক্ কোন বস্তুর 1 সেকেন্ড পরে বেগ 10 cm/sec, 2 সেকেন্ড পরে বেগ 15 cm/sec, 3 সেকেন্ড পরে বেগ 20 cm/sec. ইত্যাদি। তাহ'লে দেখা যায় যে, প্রতি সেকেন্ডে বেগের পরিবর্তন একই অর্থাৎ 5 cm/sec.। সুতরাং বলা যায় যে, বস্তুর ত্বরণ সম। কিন্তু যদি 1 সেকেন্ড পরে বস্তুর বেগ 10 cm/sec, 2 সেকেন্ড পরে বেগ 15 cm/sec., 3 সেকেন্ড পরে বেগ 23 cm/sec. ইত্যাদি হয় তাহ'লে দেখা যাচ্ছে যে, প্রতি সেকেন্ডে বেগের পরিবর্তন সমান নয়। সুতরাং এক্ষেত্রে বস্তুর ত্বরণ অসম।

মন্দন (*Retardation*) ঃ কোন বস্তুর বেগ ক্রমশ হ্রাস পেলে উহার গতিকে অবমন্দিত গতি বলে। এরূপ ক্ষেত্রে বেগ পরিবর্তনের হারকে মন্দন বলা হয়। গাণিতিকভাবে **ঋণাত্মক ত্বরণই হ'ল মন্দন**। (Mathematically retardation is considered as a negative acceleration.)। একক সময়ে বেগের পরিবর্তনকে ঋণাত্মক ধ'রে মন্দনকে প্রকাশ করা হয়। যে কোন পদ্ধতিতে মন্দনের একক ও ত্বরণের একক একই হয়।

উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক্ কোন সময়ে কোন বস্তুর বেগ 20 cm./sec., 1 সেকেন্ড পরে বেগ 15 cm./sec , 2 সেকেন্ড পরে বেগ 10 cm./sec., ইত্যাদি। তাহ'লে দেখা যাচ্ছে যে প্রতি সেকেন্ডে বেগ 5 cm. কমে। সুতরাং বস্তুর মন্দন 5 cm/sec^2.।

গড় ত্বরণ ঃ ধরা যাক t_1 সময়ে কোন কণার বেগ v_1 এবং t_2 সময়ে ইহার বেগ সময়ের সঙ্গে সমান হারে পরিবর্তিত না হ'য়ে v_2 হয়। তাহ'লে $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ রাশিকে গড় ত্বরণ বলা হয়।

ত্বরণের বা মন্দনের একক ঃ

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ত্বরণের বা মন্দনের একক 'এক সেন্টিমিটার প্রতি সেকেন্ডে প্রতি সেকেন্ডে' (1 cm./sec./sec. অথবা 1 cm./sec.^{2})।

এম্. কে. এস্ পদ্ধতিতে ত্বরণ বা মন্দনের একক মিটার/(সেকেন্ড)^2।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ত্বরণের একক হ'ল 'এক ফুট প্রতি সেকেন্ডে প্রতি সেকেন্ডে' (1 ft./sec./sec. অথবা 1 ft / sec^2)।

লক্ষ্য করা দরকার যে, ত্বরণের এককে 'প্রতি সেকেন্ডে' কথাটি দুবার ব্যবহার করা হ'য়েছে। কারণ ত্বরণ $= \frac{\text{কোন সময় অবকাশে বেগের পরিবর্তন}}{\text{ঐ সময় অবকাশ}}$। অর্থাৎ 'প্রতি সেকেন্ডে' কথাটি দুবার ব্যবহার করার প্রয়োজন হ'ল—একবার বেগ বোঝাবার জন্য এবং একবার বেগের পরিবর্তনের হার বোঝাবার জন্য।

ভর (*Mass*) ঃ কোন বস্তুর ভর বলতে ঐ বস্তুতে যতটা জড় পদার্থ আছে তাই বোঝায়।

ভরবেগ (*Momentum*) ঃ বস্তুর ভর ও বেগের গুণফলকে ভরবেগ বলে। সুতরাং বস্তুর ভর m এবং বেগ v হ'লে বস্তুর ভরবেগ হয় mv।

বলবিদ্যায় ভরবেগ রাশিটির বিশেষ তাৎপর্য আছে। ভরবেগের সঙ্গে বেগ জড়িত থাকায় ইহার মান ও দিক উভয়ই আছে। গতিশীল বস্তুর বেগ ও ইহার ভরবেগের অভিমুখ একই হয়। কাজেই বোঝা যায় যে, ভরবেগ **ভেক্টর রাশি**। বস্তুর ভর যাই হোক না কেন ইহার উপর সমান বল সমান সময় ধরে ক্রিয়া ক'রলে বস্তুর ভরবেগ একই হয়। আবার দু'টি বস্তুর ভর ও বেগ আলাদা আলাদা হ'লেও যদি ইহাদের ভরবেগ সমান হয় তাহ'লে উভয়কে থামাতে একই বলকে একই সময় ধ'রে ক্রিয়া ক'রতে হয়। যেমন 6 মিটার/সেকেন্ড বেগে চলন্ত 100 গ্রাম ভরের কোন বস্তুকে থামাতে কোন বলের যে সময় লাগে, 24 মিটার/সেকেন্ড বেগে চলন্ত 25 গ্রাম ভরের বস্তুকে থামাতে ঐ একই বলের সমান সময় লাগে, কারণ উভয় ক্ষেত্রে ভরবেগের মান সমান। কাজেই, বস্তুর ভর ও বেগের উপর আলাদাভাবে এই সময় নির্ভর করে না।

ভরবেগের একক ঃ

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ভরবেগের একক প্রতি সেকেন্ডে গ্রাম-সেন্টিমিটার (gm-cm./sec.); অর্থাৎ এক গ্রাম ভরের কোন বস্তু প্রতি সেকেন্ডে এক সেন্টিমিটার বেগে চ'ললে ইহার ভরবেগই হয় এই পদ্ধতিতে ভরবেগের একক।

এম্. কে. এস্ পদ্ধতিতে ভরবেগের একক কিলোগ্রাম-মিটার/সেকেন্ড।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ভরবেগের একক প্রতি সেকেন্ডে পাউন্ড ফুট (lb-ft./sec.); অর্থাৎ এক পাউন্ড ভরের কোন বস্তু প্রতি সেকেন্ডে এক ফুট বেগে চললে উহার ভরবেগই হয় এই পদ্ধতির ভরবেগের একক। এই এককে **'পাউন্ডেম্'** (***Poundem***)-ও বলা হয়।

1·7. ঋজুগতির সমীকরণ (Equation of rectilinear motion) :

(i) **সমবেগ সম্পন্ন গতি** (*Motion with uniform velocity*) :

কোন কণার সমবেগ u হ'লে 1 সেকেন্ডে ঐ কণা u দূরত্ব যায়, 2 সেকেন্ডে $2u$ দূরত্ব যায় ; সুতরাং t সেকেন্ডে যায় ut দূরত্ব। এই দূরত্বকে s ধ'রলে

$$s = ut \cdots\cdots(1)$$

এক্ষেত্রে s ও t এর লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী u নতির সরল রেখা হয়।

(ii) **সমত্বরণ সম্পন্ন গতি** (*Motion with uniform acceleration*) :

ধরা যাক,

u = কোন কণার প্রাথমিক বেগ,

v = t সেকেন্ড পরে ঐ কণার চূড়ান্ত বেগ।

প্রাথমিক বেগ u এবং ত্বরণ f ধ্রুবক হওয়ায়,

1 সেকেন্ড পরে কণার বেগ $= u + f$,

2 " " " " $= u + 2f$,

3 " " " " $= u + 3f$,

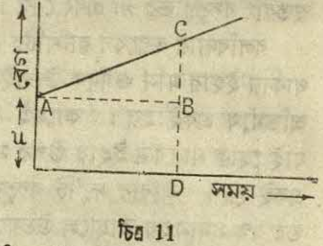
t " " " " $= u + tf$ ।

অতএব $v = u + ft \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

কণার ত্বরণ ঋণাত্মক হ'লে t সেকেন্ড পরে উহার বেগ হয়,

$$v = u - ft$$

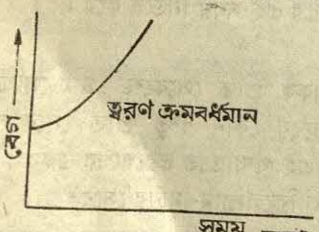
(a) ত্বরণ f ধ্রুবক হ'লে $v = u + ft$ সমীকরণ $y = mx + c$ সমীকরণের অনুরূপ হয়। সুতরাং Y-অক্ষ বরাবর v এর মানগুলিকে এবং X-অক্ষ বরাবর t এর মানগুলিকে নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে একটি সরলরেখা (চিত্র 11) পাওয়া যায়। আবার, $t = 0$ হ'লে $v = u$ হয়। কাজেই, সরল রেখাটি Y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে, মূল বিন্দু থেকে সেই বিন্দুর দূরত্বই হয় বস্তুর প্রাথমিক বেগ u।



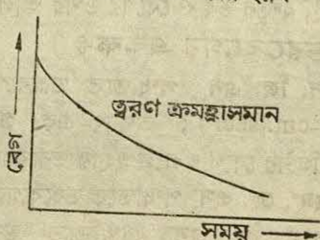
চিত্র 11

আবার সরল রেখার নতি $= \frac{BC}{AB} = \frac{\text{বেগের মানের পরিবর্তন}}{\text{সময় অবকাশ}}$ = ত্বরণের মান (f)।

(b) ত্বরণ f এর মান ক্রমবর্ধমান হ'লে বেগ-সময় লেখচিত্রের নতির মান ক্রমবর্ধমান হয়। কাজেই, এক্ষেত্রে বেগ-সময় লেখ 12 নম্বর চিত্রের ন্যায় হয়।



চিত্র 12



চিত্র 13

(c) ত্বরণ f এর মান ক্রম হ্রসমান হ'লে বেগ-সময় লেখচিত্রের নতির মানও ক্রম হ্রসমান হয়। সুতরাং, এক্ষেত্রে বেগ-সময় লেখ 13 নম্বর চিত্রের ন্যায় হয়।

(iii) **সমত্বরণ সম্পন্ন কণা দ্বারা t সেকেন্ড অবকাশে অতিক্রান্ত দূরত্ব** (*Space described by a particle with uniform acceleration*) :

ত্বরণ ধ্রুবক হওয়ায়, t সেকেন্ড সময়ে বেগ u থেকে v হয়।

যাত্রা শুরুর 1 সেকেন্ড পরে কণার বেগ $= u+f$,

t সেকেন্ড সময় অবকাশের 1 সেকেন্ড আগে কণার বেগ $= v-f$

সুতরাং কণার গড় বেগ $= \dfrac{u+f+v-f}{2} = \dfrac{u+v}{2}$

অনুরূপভাবে,

যাত্রা শুরুর 2 সেকেন্ড পরে কণার বেগ $= u+2f$

t সেকেন্ড সময় অবকাশের 2 সেকেন্ড আগে কণার বেগ $= v-2f$

সুতরাং এক্ষেত্রেও কণার গড় বেগ $= \dfrac{u+2f+v-2f}{2} = \dfrac{u+v}{2}$

সমগ্র t সময় অবকাশকে এইরূপ সমান সমান অবকাশ যুগলে (equal pairs of such time intervals) ভাগ করা যায় এবং ধরা যায় যে, বস্তুকণা যেন $\dfrac{u+v}{2}$ গড় বেগে চলে।

অতএব, t সেকেন্ডে কণা s দূরত্ব গেলে

$$s = \text{গড়বেগ} \times \text{সময়} = \left(\frac{u+v}{2}\right) \times t = \left(\frac{u+u+ft}{2}\right) \times t \quad [\quad v = u+ft\ ]$$

$$= ut + \tfrac{1}{2}ft^2 \cdots\cdots (3)$$

কণার ত্বরণ ঋণাত্মক হ'লে, $s = ut - \frac{1}{2}ft^2$ হয়।

বিকল্প পদ্ধতি : ধরা যাক, একটি বস্তু f সমত্বরণ নিয়ে সরলরেখা বরাবর যায়। ইহার প্রাথমিক বেগ u ও t সময়ে ইহা s দূরত্ব যায়। মোট সময় t কে n সংখ্যক সমান অবকাশে ভাগ ক'রলে প্রতি অবকাশের মান,

$$T = \frac{t}{n} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \text{(i)}$$

তাহ'লে,

T সময় পরে বস্তুর বেগ $= u+fT$

2T সময় পরে বস্তুর বেগ $= u+2fT$

3T সময় পরে বস্তুর বেগ $= u+3fT$

কাজেই, $(n-1)T$ সময় পরে বস্তুর বেগ $= u+(n-1)fT$

এবং, nT সময় পরে বস্তুর বেগ $= u+nfT$

যদি ধরা হয় যে, প্রতি অবকাশ শুরুতে বস্তুর যা বেগ তা ঐ অবকাশে অপরিবর্তিত থাকে, অর্থাৎ যদি বস্তু 0 থেকে T সময় u বেগ, T থেকে 2T সময় $u+fT$ বেগ, 2T থেকে 3T সময় $u+2fT$ বেগ ইত্যাদি নিয়ে যায় তাহ'লে বস্তু t সময়ে মোট দূরত্ব যায়—

$$S_1 = uT + (u+fT)T + (u+2fT)T + \cdots + [u+(n-1)fT]T$$
$$= nuT + fT^2\{1+2+3+\cdots+(n-1)\} = nuT + fT^2 . \frac{n(n-1)}{2}$$
$$= nu . \left(\frac{t}{n}\right) + \frac{1}{2}f . \frac{t^2}{n^2} . n^2\left(1-\frac{1}{n}\right) = ut + \frac{1}{2}ft^2\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

$\left[\text{যেহেতু } T = \frac{t}{n}\right]$

কাজেই,

$$\underset{n\to\infty}{\text{Lt}} S_1 = ut + \frac{1}{2}ft^2$$

আবার যদি ধরা হয় যে, প্রতি অবকাশ শেষে বস্তুর যা বেগ তাই নিয়ে ঐ অবকাশ ধ'রে যায় অর্থাৎ যদি বস্তু 0 থেকে T সময় ধ'রে $u+fT$ বেগ, T থেকে $2T$ সময় ধ'রে $u+2fT$ বেগ ইত্যাদি নিয়ে যায় তাহলে বস্তু t সময়ে মোট দূরত্ব যায়

$$S_2 = (u+fT)T + (u+2fT)T + \cdots + (u+nfT)T$$
$$= nuT + fT^2(1+2+\cdots+n)$$
$$= nu\frac{t}{n} + f\frac{t^2}{n^2} . \frac{n(n+1)}{2} \qquad \left[\text{যেহেতু } T = \frac{t}{n}\right]$$
$$= ut + \tfrac{1}{2}ft^2\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

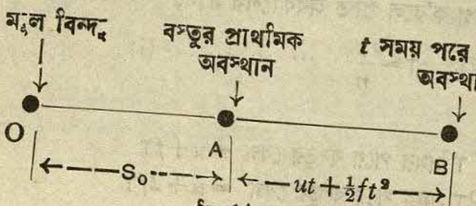
কাজেই,

$$\underset{n\to\infty}{\text{Lt}} S_2 = ut + \tfrac{1}{2}ft^2$$

যেহেতু বস্তুর দূরত্ব S এর মান S_1 ও S_2 এর মধ্যে হ'তেই হবে, সুতরাং S_1 ও S_2 এর প্রান্তিক মানই হয় S এর মান। অর্থাৎ বস্তু t সময়ে S দূরত্ব গেলে,

$$S = ut + \tfrac{1}{2}ft^2$$

বিশেষ দ্রষ্টব্য ঃ



চিত্র 14

$S = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করার সময় বস্তুর প্রাথমিক অবস্থানকে মূল বিন্দু ধরা হ'য়েছে। কিন্তু বস্তুর প্রাথমিক অবস্থান মূল বিন্দুর পরিবর্তে অন্য যে কোন বিন্দু A (চিত্র 14) হ'তে পারে। ধরা যাক মূল বিন্দু থেকে A বিন্দুর দূরত্ব $OA = S_0$ ...... (i)

f ত্বরণ নিয়ে বস্তু t সময়ে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে গেলে,

$$AB = ut + \tfrac{1}{2}ft^2 \text{ ...... (ii)}$$

সুতরাং, মূল বিন্দু থেকে বস্তুর মোট সরণ,

$s = OB = OA + AB$

অতএব, (i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে,

$s = s_0 + ut + \frac{1}{2}ft^2$

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু ক'রে কোন কণার 20 sec পরে বেগ হয় 25 ft/sec.। কণার ত্বরণ কত ?

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $u = 0$, $v = 25$ ft/sec এবং $t = 20$ sec.

এখন, $v = u + ft$. ; অতএব, $25 = 0 + f \times 20$

সুতরাং, $f = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} = 1{\cdot}25$ ft/sec². ।

2. সমত্বরণ নিয়ে কোন কণা প্রথম 2 সেকেন্ডে 192 মিটার এবং পরের 4 সেকেন্ডে 480 মিটার দূরত্ব যায়। ঐ কণার প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর। পরের 6 সেকেন্ডে ঐ কণা কত দূর যাবে ?

সমাধান ঃ ধরা যাক, বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ $= u$ m./sec. ;

ত্বরণ $= f$ m./sec.² ।

সুতরাং, $192 = 2u + \frac{1}{2}f \times 4$; অতএব, $u + f = 96$ ... ... (1)

আবার, 6 সেকেন্ডে কণা যায় $(192 + 480) = 672$ m. ।

অতএব, $672 = u \times 6 + \frac{1}{2}f \times 36$; $u + 3f = 112$ ... ... (2)

(2) নম্বর সমীকরণ থেকে (1) নম্বর সমীকরণ বিয়োগ ক'রে পাওয়া যায়,

$2f = 16$, অথবা $f = 8$ m./sec.² ।

আবার, (2) নম্বর সমীকরণ থেকে, $u + 3.8 = 112$ ।

$\therefore u = 88$ m./sec.

ধরা যাক, পরের 6 সেকেন্ডে কণা s মিটার যায়।

সুতরাং, প্রথম 12 সেকেন্ডে কণা মোট যায় $(s + 672)$ মিটার।

$\therefore s + 672 = 88 \times 12 + \frac{1}{2} \times 8 \times 144$

$\therefore s = 960$ মিটার।

3. একটি ট্রেন স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু ক'রে 10 মিনিটে 30 mile/hr. বেগ লাভ করে। ট্রেনের ত্বরণ কত ? ট্রেনটি 10-তম মিনিটে কত দূর যায় ?

সমাধান ঃ এখানে $v = 30$ miles/hr. $= 44$ ft/sec. ।

অতএব, $v = u + ft$ সম্পর্ক থেকে

$44 = 0 + f.10.60$

$f = \frac{44}{600} = \frac{11}{150}$ ft./sec.² ।

10 মিনিটে ট্রেন যায় $s_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{150} \times (600)^2$ ft. ।

9 মিনিটে ট্রেন যায় $s_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{150} \times (540)^2$ ft.

সুতরাং 10-তম মিনিটে ট্রেন যায়

$= s_1 - s_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{150} \cdot [(600)^2 - (540)^2]$ft. $= 2508$ ft. ।

4. একটি হিলিয়াম পরমাণু 2 মিটার লম্বা একটি ফাঁপা নলের ভিতর দিয়ে সম ত্বরণ নিয়ে যায়। নলের প্রবেশ মুখে ইলেকট্রনের বেগ 1000 m./sec. এবং নল থেকে বেরিয়ে উহার বেগ 9000 m./sec. হ'লে কণা নলের মধ্যে কত সময় ধ'রে ছিল? এই সময় অবকাশে কণার ত্বরণ কত?

সমাধান ঃ কণার গড়বেগ $=\frac{u+v}{2}$। নলের দৈর্ঘ্য x হ'লে এবং কণা নলের মধ্যে t সময় থাকলে, $x=\frac{u+v}{2}\times t$;

অর্থাৎ $t=\frac{2x}{u+v}=\frac{2\times 2\cdot 0}{(1000+9000)}=4\times 10^{-4}$ sec.

আবার, $v=u+ft$ সূত্র থেকে,

$$f=\frac{v-u}{t}=\frac{(9000-1000)}{4\cdot 0\times 10^{-4}}=2\cdot 0\times 10^{7}\ \text{m./sec}^2.$$

5. একটি গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু ক'রে α সমত্বরণ নিয়ে কিছু সময় যায়। তারপর উহা β মন্দন নিয়ে যাত্রা ক'রে স্থির অবস্থায় আসে। যদি মোট অতিবাহিত সময় t সেকেন্ড হয় তবে (i) উহার সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর। (ii) গাড়ি মোট কত দূর যায়? (*I. I. T. '78*)

সমাধান ঃ ধরা যাক, গাড়িটি α ত্বরণ নিয়ে t_1 sec. যায়। তাহ'লে উহা $(t-t_1)$ sec. ধরে β মন্দন নিয়ে যায় এবং স্থির অবস্থায় আসে। t_1 sec. সময়ে গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ $v=\alpha t_1$ ···(i) এই বেগ $(t-t_1)$ sec. এ শূন্য হয়। অতএব, $v=\beta(t-t_1)$। কাজেই, $\alpha t_1=\beta(t-t_1)$ অথবা, $t_1=\frac{\beta t}{\alpha+\beta}$। আবার, (i) নম্বর সমীকরণ থেকে, $v=\frac{\alpha\beta t}{\alpha+\beta}$। ধরা যাক, t_1 sec. এ গাড়ি যায় s_1 দূরত্ব এবং t_2 sec. এ যায় s_2 দূরত্ব। তাহ'লে গাড়ি মোট দূরত্ব যায়,

$$s=s_1+s_2=\tfrac{1}{2}\alpha t_1^2+\tfrac{1}{2}\beta(t-t_1)^2$$
$$=\tfrac{1}{2}\alpha\left(\frac{\beta t}{\alpha+\beta}\right)^2+\tfrac{1}{2}\beta\left(t-\frac{\beta t}{\alpha+\beta}\right)^2=\tfrac{1}{2}\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)}t^2\text{ ।}$$

(iv) $v^2=u^2+2fs$ এর প্রমাণ ঃ

আমরা জানি, $v=u+ft$

অতএব, $v^2=(u+ft)^2=u^2+2uft+f^2t^2$
$=u^2+2f(ut+\tfrac{1}{2}ft^2)$
$=u^2+2fs,$ [যেহেতু $s=ut+\tfrac{1}{2}ft^2$]

সুতরাং $v^2=u^2+2fs$ ·········(4)

কণার ত্বরণ ঋণাত্মক হ'লে $v^2=u^2-2fs$ হয়।

উদাহরণ (Examples) :

1. 100 মিটার দূরত্ব যেতে একটি কণার গতিবেগ 10 সে. মি/সেকেন্ড থেকে 20 সে.মি/সেকেন্ড হয়। ইহার ত্বরণ কত ?

সমাধান : আমরা জানি যে, $v^2 = u^2 + 2fs$
এখানে, $v = 20$ সে.মি./সেকেন্ড, $u = 10$ সে.মি./সেকেন্ড ও
$s = 100$ মি. $= 100 \times 100$ সে. মি.

অতএব, $f = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{(20)^2 - (10)^2}{2 \times 100 \times 100} = 0{\cdot}015$ সে.মি./ (সেকেন্ড)^2

2. একটি বস্তুকে ঊর্ধ্বদিকে ছুঁড়লে ইহা 2250 সে. মি. উচ্চতায় ওঠে। ইহার উৎক্ষেপ বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : সর্বোচ্চ উচ্চতায় বস্তুর বেগ মুহূর্তের জন্য শূন্য হয়। কাজেই এক্ষেত্রে, $v = 0$, $s = 2250$ সে. মি., $f = 980$ সে.মি. / সেকেন্ড^2, $u = ?$
আমরা জানি যে, $v^2 = u^2 + 2fs$
অতএব, $0 = u^2 - 2 \times 980 \times 2250$ [$\because f = g = 980$ cm./sec^2]
বা, $u = \sqrt{2 \times 980 \times 2250}$
$= 2100$ সে.মি./সেকেন্ড $= 21$ মি./সেকেন্ড

(v) প্রাথমিক বেগ u এবং সম ত্বরণ f সম্পন্ন কোন কণা দ্বারা t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব।

(Space traversed in the t^{th} second by a particle having an initial velocity u and uniform acceleration f.)

ধরা যাক, t-তম সেকেন্ডে কণা S_t দূরত্ব যায়।
এখন, t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব
$= t$ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $- (t-1)$ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব।

সুতরাং, $S_t = (ut + \frac{1}{2}ft^2) - \{u(t-1) + \frac{1}{2}f(t-1)^2\}$
$= ut + \frac{1}{2}ft^2 - ut + u - \frac{1}{2}ft^2 + ft - \frac{1}{2}f$
$= u + ft - \frac{1}{2}f = u + \frac{1}{2}f(2t-1) \quad \cdots \cdots \cdots \cdots (5)$

উদাহরণ (Examples) :

1. একটি বস্তু দ্বিতীয় সেকেন্ডে 24 Km. ও চতুর্থ সেকেন্ডে 100 Km. যায়। বস্তুটি সমত্বরণে গেলে পঞ্চম সেকেন্ডে কত দূর যায় ?

সমাধান : এক্ষেত্রে $S_2 = 24$ Km ও $S_4 = 100$ Km.।
বস্তুর প্রাথমিক বেগ u ও ত্বরণ f হ'লে,
আমরা জানি যে, $S_t = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$
কাজেই, $24 = u + \frac{3}{2}f \cdots \cdots \cdots \cdots$ (i)
ও $100 = u + \frac{7}{2}f \cdots \cdots \cdots \cdots$ (ii)
(ii) − (i) ক'রলে পাওয়া যায় $f = 38$ Km/sec^2
সুতরাং, (i) নং সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়, $u = -33$ Km/sec.
অতএব, $S_5 = u + \frac{1}{2}f(2 \times 5 - 1) = 138$ Km.

2. একটি সমত্বরণে চলন্ত বস্তু ইহার গতির শেষ সেকেন্ডে সমগ্র দূরত্বের $\frac{9}{25}$ অংশ যায়। ইহা স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু ক'রলে ও প্রথম সেকেন্ডে $\frac{1}{2}$ m গেলে মোট কত দূরত্ব যায় ও কত সময় ধ'রে চলে?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে $u=0$, $S_1=\frac{1}{2}$ m ও $S_t=\frac{9}{25}S$

আমরা জানি যে, $S_t=u+\frac{1}{2}f(2t-1)$

কাজেই $S_1=\frac{1}{2}f=\frac{1}{2}$; অতএব, $f=1$ m/sec^2.

আবার, $S_t=\frac{9}{25}S=\frac{1}{2}\times 1\times(2t-1)$

অতএব, $S=\frac{25}{18}(2t-1)$ ………… (i)

কিন্তু, $S=ut+\frac{1}{2}ft^2=\frac{1}{2}t^2$ ………… (ii)

[∵ $u=0$ ও $f=1$ m/sec^2]

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$\frac{t^2}{2}=\frac{25}{18}\left(2t-1\right);$$ অর্থাৎ $t=5$ sec বা $\frac{5}{9}$ sec.

বস্তুটি আগেই 1 সেকেন্ড চলায় বলা যায় ইহা 5 sec. ধ'রে চলে। এই 5 সেকেন্ডে বস্তু যায়,

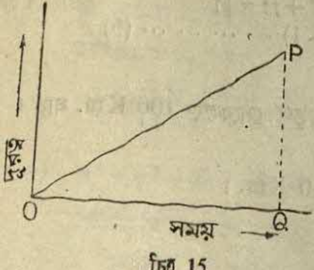
$$S=\tfrac{1}{2}ft^2=\tfrac{1}{2}\times 1\times 5^2=12{\cdot}5 \text{ m.}$$

কণার গতির লেখচিত্র (*Graphical representation of motion of a body*) **ঃ**

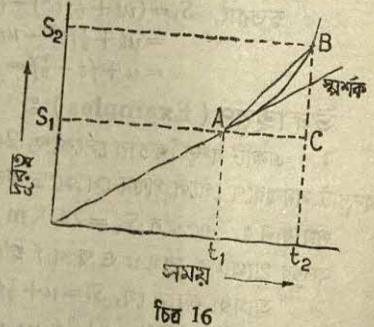
কণার সরণ, বেগ অথবা ত্বরণের পরিমাণকে Y-অক্ষ বরাবর এবং সময় কে X-অক্ষ বরাবর প্রতিস্থাপিত ক'রে লেখচিত্র পাওয়া যায়। এই লেখচিত্রের সাহায্যে কণার গতি আলোচনা করা যায়।

(a) **দূরত্ব-সময় লেখচিত্র** (*Distance-Time graph*) **ঃ**

(i) সম গতিবেগে চলন্ত কণা সমান সময় অবকাশে সমান দূরত্ব যায়। কাজেই, এক্ষেত্রে দূরত্ব-সময় লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী সরলরেখা OP (চিত্র 15) হয়। এই সরল রেখার নতি (gradient) $=\frac{PQ}{OQ}=\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}=$ বেগের মান। কাজেই, সরল রেখার নতিই কণার সম বেগের পরিমাণ।



চিত্র 15



চিত্র 16

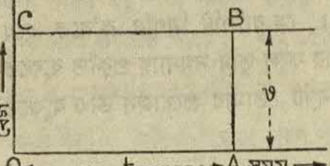
(ii) কণার বেগ পরিবর্তনশীল হ'লে দূরত্ব-সময় লেখচিত্র হয় একটি বক্ররেখা (চিত্র 16)। এখানে, $t_2-t_1(=AC)$ সময় অবকাশে কণা, $S_2-S_1(=BC)$ দূরত্ব যায়। কাজেই, এই সময় অবকাশে কণার গড়বেগের পরিমাণ

$$\bar{V}=\frac{S_2-S_1}{t_2-t_1}=\frac{BC}{AC}=\text{AB জ্যাএর নতি।}$$

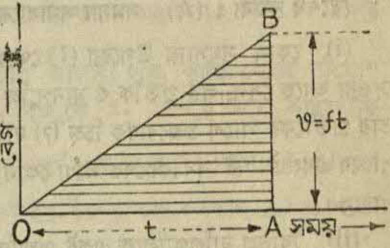
যে কোন সময় t_1 এ কণার তাৎক্ষণিক বেগ পেতে হ'লে $(t_1 - t_2)$ সময় অবকাশকে অনন্ত ক্ষুদ্র ধরা হয়। তার ফলে B বিন্দু A বিন্দুর সঙ্গে প্রায় মিলে যায়। এইরূপ অবস্থায় AB জ্যা এর নতি এবং বক্ররেখার A বিন্দুতে স্পর্শকের নতি সমান হয়। সুতরাং, কোন মুহূর্তে কণার তাৎক্ষণিক বেগ ঐ মুহূর্তে বক্ররেখার আনুষঙ্গিক বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের নতি।

(b) **বেগ-সময় লেখচিত্র** (*Velocity-Time graph*) ঃ

(i) কণা সমবেগে সরলরেখায় চ'ললে সমবেগ-সময় লেখচিত্র সময় অক্ষের সমান্তরাল একটি সরল রেখা (CB) (চিত্র 17) হয়। 17 নং চিত্রে OABC আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= OA \times AB = t \times v = vt$। আবার v সমবেগে চলন্ত কোন বস্তু t সময়ে S দূরত্ব গেলে $S = vt$ হয়। কাজেই, সমবেগে চলন্ত কোন কণা t সময়ে যে দূরত্ব যায় তা OABC আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



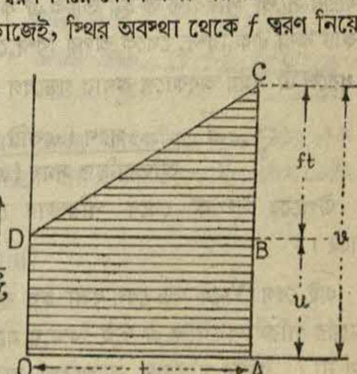
চিত্র 17



চিত্র 18

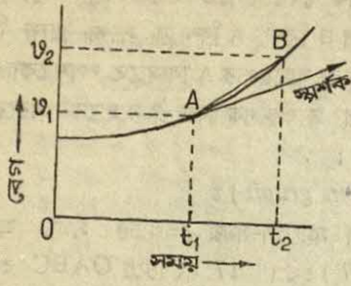
(ii) স্থির অবস্থা থেকে কোন কণা সম ত্বরণ নিয়ে সরল রেখা বরাবর চ'ললে বেগ-সময় লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী একটি সরল রেখা OB (চিত্র 18) হয়। এই চিত্র থেকে OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}OA.\ AB = \frac{1}{2}t.v = \frac{1}{2}t.ft = \frac{1}{2}ft^2$। আবার আমরা জানি যে, স্থির অবস্থা থেকে f সম ত্বরণ নিয়ে কোন কণা সরলরেখা বরাবর চ'লে t সময়ে s দূরত্ব গেলে $s = \frac{1}{2}ft^2$ হয়। কাজেই, স্থির অবস্থা থেকে f ত্বরণ নিয়ে সরলরেখা বরাবর চলন্ত কণা t সময়ে যে দূরত্ব যায় তা OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

(iii) কণা স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা না ক'রলে এবং উহার প্রাথমিক বেগ u হ'লে বেগ-সময় লেখ চিত্র মূল বিন্দু দিয়ে যায় না। সেক্ষেত্রে, লেখচিত্র DC (চিত্র 19) সরল রেখা হয় এবং $OD = u$ হয়। এখন ক্ষেত্রফল $OACD = OABD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+$ BCD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= OD.OA + \frac{1}{2}DB.BC = ut + \frac{1}{2}t \cdot ft = ut + \frac{1}{2}ft^2$। কাজেই, t সময়ে কণা যে দূরত্ব যায় সেই দূরত্ব = ক্ষেত্রফল OACD।



চিত্র 19

(iv) কণার ত্বরণ সম না হ'লে বেগ-সময় লেখচিত্র একটি বক্ররেখা (চিত্র 20) হয়। ঠিক আগের মত দেখানো যায় যে, এক্ষেত্রেও ($t_2 - t_1$) সময় অবকাশে গড় ত্বরণ হয় AB জ্যায়ের নতি এবং কোন মুহূর্তে তাৎক্ষণিক ত্বরণ হয় ঐ মুহূর্তে বক্ররেখার আনুষঙ্গিক বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের নতি। ক্যালকুলাস পদ্ধতির সাহায্যে এক্ষেত্রেও দেখানো যায় যে, কোন সময় অবকাশে কণা যে দূরত্ব যায় তা বক্ররেখা ও সময় অক্ষের মধ্যবর্তী অঞ্চলের ক্ষেত্রফল।



চিত্র 20

বিশেষ দ্রষ্টব্য : (A) সমস্যা সমাধানের নিয়ম নির্দেশ :

(i) কোন সমস্যায় উপরের (1) থেকে (5) নম্বর সমীকরণের যে যে রাশির মান দেওয়া আছে সেগুলির প্রতীক ও মানগুলি লেখ। যে রাশিটি নির্ণয় ক'রতে হবে তার প্রতীকের পাশে প্রশ্নবোধক চিহ্ন (?) দাও। এর ফলে তুমি সমস্যার প্রকৃতি বুঝতে পারবে এবং ঐ 5টি সমীকরণের মধ্যে কোন্ কোন্‌টি তোমার প্রয়োজন তাও বুঝতে পারবে।

(ii) বিভিন্ন রাশিগুলিকে একই পদ্ধতির এককে পরিণত কর।

(iii) নির্ণেয় রাশিটির একক দাও।

ক্যালকুলাস পদ্ধতি

গড় বেগ (*Average velocity*) : আমরা জানি, যে হারে কণার অবস্থান সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় তাকে ঐ কণার বেগ বলে। ধরা যাক, t সময় অবকাশে একটি কণা এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যায়। এই দুই বিন্দু যোগকারী সরণকে $\vec{d}$ ধরলে ঐ সময় অবকাশে কণার গড়বেগ হয়,

$$\vec{V} = \frac{\vec{d}}{t} = \frac{\text{সরণ (একটি ভেক্টর)}}{\text{অতিবাহিত সময় (একটি স্কেলার)}}$$

উপরের সম্পর্ক থেকে পরিষ্কার বোঝা যাচ্ছে যে, বেগের মান এবং দিক দুই আছে।

এই বেগ $\vec{V}$-কে গড় বেগ বলা হয় কারণ, কণার মোট সরণ এবং অতিবাহিত সময়ের পরিমাপ থেকে ঐ দুই বিন্দুর মধ্যে কণার গতি সংক্রান্ত কোন কিছুই জানা যায় না। কণার গতিপথ সরলরেখা বা বক্ররেখা হ'তে পারে ; কণার গতি নিয়মিত অথবা অনিয়মিত হ'তে পারে। গড় বেগ কেবলমাত্র মোট সরণ এবং মোট অতিবাহিত সময়ের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত। উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক এক ব্যক্তি মোটর গাড়ি ক'রে

তার বাড়ি থেকে যাত্রা শুরু ক'রে t সময় পরে আবার তার বাড়িতে ফিরে এলো। এক্ষেত্রে ঐ ব্যক্তির গড় বেগ শূন্য। কারণ, ঐ সময় অবকাশে তার সরণ শূন্য।

কোন কণার গতিপথ বরাবর যে কোন দুই বিন্দুর মধ্যে উহার গড় বেগের মান এবং অভিমুখ অপরিবর্তিত থাকলে বলা হয় যে, ঐ বস্তু-কণার বেগ ধ্রুবক।

তাৎক্ষণিক বেগ (*Instantaneous velocity*) : ধরা যাক, একটি কণা এমনভাবে যাচ্ছে যে, উহার গড় বেগ কয়েকটি বিভিন্ন সময় অবকাশে পরিমাপ ক'রে দেখা গেল যে, ইহা ধ্রুবক নয়। কোন এক সময়ে ঐ কণার গতিবেগ নির্ণয় ক'রতে হবে। এরূপ গতিবেগকে তাৎক্ষণিক গতিবেগ বলে। ধরা যাক, কণাটি x-অক্ষ বরাবর যাচ্ছে। মূল বিন্দু থেকে কোন এক সময় t_1-এ কণার সরণ $\vec{x}_1$ এবং অপর এক সময় t_2-তে উহার সরণ $\vec{x}_2$ হ'লে অতিবাহিত সময়, $t_2 - t_1 = \Delta t$ এবং এই সময় অবকাশে কণার সরণ, $\vec{x}_2 - \vec{x}_1 = \Delta\vec{x}$। কাজেই, কণার গড় বেগ $= \dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$। অপর একটি সরণ $\vec{x}_3 - \vec{x}_1$ নিলে কণার গড় বেগ আলাদা হবে, কারণ বেগের পরিমাণ ধ্রুবক নাও থাকতে পারে। যাই হোক, x_2 বিন্দুকে x_1 বিন্দুর খুব কাছাকাছি নিলে আনুষঙ্গিক অনুপাত $\dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$-এর একটি প্রান্তিক মান (Limiting value) পাওয়া যায়। যদিও এক্ষেত্রে সরণ খুবই কম হয়, কিন্তু সময় অবকাশ Δt ও খুবই কম হয়। কাজেই, $\dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ কম হবে এমন কোন কারণ নেই। $\dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$-এর এই প্রান্তিক মানকেই x_1 বিন্দুতে কণার **তাৎক্ষণিক বেগ** বলে।

ক্ষুদ্র সময় অবকাশ Δt-তে কোন কণার সরণ $\Delta\vec{x}$ হ'লে t সময়ে কণার বেগ হয় $\dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ এর প্রান্তিক মান, যখন $\Delta\vec{x}$ এবং Δt উভয়েই শূন্যের দিকে যায়।

কাজেই, তাৎক্ষণিক বেগ

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

যখন কণা x বরাবর ধনাত্মক দিকে যায় তখন তাৎক্ষণিক বেগ ভেক্টর +x অভিমুখী হয়; যখন ইহা x বরাবর ঋণাত্মক দিকে যায় তখন তাৎক্ষণিক বেগ ভেক্টর −x অভিমুখী হয়।

ক্যালকুলাসের (calculus) সংকেত অনুযায়ী

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

তাৎক্ষণিক বেগের পরিমাণ V-কে দ্রুতি বলে—অর্থাৎ

$$\text{দ্রুতি} = v = \left|\vec{V}\right| = \left|\frac{d\vec{x}}{dt}\right|$$

দ্রুতি ভেক্টরের পরিমাণ হওয়ায় ধ্রুবক রাশি।

গড় ত্বরণ (*Average acceleration*) ঃ কণা যত যেতে থাকে তত ইহার বেগ পরিবর্তিত হ'লে বলা হয় যে, কণার ত্বরণ আছে। **সময়ের সংগে কণার বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে।** যদি কোন সময় t_1-এ একটি কণা তাৎক্ষণিক বেগ $\vec{V}_1$ নিয়ে যায় এবং পরবর্তী সময় t_2 তে ঐ কণা তাৎক্ষণিক বেগ $\vec{V}_2$ নিয়ে যায় তাহ'লে বেগের পরিবর্তনকে সময় অবকাশ দিয়ে ভাগ ক'রলে গড় ত্বরণ $\vec{f}$ পাওয়া যায়। অর্থাৎ

$$\vec{f} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

$\vec{f}$ একটি ভেক্টর। কারণ $\Delta \vec{V}$ কে স্কেলার Δt দ্বারা ভাগ ক'রে $\vec{f}$ পাওয়া যায়। $\vec{f}$-কে গড় ত্বরণ বলা হয়। কারণ ইহার সংজ্ঞায় Δt অবকাশে বেগের সময়ের সংগে পরিবর্তন সম্পর্কে কোন কিছুই বলা হয় নি। আমরা কেবলমাত্র বেগের মোট পরিবর্তন এবং মোট অতিবাহিত সময় জানি।

কোন কণার ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকার অর্থ হ'ল—ঐ কণার বেগ সর্বদা একই অভিমুখে পরিবর্তিত হয় এবং উহার দ্রুতি সময়ের সংগে সম হারে পরিবর্তিত হয়। কোন কণার বেগের পরিমাণ এবং অভিমুখ অপরিবর্তিত থাকলে উহার ত্বরণ শূন্য হয়।

তাৎক্ষণিক ত্বরণ (*Instantaneous acceleration*) ঃ যদি কোন কণার গড়-ত্বরণ কয়েকটি বিভিন্ন সময় অবকাশে পরিমাপ ক'রে দেখা যায় যে, উহা ধ্রুবক নয় তাহ'লে বলা হয় যে, ঐ কণা পরিবর্তনশীল ত্বরণ নিয়ে চলে। কণার ত্বরণের পরিমাণ অথবা অভিমুখ অথবা উভয়ই পরিবর্তিত হ'তে পারে। এরূপ ক্ষেত্রে, যে কোন মুহূর্তে আমরা কণার ত্বরণ নির্ণয় করি এবং এই ত্বরণকে **তাৎক্ষণিক ত্বরণ** বলি। তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞা হ'ল ঃ

$$\vec{f} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

অর্থাৎ,
কণার তাৎক্ষণিক ত্বরণ হ'ল সময়ে $\frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$ এর প্রান্তিক মান, যখন $\Delta \vec{V}$ এবং Δt শূন্যের দিকে যায়। তাৎক্ষণিক ত্বরণের পরিমাণ হ'ল $|\vec{f}|$। $\Delta \vec{V}$ এর প্রান্তিক-অভিমুখই হ'ল তাৎক্ষণিক ত্বরণের অভিমুখ। এখানে লক্ষ্য ক'রতে হবে যে, কোন কণার ত্বরণ অপরিবর্তিত হ'লে তাৎক্ষণিক তরণ ঐ কণার গড় ত্বরণের সমান হয়।

সম-ত্বরণ সম্পন্ন গতি (*Motion with constant acceleration*) ঃ

ধরা যাক, কোন কণা কোন নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সরলরেখা বরাবর প্রাথমিক বেগ u এবং সম-ত্বরণ f নিয়ে যায়। t সময় পরে ঐ কণার বেগ v এবং ঐ কণা t সময়ে s দূরত্ব যায়।

এক্ষেত্রে গতির সমীকরণ,

$$\frac{dv}{dt} = f \quad \cdots \quad (1)$$

t সাপেক্ষে ইন্টিগ্রেট (Integrate) ক'রলে

$$\int dv = \int f dt + A$$

$$\therefore \quad v = ft + A \quad \cdots\ \cdots\ \cdots (2)$$

যেখানে A = ইন্টিগ্রেসনের ধ্রুবক।

এখন $t=0$ হ'লে $v=u$ হয়। কাজেই (2) নম্বর সমীকরণ থেকে

$$u = f.0 + A$$

সুতরাং, $A = u$

$\therefore$ (2) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায়, $v = u + ft \quad \cdots\ \cdots\ \cdots (3)$

আবার, গতির সমীকরণ

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2s}{dt^2} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots (4)$$

(4) নম্বর সমীকরণকে t সাপেক্ষে ইন্টিগ্রেট ক'রলে পাওয়া যায়

$$\int d\left(\frac{ds}{dt}\right) = \int f dt + B$$

$$\therefore \quad \frac{ds}{dt} = ft + B \quad \cdots\ \cdots\ \cdots (5)$$

যেখানে B = ইন্টিগ্রেসনের ধ্রুবক।

আবার $t=0$ হ'লে $\frac{ds}{dt} = u$ হয়।

$\therefore$ (5) নম্বর সমীকরণ থেকে, $u = f.0 + B \qquad \therefore B = u$

$\therefore$ (5) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায়, $\frac{ds}{dt} = u + ft \quad \cdots\ \cdots (6)$

কাজেই, $\int ds = \int u dt + \int ft dt + C$

$$s = ut + \tfrac{1}{2}ft^2 + C \quad \cdots\ \cdots\ \cdots (7)$$

যেখানে C = ইন্টিগ্রেসনের ধ্রুবক।

আবার $t=0$ হ'লে $s=0$ হয়।

$\therefore$ (7) নম্বর সমীকরণ থেকে, $0 = u.0 + \tfrac{1}{2}f.0 + C$

$C = 0$

$\therefore$ (7) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায়, $s = ut + \tfrac{1}{2}ft^2 \quad \cdots\ \cdots (8)$

আবার, গতির সমীকরণকে লেখা যায়,

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = v\frac{dv}{ds} \quad \cdots\ \cdots (9)$$

অথবা, $\frac{1}{2}\frac{d}{ds}\left(v^2\right) = f \quad \cdots\ \cdots (10)$

(10) নম্বর সমীকরণকে s সাপেক্ষে ইন্টিগ্রেট ক'রলে পাওয়া যায়

$\tfrac{1}{2}v^2 = fs + D \quad \cdots\cdots\cdots (11)$

আবার, $s=0$ হ'লে $v=u$ হয়।

$\therefore$ (11) নম্বর সমীকরণ থেকে, $\tfrac{1}{2}u^2 = f.0 + D \qquad \therefore D = \tfrac{1}{2}u^2$

$\therefore$ (11) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায়, $\tfrac{1}{2}v^2 = fs + \tfrac{1}{2}u^2$

অতএব, $v^2 = u^2 + 2fs \quad \cdots\ \cdots\ \cdots (12)$

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. কোন বস্তুর বেগ শূন্য হ'লেও ত্বরণ থাকা সম্ভব ঃ

কোন বস্তুর বেগ না থাকলেও ত্বরণ থাকতে পারে। যেমন, সরল দোলকের পিণ্ড যখন ইহার গতিপথের সর্বোচ্চ দূরত্বে যায় তখন ইহার বেগ শূন্য, কিন্তু ত্বরণ সর্বোচ্চ। দেখা যায় যে, সরল দোল গতিতে দুলন্ত যে কোন কণার বেগ যখন শূন্য তখন ইহার ত্বরণ শূন্য হয় না। আবার নির্দিষ্ট বেগে ঊর্ধ্বে উৎক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ অভিকর্ষজ বলের দরুন ক্রমশ কমতে থাকে ও একটি বিশেষ উচ্চতায় ইহার বেগ মুহূর্তের জন্য শূন্য হয়। তারপর বস্তু নীচের দিকে নামতে থাকে। ওঠা ও নামার সময় বস্তুর ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান। সর্বোচ্চ অবস্থানে বস্তুর বেগ শূন্য, কিন্তু ত্বরণ শূন্য নয়। ইহা অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান।

2. কোন বস্তুর বেগ ও ত্বরণের দিক বিপরীত হ'তে পারে ঃ

কোন বস্তুর ত্বরণ ইহার বেগের বিপরীতমুখী হ'তে পারে। যেমন, একটি নির্দিষ্ট বেগে বস্তু ঊর্ধ্বে উৎক্ষিপ্ত হ'লে ইহার বেগ ঊর্ধ্বমুখী, কিন্তু ইহার ত্বরণ নিম্নমুখী। এই ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণ। আসলে এক্ষেত্রে বস্তুর গতি মন্দীভূত হয়। কাজেই বস্তু যখন মন্দন নিয়ে চলে তখন ইহার বেগ ও ত্বরণ বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

3. কোন বস্তুর দ্রুতি ধ্রুবক হ'লেও ইহার বেগ পরিবর্তিত হ'তে পারে, কিন্তু বেগ ধ্রুবক হ'লে ইহার দ্রুতিও ধ্রুবক থাকে ঃ

বেগ ভেক্টর রাশি হওয়ায় ইহার মান ও দিক আছে। কাজেই, সময়ের সঙ্গে বেগের মানের পরিবর্তন না হ'য়ে যদি শুধুমাত্র দিকের পরিবর্তন হয় তাহ'লেও বেগের পরিবর্তন ঘটে। যেমন, সমবৃত্তীয় গতিতে কণার দ্রুতি অপরিবর্তিত থাকে, কিন্তু প্রতি মুহূর্তে বেগের দিক বদলানোর জন্য ইহা পরিবর্তিত হয়।

কোন বস্তুর বেগ ধ্রুবক থাকার অর্থ, সময়ের সাথে ইহার বেগের মান ও দিক পরিবর্তিত হয় না। বেগের মান ধ্রুবক থাকায় ইহার দ্রুতি অপরিবর্তিত থাকে। কাজেই, কোন বস্তুর বেগ ধ্রুবক হ'লে ইহার দ্রুতিও ধ্রুবক হয়।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. সরণ, বেগ ও ত্বরণের সংজ্ঞা দাও। পার্থক্য লেখ—(i) গড় দ্রুতি ও তাৎক্ষণিক দ্রুতি, (ii) দ্রুতি ও বেগ, (iii) গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণ।

নীচের বিবৃতিগুলি সম্পর্কে মন্তব্য কর—

(a) একটি বস্তুর বেগ আছে কিন্তু ত্বরণ নেই,

(b) একটি বস্তুর ত্বরণ আছে কিন্তু বেগ শূন্য,

(c) কোন বস্তুর স্থিতি বা গতি সর্বদা আপেক্ষিক।

Define displacement, velocity and acceleration. Distinguish between the following :—(i) Average speed and instantaneous speed, (ii) Speed and velocity and (iii) Average acceleration and instantaneous acceleration.

Comment on the following statements :

(a) A body has a velocity without acceleration.

(b) A body has an acceleration with zero velocity.

(c) The state of rest or of motion of a body is always relative.

2. 'গতি' ও 'স্থিতি' ব'লতে কি বোঝায় ? নির্দেশতন্ত্র কাকে বলে ? কোন বস্তুর গতি বর্ণনায় নির্দেশ তন্ত্রের ভূমিকা কি ? দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক স্থানে কার্টেজীয় ও গোলীয় নির্দেশ তন্ত্রে কিভাবে কোন বিন্দুর অবস্থান নির্দেশিত হয় ?

What do you mean by the terms 'motion' and 'rest' ? What is a reference frame ? What is its importance in describing the motion of an object ? How a point is located in a two dimensional and three dimensional space in Cartesian and Spherical co-ordinates ?

3. সমত্বরণ ঋজুগতির ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলি প্রমাণ কর—

(i) $v=u+ft$; (ii) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ ও (iii) $v^2=u^2+2fs$

কোন্ শর্তের অধীনে নীচের প্রত্যেক প্রকার গতি সম্ভব ?

(a) কোন বস্তুর ত্বরণ নেই কিন্তু বেগ আছে। (b) কোন বস্তুর স্থির ত্বরণ আছে। (c) কোন বস্তুর ত্বরণ গতিপথের প্রত্যেক বিন্দুতে পরিবর্তিত হয়। (d) কোন বস্তুর ত্বরণ ঋণাত্মক।

Establish the following relations for a body moving with uniform acceleration along a straight line :—

(i) $v=u+ft$; (ii) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ and (iii) $v^2=u^2+2fs$.

Under what condition each of the following is possible ? An object has (i) a velocity but has no acceleration, (ii) a constant acceleration, (iii) an acceleration which varies from point to point in the motion and (iv) a negative acceleration.

4. 'সমত্বরণ' বলতে কি বোঝায় ? ত্বরণের এককে সময় দু'বার ব্যবহার করা হয় কেন ? গতির কোন বিশেষ সেকেন্ডে বস্তু দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

Explain the term "uniform acceleration". Why does time occur twice in the unit of acceleration ?

'Deduce the expression for the distance travelled by a body in any particular second of its motion.

5. বস্তুর ভরবেগ বলতে কি বোঝায় ? আলোচনা দ্বারা প্রমাণ কর যে কোন বস্তুর ভর অধিক হ'লেও ইহার ভরবেগ অপেক্ষাকৃত অল্প হ'তে পারে।

What do you mean by the momentum of a body ? Prove that a body may have a greater mass but a smaller momentum.

6. গতিসংক্রান্ত নিম্নের সমীকরণগুলি প্রমাণ কর—

(i) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ [*Tripura H. S. 1981*]

(ii) $v^2=u^2+2fs$ [*H. S. 1981, Tripura H. S. 1981*]

7. নিম্নের রাশিগুলির অর্থ বুঝিয়ে বল—

(i) ত্বরণ [*Tripura H. S. 1981*]

(ii) ভরবেগ [*Tripura H. S. 1981*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. কোন বস্তু ইহার যাত্রার দ্বাদশ ও ষোড়শ সেকেণ্ডে যথাক্রমে 72 cm. ও 96 cm. পথ যায়। ইহার ত্বরণ নির্ণয় কর। [*Tripura H. S. 1981*] [6 cm./sec^2]

2. একটি বন্দুকের গুলি দেওয়ালে লেগে 3 ইঞ্চি প্রবেশ করার পর ইহার বেগ অর্ধেক হয়। গুলি আর কতটা দেওয়ালের ভিতর যাবে ? [*Tripura H. S. 1979*] [1 ইঞ্চি]

3. (a) একটি সুষম ত্বরণশীল বস্তু কণার ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $v^2=u^2+2fs$

(b) একটি বস্তু কণা প্রতি সেকেণ্ডে 10 cm. বেগে চলতে আরম্ভ ক'রে 50 cm. সুষম ত্বরণে চলবার পর প্রতি সেকেণ্ডে 20 cm. বেগ আহরণ করে। এই সুষম ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(c) ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে চলন্ত রেলগাড়িতে ব্রেক প্রয়োগে 2 ft/sec^2 মন্দন সৃষ্টি হ'ল। গাড়িটি থামাতে কত সময় লাগবে ?

(a) Prove that for a uniformly accelerated particle $v^2=u^2+2fs$, Where the symbols have their usual significance.

(b) A particle with initial velocity 10 cm./sec. attains a velocity of 20 cm/sec. after travelling a distance of 50 cm. with constant acceleration. Find its acceleration.

(c) A train with initial velocity 30 miles per hour applies brake and creates a retardation of 2 ft/sec^2. When will the train stop ?

[3 cm./sec^2 ; 22 sec.] [*H. S.* (new) *1981*]

4. কোন বস্তু 2 m/sec^2. ত্বরণ নিয়ে স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে। তৃতীয় সেকেণ্ডে ইহা কত দূর যায় ?

A body starts from rest and accelerates 2 m/sec^2. How far will it travel during the third sec. [5 m.]

5. কোন ধনুক একটি তীরের উপর 1·5 m. দূরত্ব পর্যন্ত ত্বরণ আরোপ করে। ধনুক ছাড়ার মুহূর্তে তীরের বেগ 300 m/sec.। ধনুক কত গড় ত্বরণ আরোপ করে।

An arrow while being shot from a bow accelerated over a distance of 1·5 m. At the moment it left the bow, its speed was 300 m /sec. What was the average acceleration imparted by the bow ? [3×10^4 m/sec^2]

6. কোন গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে 2 m/sec^2 ত্বরণ নিয়ে 6 sec. যায়। অতঃপর ইহা 30 sec. সমবেগে যায়। তারপর ব্রেক ক'ষে গাড়িকে 5 sec. এ স্থির অবস্থায় আনা হয়। গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগ Km./hr. এ এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব মিটারে নির্ণয় কর।

A car starts from rest and is accelerated uniformly at the rate of 2 m/sec^2 for 6 sec. It then maintains a constant speed for 30 sec. The brakes are then applied and the car uniformly retarded to rest in 5 sec. Find the maximum speed reached in Km./hr. and the total distance covered in metres.

[43 Km./hr, 36 m.]

7. একটি বিমান স্থির অবস্থা থেকে উপরে ওঠার আগে ভূ-পৃষ্ঠে 12 sec. এ 720 m. দূরত্ব যায়। বিমানের ত্বরণ ও ভূ-পৃষ্ঠ ছাড়ার মুহূর্তে বেগ নির্ণয় কর। বিমান প্রথম সেকেণ্ডে ও 12 তম সেকেণ্ডে কত দূর যায় ?

Before leaving the ground an aircraft moving with constant acceleration makes a run on a field of 720 m. in 12 sec. from rest. Determine the acceleration and the speed with which it leaves the ground. What are the distances covered by the air craft during the first and twelfth seconds.

[10 m/sec^2, 120 m/sec., 5m., 115 m]

8. একটি গুলি বন্দুকের নল থেকে 600 m/sec বেগে নির্গত হয়। নলের দৈর্ঘ্য 150 cm হ'লে নলে গড় ত্বরণ নির্ণয় কর।

A projectile is fired with a muzzle velocity of 600 m/sec. If the length of the barrel is 150 cm. find the average acceleration in the barrel. [$1{\cdot}2\times10^5$ m/sec]

9. কোন বস্তু 40 m/sec বেগে যায় এবং উহার গতিবেগ 5 m/sec হারে কমে। 6 sec পরে ইহার বেগ, 6 sec সময় অবকাশে ইহার গড় গতিবেগ এবং 6 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

A body is moving at 40 m/sec. and its speed is decreasing uniformly at the rate of 5 m/sec. Determine its speed at the end of 6 sec., its average speed during the 6 sec and the distance passed over in 6 sec. [10 m/sec, 20 m/sec, 150 m.]

10. একটি বৈদ্যুতিক ট্রেন 20 Km./hr. বেগে যায় এবং 20 sec. এ ইহার বেগ 30 Km./hr. হয়। ইহার গড় ত্বরণ m/sec.^{2} এ এবং ত্বরিত হওয়ার সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব মিটারে নির্ণয় কর।

An electric train moving at 20 Km./hr. accelerates to a speed of 30 Km./hr. in 20 sec. Find the average acceleration in m/sec^2 and the distance travelled in metres during the period of acceleration. [$0{\cdot}14$ m/sec^2 ; 139 m]

11. ত্বরণ সহ চলমান কণা চতুর্থ সেকেন্ডে 51 ft এবং অষ্টম সেকেন্ডে 75 ft পথ অতিক্রম করে। দশ সেকেন্ডে কণাটি কত পথ অতিক্রম ক'রবে? [600 ft] [*H.* S. (new) *1980*]

12. একটি কণা সমান দুই অর্ধেক দূরত্ব যথাক্রমে f ও f' ত্বরণ নিয়ে যায়। প্রমাণ কর যে, কণাটি সমগ্র দূরত্ব $\frac{1}{2}$ (f+f') ত্বরণ নিয়ে গেলে যে চূড়ান্ত বেগ হত এ ক্ষেত্রেও সেই চূড়ান্ত বেগ হয়।

13. সমত্বরণ নিয়ে চলন্ত একটি কণা গতির শুরু থেকে একাদশ ও পঞ্চদশ সেকেন্ডে যথক্রমে 720 cm ও 960 cm যায়। 20 সেকেন্ডে কণা কতদূর যাবে? [138 metre.]

14. 150 ft দীর্ঘ একটি রেল লাইন 10° বেঁকে গেছে। লাইন একটি বৃত্তের চাপ বরাবর বেঁকে থাকলে ইহার বক্রতা-ব্যাসার্ধ কত? [$859{\cdot}8$ ft (প্রায়)]

15. একটি ইলেকট্রন 10^4 metre/sec বেগে 1 cm দীর্ঘ কোন স্থানে প্রবেশ ক'রল। ঐ স্থান থেকে 4×10^6 metre/sec বেগে ইলেকট্রন বেরিয়ে এলে ঐ স্থানে ইলেকট্রনকে কত ত্বরণ দেওয়া হ'য়েছিল? [$8{\cdot}0\times10^{14}$ metre/sec^2]

16. একটি কণা t সেকেন্ডে S দূরত্ব গেলে দেখাও যে, উহার গড় গতিবেগ উহার প্রাথমিক বেগ ও চূড়ান্ত বেগের সামান্তরীয় মধ্যক।

[**সংকেত ঃ** আমরা জানি $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$। আবার গড় বেগ $=\frac{s}{t}=u+\frac{1}{2}ft=\frac{2u+ft}{2}=\frac{u+v}{2}$]

17. একটি বাড়ির হেলান ছাদের শীর্ষবিন্দু থেকে একটিবরফখণ্ড গড়িয়ে প'ড়ছে। অনুভূমিক তলের সহিত ছাদের নতি 30°। ছাদের শীর্ষবিন্দু ও সর্বনিম্ন বিন্দু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যথাক্রমে $8{\cdot}1$ মিটার ও $5{\cdot}6$ মিটার উঁচু। বরফ খণ্ড ভূ-পৃষ্ঠের যে বিন্দুতে পড়বে যাত্রারম্ভের বিন্দু থেকে উহার অনুভূমিক দূরত্ব কত? ঘর্ষণ উপেক্ষণীয়। [*I.I.T. 1962*] [9 m]

18. M ভর বিশিষ্ট একটি ট্রেন স্বল্পবেগে চলছে। ইহার পশ্চাৎ হইতে m ভরের একটি গাড়ি এক সময় বিচ্যুত হ'ল। আরো l দূরত্ব যাওয়ার পর চালক এই ঘটনা লক্ষ্য ক'রল ও সঙ্গে সঙ্গে স্টীম বন্ধ ক'রল। প্রমাণ কর যে, ট্রেনের উভয় অংশ যখন স্থির অবস্থায় আসে তখন উহাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=\frac{Ml}{M-m}$। গতির বিরুদ্ধে বাধা ভরের সমানুপাতিক ধ'রে নাও।

19. কোন কণার বেগ 1 মিনিট সময়ে 1 ft/sec. থেকে পরিবর্তিত হ'য়ে 1 mile/hr. হ'ল। দূরত্ব ও সময়ের একক যথাক্রমে গজ ও মিনিট হ'লে উহার ত্বরণ কত? [$9\frac{1}{3}$ গজ/মি^{2}]

20. একটি গাড়ি 81 Km. দূরত্ব যায়। গাড়ি ঐ দূরত্বের প্রথম এক তৃতীয়াংশ 9 Km/hr., পরের এক তৃতীয়াংশ 18 Km/hr. এবং শেষ এক তৃতীয়াংশ 21 Km./hr. বেগে যায়। গাড়ির গড় বেগ কত? [14 Km/hr.]

21. স্থিরাবস্থা থেকে দু'টি গাড়ি পাশাপাশি যাত্রা শুরু করে। প্রথম গাড়ি 3ft/sec² ত্বরণ নিয়ে প্রথম 15 সেকেণ্ড যায় এবং পরে সমবেগে চলতে থাকে। দ্বিতীয় গাড়িটি বরাবর 15 ft/sec² ত্বরণ নিয়ে যায়। যাত্রা শুরুর 25 সেকেন্ড পরে উহাদের অবস্থান কি হবে? [7025 ft. তফাৎ]

22. একটি ট্রেন A স্টেশন থেকে যাত্রা শুরু ক'রে 45 মিনিটে B স্টেশনে যায় এবং A ও B এর মধ্যবর্তী C স্থানে সর্বোচ্চ বেগ লাভ করে। যদি সর্বোচ্চ বেগের মান 45 mile/hr. হয় এবং ট্রেন A থেকে C পর্যন্ত সমত্বরণে ও C থেকে B পর্যন্ত সমমন্দনে চলে তবে A থেকে B এর দূরত্ব কত? [$16\frac{3}{4}$ mile]

23. একটি সেতু পার হওয়ার জন্য দু'টি মোটর গাড়ির সমান সময় লাগে। যদি ইহাদের ত্বরণ f_1 ও f_2 এবং সেতুতে ওঠার আগের মুহূর্তে ইহাদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হয়, তবে প্রমাণ কর যে সেতুর দৈর্ঘ্য $=\dfrac{2(v_1-v_2)(v_1f_2-v_2f_1)}{(f_1-f_2)^2}$

24. এক ব্যক্তি পূর্বদিকে 10 m. গিয়ে দিক্ পরিবর্তন ক'রে উত্তর-পূর্বমুখে 5 m. দূরত্ব যায়। ঐ ব্যক্তির লব্ধ সরণ কত? [14 m. (প্রায়) পূর্বদিকের সহিত $\tan^{-1}\frac{13}{50}$ কোণে]

25. 30 mile/hr. বেগে চলন্ত একটি গাড়ি ব্রেক কষল ও 4 ft/sec² মন্দন লাভ ক'রল। স্থির অবস্থায় পৌঁছাবার আগে সে কত দূরত্ব যায়? ঐ দূরত্বের এক চতুর্থাংশের মধ্যে গাড়িটিকে থামাতে হ'লে কত মন্দন প্রয়োজন? [242 ft.; -16 ft/sec²]

26. একটি ট্রেন স্থিরাবস্থা থেকে যখন 2 m/sec² ত্বরণ নিয়ে চলতে সুরু করে ঠিক তখন এক ব্যক্তি ট্রেনের দরজা থেকে 9 m পশ্চাতে উপস্থিত হয়। ব্যক্তি তখনই ট্রেনে ওঠার জন্য দৌড় সুরু করে এবং ঠিক সময়ে ট্রেনে উঠতে পারে। ব্যক্তির বেগ কত? [*I.I.T. 1972*] [6·083 m/sec.]

27. প্রাথমিক বেগ u ও সমত্বরণ f নিয়ে চলতে চলতে কোন বস্তু যদি p-তম, q-তম ও r-তম সেকেন্ডে যথাক্রমে a, b ও c দূরত্ব যায় তবে প্রমাণ কর যে,

$$a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)=0$$

28. 200 m/sec. বেগে ছুটন্ত একটি গুলি 4 cm. পুরু একটি তক্তা ঠিক ভেদ ক'রতে পারে। তক্তার বেধ সুষম ধ'রলে 10 cm. পুরু তক্তা ভেদ করবার উপযোগী বেগ কি হবে নির্ণয় কর। [*Jt-Entrance 1967*] [348 m/sec.]

29. স্থির অবস্থা থেকে 1 ft/sec² ত্বরণ নিয়ে একটি বাস চলতে সুরু ক'রল। প্রমাণ কর যে একজন যাত্রী, যে 9 ft/sec. বেগে দৌড়াতে পারে সে বাস থেকে 40·5 ft এর বেশি পশ্চাতে থাকলে বাস ধ'রতে পারবে না।

30. দু'টি ট্রেন একই লাইনে u_1 ও u_2 বেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হয়। যখন ইহাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব s তখন দুই চালক পরস্পরকে দেখতে পেয়ে ব্রেক কষে। ইহাতে ট্রেনদ্বয়ের মন্দন যথাক্রমে f_1 ও $_2$ হ'লে প্রমাণ কর যে, $u_1^2f_2+u_2^2f_1=2f_1f_2.s$ হ'লে পরস্পরের মধ্যে সংঘর্ষ ঘটবে না।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

ভেক্টর

2·1. ভৌত রাশি প্রধানত দু'প্রকারের :—

(i) স্কেলার রাশি ও (ii) ভেক্টর রাশি।

স্কেলার রাশি : যে রাশিকে পরিমাণ ও 'চিহ্ন' (ধনাত্মক বা ঋণাত্মক) দ্বারা প্রকাশ করা যায় অর্থাৎ যে সব রাশির কেবলমাত্র মান আছে তাদের **স্কেলার রাশি** বলে। (Quantities that can be completely specified by a number and unit and that therefore have magnitude only are called scalars.)

স্কেলার রাশি প্রকাশ করার জন্য প্রয়োজন :—(i) একই ধরনের একক (ii) একটি সংখ্যা যার দ্বারা জানা যায় কতবার ঐ এককটি ঐ সংখ্যায় আছে। যেমন দৈর্ঘ্যের পরিমাণ (সেন্টিমিটার বা ফুটে), ভরের পরিমাণ (গ্রাম বা পাউন্ডে), ইত্যাদি স্কেলার রাশির সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

ঘনত্ব, ভর, কার্য, শক্তি, উষ্ণতা সবই স্কেলার রাশি।

স্কেলার ক্ষেত্র : এরূপ বাস্তব সংখ্যাগুলি **স্কেলার ক্ষেত্র** গঠন করে।

ভেক্টর রাশি : যে সব রাশির (i) মান ও (ii) দিক আছে ও (iii) যাদের উপাংশে ভাগ করা যায় তাদের **ভেক্টর রাশি** বলে। (Vectors are quantities that have both magnitude and direction and that can be resolved into components.)

ভেক্টর রাশি প্রকাশ করার জন্য প্রয়োজন :—(i) একই ধরনের একক, (ii) একটি সংখ্যা যার দ্বারা জানা যায় কতবার ঐ এককটি ঐ সংখ্যায় আছে, (iii) নির্দিষ্ট দিক।

অবস্থান, পরিমাণ ও দিক্ দ্বারা প্রকাশিত ভেক্টরকে **রৈখিক ভেক্টর** বলে।

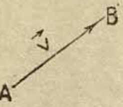
উদাহরণস্বরূপ, কোন বস্তু কণার উপর ক্রিয়াশীল বলকে প্রকাশ করার জন্য বলা হয় (i) তার একক ডাইন (ii) কতগুলি ডাইন ঐ বলের পরিমাণ (iii) কোন্ দিকে ঐ বল ক্রিয়াশীল।

সরণ, বেগ, ভরবেগ, বল, ত্বরণ সবই ভেক্টর রাশি।

2·2. ভেক্টর প্রকাশ (Representation of Vector) :

সরল রেখা দ্বারা ভেক্টর বোঝানো হয়। রেখার দৈর্ঘ্য উপযুক্ত এককে ভেক্টরের মান প্রকাশ করে এবং রেখা বরাবর তীর চিহ্ন ভেক্টরের দিক্ নির্দেশ করে। কোন আদি বিন্দু A থেকে কোন প্রান্তবিন্দু B পর্যন্ত AB রেখা দ্বারা কোন ভেক্টর বোঝাতে $\vec{AB}$ লেখা হয় (চিত্র 21)। ভেক্টরের অভিমুখ A থেকে B এর দিকে

হয়। $\overrightarrow{BA}$ লিখলে $\overrightarrow{AB}$ এর বিপরীতমুখী সমান ভেক্টর বোঝায়। $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের পরম মানকে লেখা হয় $|\overrightarrow{AB}|$। এই পরম মান একটি স্কেলার রাশি। $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের A ও B বিন্দু মিশে গেলে রেখাটি বিন্দুতে পরিণত হয়। এই বিন্দুকে ভেক্টর হিসেবে দেখা হয় এবং ইহাকে **অকার্যকর** বা **শূন্য ভেক্টর** বলা হয়। ইহাকে যে কোন ভেক্টরের সহিত সমরেখীয় ভাবা যায়।



চিত্র 21

2·3. ভেক্টরের সঙ্কলন ও বিশ্লেষণ (Composition and resolution of Vectors) ঃ

ধরা যাক্, কোন ব্যক্তি 0 বিন্দু থেকে পূর্বদিকে 3 পা গেল এবং A তে পৌঁছাল (চিত্র 22)। আবার A থেকে উত্তর পূর্ব দিকে 4 পা গেল এবং B তে পৌঁছাল। $\overrightarrow{OA}=3$ পা এবং $\overrightarrow{AB}=4$ পা ধ'রে ভেক্টর চিত্রের সাহায্যে উহাদের লব্ধি (Resultant) নির্ণয় করা যায়। $\overrightarrow{OA}$ ভেক্টরের আদি বিন্দু O থেকে $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের প্রান্তবিন্দু B পর্যন্ত টানা $\overrightarrow{OB}$ লব্ধি সরণের (Resultant displacement) মান ও দিক্ নির্দেশ করে। OA কে বাড়িয়ে বাড়ানো অংশের উপর B বিন্দু থেকে BC লম্ব টানা হ'ল। এখন $\angle BAC=45°$ হওয়ায়,

$$BC=AB\sin 45°=4/\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

এবং $AC=AB\cos 45°=4/\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

আবার, $OB^2=OC^2+BC^2$

$$=(OA+AC)^2+BC^2$$
$$=OA^2+AC^2+2OA.\,AC+BC^2$$
$$=(3)^2+(2\sqrt{2})^2+2.3.2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2$$
$$=9+8+12\sqrt{2}+8=25+12\sqrt{2}=42 \text{ (প্রায়)}$$
$$\therefore\ OB=6{\cdot}5 \text{ (প্রায়)}$$

আবার, $\tan\angle BOC=\dfrac{BC}{OC}=\dfrac{BC}{OA+AC}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$

$$=0{\cdot}4181=\tan 25°47'$$

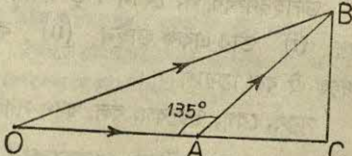
অতএব, $\angle BOC=25°47'$

বিকল্পপদ্ধতি ঃ কোসাইন সূত্রের সাহায্যে $\overrightarrow{OB}$ এর মান পাওয়া যায়। $\triangle OAB$ থেকে।

$$OB^2=OA^2+AB^2-2OA\times AB\cos 135°$$
$$=9+16+24/\sqrt{2}=42 \text{ (প্রায়)}$$

সুতরাং $OB=6{\cdot}5$ (প্রায়)

আবার, $\overrightarrow{OB}$ এর দিক্ $\angle BOA$ দ্বারা পাওয়া যায়।



চিত্র 22

$\triangle OAB$ থেকে, $\dfrac{OB}{\sin 135°}=\dfrac{AB}{\sin BOA}$

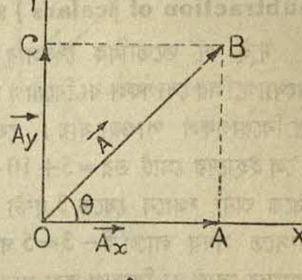
অথবা, $\sin BOA=\dfrac{4}{6{\cdot}5\sqrt{2}}=0{\cdot}435$ (প্রায়)

সুতরাং, $\angle BOA=25°47'$ (প্রায়)

2·4 ভেক্টরের উপাংশ সমূহ (Components of a Vector) :

যে কোন দিকে ভেক্টরের কার্যকরী মানকে ইহার উপাংশ বলে। যেমন কোন ভেক্টরের অনুভূমিক উপাংশ অনুভূমিক দিকে ইহার কার্যকরী মান।

ধরা যাক, কোন $\vec{A}$ এর আদিবিন্দু O থেকে পরস্পর সমকোণে নত OX এবং OY সরলরেখা টানা হ'ল (চিত্র 23)। তারপর $\vec{A}$ এর প্রান্তবিন্দু B থেকে OX এবং OY এর উপর যথাক্রমে BA এবং BC লম্ব টানা হ'ল। তাহ'লে OA রেখা দ্বারা সূচিত $\vec{A}_x$ এবং OC রেখা দ্বারা সূচিত $\vec{A}_y$ হবে $\vec{A}$ এর উপাংশ। কারণ $\vec{A}=\vec{A}_x+\vec{A}_y$। $\vec{A}_x$ ও $\vec{A}_y$ কে $\vec{A}$ এর আয়তাকার উপাংশ (rectangular components) বলে। এখন $\vec{A}_x$ এর পরিমাণ $= |\vec{A}_x| = A_x = |\vec{A}| \cos\theta = A\cos\theta$ যেখানে $|\vec{A}| = A = \vec{A}$ এর মান



চিত্র 23

এবং $\angle BOA=\theta$। আবার $\vec{A}_y$ এর মান $= |\vec{A}_y| = A_y = |\vec{A}| \sin\theta = A\sin\theta$। কাজেই, $A_x^2+A_y^2=A^2\cos^2\theta+A^2\sin^2\theta=A^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)=A^2$

অথবা, $A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}$

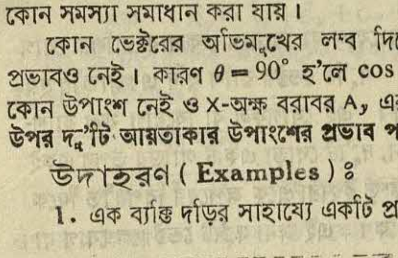
সুতরাং $\vec{A}_x$ ও $\vec{A}_y$ একত্রে $\vec{A}$ এর সমতুল্য এবং $\vec{A}$ এর পরিবর্তে $\vec{A}_x$ ও $\vec{A}_y$ দ্বারা কোন সমস্যা সমাধান করা যায়।

কোন ভেক্টরের অভিমুখের লম্ব দিকে ইহার কোন উপাংশ নেই ও ইহার কোন প্রভাবও নেই। কারণ $\theta=90^\circ$ হ'লে $\cos 90^\circ=0$। কাজেই, Y-অক্ষ বরাবর A_x এর কোন উপাংশ নেই ও X-অক্ষ বরাবর A_y এর কোন উপাংশ নেই। **কাজেই কোন বস্তুর উপর দু'টি আয়তাকার উপাংশের প্রভাব পৃথক পৃথক ভাবে আলোচনা করা যায়।**

উদাহরণ (Examples) :

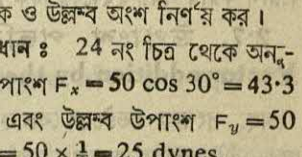
1. এক ব্যক্তি দড়ির সাহায্যে একটি প্রস্তর খণ্ডকে 50 dynes বলে টানে। দড়িটি ভূ-পৃষ্ঠের সঙ্গে 30° কোণে নত। বলের অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশ নির্ণয় কর।

সমাধান : 24 নং চিত্র থেকে অনুভূমিক উপাংশ $F_x = 50\cos 30^\circ = 43{\cdot}3$ dynes. এবং উল্লম্ব উপাংশ $F_y = 50\sin 30^\circ = 50\times\frac{1}{2} = 25$ dynes.



চিত্র 24

2. ধরা যাক, একটি প্রস্তর খণ্ড কোন নত তল বরাবর নীচের দিকে পড়ে (চিত্র 25)। প্রস্তর খণ্ডের উপর ক্রিয়াশীল বল উহার ওজন Mg যা খাড়া নীচের দিকে ক্রিয়া করে। এই বল Mg কে



চিত্র 25

নততল বরাবর $Mg\sin\theta$ ও নততলের অভিলম্ব বরাবর $Mg\cos\theta$ এই দুই উপাংশে

ভাগ করা যায়। এক্ষেত্রে $Mg \cos \theta$ উপাংশ নত তলের প্রতিক্রিয়া দ্বারা প্রশমিত (balanced) হয় এবং $Mg \sin \theta$ উপাংশের প্রভাবে প্রস্তর খণ্ড নত তল বরাবর গড়িয়ে পড়ে।

2·5 স্কেলার রাশির যোগ ও বিয়োগ (Addition and subtraction of scalars) :

দুই বা ততোধিক স্কেলার রাশি যদি একজাতীয় হয় তবে ইহাদের মান সূচক সংখ্যাগুলির যোগফল বা বিয়োগ ফল নির্ণয় ক'রলেই স্কেলার রাশিগুলির যোগফল বা বিয়োগফল পাওয়া যায়। যেমন তিনটি বস্তুর ভর 5 গ্রাম, 10 গ্রাম ও 20 গ্রাম হ'লে ইহাদের মোট ভর $= 5 + 10 + 20 = 35$ গ্রাম। আবার একটি গাড়ি এক স্থান থেকে অন্য স্থানে যেতে 3 ঘণ্টা ও যাতায়াতে মোট 8 ঘণ্টা সময় নিলে ইহার ফিরে আসতে সময় লাগে $8 - 3 = 5$ ঘণ্টা। স্কেলার রাশিগুলি সমজাতীয় না হ'লে ইহাদের যোগ বা বিয়োগ করা যায় না। ভরের সহিত ভরই যোগ করা যায় বা ভর থেকে ভরই বিয়োগ করা যায়। কিন্তু 5 মিনিট সময় ও 10 গ্রাম ভর যোগ বা বিয়োগ করার কোন অর্থ হয় না।

2·6 ভেক্টর রাশির যোগ ও বিয়োগ (Addition and subtraction of Vectors) :

ভেক্টর রাশির মান ও দিক থাকায় ইহাদের যোগ বা বিয়োগ স্কেলার রাশির যোগ বা বিয়োগের মত সহজভাবে করা যায় না। দু'টি ভেক্টর রাশি যদি একজাতীয় হয় তাহ'লে ইহাদের যোগ বা বিয়োগ করা যায়। এই যোগফল বা বিয়োগ ফল রাশিগুলির দিকের উপর নির্ভর করে। যেমন, দু'টি ঘোড়া একটি গাড়ির উপর একই দিকে বল প্রয়োগ ক'রলে গাড়ি সবেগে চলে, কিন্তু ইহারা একে অপরের বিপরীত দিকে সমভাবে বল প্রয়োগ ক'রলে গাড়ি থেমে থাকে। এই জন্য দু'টি ভেক্টরকে যোগ বা বিয়োগ করার সময় ইহাদের দিক বিবেচনা ক'রতে হয়।

2·7. উপাংশ পদ্ধতিতে ভেক্টর সমূহের যোগফল (Vector addition by the methed of components) :

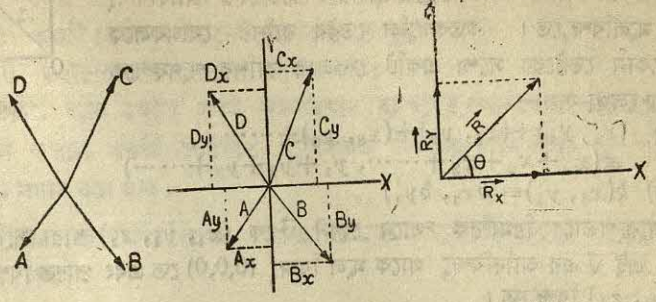
বহু সংখ্যক ভেক্টরের যোগফল উহাদের উপাংশগুলির দ্বারা সহজেই নির্ণয় করা যায়। এই পদ্ধতিতে লব্ধি নির্ণয় ক'রতে হ'লে নীচের প্রক্রিয়াগুলি পর পর ক'রতে হয়—

(i) সব ভেক্টরকে একটি মূল বিন্দু থেকে আঁকা হয়। (চিত্র 26i)

(ii) এই মূল বিন্দু থেকে একজোড়া অক্ষ (X এবং Y) সুবিধাজনক ভাবে আঁকা হয় এবং প্রত্যেকটি ভেক্টরকে অক্ষ বরাবর আয়তাকার উপাংশে ভাগ করা হয় (চিত্র 26 ii)।

(iii) সব X উপাংশগুলির ও সব Y উপাংশগুলির বীজগণিতীয় যোগফল (চিহ্নগুলি যথাযথ বিবেচনা ক'রে) নির্ণয় করা হয়।

(iv) এই যোগফলগুলির সাহায্যে চূড়ান্ত লব্ধি নির্ণয় করা হয় (চিত্র 26iii)। 26 নং চিত্রে $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ ও $\vec{D}$ গুলিকে একটি মূল বিন্দু থেকে আঁকা হ'য়েছে। উহাদের



চিত্র 26

X-উপাংশগুলি যথাক্রমে $\vec{A}_x$, $\vec{B}_x$, $\vec{C}_x$ ও $\vec{D}_x$ এবং Y-উপাংশগুলি যথাক্রমে $\vec{A}_y$, $\vec{B}_y$, $\vec{C}_y$ ও $\vec{D}_y$। X-অক্ষ বরাবর সব উপাংশের বীজগণিতীয় যোগফলকে R_x এবং Y-অক্ষ বরাবর সব উপাংশের বীজগণিতীয় যোগফলকে R_y ধ'রলে পাওয়া যায়,

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{C}_x + \vec{D}_x,$$

এবং $$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y + \vec{C}_y + \vec{D}_y \text{ ।}$$

এই উপাংশগুলির কতকগুলি ঋণাত্মক হ'তে পারে। যেমন 26 নং চিত্রে $\vec{A}_x$ ও $\vec{D}_x$ ঋণাত্মক।

চূড়ান্ত লব্ধির মান,

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ এবং ইহার দিক পাওয়া যায় $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$ সম্পর্ক থেকে।

এখানে X-অক্ষ ও $\vec{R}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ।

একটি প্রশ্ন ঃ

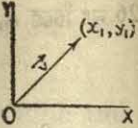
দু'টি ভেক্টর তির্যকভাবে ক্রিয়াশীল হ'লে ইহাদের লব্ধি কখন শূন্য হ'তে পারে না ঃ

এই দুই ভেক্টরকে সন্নিহিত বাহু ধ'রে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণই হয় ইহাদের লব্ধি। এরূপ ক্ষেত্রে এই কর্ণের দৈর্ঘ্য কখনই শূন্য হ'তে পারে না। কাজেই, দু'টি ভেক্টর তির্যকভাবে ক্রিয়া ক'রলে ইহাদের লব্ধি কখনও শূন্য হ'তে পারে না।

*2·6. স্থানাঙ্কের সাহায্যে ভেক্টর প্রকাশ (Representation of vector by co-ordinates) ঃ

দ্বিমাত্রিক স্থানে কোন $\vec{V}$ কে (x_1, y_1) বাস্তব সংখ্যা দ্বারা সূচিত করা হয়। $\vec{V}$ এর আদিবিন্দু মূলবিন্দুতে এবং উহার প্রান্তবিন্দু (x_1, y_1) বিন্দুতে নেওয়া

হয় (চিত্র 27)। (x_1, y_1) বিন্দুকে $\vec{V}$ এর স্থানাঙ্ক বলা হয়। $\vec{A}, \vec{B}$ ইত্যাদিকেও অনুরূপভাবে $(x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ইত্যাদি স্থানাঙ্কের সাহায্যে সূচিত করা যায়। এই ভেক্টরগুলির প্রত্যেকের আদিবিন্দু থাকে মূলবিন্দুতে। কতকগুলি ভেক্টর রাশির যোগফলকে এবং কোন ভেক্টরের সঙ্গে একটি স্কেলার রাশির গুণফলকে যথাক্রমে লেখা যায়—



চিত্র 27

(i) $(x_1, y_1)+(x_2, y_2)+(x_3, y_3)+\cdots\cdots$
$\equiv(x_1+x_2+x_3+\cdots\cdots, y_1+y_2+y_3+\cdots\cdots)$

(ii) $k(x_1, y_1)\equiv(kx_1, ky_1)$

অনুরূপভাবে ত্রিমাত্রিক স্থানে কোন $\vec{V}$ কে (x_1, y_1, z_1) দ্বারা সূচিত করা যায়। এই $\vec{V}$ এর আদিবিন্দু থাকে মূল বিন্দু (0,0,0) তে এবং প্রান্ত বিন্দু থাকে (x_1, y_1, z_1) বিন্দুতে।

*2·7. ভেক্টরের প্রয়োজনীয়তা ঃ

ভেক্টরের সাহায্যে জ্যামিতি, বলবিদ্যা এবং গণিত বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখার জটিল সমস্যা সহজভাবে সমাধান করা যায়।

2·8. সমান ভেক্টর (Equal Vectors) ঃ

দু'টি ভেক্টরের মান ও দিক্ একই হ'লে ইহাদের সমান ভেক্টর বলা হয়। অবশ্য দু'টি ভেক্টর সমান হওয়ার অর্থ অভিন্ন হওয়া নয়। দু'টি ভেক্টর সমান হবে যদি—

(i) ইহাদের মান সমান হয় ;

(ii) ইহাদের অবস্থান একই সরলরেখার বিভিন্ন অংশ অথবা সমান্তরাল সরলরেখা হয় এবং

(iii) ইহাদের দিক্ একই হয়।

অভিন্ন ভেক্টর (*Vector identical in all respects*) ঃ

দু'টি ভেক্টর অভিন্ন হয় যদি উহাদের মান, দিক্ ও অবস্থান অভিন্ন হয়।

সদৃশ ভেক্টর (*Like Vectors*) ঃ দু'টি ভেক্টর সদৃশ হয় যদি,

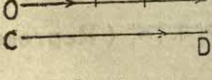
(i) ইহাদের দিক্ একই হয় ;

(ii) ইহাদের অবস্থান একই সরলরেখার বিভিন্ন অংশ অথবা সমান্তরাল সরলরেখা হয় এবং

(iii) ইহাদের মান সমান বা অসমান হয়।

*2·9. সদৃশ ও অসদৃশ ভেক্টরের বর্ণনা ঃ

OABC সরলরেখার উপর $\overline{AB}=\vec{a}$ অবস্থিত হ'লে $\overline{OA}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ সদৃশ ভেক্টর হয় এবং ইহাদের যথাক্রমে লেখা হয় $X\vec{a}$, $Y\vec{a}$, $Z\vec{a}$, যেখানে $\overline{OA}$ রেখার দৈর্ঘ্য = X × (AB রেখার দৈর্ঘ্য), BC রেখার দৈর্ঘ্য = Y × (AB রেখার দৈর্ঘ্য) এবং CD রেখার দৈর্ঘ্য = Z × (AB রেখার দৈর্ঘ্য) (চিত্র 28)। এখানে CD এবং AB রেখাদ্বয় সমান্তরাল। অতএব, $\overline{OA}=X.\overline{AB}$, $\overline{BC}=Y.\overline{AB}$, $\overline{CD}=Z.\overline{AB}$; X=Y=Z হ'লে ভেক্টরগুলি সমান হয়।



চিত্র 28

দুই অসদৃশ ভেক্টরের ক্ষেত্রে

(i) উহাদের অবস্থান রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হয় অথবা মিলে যায় ;

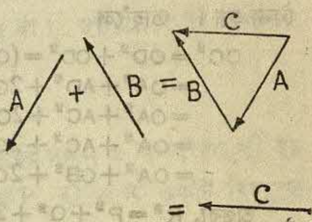
(ii) একটি ভেক্টর অপর-ভেক্টরের বিপরীতমুখী হয় ;

(iii) উহাদের মান সমান বা অসমান হয়।

সুতরাং, **দুটি ভেক্টর একই সরলরেখায় বা দু'টি সমান্তরাল সরলরেখা বরাবর অবস্থান ক'রলে একটি ভেক্টরকে সুবিধামত স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ ক'রে অপর ভেক্টরের সমান করা যায়।**

2·10. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ :

ধরা যাক, A ভেক্টর ও B ভেক্টরকে জ্যামিতিক পদ্ধতিতে যোগ ক'রতে হবে (চিত্র 29)। প্রথমে A ভেক্টরের সমান্তরালে উপযুক্ত এককে সরল রেখা দ্বারা A ভেক্টরকে আঁকা হয়। এই সরল রেখার দৈর্ঘ্য A ভেক্টরের মান এবং তীর চিহ্ন A ভেক্টরের অভিমুখ। এখন B ভেক্টরের সমান্তরালে যথাযথ এককে অপর একটি সরল রেখা দ্বারা B ভেক্টরকে এমনভাবে আঁকা হয় যাতে B ভেক্টরের আদি বিন্দু A ভেক্টরের প্রান্তবিন্দু হয়। A ভেক্টরের আদি বিন্দু ও B ভেক্টরের প্রান্ত বিন্দু যোগ ক'রে একটি ভেক্টর C পাওয়া যায়। এই C ভেক্টরের আদি বিন্দুই A ভেক্টরের আদি বিন্দু এবং উহার প্রান্ত বিন্দুই B ভেক্টরের প্রান্ত বিন্দু। এই C ভেক্টরই A ভেক্টর ও B ভেক্টরের যোগফল। C ভেক্টরকে সাধারণত A ও B ভেক্টর দ্বয়ের লব্ধি (resultant) বলা হয়।



চিত্র 29

দুই এর অধিক একই জাতীয় ভেক্টরগুলিকে একই ভাবে যোগ করা যায়। প্রথমে সুবিধাজনক একটি প্রারম্ভিক বিন্দু (starting point) নিতে হয় (চিত্র 30)। তারপর উপযুক্ত এককে সমান্তরাল সরল রেখা দ্বারা বর্ণিত প্রত্যেক ভেক্টরের আদি বিন্দুকে উহার ঠিক আগের ভেক্টরের প্রান্তবিন্দুর উপর স্থাপন ক'রতে হয়। তারপর প্রথম ভেক্টরের আদিবিন্দু ও যোগ প্রক্রিয়ার শেষে প্রাপ্ত শেষ ভেক্টরের প্রান্তবিন্দু যোগ ক'রে যে সরল রেখা পাওয়া যায় তাই হয় ভেক্টরগুলির লব্ধি। এই পদ্ধতিকে **বহুভুজ পদ্ধতি** (*Polygon rule*) বলে।

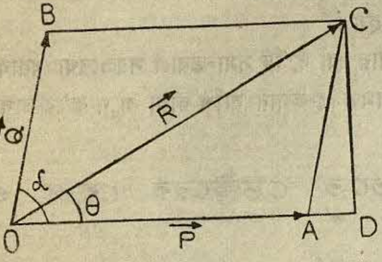


চিত্র 30

ভেক্টরগুলির equilibrant উহাদের লব্ধির মানের সমান মান বিশিষ্ট কিন্তু বিপরীত মুখী ভেক্টর। কাজেই বোঝা যায় যে, লব্ধি ভেক্টর ও উহার equilibrant কে যোগ ক'রলে **শূন্য ভেক্টর** (*Null Vector*) পাওয়া যায়।

2.11. সামান্তরিক পদ্ধতিতে ভেক্টরের যোগ ঃ

উপরের জ্যামিতিক পদ্ধতি ছাড়াও সামান্তরিক পদ্ধতিতে দু'টি ভেক্টরকে যোগ করা যায়। ধরা যাক $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দু'টি পরস্পর α কোণে নত (চিত্র 31)। উহাদের যোগফল নির্ণয় ক'রতে হবে। ধরা যাক, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ কে যথাক্রমে OA এবং OB সরলরেখা দ্বারা সূচিত করা হয়। এখন যদি OACB সামান্তরিক অঙ্কন করা হয় তাহ'লে এই সামান্তরিকের কর্ণ OC হবে P ও Q ভেক্টর দ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক্। এক্ষেত্রে লেখা যায়,



চিত্র 31

$\vec{P}+\vec{Q}=\vec{R}$। এখন OAকে বাড়িয়ে বাড়ানো অংশের উপর C বিন্দু থেকে CD লম্ব টানা হয়। তাহ'লে

$$OC^2=OD^2+CD^2=(OA+AD)^2+CD^2$$
$$=OA^2+AD^2+2OA.AD+CD^2$$
$$=OA^2+AC^2+2OA.AD \qquad [\because AD^2+CD^2=AC^2]$$
$$=OA^2+AC^2+2OA.AC.\cos\alpha \qquad [\because \angle BOA=\angle CAD=\alpha]$$
$$=OA^2+OB^2+2OA.OB.\cos\alpha \qquad [\because AC=OB]$$

অথবা, $R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha$ ......(1)

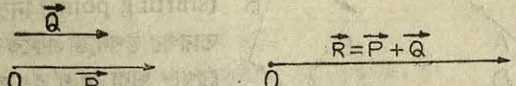
আবার, $\angle AOC=\theta$ হ'লে

$$\tan\theta=\frac{CD}{OD}=\frac{CD}{OA+AD}=\frac{AC\sin\alpha}{OA+AC\cos\alpha}=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha} \text{......(2)}$$

অনুসিদ্ধান্ত ঃ (i) $\alpha=90°$ হ'লে অর্থাৎ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পর লম্ব হ'লে

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos 90°=P^2+Q^2 \qquad [\because \cos 90°=0]$$

(ii) $\alpha=0°$ হ'লে অর্থাৎ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পর সমান্তরাল বা একই সরলরেখায় একই দিকে অবস্থিত হ'লে



চিত্র 32

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos 0°=P^2+Q^2+2PQ \qquad [\because \cos 0°=1]$$
$$=(P+Q)^2$$

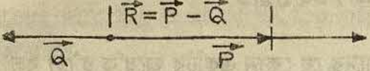
অথবা, $R=P+Q$

অতএব, এক্ষেত্রে লব্ধি ভেক্টরের মান $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মানের যোগফলের সমান হয় এবং উহার দিক্ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরের অভিমুখে হয় (চিত্র 32)।

(iii) $\theta=180°$ হ'লে অর্থাৎ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ সমান্তরাল ও বিপরীত মুখী হ'লে,

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos 180°=P^2+Q^2-2PQ=(P-Q)^2 \qquad [\because \cos 180°=-1]$$

অথবা, R = P − Q



চিত্র 33

অতএব, এক্ষেত্রে লব্ধি ভেক্টরের মান $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মানের বিয়োগফলের সমান হয় এবং উহার অভিমুখ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যে যেটি বড় তার দিকে হয় (চিত্র 33)।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. দু'টি অসমান ভেকটরের লব্ধি কখনও শূন্য হ'তে পারে না ঃ

ধরা যাক $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ অসমান। ইহাদের মধ্যবর্তী কোণ α হ'লে ইহাদের লব্ধি,

$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ যেখানে $|\vec{P}| = P$ ও $|\vec{Q}| = Q$

যখন $\alpha = \pi$ তখন R এর মান ন্যূনতম। এই ন্যূনতম মান,

$$R_{min} = |P - Q|$$

কাজেই, P = Q না হ'লে R_{min} শূন্য হ'তে পারে না। সুতরাং, দু'টি অসমান ভেক্টরের লব্ধি কখনও শূন্য হ'তে পারে না।

2. তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হ'তে পারে ঃ

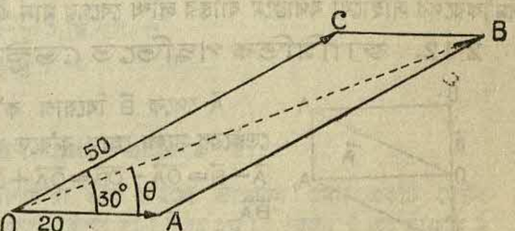
যে কোন দু'টি ভেক্টরের লব্ধি যদি তৃতীয় ভেক্টরের সমান ও বিপরীতমুখী হয় তাহ'লে তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হয়। ধরা যাক $\vec{P}$, $\vec{Q}$ ও $\vec{R}$ একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধি $\vec{R}$ এর সমান ও বিপরীতমুখী হ'লে,

$$\vec{P} + \vec{Q} = -\vec{R}, \text{ অর্থাৎ } \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$$

কাজেই, এই অবস্থায় ভেক্টরত্রয়ের লব্ধি শূন্য।

3. কোন বস্তুর উপর 20 dynes এবং 50 dynes বল 30° কোণে নত থেকে ক্রিয়া করে। এই বলগুলির পরিবর্তে একটি বল একই ফল উৎপন্ন ক'রলে ঐ বলের মান ও দিক কি হবে ?

সমাধান ঃ 34 নং চিত্রে OA এবং OC যথাক্রমে 20 dynes এবং 50 dynes বল সূচিত করে। OABC সামান্তরিকের কর্ণ OB হবে বল দু'টির লব্ধি R। তাহ'লে,



চিত্র 34

$$R^2 = 20^2 + 50^2 + 2.20.50\cos 30^\circ$$

$$= 400 + 2500 + 2000 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2900 + 1000 \times 1{\cdot}732 = 2900 + 1732 = 4632$$

অতএব, R = 68 dynes (প্রায়)

আবার, $\tan\theta = \dfrac{50 \sin 30^\circ}{20+50\cos 30^\circ} = \dfrac{50\times\frac{1}{2}}{20+50\sqrt{3}/2} = 0{\cdot}039 = \tan 2^\circ 15'$

অতএব, $\theta = 2^\circ 15'$

4. সমান পরিমাণ দুই বলের লব্ধি উহাদের যে কোন একটির অর্ধেক হ'লে বল দু'টির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক, প্রত্যেকটি বল P এবং উহাদের মধ্যবর্তী কোণ θ। তাহ'লে উহাদের লব্ধি হয় $\frac{P}{2}$। অতএব $\frac{P^2}{4} = P^2 + P^2 + 2\,P.\,P.\cos\theta.$

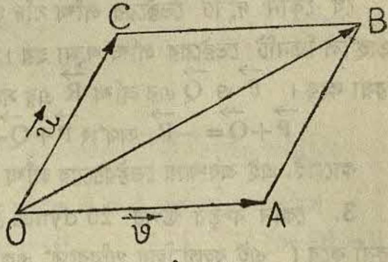
অথবা, $\frac{1}{8} = 1 + \cos\theta$

অথবা, $\cos\theta = \frac{1}{8} - 1 = -\frac{7}{8} = -0{\cdot}875 = \cos 143^\circ 36'$

অতএব, $\theta = 143^\circ 36'$

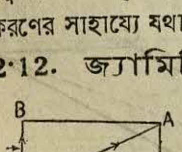
একটি উদাহরণ ঃ

ধরা যাক, কোন নদীতে এক ব্যক্তি স্রোতের অভিমুখের সঙ্গে α কোণে সাঁতার কাটছে (চিত্র 35)। স্রোতের বেগ $\vec{v}$ (বেগ একটি ভেক্টর রাশি) এবং ব্যক্তির বেগ $\vec{u}$ যথাক্রমে OA এবং OC রেখা দ্বারা সূচিত করা হ'ল। $\angle ACC = \alpha$। এখন প্রশ্ন হ'ল, $\vec{v}$ এবং $\vec{u}$ এর প্রভাবে ব্যক্তি কোন অভিমুখে যাবে? স্পষ্টতই $\vec{v}$ এবং $\vec{u}$ এর লব্ধির দিকই হবে ব্যক্তির অভিমুখ। যদি OABC সামান্তরিক আঁকা হয়। তাহ'লে এই সামান্তরিকের কর্ণ OB এর মানই হবে ব্যক্তির লব্ধি বেগের মান এবং ইহার দিকই হবে ব্যক্তির অভিমুখ। 36 পৃষ্ঠার (1) ও (2) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে যথাক্রমে ব্যক্তির লব্ধি বেগের মান ও অভিমুখ নির্ণয় করা যায়।



চিত্র 35

2·12. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর বিয়োগ ঃ



চিত্র 36

$\vec{A}$ থেকে $\vec{B}$ বিয়োগ ক'রতে হলে $\vec{B}$কে উল্টিয়ে $\vec{A}$ ভেক্টরের সঙ্গে যোগ ক'রতে হয়। এখন চিত্র 36 থেকে $\vec{A}-\vec{B} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{BA}$

[$\because$ $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OB_1}$ এবং $\overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{AA_1}$

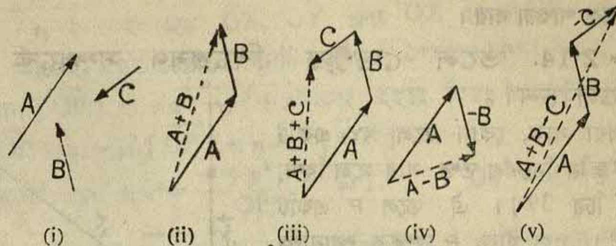
অনুরূপভাবে, $\vec{B} - \vec{A} = \overrightarrow{AB}$

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. চিত্রের সাহায্যে $\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ গুলিকে যোগ ও বিয়োগ ক'রে (i) $\vec{A}+\vec{B}$, (ii) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$, (iii) $\vec{A}-\vec{B}$ ও (iv) $\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}$ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ভেক্টরগুলির যোগ ও বিয়োগ 37 নং চিত্রে দেখানো হয়েছে।

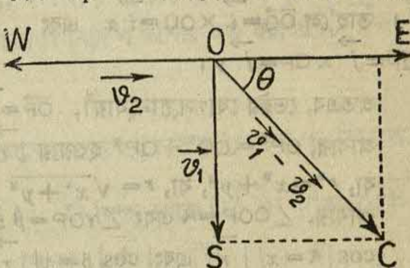
চিত্র 37 এর (iv) নম্বর চিত্রে $\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$; এখানে $\vec{A}$ থেকে $\vec{B}$ কে বিয়োগ করার জন্য $\vec{B}$ এর অভিমুখ উল্টিয়ে ভেক্টর যোগ পদ্ধতিতে $\vec{A}$ এর সঙ্গে যোগ ক'রতে হয়।



চিত্র 37

চিত্র 37 এর (v) নম্বর চিত্রে $\vec{C}$ এর অভিমুখ উল্টিয়ে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর যোগফলের সঙ্গে যুক্ত করা হ'য়েছে।

2. একটি বস্তুর দক্ষিণমুখী বেগ $v_1=4$ মি./সে. ও অপর একটি বস্তুর পশ্চিমমুখী বেগ $v_2=3$ মি./সে.। এই দুই বেগ ভেক্টরের বিয়োগফল $\vec{v_1}-\vec{v_2}$ নির্ণয় কর।



চিত্র 38

সমাধান : ধরা যাক, $\vec{v_1}$ কে $\overline{OS}$ দ্বারা এবং $\vec{v_2}$ কে $\overline{OW}$ দ্বারা সূচিত করা হয় (চিত্র 38)। $\vec{v_1}-\vec{v_2}$ নির্ণয় করার জন্য $\overline{OS}$ এর সঙ্গে $-\vec{v_2}$ যোগ ক'রতে হয়। $-\vec{v_2}$ কে $\overline{OE}$ দ্বারা সূচিত করা হয়। কাজেই, OECS সামান্তরিকের কর্ণ $\overline{OC}$ দ্বারা $\vec{v_1}-\vec{v_2}$ সূচিত হয়, অর্থাৎ $\overline{OC}=\vec{v_1}-\vec{v_2}$।

আবার, $|\overline{OC}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$ মি./সে. ও

$\tan\theta=\frac{4}{3}=\tan 53°7'$ (প্রায়)

অতএব, $\theta=53°7'$ (প্রায়)।

2·13. একক ভেক্টর (Unit Vectors) :

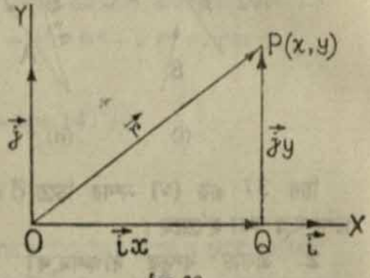
কোন $\vec{V}$কে একটি স্কেলার রাশিদ্বারা ভাগ ক'রলে ভাগফল এমন একটি ভেক্টর হয় যার অভিমুখ $\vec{V}$ এর ন্যায় হয়, কিন্তু মান ভিন্ন হয়। যেমন $\vec{V}$ এর মানকে 5 দ্বারা ভাগ ক'রলে ভাগফল হবে $\frac{\vec{V}}{5}$ যার মান $\frac{|\vec{V}|}{5}$ হয় এবং অভিমুখ $\vec{V}$ এর ন্যায় হয়। আবার $\vec{V}$কে উহার মান দ্বারা ভাগ ক'রলে ভাগফল হবে $\vec{V}/|\vec{V}|$ যার মান 1 এবং অভিমুখ $\vec{V}$ এর ন্যায় হয়। এই $\vec{V}/|\vec{V}|$ ভেক্টরকে একক ভেক্টর (Unit Vector) বলে। কাজেই, **একক মানের কোন ভেক্টরই একক ভেক্টর।** একক ভেক্টরকে সাধারণত $\vec{e}$ দ্বারা সূচিত করা হয়। কাজেই,

$$\vec{e}=\vec{V}/|\vec{V}|$$

অতএব, $\vec{V} = |\vec{V}|\,\vec{e}$

কাজেই দেখা যাচ্ছে যে, কোন ভেক্টরের মানকে একক ভেক্টর দ্বারা গুণ ক'রলে ঐ ভেক্টরকে পাওয়া যায়।

*2·14. তলে ভেক্টর বিশ্লেষণ সম্পর্কে বিশেষ আলোচনা :



চিত্র 39

ধরা যাক, কোন তলে XY একটি কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্র যার মূল বিন্দু O (চিত্র 39)। ঐ তলে P একটি বিন্দু। ধরা যাক, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x,y)। তাহ'লে $OQ = x$ এবং $QP = y$।

এখন ধরা যাক, OX বরাবর একক ভেক্টর, $\vec{i}$ এবং OY বরাবর একক ভেক্টর $\vec{j}$। তাহ'লে $\overline{OQ} = \vec{i} \times OQ = \vec{i}\,x$ এবং $\overline{QP} = \vec{j} \times QP = \vec{j}\,y$।

অতএব, ভেক্টর যোগসূত্রানুযায়ী, $\overline{OP} = \vec{r} = \vec{i}\,x + \vec{j}\,y$।

আবার, $OP^2 = OQ^2 + QP^2$ হওয়ায় $|\vec{r}|^2 = |\vec{i}\,x|^2 + |\vec{j}\,y|^2$

বা, $r^2 = x^2 + y^2$, বা, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

আবার, $\angle QOP = \alpha$ এবং $\angle YOP = \beta$ হ'লে

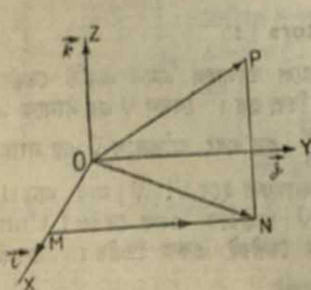
$\cos\alpha = x/|\vec{r}|$ এবং $\cos\beta = y/|\vec{r}|$

এই $\cos\alpha$ ও $\cos\beta$ কে $\vec{r}$ এর দিক্ কোসাইন (*Direction cosine*) বলে।

এখন $\cos\alpha = l$ ও $\cos\beta = m$ হ'লে

$$l^2 + m^2 = \frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = \frac{x^2 + y^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2} = 1 \qquad [\because\ |\vec{r}| = r]$$

*2·15. স্থানে ভেক্টর বিশ্লেষণ সম্পর্কে বিশেষ আলোচনা :



চিত্র 40

ধরা যাক, দক্ষিণ হস্তীয় সমকোণী কার্টেজীয় নির্দেশ তন্ত্রের OX, OY এবং OZ বরাবর একক ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{i}$, $\vec{j}$ ও $\vec{k}$ (চিত্র 40)। ধরা যাক, কোন বিন্দু P এর স্থানাঙ্ক (x, y, z)। চিত্রে PN হ'ল XOY তলে লম্ব এবং MN হ'ল OY এর সমান্তরাল। কাজেই, $OM = x$, $MN = y$, $NP = z$ এবং $\overrightarrow{OM} = \vec{i}\,x$, $\overline{MN} = \vec{j}\,y$, $\overline{NP} = \vec{k}\,z$।

$\triangle$OMN থেকে, $\vec{ON}=\vec{OM}+\vec{MN}=\vec{i}\,x+\vec{j}\,y$

$\triangle$ONP থেকে, $\vec{OP}=\vec{ON}+\vec{NP}=\vec{i}\,x+\vec{j}\,y+\vec{k}\,z$

$\vec{i}\,x$, $\vec{j}\,y$, $\vec{k}\,z$ যথাক্রমে OX, OY এবং OZ বরাবর $\vec{OP}$ এর ভেক্টর উপাংশ। কাজেই, একটি ভেক্টরকে তিনটি সমকোণী উপাংশে ভাঙ্গা যায়। এখানে $\vec{OP}$ এর মান $|\vec{OP}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ এবং ইহার দিক কোসাইনগুলি হ'ল $l=x/|\vec{OP}|$, $m=y/|\vec{OP}|$ ও $n=z/|\vec{OP}|$

অতএব, $l^2+m^2+n^2=\dfrac{x^2+y^2+z^2}{OP^2}=1.$ $[\because OP^2=x^2+y^2+z^2]$

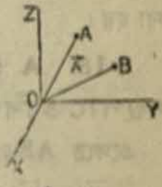
দ্রষ্টব্য : (i) $\vec{OP}=\vec{i}\,x+\vec{j}\,y+\vec{k}\,z$ হ'লে (x,y,z) হয় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক।

(ii) যদি দু'টি বিন্দু A এবং B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x_1, y_1, z_1) ও (x_2, y_2, z_2) হয় তাহ'লে $\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}$ এবং $\vec{BA}=\vec{OA}-\vec{OB}=(x_1-x_2)\vec{i}+(y_1-y_2)\vec{j}+(z_1-z_2)\vec{k}$

(iii) প্রচলিত ব্যবস্থায় সমকোণী নির্দেশ তন্ত্রের অক্ষ বরাবর $\vec{i}$, $\vec{j}$ ও $\vec{k}$ কে একক ভেক্টর হিসেবে নেওয়া হয়।

2·16. বিশ্লেষক পদ্ধতিতে ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ :

ধরা যাক, $\vec{OA}=\vec{A}$ (চিত্র 41)। O বিন্দু থেকে $\vec{OA}$ এর অভিমুখে $\vec{E}$ একক ভেক্টর। সুতরাং $\vec{A}=|\vec{A}|\,\vec{E}$, যেখানে $|\vec{A}|$ হ'ল $\vec{A}$ এর মান। এখন O কে মূলবিন্দু ধ'রে OX, OY, OZ সমকোণী অক্ষ আঁকা হ'ল। ঐ তিন অক্ষ বরাবর যথাক্রমে $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, একক ভেক্টর নেওয়া হ'ল। এখন A ভেক্টরের স্থানাঙ্ক (x_1, y_1, z_1) হ'লে $\vec{A}=\vec{i}\,x_1+\vec{j}\,y_1+\vec{k}\,z_1$। একই নির্দেশতন্ত্রে $\vec{B}$ অপর একটি ভেক্টর হ'লে এবং $\vec{B}$ এর স্থানাঙ্ক (x_2, y_2, z_2) হ'লে



চিত্র 41

$$\vec{B}=\vec{i}\,x_2+\vec{j}\,y_2+\vec{k}\,z_2$$

সুতরাং, $\vec{A}+\vec{B}=(\vec{i}\,x_1+\vec{j}\,y_1+\vec{k}\,z_1)+(\vec{i}\,x_2+\vec{j}\,y_2+\vec{k}\,z_2)$

$$=(x_1+x_2)\vec{i}+(y_1+y_2)\vec{j}+(z_1+z_2)\vec{k}$$

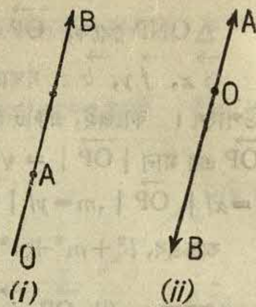
এবং $\vec{A}-\vec{B}=(x_1-x_2)\vec{i}+(y_1-y_2)\vec{j}+(z_1-z_2)\vec{k}$

এখানে, $\vec{E}$ কে লেখা যায়,

$$\vec{E}=\vec{A}/|\vec{A}|=\vec{i}\,x_1/|\vec{A}|+\vec{j}\,y_1/|\vec{A}|+\vec{k}\,z_1/|\vec{A}|$$

সংখ্যা দ্বারা ভেক্টরের গুণ (*Multiplication of a vector by a number*) ঃ

$\vec{a}$ কে কোন সংখ্যা x দ্বারা গুণ ক'রলে এরূপ একটি নতুন ভেক্টর পাওয়া যায় যার পরম মান $\vec{a}$ এর পরম মানের x গুণ ও যার দিক $\vec{a}$ মুখী (যদি x ধনাত্মক হয়) বা $\vec{a}$ এর বিপরীতমুখী (যদি x ঋণাত্মক হয়)। যেমন—42(i) নং চিত্রে, $\overrightarrow{OA}$-কে 3 সংখ্যা দ্বারা গুণ ক'রলে $\overrightarrow{OB}$ ভেক্টর পাওয়া যায় অর্থাৎ $\overrightarrow{OB}=3\ \overrightarrow{OA}$। অনুরূপভাবে, 42 (ii) নং চিত্রে $\overrightarrow{OA}$ কে -2 সংখ্যাটি দ্বারা গুণ ক'রলে $\overrightarrow{OB}$ পাওয়া যায় অর্থাৎ $\overrightarrow{OB}=-2\ \overrightarrow{OA}$।



চিত্র 42

2·17. ভেক্টরের সাহায্যে কোন বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় (Representation of a point by a vector) ঃ

ধরা যাক্, P একটি বিন্দু (চিত্র 43)। এই বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় ক'রতে হবে। O একটি স্থির বিন্দু। এই O বিন্দুকে মূলবিন্দু ধরা হয়। O এবং P বিন্দুদ্বয়কে একটি সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করা হয়। এইরূপ সরলরেখা OP একটিমাত্র পাওয়া যায়। P এর অবস্থান জানায় $\overrightarrow{OP}$। এই $\overrightarrow{OP}$ কে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলে। শূন্য ভেক্টরের সাহায্যে মূল বিন্দু 'O' এর অবস্থান নির্ণয় করা হয়।



চিত্র 43

2·18. A ও B বিন্দুদ্বয় যোগকারী সরলরেখাকে m ঃ n অনুপাতে বিভক্তকারী P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় ঃ

এক্ষেত্রে AP ঃ PB $= m : n$ (চিত্র 44)। ধরা যাক, P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\vec{r}=\overrightarrow{OP}$। A এবং B বিন্দুদ্বয়ের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ হ'লে $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ এবং $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$। আবার, $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OP}=-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OP}=-\vec{a}+\vec{r}$।

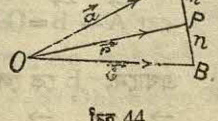
অনুরূপভাবে, $\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OB}=-\vec{r}+\vec{b}$।

আবার শর্তানুযায়ী, $\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{m}{n}$। অর্থাৎ $m.\overrightarrow{PB}=n.\overrightarrow{AP}$।

অতএব, $m(\vec{b}-\vec{r})=n(\vec{r}-\vec{a})$

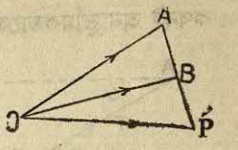
অথবা, $(m+n)\vec{r}=n\vec{a}+m\vec{b}$

অতএব, $\vec{r}=\dfrac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$



চিত্র 44

P বিন্দু AB কে বহিঃস্থভাবে $m : n$ অনুপাতে বিভক্ত ক'রলে (চিত্র 45).



চিত্র 45

$$\frac{AP}{BP}=\frac{m}{n}$$

অথবা, $m.\vec{BP}=n\ \vec{AP}$

অথবা, $m(\vec{r}-\vec{b})=n(\vec{r}-\vec{a})$

অথবা, $(n-m)\ \vec{r}=n\ \vec{a}-m\ \vec{b}$

$$\therefore\ \vec{r}=\frac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$$

উদাহরণ (Examples) ঃ

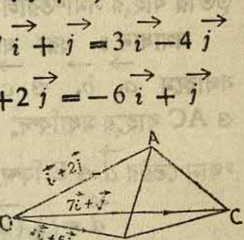
1. ABC ত্রিভুজের A, B ও C শীর্ষবিন্দুর স্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{i}+2\vec{j}$, $4\vec{i}+5\vec{j}$ এবং $7\vec{i}+\vec{j}$ হ'লে ঐ ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

সমাধান ঃ এখানে, $\vec{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$; $\vec{OB}=4\vec{i}+5\vec{j}$; $\vec{OC}=7\vec{i}+\vec{j}$

অতএব, $\vec{AB}=\vec{AO}+\vec{OB}=-\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{i}+5\vec{j}=3\vec{i}+3\vec{j}$

$\vec{BC}=\vec{BO}+\vec{OC}=-4\vec{i}-5\vec{j}+7\vec{i}+\vec{j}=3\vec{i}-4\vec{j}$

$\vec{CA}=\vec{CO}+\vec{OA}=-7\vec{i}-\vec{j}+\vec{i}+2\vec{j}=-6\vec{i}+\vec{j}$



চিত্র 46

অতএব, $|\vec{AB}|=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

$|\vec{BC}|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$

$|\vec{CA}|=\sqrt{(-6)^2+(1)^2}=\sqrt{37}$

2. উদাহরণ 1 এ, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $AB^2+AC^2=2(AD^2+BD^2)$

সমাধান ঃ ধরা যাক, D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর হ'ল $\vec{r}$ ।

অতএব, $\vec{r}=\vec{OD}=\frac{1}{2}(\vec{OB}+\vec{OC})=\frac{1}{2}(11\vec{i}+6\vec{j})=\frac{11}{2}\vec{i}+3\vec{j}$

সুতরাং, $\vec{AD}=\vec{AO}+\vec{OD}=-\vec{i}-2\vec{j}+\frac{11}{2}\vec{i}+3\vec{j}=\frac{9}{2}\vec{i}+\vec{j}$

অতএব, $|\vec{AD}|^2=AD^2=\frac{81}{4}+1=\frac{85}{4}$

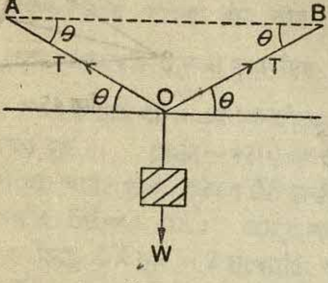
$\therefore\ 2AD^2+2BD^2=2\times\frac{85}{4}+2\times\frac{25}{4}=55$ [যেহেতু, $BD=\frac{1}{2}BC=\frac{5}{2}$]

আবার, $AB^2+AC^2=(3\sqrt{2})^2+(\sqrt{37})^2=18+37=55$

$\therefore\ AB^2+AC^2=2AD^2+2BD^2$.

3. দেখাও যে, একটি দড়ির মাঝখানে একটি ওজন ঝুলিয়ে দিলে দড়িটিকে কখনই অনুভূমিকভাবে সাম্য অবস্থায় রাখা যায় না।

[সংসদের নমুনা প্রশ্ন, 1979]



চিত্র 47

সমাধান ঃ ধরা যাক, একটি দড়ির মধ্যবিন্দুতে একটি ওজন W ঝুলিয়ে ইহার দুই প্রান্তকে একটি অনুভূমিক তলের দুই বিন্দুতে আবদ্ধ করা হয় (চিত্র 47)। এই অবস্থায় দড়ির দুই অংশ অনুভূমিক রেখার সাথে θ কোণে নত থাকে। দড়ির উভয় অংশে টান T ধ'রলে O বিন্দুতে ইহার উল্লম্ব উপাংশদ্বয়ের যোগফল $= 2T \sin\theta$। O বিন্দু সাম্য অবস্থায় থাকায়, $2T \sin\theta = W$।

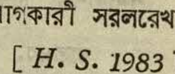
অতএব, $\sin\theta = W/2T$। যেহেতু T এর মান অসীম হ'তে পারে না, কাজেই θ এর মান শূন্য হয় যখন $W = 0$ হয়। কাজেই, দুই প্রান্তে আবদ্ধ কোন দড়ির মাঝখানে ওজন ঝুলিয়ে ইহাকে অনুভূমিকভাবে সাম্য অবস্থায় রাখা যায় না।

4. দেখাও যে, একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্য বিন্দু সংযোগকারী সরলরেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক। [*H. S. 1983*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, ABC ত্রিভুজের A, B, C শীর্ষবিন্দুত্রয়ের স্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}$, $\vec{b}$, ও $\vec{c}$ [চিত্র 47 (i)]। আবার AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং D বিন্দুর স্থান ভেক্টর $\vec{d}$ ও E বিন্দুর স্থান ভেক্টর $\vec{e}$ হ'লে

$$\vec{d} = \tfrac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \text{ ও } \vec{e} = \tfrac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})$$

অতএব, $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{c}) - \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}) = \frac{1}{2}(\vec{c}-\vec{b}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$



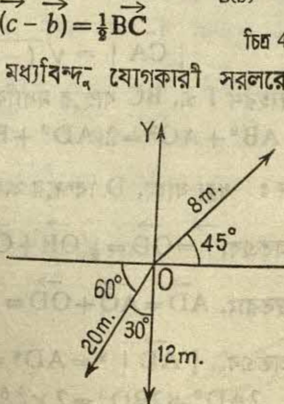
চিত্র 47 (i)

কাজেই, একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দু যোগকারী সরলরেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।

5. নিম্নলিখিত সরণগুলিকে উপাংশ পদ্ধতিতে যোগ কর ঃ

উত্তর-পূর্ব দিকে 8 m., দক্ষিণ দিকে 12 m ও দক্ষিণ দিকের 30° পশ্চিমে 20 m.

সমাধান ঃ পূর্ব ও উত্তর দিককে X ও Y অক্ষের ধনাত্মক দিক ধ'রলে সরণগুলির X-উপাংশগুলির যোগফল, $R_x = 8\cos 45° - 20\cos 60° = -4{\cdot}344$ m. এবং Y-উপাংশগুলির যোগফল, $R_y = 8\sin 45° - 12 - 20\sin 60° = -23{\cdot}664$ m. (চিত্র 48)।



চিত্র 48

কাজেহ, লব্ধ সরণ,

$$R=\sqrt{R_X^2+R_Y^2}=\sqrt{(4\cdot344)^2+(23\cdot664)^2}=24\cdot06 \text{ m}.$$

এই লব্ধি দক্ষিণ দিকের θ° পশ্চিমে ক্রিয়াশীল হ'লে,

$$\tan\theta=\frac{R_Y}{R_X}=\frac{23\cdot664}{4\cdot334}=5\cdot45=\tan 79^\circ\cdot6$$

অতএব, $\theta=79^\circ\cdot6$।

6. এক ব্যক্তি একটি বস্তুকে পূর্ব দিকে **112 Kg wt.** বল দ্বারা টানে। অপর এক ব্যক্তি ঐ একই বস্তুকে উত্তর দিকে 75 Kg বল দ্বারা টানে। এই দুই বলের ভেক্টর যোগ ও ভেক্টর বিয়োগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (a) উভয় বলের ভেক্টর যোগ,

$$R=\sqrt{(112)^2+(75)^2}=134\cdot8 \text{ Kg-wt.}$$

R পূর্বদিকের θ° উত্তরে ক্রিয়াশীল হ'লে,

$$\tan\theta=\tfrac{75}{112}=0\cdot67=\tan 33^\circ\cdot8$$

$$\therefore\quad \theta=33^\circ\cdot8$$

(b) উভয় বলের ভেক্টর বিয়োগ,

$$R'=\sqrt{[(112)^2+(-75)^2]}=134\cdot8 \text{ Kg-wt.}$$

R' পূর্বদিকের ϕ° দক্ষিণে ক্রিয়াশীল হ'লে

$$\tan\phi=\tfrac{75}{112}=0\cdot67=\tan 33\cdot8^\circ$$

$$\therefore\quad \phi=33^\circ\cdot8.$$

2.19 আপেক্ষিক বেগ (Relative velocity) ঃ

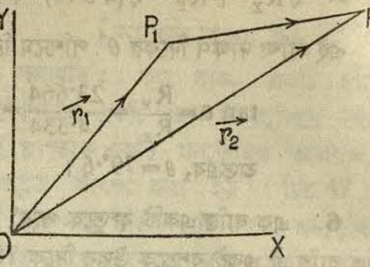
আমরা জানি যে, কোন বস্তুর স্থিতি বা গতি অপর কোন বস্তুর তুলনায় নির্ণয় ক'রতে হয়। ভূ-পৃষ্ঠ সাপেক্ষে স্থির কোন ব্যক্তি অপর কোন অনুরূপ স্থির বস্তুর তুলনায় একটি চলন্ত বস্তুর গতি নির্ণয় করে। তেমনি কোন চলন্ত ব্যক্তি নিজের সহিত চলন্ত বস্তুর তুলনায় অপর কোন বস্তুর স্থিতি বা গতি নির্ণয় করে। বস্তুর এরূপ নির্ণীত বেগই চলন্ত ব্যক্তির তুলনায় বস্তুর আপেক্ষিক বেগ। অর্থাৎ

ভূ-পৃষ্ঠে দু'টি চলন্ত বস্তুর একটি হ'তে অপরটির প্রতীয়মান বেগকে প্রথমটির তুলনায় দ্বিতীয়টির আপেক্ষিক বেগ বলে।

44 নং চিত্রে A পর্যবেক্ষক ও B বস্তু হ'লে $\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$ = পর্যবেক্ষকের তুলনায় বস্তুর অবস্থান ভেক্টর। পর্যবেক্ষকের তুলনায় বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনের হারকেই অর্থাৎ $\overrightarrow{AB}$ এর পরিবর্তনের হারকেই বস্তুর আপেক্ষিক বেগ বলে।

অবস্থান ভেক্টরের সাহায্যে আপেক্ষিক বেগের ব্যাখ্যা (*Explanation of relative velocity by position vector*) ঃ

কোন নির্দেশ তন্ত্রের মূলবিন্দুকে আদিবিন্দু ও বস্তু কণার অবস্থানকে শেষবিন্দু ধ'রে ঐ বস্তু কণার দিকে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তাই উহার অবস্থান ভেক্টর। (49 নং চিত্রে) $t=0$ সময়ে $\vec{r_1}$, P_1 বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর। আবার $t=1$ সেকেন্ড পরে



চিত্র 49

P_1 বিন্দু P_2 বিন্দুতে গেলে উহার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_2}$। ভেক্টর ত্রিভুজ সূত্রানুযায়ী,

$$\overrightarrow{P_1P_2}=\vec{r_2}-\vec{r_1}$$

অর্থাৎ **বস্তু কণার সরণ = অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তন।**

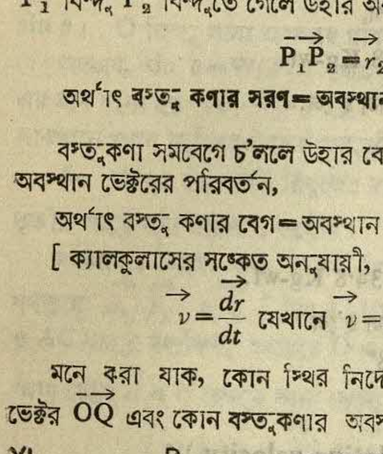
বস্তুকণা সমবেগে চ'ললে উহার বেগ, $\vec{v}=\overrightarrow{P_1P_2}=\vec{r_2}-\vec{r_1}$ = এক সেকেন্ডে অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তন,

অর্থাৎ বস্তু কণার বেগ = অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনের হার।

[ক্যালকুলাসের সঙ্কেত অনুযায়ী,

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt} \text{ যেখানে } \vec{v}=\text{বেগ ও } \vec{r}=\text{অবস্থান ভেক্টর।}]$$

মনে করা যাক, কোন স্থির নির্দেশ তন্ত্রের $t=0$ সময়ে কোন ব্যক্তির অবস্থান ভেক্টর $\overrightarrow{OQ}$ এবং কোন বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর $\overrightarrow{OP}$। ধরা যাক ব্যক্তি ও বস্তুকণা সমবেগে চলে। $t=1$ সেকেন্ড সময়ে বস্তুকণা P হ'তে P_1 বিন্দুতে এবং ব্যক্তি Q হ'তে Q_1 বিন্দুতে যায়। এখন উহাদের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\overrightarrow{OP_1}$ ও $\overrightarrow{OQ_1}$। ব্যক্তির বেগ, $\vec{u}=\overrightarrow{QQ_1}$ এবং বস্তুকণার বেগ, $\vec{v}=\overrightarrow{PP_1}$। ব্যক্তিকে আদি বিন্দু ও বস্তুকণাকে শেষ বিন্দু ধ'রে বস্তু কণার দিকে যে ভেক্টর



চিত্র 50

পাওয়া যায় তাই ব্যক্তি **সাপেক্ষে** বস্তুর অবস্থান ভেক্টর। এই অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনের হারই বস্তুর আপেক্ষিক বেগ। ব্যক্তি সাপেক্ষে বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর $t=0$ সময়ে $\overrightarrow{QP}$ এবং $t=1$ সেকেন্ড সময়ে $\overrightarrow{Q_1P_1}$। কাজেই বস্তুর আপেক্ষিক বেগ,

$\vec{V}=1$ সেকেন্ড সময়ে বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তন $=\overrightarrow{Q_1P_1}-\overrightarrow{QP}$

এখন $Q\,Q_1\,P_2P$ সামান্তরিক পূর্ণ ক'রলে, $\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{Q_1P_2}$ এবং $\overrightarrow{QQ_1}=\overrightarrow{PP_2}$,

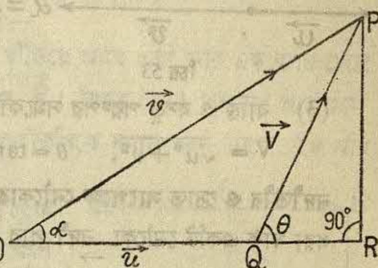
অতএব, $\vec{V}=\overrightarrow{Q_1P_1}-\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{Q_1P_2}+\overrightarrow{P_2P_1}-\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{P_2P_1}-\overrightarrow{QP}$

$=\overrightarrow{P_2P_1}=\overrightarrow{PP_1}-\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PP_1}-\overrightarrow{QQ_1}=\vec{v}-\vec{u}$ ………(1)

$\therefore \vec{V}=\vec{v}-\vec{u}$

কাজেই, **বস্তুর আপেক্ষিক বেগ = বস্তুর বেগ − ব্যক্তির বেগ।**

তলে আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্ণয় (*Determination of magnitude and direction of relative velocity in a plane*) **:** ধরা যাক, বস্তু ও ব্যক্তির বেগ যথাক্রমে $\vec{u}$ ও $\vec{v}$ এবং এই দুই ভেক্টরের মান যথাক্রমে u ও v ও উহাদের মধ্যবর্তী কোণ α। আমরা $\vec{u}$ ও $\vec{v}$ এর সমান যথাক্রমে $\overrightarrow{OQ}$ এবং $\overrightarrow{OP}$ নিলাম, যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ α [চিত্র 51]।



চিত্র 51

আমরা জানি যে,

বস্তুর আপেক্ষিক বেগ, $\vec{V}=\vec{v}-\vec{u}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{QP}$। এখন OQ কে বর্ধিত ক'রে P বিন্দু হ'তে PR লম্ব টানা হ'ল। তা'হলে, $PR=OP\sin\alpha=v\sin\alpha$ এবং $QR=OR-OQ=v\cos\alpha-u$। আবার,

$$QP^2=QR^2+PR^2=(v\cos\alpha-u)^2+v^2\sin^2\alpha$$
$$=u^2+v^2-2uv\cos\alpha.$$

$$\therefore\ V=QP=[u^2+v^2-2uv\cos\alpha]^{\frac{1}{2}}\text{………(i)}$$

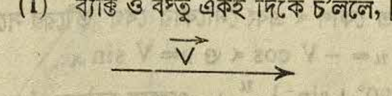
আবার, $\vec{V}$ ও $\vec{u}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হ'লে,

$$\tan\theta=\frac{PR}{QR}=\frac{v\sin\alpha}{v\cos\alpha-u}\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে আপেক্ষিক বেগ জানা যায়।

বিশেষ ক্ষেত্র ঃ

(1) ব্যক্তি ও বস্তু একই দিকে চ'ললে, [চিত্র 52] $\alpha=0$



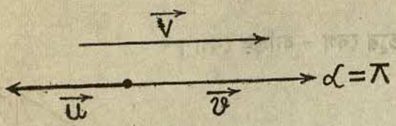
চিত্র 52

(*a*) যদি $v>u$ হয় তবে $V=v-u$ এবং $\theta=0$

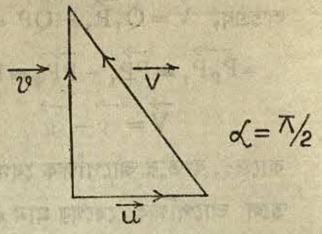
b) যদি $v<u$ হয় তবে $V=u-v$ এবং $\theta=\pi$ বা 180°।

(*c*) যদি $v=u$ হয় তবে $V=0$ হবে এবং θ অর্থহীন।

(2) ব্যক্তি ও বস্তু বিপরীতদিকে চ'ললে, [চিত্র 53] $\alpha=\pi$ এবং
$V=u+v$,
$\theta=\pi$ বা 180°।



চিত্র 53



চিত্র 54

(3) ব্যক্তি ও বস্তু পরস্পর সমকোণে থা'কলে, [চিত্র 54] $\alpha=\pi/2$ এবং
$V=\sqrt{u^2+v^2}$, $\theta=\tan^{-1}\left(\frac{-v}{u}\right)=\pi-\tan^{-1}\frac{v}{u}$।

নদীতীর ও স্রোত সাপেক্ষে নৌকোর বেগ ঃ

ধরা যাক একটি নৌকো নদী পার হচ্ছে। এক্ষেত্রে নদীর স্রোতকে ব্যক্তি ধ'রলে বোঝা যায় যে, স্রোতের বেগ $\vec{u}$, নৌকোর আপেক্ষিক বেগ $\vec{V}$ ও তীরের তুলনায় নৌকোর বেগ v। তাহ'লে $\vec{V}=\vec{v}-\vec{u}$।

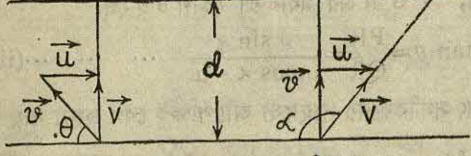
(1) ধরা যাক $\vec{V}$ ও $\vec{u}$ এর অন্তর্ভূ'ত কোণ 90° অর্থাৎ নৌকো সোজাসুজি নদী পার হয় (চিত্র 55)। এক্ষেত্রে $v^2=u^2+V^2$। $\vec{v}$ ও স্রোতের দিকের মধ্যবর্তী কোণ θ হ'লে, $\theta=\tan^{-1}\frac{V}{u}$। নদী পার হ'তে প্রয়োজনীয় সময়, $t=\frac{d}{V}$; d = নদীর বিস্তার।

এক্ষেত্রে $u=v\cos\theta$ এবং $V=v\sin\theta$।

আবার t সময়ে নৌকো দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব

$$=t.v=\frac{d}{V}\sqrt{u^2+v^2}$$ ।

এক্ষেত্রে নদী পার হ'তে সময় সব চেয়ে কম লাগে।



চিত্র 55 চিত্র 56

(2) ধরা যাক $\vec{V}$ ও $\vec{u}$ এর অন্তর্ভূ'ত কোণ α এবং নৌকোর বেগ তীরের সঙ্গে সমকোণে আনত (চিত্র 56)। এক্ষেত্রে $u=-V\cos\alpha$ ও $v=V\sin\alpha$

অতএব, $v=\sqrt{V^2-u^2}$ এবং $\alpha=90^\circ+\sin^{-1}\frac{u}{V}$। এক্ষেত্রে নৌকো d দূরত্ব যায় ও নদী পার হয় এবং উহার সময় লাগে $\frac{d}{v}$ বা $\frac{d}{\sqrt{V^2-u^2}}$।

এক্ষেত্রে নৌকো সব থেকে কম দূরত্ব যায়।

আপেক্ষিক ত্বরণ (*Relative acceleration*) **:**

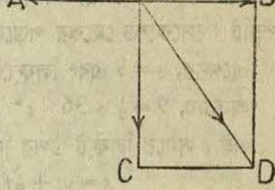
আপেক্ষিক বেগ আলোচনায় আমরা ধ'রে নিয়েছিলাম যে ব্যক্তি ও বস্তু সমবেগে চলে, কিন্তু ব্যক্তি ও বস্তু উভয়েরই ত্বরণ থাকতে পারে। সেরূপক্ষেত্রে ব্যক্তির সাপেক্ষে বস্তুর ত্বরণকে উহার **আপেক্ষিক ত্বরণ** বলা হয়। উপরের (1) নং সমীকরণের (পৃঃ 47) উভয় দিকের রাশির সময়ের সাথে পরিবর্তনের হার নিলে,

আপেক্ষিক ত্বরণ $(\vec{f_r})$ = বস্তুর ত্বরণ $(\vec{f})$ − ব্যক্তির ত্বরণ $(\vec{F})$

ব্যাপারটা একটু পরিষ্কার ক'রে বোঝা যাক—

ধরা যাক, এক ব্যক্তি স্টেশন প্ল্যাটফর্মে দাঁড়িয়ে আছে এবং আর এক ব্যক্তি ট্রেনে যাচ্ছে। ট্রেনের ত্বরণ $\vec{F}$ হ'লে ট্রেন যাত্রীর ত্বরণও $\vec{F}$। কিন্তু ইহার তুলনায় প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ান ব্যক্তির ত্বরণ $-\vec{F}$ অর্থাৎ এই ব্যক্তি বিপরীতদিকে সমান ত্বরণ নিয়ে চ'লে যায় ব'লে মনে হয়।

দু'টি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠের দিকে অবাধে প'ড়তে শুরু ক'রলে উভয়েই ভূ-পৃষ্ঠ সাপেক্ষে *g* ত্বরণ নিয়ে প'ড়বে। এরূপক্ষেত্রে একটি বস্তুর তুলনায় অপরটির ত্বরণ শূন্য।



চিত্র 57

উদাহরণ : একটি বাস জোরে ব্রেক কষায় তাক হ'তে একটি স্যুটকেস নীচে প'ড়ল। বাসের মন্দন 10 m/sec^2 হ'লে এবং ভূ-পৃষ্ঠ সাপেক্ষে স্যুটকেসের নিম্নমুখী ত্বরণ 20 m/sec^2 হ'লে উহা উল্লম্ব রেখার সাথে কত কোণে নীচে প'ড়ল ?

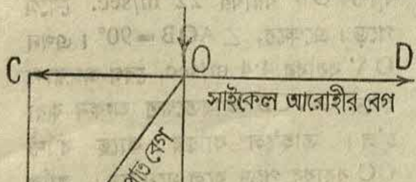
সমাধান : এক্ষেত্রে বাসের মন্দন, $\vec{F} = \vec{OA} = -\vec{OB}$ [চিত্র 57]

এবং স্যুটকেসের ত্বরণ, $\vec{f} = \vec{OC}$

অতএব, স্যুটকেসের আপেক্ষিক ত্বরণ $= \vec{OC} - \vec{OA} = \vec{OC} + \vec{OB} = \vec{OD}$

কাজেই, $\angle COD = \tan^{-1}\dfrac{CD}{OC} = \tan^{-1}\dfrac{OB}{OC}$

$$= \tan^{-1}\frac{10}{20} = \tan^{-1}\tfrac{1}{2} = 26^\circ{\cdot}6$$



চিত্র 58

অনুভূমিক সরলরেখা বরাবর চলন্ত সাইকেল আরোহী সাপেক্ষে উল্লম্বভাবে পতনশীল বারিবিন্দুর আপেক্ষিক বেগ :

(58 নং চিত্রে) অনুভূমিক দিকে সাইকেল আরোহীর বেগ $\vec{OD}$ ও উল্লম্বভাবে পতনশীল বারিবিন্দুর বেগ $\vec{OA}$। সাইকেল আরোহীর সমান ও বিপরীতমুখী বেগ $\vec{OC}$। তাহ'লে $\vec{OA}$ ও $\vec{OC}$ এর লব্ধিই সাইকেল আরোহী সাপেক্ষে বারিবিন্দুর আপেক্ষিক বেগ। OA ও OC রেখাদ্বয়কে সন্নিহিত

বাহু ধ'রে অংকিত OABC সামান্তরিকের কর্ণ OBই সাইকেল আরোহীর তুলনায় বারিবিন্দুর আপেক্ষিক বেগ নির্দেশ করে। কাজেই, OA বরাবর নীচের দিকে পতনশীল বারিবিন্দুগুলিকে সাইকেল আরোহী তির্যকভাবে OB বরাবর প'ড়তে দেখবে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. একটি লিফ্‌ট 4 ft./sec² ত্বরণ নিয়ে উপর দিকে উঠছে। যখন ইহার ঊর্ধ্বমুখী বেগ 8 ft/sec. তখন একটি বস্তু ইহার ছাদ থেকে মেঝের দিকে পড়ে। ছাদ থেকে মেঝের দূরত্ব 9 ft হ'লে বস্তুটি কত সময় পরে মেঝেয় পড়ে ও কত দূরত্ব যায় ?

সমাধান ঃ বস্তুটি যখন পড়ে তখন নীচের দিকে ইহার অভিকর্ষজ ত্বরণ 32 ft/sec². কাজেই, লিফ্‌টের তুলনায় বস্তুর ত্বরণ $f=(32+4)=36$ ft./sec².। বস্তুটি t সেকেন্ডে মেঝেয় পড়লে, $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$

এক্ষেত্রে, $s=9$ এবং লিফ্‌টের তুলনায় বস্তুর প্রাথমিক বেগ $u=0$

অতএব, $9=\frac{1}{2}\times 36\times t^2$; বা, $t=0\cdot71$ sec.

এই t সময়ে লিফ্‌ট উপর দিকে যায়,

$$s=vt+\tfrac{1}{2}f_1t^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

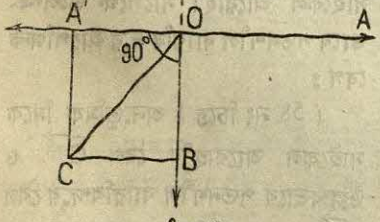
(i) নং সমীকরণে v = লিফ্‌টের বেগ = 8 ft/sec, f_1 = লিফ্‌টের ত্বরণ = 4ft/sec²

কাজেই, $s=8\times0\cdot71+\frac{1}{2}\times4\times(0\cdot71)^2=6\cdot68$ ft.

সুতরাং, বস্তু যায় (9 − 6·68) ft. বা, 2·32 ft.

2. এক ব্যক্তি যখন 4·4 m/sec. বেগে যায় তখন 22 m/sec. বেগে উল্লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ে। বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাবার জন্য ঐ ব্যক্তিকে কত কোণে ছাতা ধ'রতে হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক্, ব্যক্তি OA বরাবর 4·4 m/sec. বেগে যায় [চিত্র 59]। বৃষ্টি OB বরাবর 22 m/sec. বেগে পড়ে। এক্ষেত্রে, $\angle AOB=90°$। এখন OA′ বরাবর 4·4 m/sec. বেগ আরোপ ক'রে OA′CB আয়তক্ষেত্র অংকন করা হ'ল। তাহ'লে ব্যক্তির কাছে বৃষ্টি OC বরাবর পড়ে বলে মনে হয়। ব্যক্তি উল্লম্ব রেখার সঙ্গে θ কোণে ছাতা ধ'রলে



চিত্র 59

$$\tan\theta=\frac{BC}{OB}=\frac{4\cdot4}{22}=\frac{1}{5}$$

অতএব, $\theta=\tan^{-1}\frac{1}{5}$

3. একটি নদীতে স্রোতের বেগ 2 Km/hr। এক ব্যক্তি স্রোতের দিকের সঙ্গে 60° কোণে 5 Km/hr বেগে নৌকো চালায়। নদী 10 Km চওড়া হ'লে ইহার এক তীর থেকে অপর তীরে যেতে কত সময় লাগে ?

সমাধান ঃ স্রোতের দিকে নৌকোর বেগের উপাংশ $= 5 \cos 60° = \frac{5}{2}$ Km/hr.

স্রোতের লম্বদিকে নৌকোর বেগের উপাংশ $= 5 \sin 60° = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ Km/hr.।

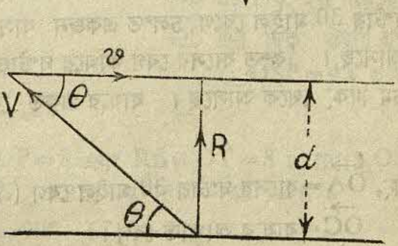
কাজেই, স্রোতের দিকে নৌকোর মোট বেগ $= 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$ Km/hr.। এই বেগ নৌকোকে নদীর সমান্তরালে নিয়ে যায়।

আবার স্রোতের লম্বভাবে নৌকোর বেগ $= \frac{5\sqrt{3}}{2}$ Km/hr.। এই বেগের জন্যই নৌকো নদীর অপর তীরে যায়। নদী 10 Km. চওড়া হওয়ায় প্রয়োজনীয় সময় $= 10 \div \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = 2{\cdot}31$ hr. (প্রায়)।

4. একটি নদীতে স্রোতের বেগ v। এক ব্যক্তি নৌকো ক'রে এই নদী সরাসরি পার হ'তে চায়। কোন্ দিকে সে নৌকো বাইবে ? নদীটি d চওড়া হ'লে কত সময়ে সে সরাসরি পার হবে ? স্রোতের দিকে d দূরত্ব বেয়ে আবার স্রোতের বিপরীতে ঐ একই দূরত্ব ফিরে আসতে তার মোট কত সময় লাগবে ?

সমাধান ঃ ধরা যাক্, ব্যক্তি নদীতীরের সাথে θ কোণে নৌকো বাইলে তার বেগ V ও স্রোতের বেগ v এর লব্ধি স্রোতের লম্ব হয়। এই অবস্থায় $V \cos \theta = v$, বা, $\cos \theta = \frac{v}{V}$ (চিত্র 60)। লব্ধি বেগ $R = V \sin \theta$। অতএব, সরাসরি নদী পার হওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সময় $t = \frac{d}{V \sin \theta} = \frac{d}{V\sqrt{1 - \cos^2\theta}}$

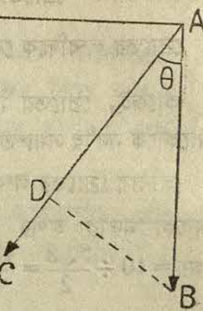
$$= \frac{d}{V\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}} = \frac{d}{\sqrt{V^2 - v^2}}$$



চিত্র 60

স্রোতের বিপরীতে বেগ $= V - v$ ও স্রোতের দিকে বেগ $= V + v$। সুতরাং, স্রোতের দিকে d দূরত্ব যেয়ে আবার বিপরীত দিকে d দূরত্বে ফিরে আসতে মোট সময় $= \frac{d}{V+v} + \frac{d}{V-v} = \frac{2dV}{V^2 - v^2}$।

5. কোন সময়ে একটি জাহাজ A অপর একটি জাহাজ B-র 30 মাইল উত্তর দিকে ছিল। A দক্ষিণদিকে ঘণ্টায় 20 মাইল বেগে এবং B পূর্বদিকে ঘণ্টায় 15 মাইল বেগে যায়। কত সময় পরে উহারা পরস্পরের খুব নিকটবর্তী হয় এবং তখন উহাদের দূরত্ব কত হয় ?



চিত্র 61

সমাধান ঃ ধরা যাক্, 61 নং চিত্রে A ও B জাহাজ দুটির দূরত্ব 30 মাইল অর্থাৎ $\overrightarrow{AB}$ = 30 মাইল।

দক্ষিণ দিকে ঘণ্টায় 20 মাইল বেগ এবং পশ্চিম দিকে ঘণ্টায় 15 মাইল (B-এর বিপরীত বেগ) বেগের লব্ধিই A-এর আপেক্ষিক বেগ।

ধরা যাক্, B-এর তুলনায় A-এর বেগ AB-এর সঙ্গে θ কোণে নত।

তাহ'লে A-র আপেক্ষিক বেগ = $\sqrt{20^2+15^2}=25$ mile/hr.

এবং $\tan\theta=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$;

আবার, $\sin\theta=\frac{3}{5}$ এবং $\cos\theta=\frac{4}{5}$। B থেকে দেখলে মনে হয় যে, A জাহাজ $\overrightarrow{AC}$ অভিমুখে চ'লছে। B থেকে $\overrightarrow{AC}$-র উপর অংকিত লম্ব $\overrightarrow{BD}$, ন্যূনতম দূরত্ব হয়। $\triangle ABD$ থেকে $|\overrightarrow{BD}|=|\overrightarrow{AB}|\sin\theta=30\times\frac{3}{5}=18$ মাইল ;

এবং $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AB}|\cos\theta=30\times\frac{4}{5}=24$ মাইল।

ধরা যাক্, t সময় পরে জাহাজ দু'টি ন্যূনতম ব্যবধানে আসে। তাহ'লে $t=\frac{24}{25}$ ঘণ্টা = 57 মি. 36 সে।

∴ 57 মি. 36 সে. পরে জাহাজ দু'টি খুব কাছে আসে এবং তখন ন্যূনতম দূরত্ব হয় 18 মাইল।

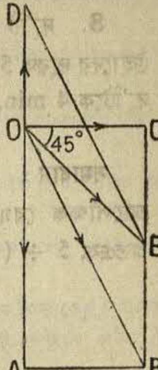
6. দক্ষিণ দিকে ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে চলন্ত একজন বাস যাত্রীর মনে হচ্ছে পশ্চিমদিক্ থেকে বায়ু আসছে। কিন্তু বাসের বেগ কমিয়ে ঘণ্টায় 15 মাইল ক'রলে মনে হয় বায়ু উত্তর-পশ্চিম দিক্ থেকে আসছে। বায়ুর প্রকৃত বেগ ও দিক্ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক্, $\overrightarrow{OA}$ = বাসের ঘণ্টায় 30 মাইল বেগ (চিত্র 62)।

$\overrightarrow{OC}$ = বায়ুর আপাত বেগ।

OABC সামান্তরিকে $\overrightarrow{OB}$ এর মান হয় বায়ুর প্রকৃত বেগ এবং $\overrightarrow{OB}$ এর দিক্ই হয় বায়ুর প্রকৃত দিক। বাসের বেগ ঘণ্টায় 15 মাইলকে ধরা যাক্ $\overrightarrow{OD}$ দ্বারা সূচিত করা হ'ল। তাহ'লে, OBED সামান্তরিকে $\overrightarrow{OE}$ এর মান হয় বায়ুর আপেক্ষিক বেগ এবং $\overrightarrow{OE}$ এর দিক্ই হয় বায়ুর আপাত দিক্। দেওয়া আছে $\overrightarrow{OE}$ এর দিক্

উত্তর-পশ্চিম। সুতরাং, $\angle COE = 45^\circ$। আবার, $\angle OCE = 90^\circ$ হওয়ায় $\angle CEO = 45^\circ$



চিত্র 62

$\therefore \quad |\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{CE}|$

যেহেতু $|\overrightarrow{CE}| = |\overrightarrow{BC}| - |\overrightarrow{BE}| = 30 - |\overrightarrow{OD}|$

$= 30 - 15 = 15 = |\overrightarrow{OC}|$

$\therefore \quad |\overrightarrow{AB}| = 15$।

আবার, $OB^2 = OA^2 + AB^2 = 30^2 + 15^2 = 15^2$
$(2^2 + 1^2) = 15^2 \times 5$

$\therefore \quad |\overrightarrow{OB}| = 15\sqrt{5}$

সুতরাং, বায়ুর প্রকৃত বেগ ঘণ্টায় $15\sqrt{5}$ মাইল।

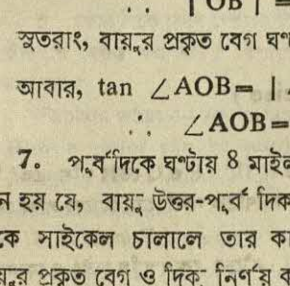
আবার, $\tan \angle AOB = |\overrightarrow{AB}| / |\overrightarrow{AO}| = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \angle AOB = \tan^{-1}(\frac{1}{2})$

7. পূর্বদিকে ঘণ্টায় 8 মাইল বেগে চলন্ত একজন সাইকেল আরোহীর নিকট মনে হয় যে, বায়ু উত্তর-পূর্ব দিক্ থেকে আসছে। কিন্তু ঐ একই বেগে উত্তর-পূর্ব দিকে সাইকেল চালালে তার কাছে মনে হয় যে, বায়ু উত্তর দিক্ থেকে আসছে। বায়ুর প্রকৃত বেগ ও দিক্ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক্ $\overrightarrow{OP}$ = সাইকেলের ঘণ্টায় 8 মাইল বেগ (চিত্র 63),
$\overrightarrow{OQ}$ = বায়ুর আপাত বেগ।

OPRQ সামান্তরিকে $\overrightarrow{OR}$ এর মান হয় বায়ুর প্রকৃত বেগ এবং $\overrightarrow{OR}$ এর দিক্ হয় বায়ুর প্রকৃত দিক্। সাইকেল আরোহী যখন উত্তর-পূর্ব দিকে যায় তখন ধরা যাক্ $|\overrightarrow{OT}| = 8$। তাহ'লে ORST সামান্তরিকে $\overrightarrow{OS}$ এর মান হয় বায়ুর আপাত বেগ এবং $\overrightarrow{OS}$ এর দিক্ হয় বায়ুর আপাত দিক্। আবার $\overrightarrow{OS}$ এর দিক্ উত্তর হওয়ায় $\angle QOS = 45^\circ$ $\angle OSP = 45^\circ$; আবার, $\angle POS = 90^\circ$ হওয়ায় $OPS = 45^\circ$



চিত্র 63

সুতরাং, $OS = OP = 8$ এবং $RS = OT = 8$; আবার $OS = SR$ হওয়ায়

$\angle SOR = \angle SRO = \frac{1}{2}(180^\circ - 45^\circ) = 67\frac{1}{2}^\circ$

$\therefore \quad \angle POR = 90^\circ - 67\frac{1}{2}^\circ = 22\frac{1}{2}^\circ$

আবার, $\triangle SOR$ থেকে,

$$|\overrightarrow{OR}| = \sqrt{(SO)^2 + (SR)^2 - 2SO.SR \cos \angle OSR}$$
$$= \sqrt{8^2 + 8^2 - 2.8.8 \cos 45^\circ} = 8\sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

সুতরাং বায়ুর প্রকৃত বেগ ঘণ্টায় $8\sqrt{2-\sqrt{2}}$ মাইল এবং এই বায়ু পূর্ব-দিকের সঙ্গে $22\frac{1}{2}°$ কোণে পূর্ব দিকের দক্ষিণে যায়।

8. দু'টি গাড়ি একই অভিমুখে একই বেগে ($=30$ Km/hr) যায়। উহাদের দূরত্ব 5 Km.। বিপরীত দিক্ থেকে আসা অপর একটি গাড়ি ঐ গাড়ি দু'টিকে 4 min. সময় অবকাশে সাক্ষাৎ ক'রলে উহার গতিবেগ কত ?

(*I. I. T.*, '75)

সমাধান ঃ প্রথম দু'টি গাড়ির তুলনায় বিপরীত দিক্ থেকে আসা গাড়ির আপেক্ষিক বেগ $=u+30$ Km/hr., যেখানে u Km/hr. উহার প্রকৃত বেগ। অতএব, $5 \div (u+30)=\frac{4}{60}$ hr.। অথবা, $u=45$ Km / hr.

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. (a) উদাহরণসহ স্কেলার ও ভেক্টর রাশির সংজ্ঞা দাও। (b) P ও Q ভেক্টর রাশি একই বিন্দু থেকে বিভিন্ন দিকে ক্রিয়া করে। সামান্তরিক সূত্রের সাহায্যে গাণিতিক পদ্ধতিতে ইহাদের লব্ধি ভেক্টরের মান ও দিক নির্ণয় কর। [*Tripura H. S. 1979*]

2. ভেক্টর ও স্কেলার রাশির পার্থক্য নিরূপণ কর। নীচের কোন্‌গুলি ভেক্টর ও কোন্‌গুলি স্কেলার ?

ভর, বেগ, ত্বরণ, সময়, ক্ষমতা, ভরবেগ, বল, শক্তি ও উষ্ণতা।

Distinguish between vector and scalar quantities.

Which of the following quantities are vectors and which are scalars ?

Mass, Velocity, Acceleration, Time, Power, Momentum, Force, Energy and Temperature.

3. কতকগুলি ভেক্টরের লব্ধি ব'লতে কি বোঝায় ? দু'টি ভেক্টর θ কোণে আনত থাকলে তুমি ইহাদের লব্ধি কি ভাবে নির্ণয় ক'রবে ? দুই ভেক্টরের লব্ধির মান কি যে কোন একটি ভেক্টরের মান অপেক্ষা কম হ'তে পারে ?

What do you mean by the resultant of a set of vectors ? How can you obtain the resultant of two vectors inclined at an angle θ ? Can the magnitude of the resultant of two vectors be smaller than the magnitude of either ?

4. আলোচনা দ্বারা প্রমাণ কর—

(i) কোন ভেক্টর রাশির সঙ্গে কোন স্কেলার রাশি যোগ করা যায় না, কিন্তু কোন স্কেলার রাশির সঙ্গে যে কোন স্কেলার রাশি যোগ করা যায়।

(ii) তিনটি ভেক্টরের লব্ধির মান কখনই ভেক্টর তিনটির মানের যোগফলের সমান হয় না।

(iii) দুই বা ততোধিক ভেক্টরের ক্রিয়া একটিমাত্র ভেক্টর দ্বারা বর্ণনা করা যায়।

(iv) তিনটি ভেক্টরের লব্ধি এবং ইহাদের যে কোন দু'টি এক সমতলে অবস্থিত হ'লে তৃতীয় ভেক্টরও ঐ সমতলে অবস্থিত হয়।

(v) কোন বস্তুর আপেক্ষিক বেগের মান পৃথিবী সাপেক্ষে ইহার বেগের মান অপেক্ষা বেশি হ'তে পারে না।

Comment on the following Statements :—

(i) A scalar can not be added to a vector but any scalar can be added with a scalar.

(ii) The magnitude of the resultant of three vectors can not be equal to the sum of the magnitudes of the three vectors.

(iii) The combined action of two or more vectors can be represented by that of a single vector.

(iv) If the resultant of three vectors and any two of them be in a given plane, the third vector will also lie in the same plane.

(v) No body can have a relative velocity greater than its velocity with respect to earth.

5. কোন দিকে কোন ভেক্টরের উপাংশ ব'লতে কি বোঝায় ? কোন ভেক্টরকে কিভাবে দুই আয়তাকার উপাংশে বিভক্ত করা যায় ? উপাংশ বিশ্লেষণের সাহায্যে কিভাবে কয়েকটি ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় করা যায় ?

Explain what do you mean by the component of a vector in a given direction. How a vector can be resolved into two rectangular components ? How the resultant of a number of vectors may be determined with the help of vector resolution method ?

6. একক ভেক্টর কাকে বলে ? স্থানাঙ্কের সাহায্যে কোন ভেক্টরকে কিভাবে প্রকাশ করা যায় ?

What is unit vector ? How a vector can be represented by co-ordinates ?

7. আপেক্ষিক বেগ ও আপেক্ষিক ত্বরণ ব'লতে কি বোঝায় ? চলমান পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে কোন বস্তুর আপেক্ষিক বেগ কিভাবে নির্ণয় করা যায় ?

দেখাও যে, গতিশীল পর্যবেক্ষক A এর সাপেক্ষে অপর গতিশীল পর্যবেক্ষক B এর আপেক্ষিক বেগ B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগের বিপরীত ভেক্টর।

What are meant by 'Relative velocity' and 'Relative acceleration ? How the relative velocity of a moving body may be determined with respect to a moving obsever ? Prove that the relative velocity of a moving observer B with respect to another moving observer A is a vector which is opposite to the vector that represents the relative velocity of A with respect to B.

8. সমমানের দুই ভেক্টরের লব্ধির মান কি একই হ'তে পারে ? কখন ?

Is it possible that two vectors of equal magnitude have a resultant also of the same magnitude ? When ? [উঃ Yes, $\theta=120^\circ$]

9. কখন দুই ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফল সমমানের হয় ?

When can the sum and difference of two vectors have the same magnitude ? [উঃ $\theta=90^\circ$]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. A এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{A} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ এবং $\vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ হ'লে $\vec{AB}$ ভেক্টরের মান কত হয় ? [$\sqrt{14}$]

2. A,B,C,D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}, \vec{b}, (2\vec{a}+2\vec{b}), (3\vec{a}+\vec{b})$। এই বিন্দুগুলি একটি সামান্তরিক গঠন ক'রলে দেখাও যে, ঐ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় দ্বিখণ্ডিত হয়। যে বিন্দুতে কর্ণদ্বয় দ্বিখণ্ডিত হয় তার অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর।

3. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, কোন সামান্তরিকের বাহুগুলির বর্গের যোগফল উহার কর্ণদ্বয়ের বর্গের যোগফলের সমান।

4. h বিস্তারের একটি নদীতে v বেগে স্রোত বইছে। এক ব্যক্তি u বেগে স্থির জলে নৌকো বাইতে পারে। ন্যূনতম সময়ে নদী পার হ'তে গেলে সে কোন্ দিকে নৌকো বাইবে? নদীর অপর তীরে কোন্ বিন্দুতে পেঁছাবে?

(তীরের সঙ্গে লম্ব ; $\frac{vh}{u}$)

5. কোন বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলতে কি বোঝায়? দু'টি বিন্দু যোগ ক'রলে যে সরল রেখা পাওয়া যায় তাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করে যে বিন্দু তার স্থান ভেক্টর কিরূপে নির্ণয় ক'রবে?

6. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যোগ করা হ'ল। দেখাও যে, ইহাদের লব্ধির মান $|\vec{A}+\vec{B}|$ অপেক্ষা বড় অথবা $|\vec{A}-\vec{B}|$ অপেক্ষা ছোট হ'তে পারে না।

7. একটি গাড়ি প্রথমে পূর্ব দিকে 50 মাইল, তারপর উত্তর দিকে 30 মাইল এবং তারপর উত্তর পূর্বদিকে 30° কোণে 25 মাইল যায়। ভেক্টর চিত্র আঁক এবং যাত্রা শুরুর স্থান থেকে শেষ পর্যন্ত গাড়ির মোট সরণ নির্ণয় কর।

(81 মাইল, 39°·6 N of E)

8. বিশ্লেষক পদ্ধতিতে তিন বা ততোধিক ভেক্টরের যোগফল নির্ণয় কর।

9. এক ব্যক্তি সোজা উত্তর দিকে 3 m. এবং তারপর সোজা পূর্বদিকে 4 m. যায়। ব্যক্তি কত দূরত্ব যায়? ব্যক্তির সরণ কর?

A man travels 3 metre on a straight road due north, then turns through 90° towards east and moves 4 metre straight. What is the distance travelled? What is the displacement?

[(i) 7 m, (ii) 5 m, $\theta=\sin^{-1}\frac{4}{5}$]

10. 2, 3 ও 6 dyne বলের লব্ধি কি শূন্য হ'তে পারে?

Can the resultant of three forces of magnitudes 2, 3 and 6 dyne be zero? [No.]

11. দুই বলের লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 6 ও 4 dyne। বলদ্বয়ের মান কত?

The greatest and the least value of the resultant of two forces are 6 and 4 dyne respectively. What are the magnitudes of the forces?

[5 ও 1 dyne]

12. 160 gm. ভরের একটি পাথর খণ্ডকে দড়ি দিয়ে ঝোলানো হয়। ইহা 120 gm wt. অনুভূমিক ভারের প্রভাবে সাম্য অবস্থায় থাকে। দড়ির টান কত?

A piece of stone weighing 160 gm. is suspended from a rope. The stone is pulled aside and comes to rest with a horizontal force of 120 lb applied to it. What is the tension in the rope?

[200 gm. wt.]

13. দুই সমমান বলের লব্ধি যে কোন একটি বলের অর্ধেক হ'লে বল দু'টি কত কোণে নত থাকে?

What is the angle between two equal forces whose resultant is equal to one half of one of the forces?

[151° (প্রায়)]

14. নদীতে স্রোত না থাকলে একটি নৌকো 8 Km/hr. বেগে যায়। স্রোতের বেগ 4 Km/hr. হ'লে নৌকো তীরের সঙ্গে কত কোণে নত থেকে সোজাসুজি বিপরীত তীরে পেঁছায়?

A boat travels 8 Km/hr. in still water. At what angle with the shore must the boat be steered to reach a point directly opposite if the velocity of the current is 4 Km/hr.

[60°]

15. কোন ব্যক্তি মোটর সাইকেলে সোজা উত্তর দিকে 80 Km/hr. বেগে যায়। এই সময়ে বায়ু পশ্চিমদিকে 50 Km/hr. বেগে প্রবাহিত হয়। ব্যক্তির কাছে বায়ুর আপাত বেগ কত হয় নির্ণয় কর।

A motor cyclist is riding north at 80 Km./hr. and the wind blowing westward with a velocity of 50 Km/hr. Determine the apparent wind velocity as observed by the cyclist.

[94 Km/hr. in a direction of 32° W of S]

16. স্থির অবস্থায় একজন সৈনিক 150 m. দূরে 15 m/sec. গতিবেগে একটি শত্রুট্যাঙ্ককে তার দৃষ্টি রেখার লম্বভাবে যেতে দেখে। গুলির বেগ 700 m/sec. হ'লে ট্যাঙ্ককে আঘাত করার জন্য সে তার দৃষ্টি রেখার সঙ্গে কত অনুভূমিক কোণে বন্দুক ছোঁড়ে ?

A stationary soldier sees an enemy tank 150 m. away moving at 15 m/sec. on a line perpendicular to his line of sight. If the speed of the bullet is 700 m./sec. at what horizontal angle with his line of sight must he aim the gun to hit the tank ? [$1^\circ 23$]

17. স্থির অবস্থায় এক ব্যক্তি খাড়া নীচের দিকে বৃষ্টি প'ড়তে দেখে। সে অনুভূমিক রাস্তা বরাবর 6 Km./hr. বেগে গেলে তার মনে হয় যে, বৃষ্টি অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 45° কোণে পড়ে। বৃষ্টির প্রকৃত গতিবেগ কত ?

When a man is stationary rain drops appear to him falling vertically downward. When he starts moving at 6 Km./hr. on a horizontal road, rain drops appear to fall at 45° from the horizontal. What is the actual velocity of the rain drops ? [6 Km/hr.]

18. 17·6 m/sec. বেগে খাড়া নীচের দিকে বৃষ্টি পড়ে। কোন ব্যক্তি অনুভূমিক রাস্তা বরাবর 8·8 m/sec. বেগে গেলে বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাবার জন্য সে কত কোণে তার ছাতা ধ'রবে ?

Rains are falling vertically downward with a velocity of 17·6 m/sec. If a man is moving horizontally at 8·8 m/sec. at what angle should be hold an umbrella to protect himself from the rains ? [অনুভূমিক রেখার সঙ্গে $\tan^{-1} 2$]

19. একটি 40 m. লম্বা ট্রেন সম দ্রুতিতে চলে। এক ব্যক্তি প্লাটফরমে 4 m/sec. বেগে ট্রেনের অভিমুখে দৌড়ায়। ট্রেন ব্যক্তিকে 4 sec. সময়ে অতিক্রম ক'রলে ইহার প্রকৃত গতিবেগ কত ? ব্যক্তি বিপরীত দিকে দৌড়ালে তাকে অতিক্রম ক'রতে ট্রেনের কত সময় লাগে ?

A 40 m. long train running at constant speed overtakes a man running in the same direction on the platform at the speed of 4 m/sec. in 4 sec. What is the actual speed of the train ? What would have been the time taken by the train to get pass the man if he were running in the opposite direction ?

[14 m/sec. 2·2 sec. (প্রায়)]

20. একটি জাহাজ পূর্বদিকে 15 Km./hr. বেগে যায়। অপর একটি জাহাজ উত্তরপূর্ব কোণে কতবেগে গেলে সকল সময়ে ইহা প্রথম জাহাজের উত্তর দিকে থাকে ?

A ship is sailing due east at 15 km/hr. What must be the speed of a second ship heading in a direction 30° east of north, if it is always due north from the first ship. [30 Km/hr.]

21. স্কেলার যোগ এবং ভেক্টর যোগের পার্থক্য উল্লেখ কর। [*H.* S. (new) *1980*]

22. বৃষ্টির দিনে চলন্ত ট্রেনের মধ্যে বসে থাকা কালে কোন যাত্রীর নিকট অভিলম্ব দিকে পতনশীল বৃষ্টির বিন্দুগুলি তির্যকভাবে পড়েছে বলে মনে হয়। কারণ কি ?

[*H. S. Exam. 1979*]

23. দুইটি কণা যথাক্রমে u ও $2u$ গতিবেগে পরস্পরের সহিত 60° কোণে যায়। একটি কণার অপরটির পরিপ্রেক্ষিতে আপেক্ষিক গতিবেগ নির্ণয় কর।

[$\sqrt{3}u$; 30°] [*H S.* (new). *1979*]

24. দুইটি সমান ভেক্টরকে ভেক্টর পদ্ধতিতে যোগ ক'রলে কোন্ অবস্থায় লব্ধি ভেক্টর (i) যে কোন ভেক্টরের পরম মানের $\sqrt{2}$ গুণ হবে এবং (ii) যে কোন ভেক্টরের পরম মানের $\sqrt{3}$ গুণ হবে ?

[(i) 90°, (ii) 60°] [*H. S.* (new). *1980*]

25. একটি বস্তুর উপর একই সাথে 6 পাউন্ডাল এবং 8 পাউন্ডাল মানের দু'টি বল পরস্পরের সঙ্গে 60° কোণে ক্রিয়া করে। উহাদের পরিবর্তে একটি একক বল প্রয়োগ ক'রতে হ'লে উহার মান এবং দিক্ কি হবে ? [12·17 dyne ; 6 dyne বলের দিকের সহিত 34° 42′]

26. $\vec{A}$ এর মান 6 cm/sec ইহা পূর্বদিকে ক্রিয়া করে। অপর একটি $\vec{B}$ উহার সহিত 120° কোণে উত্তর-পশ্চিম দিকে ক্রিয়া করে। $\vec{B}$ এর মান 8 cm/sec. হ'লে $(\vec{A} - \vec{B})$ নির্ণয় কর।

[12·17 cm/sec. ; 34° পূর্ব-দক্ষিণ অভিমুখী]

27. একটি বস্তুর উপর A ও B ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের সহিত θ কোণে ক্রিয়া ক'রে $(2\mu+1)\sqrt{A^2+B^2}$ লব্ধি উৎপন্ন করে। যখন উহারা $(90°-\theta)$ কোণে ক্রিয়া করে তখন উহাদের লব্ধি হয় $(2\mu-1)\sqrt{A^2+B^2}$। প্রমাণ কর যে, $\tan\theta=(\mu-1)/(\mu+1)$।

28. একটি বস্তুর একই সময় দক্ষিণমুখী বেগ $\sqrt{2}$ mile/hr. এবং উত্তর পূর্বমুখী বেগ 4 mile/hr.। উহার প্রকৃত বেগ কত ? [$\sqrt{10}$ mile/hr.]

29. একটি স্টীমার ঘণ্টায় 12 মাইল বেগে পশ্চিমদিকে এবং আর একটি স্টীমার ঘণ্টায় 16 মাইল বেগে উত্তর দিকে যায়। প্রথম স্টীমারের তুলনায় দ্বিতীয় স্টীমারের আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক্ নির্ণয় কর। [20 mile/hr. ; $\tan^{-1}\frac{3}{4}$]

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

নিউটনের গতিসূত্র
(NEWTON'S LAWS OF MOTION)

3·1. আমরা জানি যে; **বল এমন কোন প্রভাব যা কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হ'লে ঐ বস্তুর স্থির অবস্থার বা সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলন্ত অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় অথবা ঘটাবার চেষ্টা করে।**

কোন বলকে জানতে গেলে আমাদের জানা প্রয়োজন—(i) বলের প্রয়োগ বিন্দু অর্থাৎ যে বিন্দুতে বল ক্রিয়া করে, (ii) বলের দিক এবং (iii) বলের পরিমাণ। বলের এই তিনটি বৈশিষ্ট্যকে সরলরেখার সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। কারণ (i) সাধারণত যে বিন্দু থেকে সরলরেখা টানা হয় সেই বিন্দু হয় বলের প্রয়োগ বিন্দু, (ii) যে দিকে সরলরেখা টানা হয় সেই দিক্‌ই হয় বলের দিক্, (iii) সরলরেখার দৈর্ঘ্য হয় বলের পরিমাণ। সুতরাং বল একটি ভেক্টর রাশি। গতিবিদ্যায় প্রযুক্ত বলের প্রভাবে বস্তুর গতি আলোচনা ও ব্যাখ্যা করা হয়। 1687 খ্রীষ্টাব্দে স্যার আইজাক নিউটন বস্তুর গতি অভিনিবেশ সহকারে লক্ষ্য ক'রে গতি সম্পর্কিত তথ্যগুলিকে তিনটি সূত্রের আকারে উপস্থাপিত করেন। এই সূত্র-তিনটিকে গতিবিদ্যার ভিত্তি বলা যায়।

প্রথম সূত্র ঃ বাইরে থেকে বল প্রয়োগ ক'রে অবস্থার পরিবর্তন ক'রতে বাধ্য না করা হ'লে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির অবস্থায় থাকে এবং সচল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলে। [Every body continues in a state of rest or of uniform rectilinear motion (inertial motion) unless it is acted upon by some external force.]

দ্বিতীয় সূত্র ঃ ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্তবলের সমানুপাতিক এবং বল যে রেখা বরাবর ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেই রেখা বরাবর বলের দিকে ঘটে। [The time rate of change of momentum is proportional to the external force and takes place in the direction of this force.]

তৃতীয় সূত্র ঃ যখন একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর উপর বল (ক্রিয়া) প্রয়োগ করে তখন অপর বস্তুটিও প্রথম বস্তুর উপর বল (প্রতিক্রিয়া) প্রয়োগ করে। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মান সমান, উহারা বিপরীত অভিমুখী এবং উহাদের ক্রিয়ারেখা অভিন্ন। [Whenever one body exerts on a second a force (action), the second body exerts on the first a force (reaction). The action and reaction have the same magnitude, are oppositely directed and have the same line of action.]

3·2. নিউটনের গতিসূত্রের আলোচনাঃ

প্রথম সূত্র ঃ এই সূত্র দু'টি অংশে বিভক্ত। প্রথম অংশ থেকে জানা যায় যে, কোন জড় বস্তু নিজে থেকে উহার স্থির অবস্থার বা সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলন্ত অবস্থার পরিবর্তন ক'রতে পারে না। অর্থাৎ জড় বস্তু যে অবস্থায় থাকে সেই অবস্থাতেই থাকতে চায়। জড় বস্তুর এই ধর্মকে **জড়তা** বলে।

দ্বিতীয় অংশ থেকে বলের কাজ বোঝা যায়। এই অংশ থেকে বোঝা যায় যে, (i) বল কোন বস্তুর স্থির অবস্থার পরিবর্তন করে অথবা পরিবর্তন ক'রতে চেষ্টা করে ; (ii) বল কোন বস্তুর দ্রুতি বাড়িয়ে বা কমিয়ে ঐ বস্তুর চলন্ত অবস্থার পরিবর্তন ঘটায়। এই সূত্র থেকে আরো জানা যায় যে, বস্তুর স্থির বা চলন্ত অবস্থার পরিবর্তন ঘটাতে হ'লে বস্তুর উপর বাইরে থেকে বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। বস্তুর বিভিন্ন অংশের মধ্যে ক্রিয়াশীল আভ্যন্তরীণ বল বস্তুর স্থির বা চলন্ত অবস্থার পরিবর্তন ঘটাবে না।

উপরের আলোচনা থেকে বোঝা যায় যে বস্তুর জড়তা দু'রকমের ঃ—

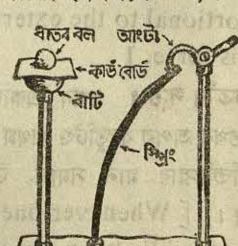
(i) স্থিতিজড়তা অর্থাৎ স্থির বস্তুর প্রবণতা হ'ল স্থির থাকা এবং (ii) গতিজড়তা অর্থাৎ গতিশীল বস্তুর প্রবণতা হ'ল গতি বজায় রাখা।

আমরা স্থিতিজড়তা বুঝতে পারি। স্থির অবস্থায় পড়ে থাকা কোন বস্তুর উপর বাইরে থেকে বল প্রয়োগ না করা হ'লে বস্তু স্থির অবস্থাতেই পড়ে থাকে, হঠাৎ চ'লতে শুরু করে না। সুতরাং স্থিতিজড়তা সম্পর্কে সহজেই ধারণা করা যায়।

গতিজড়তা কিন্তু এত সহজে বোঝা যায় না। কারণ আমরা দেখি যে, ভু-পৃষ্ঠের উপর কোন বস্তুকে গড়িয়ে দিলে উহা কিছু সময় পরে থেমে যায়, চিরকাল চ'লতে থাকে না। তার কারণ, বস্তুর সঙ্গে ভু-পৃষ্ঠের ঘর্ষণ, বস্তুর উপর বায়ুর বাধা প্রভৃতি বস্তুকে কিছু সময় পরে থামিয়ে দেয়। এই বলগুলি না থাকলে বস্তু চিরকাল চ'লতে থাকবে। এই ভাবে আমরা গতিজড়তার ধারণা ক'রতে পারি।

3·3. স্থিতিজড়তার দৃষ্টান্তঃ

(1) একটি খাড়া দণ্ডের উপর একটি বাটি বসানো হয় (চিত্র 64)। বাটির উপর একটি হাল্কা কার্ড বোর্ড ও তার উপর একটি ধাতব বল রাখা হয়। এই বল সহজে বাটির মধ্যে যেতে পারে। অপর একটি খাড়া দণ্ডের মাথায় আংটা থাকে। এই আংটার সঙ্গে একটি ধাতব স্প্রিং আটকানো হয়। স্প্রিং এর উপরের অংশ ও কার্ডবোর্ড একই সমতলে থাকে। আংটা থেকে স্প্রিংকে ছেড়ে দিলে স্প্রিং কার্ডবোর্ডকে সজোরে আঘাত করে। ফলে কার্ডবোর্ড ছিটকে বেরিয়ে যায় ; কিন্তু



চিত্র 64

স্থিতিজড়তার জন্য ধাতব বলের স্থান পরিবর্তন ঘটে না। ফলে বল নিজের জায়গায়

থাকতে চায়। কিন্তু কার্ডবোর্ড সরে যাওয়ার জন্য বল পৃথিবীর টানে নীচের দিকে নেমে আসে ও বাটির মধ্যে পড়ে।

একটি কাচের গ্লাসের উপর একখণ্ড পিচবোর্ড রেখে তার উপর একটি আধুলি রাখ। তারপর পিচবোর্ডকে আঙ্গুল দিয়ে জোড়ে টোকা দাও। দেখবে পিচবোর্ড গ্লাসের মুখ থেকে স'রে গেছে, কিন্তু স্থিতিজড়তার জন্য আধুলি গ্লাসের ভিতরে পড়েছে।

(2) কোন ট্রেন বা ট্রামগাড়ি স্থির অবস্থা থেকে হঠাৎ চ'লতে শুরু ক'রলে ঐ গাড়ির মধ্যে দাঁড়িয়ে থাকা যাত্রী পিছন দিকে হেলে পড়ে। তার কারণ যাত্রীর দেহের নীচের অংশ গাড়ির সংস্পর্শে থাকায় গতি পায়, কিন্তু তার দেহের উপরের অংশ স্থির অবস্থায় থাকতে চায়।

(3) ক্যারাম খেলায় অনেক সময় একটি ঘুঁটির উপর আর একটি ঘুঁটি থাকে। স্ট্রাইকারের সাহায্যে নীচের ঘুঁটিকে আঘাত ক'রলে শুধু নীচের ঘুঁটি স'রে যায়, কিন্তু স্থিতিজড়তার জন্য উপরের ঘুঁটি স্থান পরিবর্তন করে না।

3.4. গতিজড়তার দৃষ্টান্ত ঃ

(1) চলন্তগাড়ি থেকে কোন যাত্রী নামলে সামনের দিকে পড়ে যাবার প্রবণতা দেখা যায়। চলন্ত গাড়িতে যাত্রী গাড়ির গতিতে থাকে। কিন্তু সে যখন নামে তখন তার পা ভূ-পৃষ্ঠে দেবার সংগে সংগেই স্থির অবস্থায় আসে, কিন্তু শরীরের উপরিভাগ গতিজড়তার জন্য গতি বজায় রাখতে চায়। এই কারণেই যাত্রী সামনের দিকে পড়ে যেতে চায়।

(2) চলন্ত ট্রাম বা বাস হঠাৎ থামলে দাঁড়িয়ে থাকা যাত্রীরা সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে। যাত্রীদের বেগ চলন্ত গাড়ির বেগের সমান। গাড়ি হঠাৎ থেমে গেলে শরীরের নীচের দিক সংগে সংগে স্থির অবস্থায় আসে, কিন্তু উপরের দিক সামনের দিকে চলতে চায়। এই কারণে দাঁড়িয়ে থাকা যাত্রীরা সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে।

(3) চলন্ত ট্রাম বা ট্রেনে ব'সে একটি বলকে উপর দিকে ছুঁড়ে দিলে বল আবার হাতে ফিরে আসে। যাত্রী এবং বলের বেগ গাড়ির বেগের সমান। বল উপর দিকে ছুঁড়ে দেওয়ার পর যাত্রী বা গাড়ি যতটা সামনের দিকে যায়, বলও ঠিক ততটা সামনের দিকে যায়। কিন্তু বলকে ছুঁড়ে দেওয়ার পর গাড়ির বেগের পরিবর্তন ঘটলে বল আর হাতে ফিরে আসবে না।

স্থিতি জড়তা ও গতিজড়তা প্রকৃতপক্ষে বস্তুর দুই বিভিন্ন ধর্ম নয়। একজনের কাছে যা স্থিতিজড়তা, অপর একজনের কাছে তাই গতিজড়তা মনে হ'তে পারে। যেমন উপরের (3) নম্বর দৃষ্টান্তে ট্রেনের যাত্রী বলকে সোজা উঠতে ও নামতে দেখে। কিন্তু প্লাটফরমে দাঁড়িয়ে থাকা এক ব্যক্তি বলকে অনুভূমিকভাবে যেতে দেখে। তার কাছে এই অনুভূমিক গতিকে গতিজড়তার ফল বলে মনে হয়। কিন্তু ট্রেনের যাত্রী অনুভূমিক দিকে গতির অভাবকে স্থিতিজড়তার ফল হিসেবে দেখে।

দ্বিতীয় সূত্র ঃ এই সূত্রের সাহায্যে কোন বলের পরিমাণ নির্ণয় করা যায় এবং বিভিন্ন বলের তুলনা করা যায়।

3.5. বলের পরিমাণ নির্ণয় ঃ

ধরা যাক্ m ভরের কোন বস্তু u বেগে যায় অর্থাৎ ঐ বস্তুর প্রথেমিক বেগ u। এখন t সময় ধ'রে ঐ বস্তুর উপর P বল ক্রিয়া ক'রলে উহার বেগ পরিবর্তিত হয়। t সময় পরে ধরা যাক্ বস্তুর চূড়ান্ত বেগ v।

স্থতরাং, বস্তুর প্রাথমিক ভরবেগ $= mu$ এবং t সময় পরে

চূড়ান্ত ভরবেগ $= mv$।

অতএব, t সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন $= mv - mu = m(v-u)$।

কাজেই, ভরবেগের পরিবর্তনের হার = একক সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন

$= \frac{m(v-u)}{t} = mf$ $\qquad$ $\left[\text{যেহেতু } \frac{v-u}{t} = f = \text{ত্বরণ}\right]$

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী,

বল $\propto$ ভরবেগের পরিবর্তনের হার

বা, $P \propto mf$

স্থতরাং, $P = K.mf$ যেখানে K একটি ধ্রুব রাশি।

যে বল এক একক ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে প্রতি বর্গ সেকেন্ডে একএকক ত্বরণ উৎপন্ন করে তাকে এক একক বল ধ'রলে $P=1$ যখন $m=1, f=1$। তাহ'লে $K=1$।

স্থতরাং এইভাবে বলের একক ধ'রলে, $P = mf$;

অর্থাৎ বল = ভর × ত্বরণ।

এই $P = mf$ সমীকরণ থেকেই বলের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

$P = mf$ = ভর × ত্বরণ—এই গুণ ফলকে **জড়তা বল** (*inertial force*) বা **জড়তা বাধা** (*inertial resistance*) বা **ভর-প্রতিক্রিয়া** (*mass reaction*) বলে। সাধারণত এই জড়তা বল বস্তুর গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে। কাজেই,

বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল + জড়তাবল = 0

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রের এই গাণিতিক রূপ **ব্যাপকতর অর্থে** প্রযুক্ত হ'য়ে থাকে।

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র থেকে পাওয়া যায়, বল = ভর × ত্বরণ। কাজেই, **বল নির্দিষ্ট বা ধ্রুবক** থাকলে বস্তুর ত্বরণ উহার ভরের ব্যস্তানুপাতিক হয়। তাহ'লে সমান বল বিভিন্ন বস্তুতে প্রযুক্ত হ'লে যে বস্তুর ভর বেশি সেই বস্তুর ত্বরণ কম হয় এবং যে বস্তুর ভর কম সেই বস্তুর ত্বরণ বেশি হয়। ধরা যাক, সমান বল (P) দু'টি বিভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। একটি বস্তুর ভর m_1 এবং অপর বস্তুর ভর m_2 হ'লে নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী, $P = m_1 f_1$ এবং $P = m_2 f_2$।

কাজেই, $m_1 f_1 = m_2 f_2$ বা, $\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_2}{m_1}$

অতএব, $f \propto \frac{1}{m}$; অর্থাৎ ত্বরণ $\propto \frac{1}{\text{ভর}}$

3.6. বস্তুর ভরই উহার জড়তার পরিমাপ (Mass of a body is a measure of its inertia) ঃ

ত্বরণ $\propto \frac{1}{\text{ভর}}$ সম্পর্ক থেকে বোঝা যায় যে, বস্তুর ভর যত বেশি হয় উহার অবস্থার পরিবর্তন করা তত বেশি কষ্টসাধ্য হয়। কোন বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করা যত বেশি কষ্ট সাধ্য হয় উহার জড়তাও তত বেশি হয়। কাজেই বস্তুর ভর বেশি হ'লে উহার জড়তাও বেশি হয়। সুতরাং, **কোন বস্তুর জড়তার পরিমাপই উহার ভর।**

$P = mf$ সমীকরণকে ভেক্টরের সাহায্যে প্রকাশ ক'রলে লেখা যায়, $\vec{P} = m\vec{f}$ যেখানে m স্কেলার রাশি এবং $\vec{P}$ ও $\vec{f}$ সমান্তরাল ও সমানুপাতিক। আবার $\vec{P} = 0$ হ'লে $\vec{f}$ অর্থাৎ বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং, $\vec{P} = m\vec{f}$ রাশিতে নিউটনের প্রথম ও দ্বিতীয় গতিসূত্র উভয়েই নিহিত আছে।

*** ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে $P = mf$ সমীকরণের প্রমাণ ঃ**

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী, কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল ঐ বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হারের সমান। অর্থাৎ

$$\text{বল} = \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) = m\,\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{f} \text{ (ভর ধ্রুবক)};$$

$m =$ বস্তুর ভর, $\vec{V} =$ বস্তুর বেগ এবং $\vec{f} =$ বস্তুর ত্বরণ।

3.7. বলের একক ঃ

যে বল এক একক ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে প্রতিবর্গ সেকেন্ডে এক একক ত্বরণ উৎপন্ন করে তাকে বলের একক বলে।

(i) সি. জি এস্. পদ্ধতিতে বলের একককে **ডাইন** বলে। যে বল এক গ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 1 cm./sec² ত্বরণ উৎপন্ন করে তাকে 'ডাইন' বলে।

(ii) এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে বলের একককে **পাউন্ডাল** বলে। যে বল এক পাউন্ড ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 1 ft/sec² ত্বরণ উৎপন্ন করে তাকে 'পাউন্ডাল' বলে।

(iii) এম্. কে এস্. পদ্ধতিতে বলের একককে **'নিউটন'** বলে। যে বল এক কিলোগ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 1 metre/sec² ত্বরণ উৎপন্ন করে তাকে 'নিউটন' বলে।

ডাইন, পাউন্ডাল ও নিউটন এই তিনটি একককে বলের **পরম একক** (*absolute units of force*) বলে। কারণ, **এই একক তিনটি সব অবস্থাতেই অপরিবর্তিত থাকে।** মনে রাখতে হবে যে, $P = mf$ সমীকরণ প্রয়োগ ক'রতে হ'লে বলকে পরম এককে প্রকাশ ক'রতে হবে। বলের অন্য এক প্রকার এককের কথা (অভিকর্ষীয় একক) পরে বলা হবে।

3.8. পাউণ্ডাল ও ডাইনের সম্পর্ক ঃ

পাউন্ডালের সংজ্ঞানুযায়ী,

1 পাউন্ডাল $= 1\ \text{lb} \times 1\ \text{ft/sec}^2$

$= 453{\cdot}6\ \text{gm} \times 30{\cdot}48\ \text{cm/sec}^2$ [যেহেতু $1\ \text{lb} = 453{\cdot}6\ \text{gm}$ এবং $1\ \text{ft} = 30{\cdot}48\ \text{cm}$]

সুতরাং এক পাউন্ডাল বল 453·6 গ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 30·48 cm/sec² ত্বরণ উৎপন্ন করে।

অতএব, 1 পাউন্ডাল $= 453{\cdot}6 \times 30{\cdot}48 = 13{,}823{\cdot}728$ dyne.

3.9. নিউটন ও ডাইনের সম্পর্ক ঃ

ইহাদের সংজ্ঞা থেকে লেখা যায়,

এক নিউটন $= 1\ \text{Kg.} \times 1\ \text{metre/sec}^2$,

$= 1000\ \text{gm.} \times 100\ \text{cm/sec}^2$

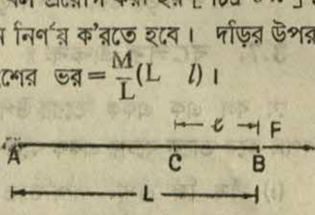
$= 1{,}00{,}000\ \text{dyne} = 10^5\ \text{dyne}$

উদাহরণ (Examples)

1. L দৈর্ঘ্যের একটি দড়ি কোন অনুভূমিক তলে আছে। ইহার এক প্রান্তে F বল প্রয়োগ করে ইহাকে টানা হয়। ঘর্ষণ না থাকলে যে প্রান্তে F বল প্রয়োগ করা হয় সেই প্রান্ত থেকে l দূরে দড়ির টান কত হয়? (*I. I. T. '78*)

সমাধান ঃ ধরা যাক, AB দড়ির B প্রান্তে F বল প্রয়োগ করা হয় [চিত্র 64.]। B প্রান্ত থেকে A-এর দিকে l দূরে C বিন্দুতে টান নির্ণয় ক'রতে হবে। দড়ির উপর ত্বরণ $= \dfrac{\text{বল (F)}}{\text{দড়ির ভর (M)}}$। আবার দড়ির AC অংশের ভর $= \dfrac{M}{L}(L - l)$।

কাজেই, C বিন্দুতে টান = AC অংশের ভর × ত্বরণ



$= \dfrac{M}{L}(L-l) \times \dfrac{F}{M} = F\,\dfrac{(L-l)}{L}$।

চিত্র 64 (i)

2. স্থির জলাশয়ের উপর ভাসমান দু'টি নৌকোয় দুই ব্যক্তি অল্প কিছু দূরে মুখোমুখি দাঁড়িয়ে আছে। ঐ দুই ব্যক্তি একটি দড়ির দুই প্রান্ত ধ'রে আছে। ইহাদের যেকোন একজন অথবা উভয়েই দড়ি টানলে দেখা যায় যে, নৌকো দু'টি একই বিন্দুতে স্পর্শ করে। কেন? উভয়ক্ষেত্রে কি স্পর্শ করার সময় আলাদা হবে? ঘর্ষণ অগ্রাহ্য কর। (*I. I. T. '74*)

সমাধান ঃ ধরা যাক, ঐ দুই ব্যক্তির ভর m ও M। কোন ব্যক্তি F বল প্রয়োগ ক'রলে দড়ির টান হয় F। কাজেই প্রত্যেক ব্যক্তি F বল অনুভব করে। উহাদের ত্বরণ হয় যথাক্রমে F/m ও F/M। উভয় ব্যক্তির দূরত্ব S হ'লে এবং উভয়ে স্পর্শ করার সময় S_1 ও S_2 দূরত্ব গেলে $S = S_1 + S_2$ এবং $S_1 = \frac{1}{2}f_1t^2$ ও $S_2 = \frac{1}{2}f_2t^2$, f_1 ও f_2 যথাক্রমে F/m ও F/M।

কাজেই, $S_1 = \frac{F}{2m}t^2$ এবং $S_2 = \frac{F}{2M}t^2$ ।

সুতরাং স্পর্শ বিন্দু S কে $S_1 : S_2$ অথবা $\frac{1}{m} : \frac{1}{M}$ বা, M : m অনুপাতে ভাগ করে। F-এর মান যাই হোক না কেন ইহা সত্য হয়।

কাজেই, সব সময়েই উহারা একই বিন্দুতে স্পর্শ করে।

আবার $S_1 = \frac{1}{2}f_1t^2$, অথবা, $t^2 = \frac{2S_1}{f_1} = \frac{2S_1}{F/m}$

যখন উভয় ব্যক্তিই F বল প্রয়োগ ক'রে দড়ি টানে তখনও দড়িতে টান হয় F। কাজেই, আবার $t = \sqrt{\frac{2S_1}{F/m}}$ । সুতরাং এক ব্যক্তি F বলে টানুক বা উভয় ব্যক্তিই F বলে টানুক সময় একই হয়।

3. একটি ট্রেন ঘণ্টায় 60 Km. বেগে চলে। ইহাকে 20 sec সময়ে স্থির অবস্থায় আনা হয়। এই মন্দনের সময় ট্রেনের মধ্যে একটি সরল দোলক উল্লম্ব রেখার সহিত কত কোণে থাকবে ?

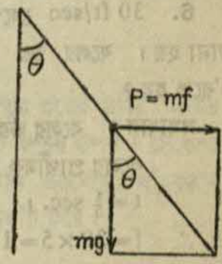
সমাধান ঃ ট্রেনের বেগ $v = 60$ Km/hr $= \frac{100}{6}$ m/sec. ট্রেনটি 20 sec. এ স্থির অবস্থায় আসায় ইহার মন্দন

$$f = \frac{v}{t} = \frac{100}{6 \times 20} = \frac{5}{6} \text{ m/sec}^2$$

ট্রেনের উপর যখন পশ্চাৎদিকে মন্দন বল ক্রিয়া করে তখন দোলকের পিণ্ডের উপর সামনের দিকে ক্রিয়াশীল বল,

$P = mf$. (m = পিণ্ডের ভর)

পিণ্ডের উপর নীচের দিকে ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ বল $= mg$ (g = অভিকর্ষজ ত্বরণ = 9·8 m/sec)। পিণ্ড উল্লম্ব রেখার সহিত θ কোণে নত থাকলে,



চিত্র 65

$$\tan\theta = \frac{mf}{mg} = \frac{f}{g} = \frac{5}{6 \times 9{\cdot}8} = 0{\cdot}085 = \tan 4^\circ{\cdot}9 \text{ অতএব, } \theta = 4^\circ{\cdot}9.$$

4. 200 গ্রাম ভরের কোন বস্তুর উপর 1000 গ্রাম ওজনের বল 30 sec. ক্রিয়া ক'রলে বস্তুর বেগ কত হয় ?

সমাধান ঃ P = 1000 গ্রাম-ওজন = 1000 × 980 dynes

m = 200 গ্রাম, t = 30 sec.

P = mf সূত্র থেকে, 1000 × 980 = 200 × f,

বা, f = 4900 cm./sec².

আবার, v = ft সূত্র থেকে, v = 4900 × 30 = 14700 cm./sec.

5. রেল লাইনের বাধা 4·48 lb./ton হ'লে ঘণ্টায় 60 মাইল বেগে চ'লতে শুরু ক'রে একটি ট্রেন কতদূর যায় ?

সমাধান ঃ প্রাথমিক বেগ u = ঘণ্টায় 60 মাইল $= \frac{60 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = 88$ ft/sec.

চূড়ান্ত বেগ = 0

ধরা যাক্, ট্রেন s দূরত্ব যায়।

ট্রেনের ভর m টন হ'লে মোট বাধা $P = m \times 4{\cdot}48$ lb.

$= m \times 4{\cdot}48 \times 32$ poundal।

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুসারে,

$P = 2240\ mf$ [$\because$ 1 টন = 2240 lb.]

$\therefore\ f = \frac{P}{2240m} = \frac{m \times 4{\cdot}48 \times 32}{2240m} = \frac{8}{125}$ ft/sec²

আবার $v^2 = u^2 - 2fs$ সূত্র থেকে

$$0 = (88)^2 - \frac{2 \times 8}{125} \times s$$

$$\therefore\ s = \frac{(88)^2 \times 125}{2 \times 8}\ \text{ft.} = 11\tfrac{1}{24}\ \text{mile.}$$

6. 30 ft/sec বেগে চলন্ত একটি ক্রিকেট বলকে $\frac{1}{5}$ সেকেন্ডে স্থির অবস্থায় আনা হয়। বলের ভর $5\frac{1}{2}$ oz. হ'লে বলকে গতিহীন ক'রতে গড়ে কত বল প্রয়োগ ক'রতে হয় ?

সমাধান ঃ বলের ভর $m = 5\frac{1}{2}$ oz. $= \frac{1}{16} \times \frac{11}{2}$ lb.

বলের প্রাথমিক বেগ u = 30 ft/sec. ; বলের চূড়ান্ত বেগ v = 0.

$t = \frac{1}{5}$ sec.। সুতরাং $v = u - ft$ সূত্র থেকে $0 = 30 - f \times \frac{1}{5}$।

$\therefore\ f = 30 \times 5 = 150$ ft/sec² = বলের মন্দন।

অতএব, প্রযুক্ত গড় বল $P = mf = \frac{11}{16 \times 2} \times 150$

$= 51{\cdot}56$ poundal (প্রায়)

3.10. বলের ভৌত নিরপেক্ষতা (Physical Independence of forces) ঃ

কোন বস্তুর উপর কতকগুলি বল একসঙ্গে ক্রিয়া ক'রলে অপর সব বলকে অনুপস্থিত ধ'রে কেবল মাত্র বিশেষ একটি বলের অধীনে বস্তুর গতি নির্ণয় করা যায়। প্রত্যেক বলের জন্য এভাবে গতি গুলিকে নির্ণয় ক'রে যুক্ত ক'রলে বস্তুর লব্ধি গতি পাওয়া যায়। এই ঘটনাকেই বলের **ভৌত নিরপেক্ষতা বলে**। ইহার অর্থ এই যে, কোন বস্তুর উপর কোন বিশেষ বলের প্রভাব অন্যান্য বলের উপস্থিতির দরুন ক্ষতিগ্রস্ত হয় না।

অনেক সময় একাধিক বল একসঙ্গে ক্রিয়া ক'রলে মোট ত্বরণ শূন্য হয়। এরূপ ক্ষেত্রেও বলগুলির প্রত্যেকের প্রভাব বর্তমান যদিও সেগুলির মোট প্রভাব শূন্য হওয়ায় কোনটির প্রভাব প্রথম দৃষ্টিতে বোঝা যায় না। কিন্তু কোন একটি বলকে সরিয়ে নিলে বস্তুর তৎক্ষণাৎ ত্বরণ হয় ও অপসৃত বলের প্রভাব বোঝা যায়।

আবেগ (Impulse) ঃ কোন বস্তুর উপর স্থির মানের বল ক্রিয়া ক'রলে এই বলের মান ও বস্তুর উপর ইহার ক্রিয়াকালের গুণফলকে ইহার আবেগ বলে।

যদি P বল m ভরবিশিষ্ট বস্তুর উপর t সময় ধ'রে ক্রিয়া করে, তাহ'লে এই বলের আবেগ $= P.t$ ··· ··· ···(i)

আবার এই বলের ক্রিয়ায় বস্তুর বেগ যদি u থেকে vতে পরিবর্তিত হয় তাহ'লে বস্তুর ত্বরণ, $f=\frac{v-u}{t}$। সুতরাং সংজ্ঞানুযায়ী,

$$\text{বলের আবেগ} = P.t = mf.t = m\left(\frac{v-u}{t}\right).t$$
$$= mv - mu = \text{বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন।}$$

কাজেই, নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রকে ভরবেগের ভাষায় লেখা যায়, **ভরবেগের পরিবর্তন প্রযুক্ত বলের আবেগের আনুপাতিক।** সুতরাং, আবেগ না থাকলে ভরবেগের পরিবর্তন হয় না। কাজেই, ভরবেগের ভাষায় নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রকে লেখা যায়—

বলের আবেগ না পেলে ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে।

বলের আবেগের দরুন ভরবেগের যে পরিবর্তন হয় তা বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। যেমন, এক ডাইন বল দু'টি বিভিন্ন ভর বিশিষ্ট বস্তুর উপর 1 সেকেন্ড ধ'রে ক্রিয়া ক'রলে প্রত্যেক বস্তুতে 1 gm-cm/sec পরিমাণ ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে। অবশ্য বস্তুর বেগের পরিবর্তন ইহার ভরের উপর নির্ভর করে।

ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে,

$$\text{বল}, P = \frac{d}{dt}(mv)$$

অথবা, $Pdt = d(mv)$ ··· ··· (ii)

উপরের সমীকরণের বামদিক dt সময়ে বলের আবেগ ও ডান দিক এই সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন সূচিত করে।

বল ভেক্টর রাশি হওয়ায়, আবেগও ভেক্টর রাশি, বলের দিকই হয় আবেগের দিক। সি জি. এস্., এফ্. পি. এস্. ও এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে **আবেগের একক যথাক্রমে** gm-cm/sec, lb-ft/sec ও Kg-m/sec.

পরিবর্তনশীল বলের আবেগ (*Impulse of varying force*) ঃ

কোন বস্তুর উপর t সময় ধ'রে ক্রিয়াশীল বল প্রতিমুহূর্তে পরিবর্তিত হ'লে, এরূপ বলের আবেগ নির্ণয় করার জন্য t সময়কে $\Delta t_1, \Delta t_2, \cdots\cdots, \Delta t_n$ ক্ষুদ্র

অবকাশে বিভক্ত করা হয়। এরূপ প্রত্যেক ক্ষুদ্র অবকাশে ক্রিয়াশীল বলের মান নির্দিষ্ট ধরা যায় ও ইহার আবেগ নির্ণয় করা যায়। কাজেই, এই অবকাশগুলিতে ক্রিয়াশীল বলের মান $P_1, P_2, \cdots, P_n$ ও প্রত্যেক অবকাশ শেষে বস্তুর বেগ $v_1, v_2, \cdots, v_n$ হ'লে,

[u = বস্তুর প্রাথমিক বেগ]

$$P_1 \Delta t_1 = mv_1 - mu$$
$$P_2 \Delta t_2 = mv_2 - mv_1$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots$$
$$P_n \Delta t_n = mv - mv_{n-1},$$

[v = বস্তুর চূড়ান্ত বেগ]

কাজেই, মোট আবেগ $= P_1 \Delta t_1 + P_2 \Delta t_2 + \cdots + P_n \Delta t_n$

$$= \Sigma P \Delta t = mv - mu$$

ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে,

$$\text{মোট আবেগ} = \int_0^t P dt = \int_0^t \frac{d(mv)}{dt} dt = \int_u^v d(mv) = mv - mu$$

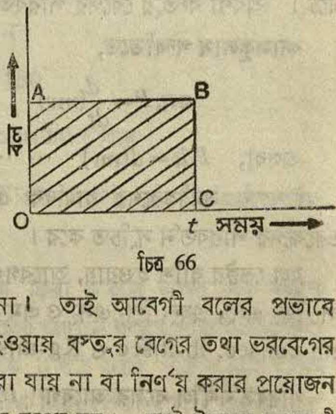
আবেগের লেখচিত্র (*Graphical representation of impulse*) ঃ

বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল স্থির মানের হ'লে বল বনাম সময় লেখচিত্র সময় অক্ষের সমান্তরাল সরল রেখা AB (চিত্র 66)। কাজেই, t সময় ধ'রে, ক্রিয়াশীল বলের আবেগ = ABCO আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল পরিবর্তনীয় হ'লে বল বনাম সময় লেখচিত্র যে কোন ধরনের বক্ররেখা হ'তে পারে। এরূপ ক্ষেত্রেও দেখা যায় যে,

বলের আবেগ = P-t বক্ররেখার নীচের ক্ষেত্রফল।

আবেগী বল (*Impulsive force*) ঃ যদি কোন বৃহৎ বল কোন বস্তুর উপর খুব অল্প সময়ের জন্য ক্রিয়া ক'রে বস্তুতে অলক্ষণীয় ত্বরণ সৃষ্টি করে, কিন্তু বস্তুর ভরবেগের বিশেষ পরিবর্তন ঘটায় তাহ'লে ঐ বৃহৎ বলকে আবেগী বল বলা হয়।



চিত্র 66

ফুটবল কিক্ করা, ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করা, বন্দুকের গুলি ছোঁড়া ইত্যাদি আবেগী বলের উদাহরণ।

এক্ষেত্রে বলের ক্রিয়াকাল এতই অল্প যে, ইহার প্রভাবে বস্তুর লক্ষণীয় সরণ সৃষ্টি হয় না। তাই আবেগী বলের প্রভাবে উৎপন্ন সরণ অগ্রাহ্য করা হয়, কিন্তু বল বৃহৎ হওয়ায় বস্তুর বেগের তথা ভরবেগের হঠাৎ পরিবর্তন হয়। এই বলের মান নির্ণয় করা যায় না বা নির্ণয় করার প্রয়োজন হয় না। বলের সমগ্র প্রভাব ইহার আবেগ দ্বারা মাপা হয়। তাই ইহাকে আবেগী বল বলে।

3·11. তৃতীয় গতি সূত্র ঃ

এই সূত্রানুযায়ী যে বলগুলির সাহায্যে দুটি বস্তু একে অপরের উপর ক্রিয়া করে তারা সমান ও বিপরীত। কোন বস্তুকে হাত দিয়ে তুললে হাত বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করে বস্তু হাতের উপর সেই বলের সমান ও বিপরীত বল প্রয়োগ করে। এই সূত্রে ধরে নেওয়া হয় যে, **এক বস্তু সরাসরি অপর বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে।** বস্তুকে দড়ির সাহায্যে হাত দিয়ে তুললে দড়ির উপর হাত দ্বারা প্রযুক্ত বল এবং বস্তু দ্বারা প্রযুক্ত বল সমান ও বিপরীত হয় না।

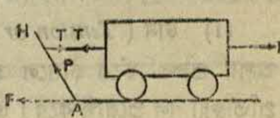
তার কারণ দড়ির ভর আছে এবং ত্বরণও আছে। দড়ির দুই প্রান্তে প্রযুক্ত বলের পার্থক্য, $P=mf$ সমীকরণ অনুযায়ী দড়ির ত্বরণ নির্দেশ করে। হাত এবং দড়ির মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া এবং দড়ি ও বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া অবশ্যই সমান ও বিপরীত। অভিকর্ষীয়, তড়িৎ, চৌম্বক ইত্যাদি সব ধরনের বলের ক্ষেত্রেই যদি ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার ব্যাপার হয় এবং যদি কোন বস্তুর সাহায্যে বল প্রয়োগ করা না হয় তা'হলে এই সূত্র প্রযোজ্য হয়। আরো লক্ষ্য করা যায় যে, (*i*) ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একই বস্তুর উপর ক্রিয়া করে না, দু'টি বিভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে এবং (*ii*) যতক্ষণ ক্রিয়া বর্তমান থাকে ঠিক ততক্ষণই প্রতিক্রিয়া বর্তমান থাকে।

দু'টি স্থির বা গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রেও তৃতীয় সূত্র প্রযোজ্য হয়।

নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র কিন্তু প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্র থেকে আলাদা নয়। যেমন ধরা যাক, এক বস্তু অপর এক বস্তুর উপর $\vec{F_1}$ বল প্রয়োগ করে এবং দ্বিতীয় বস্তুও প্রথম বস্তুর উপর $\vec{F_2}$ বল প্রয়োগ করে। ইহাদের উপর আর কোন বল ক্রিয়া করে না। তাহ'লে তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী $\vec{F_1}=-\vec{F_2}$ হয়। ধরা যাক $\vec{F_1}\neq\vec{F_2}$। তাহ'লে ঐ দুই বস্তুকে জুড়ে একটি নতুন বস্তু তৈরী ক'রলে তার উপর বল, $\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}\neq 0$। কাজেই নতুন বস্তুর ত্বরণ আছে এবং ইহা বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল ছাড়াই ক্রমবর্ধমান বেগ নিয়ে চলে। কিন্তু প্রথম সূত্র অনুযায়ী তা সম্ভব নয়। কাজেই $\vec{F_1}=-\vec{F_2}$। অর্থাৎ তৃতীয় গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়।

3.12. তৃতীয় সূত্রের কয়েকটি দৃষ্টান্ত ঃ

(i) ধরা যাক, H ঘোড়া TT দড়ির সাহায্যে একটি গাড়ি টানছে (চিত্র 67)। দড়িতে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীত। তাহ'লে ঘোড়া গাড়ি টানে কিরূপে ?



চিত্র 67

ধরা যাক, গতি শুরু ক'রতে ঘোড়া মাটির উপর HA বরাবর P বল প্রয়োগ করে। তাহ'লে প্রতিক্রিয়া বল P হবে AH বরাবর। এই প্রতিক্রিয়া P কে দু'টি উপাংশে ভাগ করা যায় ঃ—(i) উল্লম্ব উপাংশ যা ঘোড়ার ওজনকে ধ'রে রাখে। (ii) অনুভূমিক উপাংশ F যার সাহায্যে

গাড়ি সামনের দিকে যেতে চায়। ভূ-পৃষ্ঠের সঙ্গে চাকার ঘর্ষণের ফলে উদ্ভূত বল (R) গাড়ির উপর ক্রিয়া করায় এবং উহা F এর বিপরীতমুখী হওয়ায় F বল R এর চেয়ে যতক্ষণ কম থাকে ততক্ষণ গাড়ি চলে না। যখন F বল R এর তুলনায় বড় হয় তখন ইহাদের লব্ধি বলে গাড়ি সামনের দিকে যায়।

উপরের আলোচনা থেকে বোঝা যায় যে, গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল বল—(i) দড়ির টান (T) যা গাড়িকে সামনের দিকে টানে ও (ii) গাড়ির চাকার ঘর্ষণ বল (R) যা গাড়িকে পিছন দিকে টানে। ঘোড়ার উপর ক্রিয়াশীল বল—(i) ঘোড়া ভূ-পৃষ্ঠের উপর যে বল প্রয়োগ করে সেই বলের প্রতিক্রিয়া (P) যার উল্লম্ব উপাংশ ঘোড়ার ওজনকে ধ'রে রাখে এবং যার অনুভূমিক উপাংশ (F) ঘোড়াকে সামনের দিকে ঠেলে ও (ii) দড়ির টান (T) যা ঘোড়াকে পিছনে টানে। গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল বলগুলি বিবেচনা ক'রে যদি দেখা যায় R এর চেয়ে T বেশি তা'হলে নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী, $T-R=m_1f$ ·········(1)

m_1 গাড়ির ভর এবং f উহার ত্বরণ।

আবার ঘোড়ার উপর ক্রিয়াশীল বলগুলি বিবেচনা ক'রে লেখা যায় $F-T=m_2f$······ (2) m_2 ঘোড়ার ভর এবং f ঘোড়া ও গাড়ি উভয়েরই ত্বরণ।

তাহ'লে (1) ও (2) নম্বর সমীকরণ থেকে T অপনয়ন ক'রে পাওয়া যায়,

$$F-R=(m_1+m_2)\,f\,;\ \text{বা}\ f=\frac{F-R}{m_1+m_2}\cdots\cdots(3)$$

(3) নম্বর সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, $F=R$ হ'লে $f=0$ হয় অর্থাৎ সেক্ষেত্রে ঘোড়া ও গাড়ির কোন ত্বরণ থাকে না এবং ঘোড়া ও গাড়ি সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলে।

(ii) দুই দলের দড়ি টানাটানি (Tug of war) খেলায় দু'দলই যদি সমান জোড়ে দড়ি টানে তাহ'লে দড়িটি স্থির থাকে। এক্ষেত্রে দড়ির যে কোন অংশে সমান ও বিপরীতমুখী টান থাকে। ফলে দড়ির গতি থাকে না। প্রত্যেক দল 1000 ডাইন বলে দড়ি টানলে দড়িতে 1000 ডাইন টান উৎপন্ন হয়।

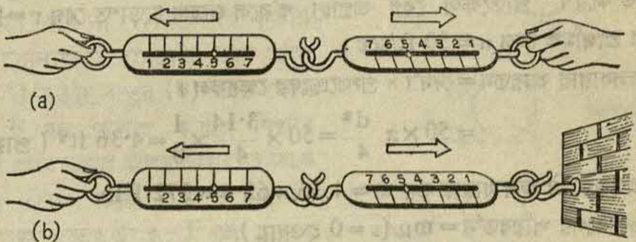
(iii) পৃথিবী চন্দ্রকে আকর্ষণ করে এবং চন্দ্রও পৃথিবীকে আকর্ষণ করে। এই দুই আকর্ষণ বিপরীতমুখী ও পরস্পরের প্রতিক্রিয়া।

3.13. বিভিন্ন ধরনের ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া (Different cases of Action and Reaction) :

(1) **টান** (*Tension or Pull*) : একটি হুকে একটি দড়ির এক প্রান্ত বেঁধে অপর প্রান্ত ধ'রে টানলে হুকের উপর বল ক্রিয়া করে। হুকও দড়ির মাধ্যমে প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এই অবস্থায় দড়ি টান টান অবস্থায় থাকে। এরূপ ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার দরুন দু'টি বস্তু কাছাকাছি আসে না বা পরস্পর থেকে দূরে যেতে পারে না। নমনীয় পদার্থ যেমন দড়ি, তার ইত্যাদির ও দৃঢ় বস্তুর মাধ্যমে টান ক্রিয়া করে।

(2) **ধাক্কা (*Push*) :** কোন ব্যক্তি হাত দিয়ে ঘরের দেওয়াল ঠেললে দেওয়ালের উপর বল প্রযুক্ত হয়। দেওয়ালও ব্যক্তির উপর প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। ইহার দরূন ব্যক্তি ও দেওয়াল পরস্পর থেকে দূরে সরে যেতে চায়। কাজেই, ধাক্কা এরূপ ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া যে ইহার দরূন বস্তুদ্বয় পরস্পর থেকে দূরে সরে যেতে চায় বা বস্তু দু'টি পরস্পরের দিকে যেতে বাধা পায়। ধাক্কা দৃঢ় বস্তুর মাধ্যমে প্রয়োগ করা যায়, কিন্তু নমনীয় বস্তুর মাধ্যমে প্রয়োগ করা যায় না। কোন ক্ষেত্রফলের উপর বণ্টিত ধাক্কাকে ঘাতও বলা হয়।

(3) **আকর্ষণ ও বিকর্ষণ :** পরস্পর থেকে কিছু দূরে অবস্থিত বস্তুদ্বয়ের মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া যদি এরূপ হয় যে, ইহার দরূন বস্তুদ্বয় পরস্পরের কাছে আসতে চায় তাহ'লে বলা হয় যে, ইহাদের মধ্যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। মহাকর্ষীয়, তড়িতীয়



চিত্র 68

ও চৌম্বক বল এই ধরনের। দুই বস্তুর মধ্যবর্তী মাধ্যম যাই হোক না কেন, এই জাতীয় বলগুলি ক্রিয়া করে। অবশ্য ইহাদের মধ্যবর্তী মাধ্যমের উপর এই সব বলের মান নির্ভর ক'রতে পারে।

(4) **ঘর্ষণ (*Friction*) :** একটি বস্তুর উপর দিয়ে অপর একটি বস্তু চ'লতে চাইলে দ্বিতীয় বস্তু প্রথম বস্তুর উপর প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। ইহাকে ঘর্ষণ বল বলা হয়। ইহা সর্বদাই গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে।

উদাহরণ (Examples) :

1. 150 gm. ভরের একটি ক্রিকেট বলের বেগ 12 m/sec.। ইহা একটি ব্যাটকে আঘাত ক'রে বিপরীত অভিমুখে 20 m/sec. বেগে যায়। ব্যাটে বলে সংযোগ সময় 0·01 sec.। ব্যাট বলের উপর কত গড় বল প্রয়োগ করে?

সমাধান : আমরা জানি যে, বলের আবেগ = ভরবেগের মোট পরিবর্তন।

Δt সময় ধ'রে P বল ক্রিয়া ক'রলে বলের আবেগ $= P \times \Delta t =$ ভরবেগের পরিবর্তন।

বেগ 12 m/sec. থেকে −20 m/sec. হয়। কাজেই, বেগের মোট পরিবর্তন = 12 m/sec. − (−20) m/sec. = 32 m/sec. = 3200 cm/sec.।

অতএব, $P \times 0{\cdot}01 = 150 \times 3200$।

অথবা, $P = 48 \times 10^4 \times 10^2$ dynes $= 480 \times 10^5$ dynes $= 480$ nt.

2. কোন আবেগী বল 20 lb ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া ক'রে উহার বেগ 10 ft/sec থেকে 20 ft/sec এ পরিবর্তিত করে। বলের আবেগ কত ?

সমাধান : এখানে, m = 20 lb, u = 10 ft/sec এবং v = 20 ft/sec.

বলের আবেগ = ভরবেগের পরিবর্তন = mv − mu = m(v − u)

$$= 20(20-10) = 20 \times 10 = 200 \text{ lb-ft/sec.}$$

3. একটি জলের জেটের ব্যাস 4 inches এবং অনুভূমিক বেগ 50 ft./sec.। এই জেটের সঙ্গে লম্বভাবে রাখা একটি প্লেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে ? প্রতিক্ষেপের প্রভাব (effect of rebound) উপেক্ষা কর। 1 ঘন ফুট জলের ভর = 62·4 lb.।

সমাধান : 1 সেকেন্ডে 50 ft. দীর্ঘ এবং 4 in. ব্যাসের জলধারার ভর প্লেটকে আঘাত করে। প্রতিক্ষেপ বেগ অগ্রাহ্য ক'রলে জলের চূড়ান্ত বেগ $v = 0$। জলধারার প্রাথমিক বেগ $u = 50$ ft/sec।

জলধারার আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল।

$$= 50 \times \pi \frac{d^2}{4} = 50 \times \frac{3 \cdot 14}{4} \times \frac{1}{9} = 4 \cdot 36 \text{ ft}^2 \text{ (প্রায়)}$$

অতএব, ঐ জল ধারার ভর m = 4·36 × 62·4 = 272·1 lb.

ভরবেগের পরিবর্তন = mu ($v = 0$ হওয়ায়)

$$= 272 \cdot 1 \times 50\text{।}$$

নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী,

$$\text{প্রযুক্ত বল} = \frac{\text{ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}} = \frac{272 \cdot 1 \times 50}{1} = 13605 \text{ Poundal.}$$

4. একটি 4 lb ভারের হাতুরির বেগ 10 ft./sec.। ইহা একটি পেরেকের উপর আঘাত ক'রে পেরেকটিকে শক্ত কাঠের ব্লকের মধ্যে প্রবেশ করায়। হাতুরিটি 0 002 sec. এ স্থির অবস্থায় এলে (i) আবেগ ও (ii) গড় বল নির্ণয় কর। (iii) পেরেক কতদূর যায় ?

সমাধান : হাতুরির প্রাথমিক বেগ $u = 0$ এবং

আবেগ = ভর × বেগ = $\frac{4}{32} \times 10 = 1 \cdot 25$ ft.-lb/sec.।

$$\text{অতএব, গড় বল} = \frac{\text{আবেগ}}{\text{সময়}} = \frac{1 \cdot 25}{0 \cdot 002} = 625 \text{ lbs-wt.}$$

পেরেক S দূরত্ব গেলে,

$$S = \frac{u+v}{2}\, t = \frac{0+10}{2} \times 0 \cdot 002 = 0 \cdot 01 \text{ ft.}$$

5. 5·7 গ্রাম ভর বিশিষ্ট একটি টেনিস বল 300 cm/sec. বেগে যায়। ইহাকে বিপরীত দিকে 600 cm/sec. বেগে ফেরানোর জন্য প্রযুক্ত বলের ঘাত কত হয় ?

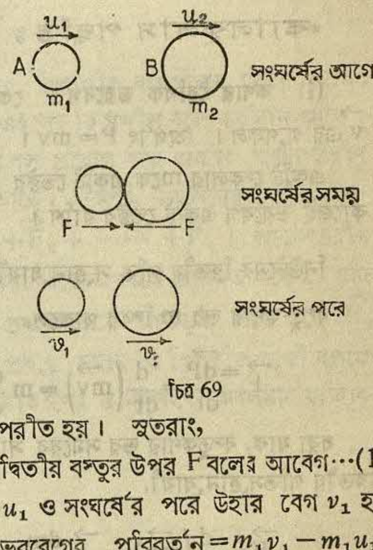
সমাধান : বলের ঘাত = বল দ্বারা উৎপন্ন ভরবেগের পরিবর্তন। টেনিস বলের প্রাথমিক ভরবেগ = 5·7 × 300 gm-cm/sec এবং চূড়ান্ত ভরবেগ = 5·7 × (−600)

gm-cm/sec.। কাজেই, প্রযুক্ত বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন = চূড়ান্ত ভরবেগ - প্রাথমিক ভরবেগ $= 5{\cdot}7 \times (-600) - 5{\cdot}7 \times 300 = -5130$ gm-cm/sec. ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে গতির বিপরীতে বল প্রযুক্ত হয়।

3·14. রৈখিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র (Law of conservation of linear momentum) ঃ

বাইরে থেকে **বল প্রযুক্ত না হ'লে কোন গতিশীল কণাসমষ্টির মোট রৈখিক ভরবেগ যে কোন দিকে অপরিবর্তিত থাকে।**

ধরা যাক, A ও B বস্তুদ্বয় ইহাদের পারস্পরিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বলের অধীনে চলে (চিত্র 69)। আমরা ধ'রে নেব যে, বস্তুদ্বয়ের উপর বাইরে থেকে কোন বল ক্রিয়া করে না। নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী সংঘর্ষের সময় প্রথম বস্তু (A) দ্বিতীয় বস্তুর (B) উপর কোন দিকে F বল প্রয়োগ ক'রলে দ্বিতীয় বস্তুও প্রথম বস্তুর উপর বিপরীত দিকে F বল প্রয়োগ করে। অর্থাৎ দ্বিতীয় বস্তু প্রথম বস্তুর উপর $-F$ বল প্রয়োগ করে। আবার এই ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল একই সময় ধ'রে কাজ করে।



চিত্র 69

কাজেই, এই দু'ই বলের আবেগ সমান ও বিপরীত হয়। সুতরাং,

প্রথম বস্তুর উপর F বলের আবেগ = − দ্বিতীয় বস্তুর উপর F বলের আবেগ ···(1)

যদি সংঘর্ষের আগে প্রথম বস্তুর বেগ u_1 ও সংঘর্ষের পরে উহার বেগ v_1 হয় তাহ'লে সংঘর্ষের দরুন প্রথম বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন $= m_1v_1 - m_1u_1$, A বস্তুর ভর m_1। অনুরূপভাবে, সংঘর্ষের আগে দ্বিতীয় বস্তুর বেগ u_2 এবং সংঘর্ষের পরে উহার বেগ v_2 হ'লে সংঘর্ষের জন্য দ্বিতীয় বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন $= m_2v_2 - m_2u_2$, দ্বিতীয় বস্তুর ভর m_2।

কোন বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন উহার উপর ক্রিয়াশীল বলের আবেগের সমান হওয়ায় উপরের (1) নম্বর সমীকরণ থেকে

$$m_1v_1 - m_1u_1 = -(m_2v_2 - m_2u_2)$$

অতএব, $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ ······(2)

(2) নম্বর সমীকরণের বাম দিক সংঘর্ষের আগে বস্তুদ্বয়ের মোট রৈখিক ভরবেগ এবং ডান দিক সংঘর্ষের পড়ে বস্তুদ্বয়ের মোট রৈখিক ভরবেগ। কাজেই, বস্তুদ্বয়ের মোট রৈখিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে। কোন ঘটনায় যা অপরিবর্তিত থাকে তাই নিত্য বলা হয়। যে কোন সংখ্যক কণা দ্বারা গঠিত কণাসমষ্টির ক্ষেত্রেও ইহা প্রমাণ করা যায়। কাজেই,

"বাইরে থেকে বল প্রযুক্ত না হ'লে কোন গতিশীল কণাসমষ্টির মোট রৈখিক ভরবেগ যে কোন দিকে অপরিবর্তিত থাকে।" ইহাই রৈখিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র।

অনুসিদ্ধান্ত ঃ (i) সংঘর্ষের চরিত্রের উপর ভরবেগ নিত্যতা সূত্র নির্ভর করে না, কারণ F বলের প্রকৃতি সম্পর্কে কোনরূপ অঙ্গীকার করা হয় নি।

(ii) ভরবেগ ভেক্টর রাশি হওয়ায় ভরবেগ নিত্যতা সূত্র অনুযায়ী, কণাসমষ্টির মোট ভরবেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে।

(iii) ভরবেগ নিত্যতা সূত্র অনুযায়ী, কেবলমাত্র বাইরে থেকে বল প্রয়োগ ক'রেই কণাসমষ্টির মোট ভরবেগের পরিবর্তন ঘটানো যায়।

*ক্যালকুলাস পদ্ধতি ঃ

(i) **কণার রৈখিক ভরবেগ ঃ** কোন কণার ভরবেগ $\vec{P}$, ঐ কণার ভর m ও বেগ $\vec{v}$ এর গুণফল। অর্থাৎ $\vec{P}=m\vec{v}$।

একটি স্কেলার mকে একটি ভেক্টর $(\vec{v})$ দ্বারা গুণ ক'রে ভরবেগ পাওয়া যায়। কাজেই ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি।

নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী, $\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}$

বস্তু-কণার ভর m স্থির থাকলে,

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{f}\ (\text{m ধ্রুবক})$$

ধরা যাক, বস্তুকণার ভর সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়। তাহ'লে নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী,

$$\vec{F}=\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)=\vec{v}\frac{dm}{dt}+m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{v}\frac{dm}{dt}+m\vec{f}$$

যখন $\frac{dm}{dt}=0$ তখনই কেবলমাত্র $\vec{F}=m\vec{f}$ হয়।

(ii) **বস্তুতন্ত্রের রৈখিক ভরবেগ** (*Linear momentum of a system of particles*) :

ধরা যাক, আমাদের n সংখ্যক কণা আছে যাদের ভর $m_1, m_2, \cdots, m_n$। তাহ'লে ঐ বস্তু-তন্ত্রের মোট ভর $M=m_1+m_2+\cdots+m_n$

কণাগুলি একে অপরের সঙ্গে সংঘর্ষ ঘটাতে পারে এবং উহাদের উপর বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করা যায়। প্রত্যেক কণার একটি বেগ ও একটি ভরবেগ থাকবে। উদাহরণ স্বরূপ, 1 নং কণার ভর m_1 এবং বেগ v_1 হওয়ায় উহার ভরবেগ, $\vec{P}_1=m_1\vec{v}_1$। ঐ বস্তু তন্ত্রের সামগ্রিক ভরবেগ $\vec{P}$ এবং

$$\vec{P}=\vec{P}_1+\vec{P}_2+\cdots+\vec{P}_n$$

এই সমীকরণকে সময় সাপেক্ষে অবকল ক'রলে পাওয়া যায়,

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=\frac{d\vec{P}_1}{dt}+\frac{d\vec{P}_2}{dt}+\cdots\cdots+\frac{d\vec{P}_n}{dt}$$

আবার, $\frac{d\vec{P}_1}{dt}=\vec{F}_1=1$ নম্বর কণার উপর প্রযুক্ত বল,

$\frac{d\vec{P}_2}{dt}=\vec{F}_2=2$ নম্বর কণার উপর প্রযুক্ত বল, ইত্যাদি। কাজেই,

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots\cdots+\vec{F}_n$$

এই সমীকরণের ডানদিক কণাগুলির উপর ক্রিয়াশীল বলগুলির ভেক্টর যোগ। বস্তু-তন্ত্রের বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলগুলি এই সব ক্রিয়াশীল বলে বর্তমান আছে। আবার, বস্তু কণাগুলি একে অপরের উপর যে বল প্রয়োগ করে অর্থাৎ আভ্যন্তরীণ বলগুলিও এই সব ক্রিয়াশীল বলে বর্তমান আছে। কিন্তু, নিউটনের তৃতীয় গতি-সূত্রানুযায়ী এই ভেক্টর যোগে (অর্থাৎ $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots\cdots+\vec{F}_n$) আভ্যন্তরীণ বলগুলির কোন অবদান নেই, কেননা উহারা একে অপরকে প্রশমিত করে। যদি $\vec{F}_1$ 2 নম্বর কণা দ্বারা 1 নম্বর কণার উপর প্রযুক্ত বলকে অন্তর্ভুক্ত করে তবে $\vec{F}_2$ 1 নম্বর কণা দ্বারা 2 নম্বর কণার উপর প্রযুক্ত সমান ও বিপরীত মুখী বলকে অন্তর্ভুক্ত করে। কাজেই, উপরের শেষোক্ত সমীকরণের ডানদিককে কেবলমাত্র বাহ্যিক বলগুলির ভেক্টর যোগ বলা যায়। তাহ'লে,

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{F}_{ext}$$

আবার বস্তুগুলির উপর ক্রিয়াশীল বাহ্যিক বলগুলির ভেক্টর যোগ শূন্য হ'লে দেখা যায়,

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=0 \text{ অথবা } \vec{P}=\text{ ধ্রুবক।}$$

তাই কোন বস্তু তন্ত্রের উপর বাহ্যিক লব্ধি বল শূন্য হ'লে ঐ বস্তু-তন্ত্রের সামগ্রিক ভেক্টর ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে। এই নীতিকেই রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা নীতি বলে।

কোন বস্তু তন্ত্রের উপর কেবলমাত্র বাইরে থেকে বল প্রয়োগ ক'রে ইহার সামগ্রিক ভরবেগের পরিবর্তন ঘটানো যায়। আভ্যন্তরীণ বলগুলি সমান ও বিপরীতমুখী হওয়ায় ভরবেগের সমান ও বিপরীত পরিবর্তন ঘটায় এবং এই পরিবর্তনগুলি একে অপরকে বিনষ্ট করে। একটি বস্তু-তন্ত্রের বেলায়,

$$\vec{P}_1+\vec{P}_2+\cdots\cdots+\vec{P}_n = P$$

যখন $\vec{P}$ ধ্রুবক থাকে তখন,

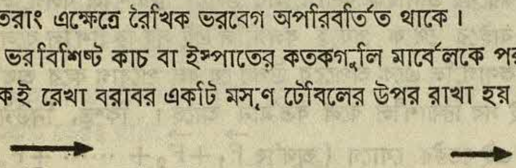
$$\vec{P}_1+\vec{P}_2+\cdots\cdots+\vec{P}_n = \text{ধ্রুবক} = \vec{P}$$

স্বতন্ত্র কণার ভরবেগের পরিবর্তন ঘটতে পারে, কিন্তু বাহ্যিক বলের অনুপস্থিতিতে উহাদের সকলের ভরবেগগুলির ভেক্টর যোগফল ধ্রুবক থাকে।

ভরবেগ নিত্যতা সূত্রের কয়েকটি দৃষ্টান্ত ঃ

(1) কোন ব্যক্তি নৌকো থেকে ঝাঁপ দিলে নৌকো পশ্চাৎদিকে সরে যায়। প্রথমে ব্যক্তি ও নৌকো স্থির অবস্থায় ছিল। কাজেই, ইহাদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। ব্যক্তির ঝাঁপ দেবার সময় তার সামনের দিকে ভরবেগ ও নৌকোর পশ্চাৎ দিকের ভরবেগ সমান। কাজেই এই দুই ভরবেগের যোগফল শূন্য হওয়া উচিত। ইহা সত্য হ'তে দেখা যায়। সুতরাং এক্ষেত্রে রৈখিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে।

(2) সমান ভরবিশিষ্ট কাচ বা ইস্পাতের কতকগুলি মার্বেলকে পরস্পরের সঙ্গে স্পর্শ ক'রিয়ে একই রেখা বরাবর একটি মসৃণ টেবিলের উপর রাখা হয় [চিত্র 70]।



চিত্র 70

এবার একই ভরবিশিষ্ট অপর একটি মার্বেল দিয়ে একদিক থেকে ঐ মার্বেলগুলিকে আঘাত ক'রলে সংঘর্ষের দরুন এই মার্বেল থেমে যায়, কিন্তু অপর দিকে একটি মার্বেল ইহার সমান বেগে চলতে শুরু করে। দু'টি বা তিনটি মার্বেল এক দিক থেকে আঘাত ক'রলে অপর দিকে দু'টি বা তিনটি মার্বেল চলতে শুরু ক'রে। এক্ষেত্রে একদিকে আঘাতকারী মার্বেলের ভরবেগ ও অপরদিকে চলন্ত মার্বেলের ভরবেগের মান ও দিক সমান। কাজেই, রৈখিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে।

3·15. ভরবেগের নিত্যতাসূত্রের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ ঃ

(i) বন্দুকের মধ্যে গান পাউডার ফাটলে উচ্চ চাপে গ্যাস উৎপন্ন হয়। এই গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি পেতে চায় এবং গুলিকে বন্দুকের নলের বাইরে পাঠাতে চায়। তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী গুলিও বিপরীত দিকে বন্দুককে ঠেলা দেয়। যেহেতু উহারা সমান সময় ধরে ক্রিয়া করে তাই আবেগ সমান ও বিপরীত হয় অর্থাৎ উহাদের ভরবেগের পরিবর্তন সমান ও বিপরীত হয়।

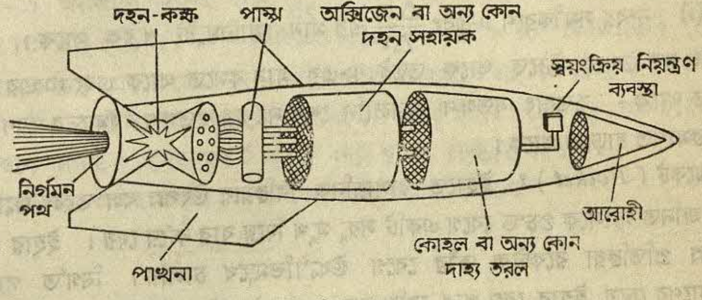
ধরা যাক, M = বন্দুকের ভর, m = গুলির ভর,

v = গুলির বেগ, V = বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ।

যেহেতু প্রথম অবস্থায় গুলি ও বন্দুক স্থির থাকে, সুতরাং গুলির ভরবেগের পরিবর্তন $= m(v-0) = mv$; বন্দুকের ভরবেগের পরিবর্তন $= M(V-0) = MV$।

ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, $MV = mv$ এবং $V = \frac{mv}{M}$। এই কারণে যে ব্যক্তি বন্দুক ছোঁড়ে সে পেছন দিকে ধাক্কা খায়। অবশ্য এক্ষেত্রে ব্যক্তির ভরকেও আলোচনায় ধরা উচিত।

(ii) ভরবেগ নিত্যতা সূত্রের সাহায্যে জেট বিমান পরিচালন তত্ত্ব (Theory of jet propulsion) বোঝা যায়। এই বিমানের দহন কক্ষে পছন্দমত জ্বালানিকে (কঠিন অথবা তরল) পোড়ানো হয় (চিত্র 71)। ইহাতে উচ্চ চাপে উৎপন্ন গ্যাস



চিত্র 71

একটি সরু নালীমুখ দিয়ে ভরবেগ নিয়ে বেরিয়ে আসে এবং বিমানটিও বিপরীত দিকে সমান ভরবেগ পায়। হাউই বা রকেটের গতিও এই সূত্রের উপর নির্ভর করে। জেট পরিচালনের জন্য বায়ুমণ্ডলের উপস্থিতির প্রয়োজন নেই। বায়ুমণ্ডল না থাকলে সান্দ্রতার (viscosity) জন্য বাধা (resistance) থাকবে না এবং জেট পরিচালনও সহজসাধ্য হবে।

গ্যাস নির্গত হওয়ার দরুন জেট বিমানের ত্বরণ ঃ

পোড়া জ্বালানি থেকে উৎপন্ন গ্যাস বিমান থেকে বেরিয়ে যায়। ইহার দরুন বিমানের ভর কমতে থাকে। বিমানের ত্বরণ এই ভর কমার হারের উপর নির্ভর করে।

ধরা যাক, t সময়ে বিমানের ভর $= m$

বিমানের তুলনায় বেরিয়ে যাওয়া গ্যাসের আপেক্ষিক বেগ $= v$

Δt সময় অবকাশে বেরিয়ে যাওয়া গ্যাসের ভর Δm হ'লে গ্যাস বার হওয়ার দরুন বিমানের ভর বেগের পরিবর্তন $= v\Delta m$ (ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী)।

সুতরাং, ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= v\frac{\Delta m}{\Delta t}$

কাজেই, বিমানের উপর ক্রিয়াশীল বল $= v\frac{\Delta m}{\Delta t}$

বেরিয়ে যাওয়া গ্যাসের অভিমুখ খাড়া নীচের দিকে হ'লে বিমানের উপর এই ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ হয় খাড়া উপর দিকে।

অভিকর্ষের দরুন বিমানের উপর নীচের দিকে ক্রিয়াশীল বল $= mg$, $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ।

সুতরাং বিমানের উপর খাড়া উপর দিকে ক্রিয়াশীল লব্ধিবল $= v\dfrac{\Delta m}{\Delta t} - mg$

উপর দিকে বিমানের ত্বরণ f হ'লে,

$$m\ f = v\frac{\Delta m}{\Delta t} - mg$$

অথবা, $f = \dfrac{v}{m}.\ \dfrac{\Delta m}{\Delta t} - g$ (i)

(i) নম্বর সমীকরণে v এবং $\dfrac{\Delta m}{\Delta t}$ এর মান মোটামুটি ধ্রুবক থাকে। কিন্তু বিমান যত উপরে উঠতে থাকে ততই g-এর মান কমতে থাকে এবং m এর মানও কমতে থাকে। সুতরাং যতক্ষণ জ্বালানি শেষ না হয় ততক্ষণ বিমানের ত্বরণ f এর মান ক্রমাগত বাড়তে থাকে।

রকেট (*Rocket*) : ইহাতে রাসায়নিক বিক্রিয়ায় উৎপন্ন বল তরল জ্বালানি দহন জনিত গ্যাসকে প্রচণ্ড বেগে একটি সরু মুখ দিয়ে বার ক'রে দেয়। ইহার দরুন উৎপন্ন প্রতিক্রিয়া রকেটকে তীব্র বেগে ঊর্ধ্বাভিমুখে চালায়। নির্গত গ্যাসের পরিমাণের চেয়ে ইহার বেগ খুব বেশি হয়। রকেট এই গ্যাসের সমান ও বিপরীত ভরবেগ লাভ করে।

ধরা যাক, কোন মুহূর্তে একটি রকেটের ভর M ও বেগ v। এই সময়ে ΔM ভরের জ্বালানি রকেট থেকে নির্গত হ'লে রকেটের ভর দাঁড়ায় ($M - \Delta M$) ও বেগ ($v + \Delta v$)। অতএব, রকেটের গড় বেগ $= v + \dfrac{\Delta v}{2}$। জ্বালানি রকেটের তুলনায় সর্বদা u স্থির বেগে নির্গত হ'লে, রকেটের গতির দিকে ΔM ভরের জ্বালানির বেগ $= v + \dfrac{\Delta v}{2} - u$।

জ্বালানি নির্গত হওয়ার আগে রকেট ও জ্বালানির প্রাথমিক ভরবেগ $= Mv$

ΔM ভরের জ্বালানি নির্গত হওয়ার পর রকেট ও জ্বালানির

$$\text{ভরবেগ} = (M - \Delta M)\ (v + \Delta v)$$

নির্গত জ্বালানির ভরবেগ $= \Delta M \left(v + \dfrac{\Delta v}{2} - u \right)$

অতএব, $(M - \Delta M)(v + \Delta v) + \Delta M \left(v + \dfrac{\Delta v}{2} - u \right) = Mv$

অথবা, $M\Delta v - u\Delta M = 0$[$\Delta M \Delta v$ অল্পমানের হওয়ায় অগ্রাহ্য করা যায়।]

অথবা, $\dfrac{\Delta M}{M} = \dfrac{\Delta v}{u}$

রকেট থেকে গ্যাস নির্গত হওয়ায় ΔM ঋণাত্মক। কাজেই,

$$-\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta v}{u}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে, গ্যাস ও রকেটের গতির দিক পরস্পর বিপরীত।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. একটি রকেট প্রতি সেকেন্ডে 150 Kg জ্বালানি খরচ করে। এই জ্বালানি দহনের দরুন উৎপন্ন গ্যাস 8×10^3 m/s বেগে রকেট থেকে নির্গত হয়। রকেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, রকেটের উপর ক্রিয়ারত বল $F=-\frac{dM}{dt}v$

এক্ষেত্রে জ্বালানি দহনের হার, $\frac{dM}{dt}=150$ Kg / s ও নির্গত গ্যাসের বেগ, $v=8\times10^3$ m/s হওয়ায় $F=-150\times8\times10^3=-12\times10^5$ Newton।

ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে, নির্গত গ্যাসের বিপরীতমুখে এই বল ক্রিয়া করে।

2. ঊর্ধ্বমুখী যাত্রায় প্রথম সেকেন্ডে একটি রকেট ইহার ভরের $\frac{1}{50}$ অংশ হারায়। ইহার থেকে নির্গত গ্যাসের বেগ 5×10^3 m/s হ'লে, রকেটের ত্বরণ কত ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, ঋণাত্মক চিহ্ন অগ্রাহ্য ক'রলে,

$$\frac{\Delta M}{M}=\frac{\Delta v}{u}$$

এক্ষেত্রে, $\frac{\Delta M}{M}=\frac{1}{50}$ ও $u=5\times10^3$ m/s

$\therefore\ \frac{\Delta v}{5\times10^3}=\frac{1}{50}$, বা, $\Delta v=10^2=100$ m/s।

এই বেগ পরিবর্তন প্রথম সেকেন্ডে হওয়ায়, রকেটের ত্বরণ, $f=\frac{100}{1}$
$=100$ m/s.^{2}।

3. 40 পাউন্ড ওজনের একটি হাতুড়ী 64 ফুট উচ্চতা থেকে একটি গোঁজার উপর পড়ে ও $\frac{1}{4}$ সেকেন্ডে গতিহীন হয়। গোঁজার উপর কত বল প্রযুক্ত হয় ?

সমাধান ঃ গোঁজাকে আঘাত করার ঠিক আগে হাতুড়ীর বেগ v হ'লে,

$v^2=u^2+2gs$

এক্ষেত্রে, $u=0$, $g=32$ ফুট/সে.^{2} ; $s=64$ ফুট।

অতএব, $v^2=2\times32\times64$, বা, $v=64$ ফুট/সে.

কাজেই, হাতুড়ীর ভরবেগ $=mv=40\times64$ ফুট-পাউন্ড/সে.।

আবার, $P.t=mv$ হওয়ায় $P\times\frac{1}{4}=40\times64$

$\therefore\ P=40\times64\times4$ পাউন্ডাল $=40\times2\times4$ পাউন্ড ভার $=320$ পাউন্ডভার।

আঘাতের দরুন বল $=320$ পাউন্ড ভার। কাজেই গোঁজার উপর মোট প্রযুক্ত বল $=320+$ হাতুড়ীর ওজন $=320+40=360$ পাউন্ড ভার।

4. 5 Kg. ভরের বন্দুক থেকে 10 gm. ভরের একটি বুলেট 400 m/sec. বেগে নির্গত হয়। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর। বন্দুক যদি 10 Kg. wt. বলের বিরুদ্ধে পিছনে যায় তবে কত সময়ে ইহা স্থির অবস্থায় আসে এবং স্থির অবস্থায় আসার আগে ইহা কতদূর যায় ?

সমাধান : প্রথমে বন্দুক ও বুলেট স্থির অবস্থায় থাকে। কাজেই উহাদের মিলিত ভরবেগ শূন্য। কিন্তু বন্দুক ছোঁড়ার পর উহাদের মোট ভরবেগ

$=5\times10^3\times V+10\times400\times100$, $V=$ বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ। কাজেই, ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী,

$5\times10^3\times V+4\times10^5=0$ বা, $V=-80$ cm./sec.।

ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে, বুলেটের বিপরীত দিকে বন্দুক যায়।

বন্দুকের গতির বিরুদ্ধে বল, $P=10$ Kg. wt. $=10\times10^3\times980$ $=98\times10^5$ dynes।

বন্দুকের ভর, $m=5$ Kg. $=5\times10^3$ gm.।

বন্দুক t সেকেন্ডে স্থির অবস্থায় এলে এই সময়ে বন্দুকের ভর বেগের পরিবর্তন $=m(V-0)=5\times10^3\times80=4\times10^5$ gm.-cm./sec.

নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী,

প্রযুক্ত বল $P=$ ভরবেগের পরিবর্তনের হার $=\dfrac{4\times10^5}{t}$।

অতএব, $98\times10^5=\dfrac{4\times10^5}{t}$; অথবা, $t=0{\cdot}04$ sec.।

আবার গতির বিরুদ্ধে বল ধ্রুবক হওয়ায় বন্দুকের গতিবেগ সমভাবে মন্দীভূত হয়। কাজেই, বন্দুক যায়, $\dfrac{80+0}{2}\times0{\cdot}04=1{\cdot}6$ cm.।

5. 50 gm. ভরের কোন বস্তুকে খাড়াভাবে উপর দিকে 5000 cm./sec বেগে ছোঁড়া হয়। 5 sec. পরে ইহা দু'টি অংশে বিস্ফোরিত হ'য়ে যায়। একটি অংশের ভর 30 gm. এবং ইহা খাড়া উপর দিকে 150 cm./sec. বেগে চলে। (i) ঐ মুহূর্তে অপর অংশের বেগ কত ? (ii) বিস্ফোরণের 1 sec. পরে ঐ দুই অংশের ভরবেগের যোগফল নির্ণয় কর। (iii) বিস্ফোরণ না ঘটলে বস্তুর ভরবেগ কত হ'ত ?

সমাধান : (i) ধরা যাক, বিস্ফোরণের আগে বস্তুর বেগ v এবং বিস্ফোরণের পরে অপর অংশের বেগ V। 5 sec পরে বস্তুর বেগ

$v=5000-g\times5=5000-980\times5=100$ cm./sec.।

ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী বিস্ফোরণের আগে এবং পরে উপরদিকে ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে। কাজেই,

বিস্ফোরণের আগে ভরবেগ = বিস্ফোরণের পরে ভরবেগ

অতএব, $50\times100=30\times150+(50-30)\,V$

[কারণ অপর অংশের ভর $=(50-30)$ gm.]

অথবা, $V=25$ cm./sec.

কাজেই, অপর অংশ উপরদিকে 25 cm./sec বেগে যায়।

(ii) বিস্ফোরণের 1 sec. পরে 30 gm অংশের বেগ

$= 150 - 980 \times 1 = -830$ cm./sec. (নীচের দিকে)

বিস্ফোরণের 1 sec. পরে 20 gm. অংশের বেগ

$= 25 - 980 \times 1 = -955$ cm./sec. (নীচের দিকে)

উহাদের মোট ভরবেগ $= 30 \times 830 + 20 \times 955$

$= 44 \times 10^3$ gm-cm./sec. (নীচের দিকে)

বিস্ফোরণ না ঘটলে 1 সেকেন্ড পরে বস্তুর বেগ হ'ত

$= 100 - 980 \times 1 = -880$ cm./sec. (নীচের দিকে)

ঐ মুহূর্তে উহার ভরবেগ $= 50 \times 880 = 44000 = 44 \times 10^3$ gm.-cm./sec.।

কাজেই, বিস্ফোরণের জন্য বস্তুর মোট ভরবেগের কোন পরিবর্তন হয় না।

8. একজন নভো যাত্রী উহার নভোযানের তুলনায় স্থির অবস্থায় আছে। উহার মোট ভর 150 lb। সে 1 lb ভরের একটি বস্তুকে নভোযানের তুলনায় 30 ft/sec. বেগে ছোঁড়ে। সে বিপরীত দিকে কত বেগে যায় ?

সমাধান ঃ ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, $m_1 v_1 = m_2 v_2$,

যেখানে m_1 = যাত্রীর ভর, v_1 = যাত্রীর বেগ, m_2 = বস্তুর ভর এবং v_2 = বস্তুর বেগ।

অতএব, $v_1 = \frac{m_2}{m_1} \times v_2 = \frac{1}{150} \times 30 = 0{\cdot}2$ ft/sec.।

9. বন্দুক থেকে গুলি ছোঁড়া হ'ল। যদি বন্দুক পিছন দিকে যায় তাহ'লে বন্দুকের গতিশক্তি গুলির গতিশক্তির চেয়ে বেশি বা সমান বা কম হবে নির্ণয় কর।

(*I. I. T. '78*)

সমাধান ঃ ধরা যাক, গুলির ভর = m এবং বন্দুকের ভর = M। এক্ষেত্রে $M >> m$। ধরা যাক, গুলির বেগ v এবং বন্দুকের পিছন দিকে বেগ V। তাহ'লে $MV = mv$। অতএব, $V = \frac{mv}{M}$। গুলির গতি শক্তি $E_1 = \frac{1}{2}mv^2$ এবং বন্দুকের গতি শক্তি,

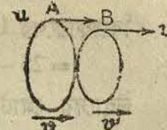
$$E_2 = \tfrac{1}{2}MV^2 = \tfrac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M}\right)^2 = \tfrac{1}{2}\frac{m}{M}mv^2 = \frac{m}{M} \times E_1 \text{।}$$

কিন্তু $\frac{m}{M} << 1$ হওয়ায়, $E_2 << E_1$ হয়।

3·16. দুটি চলন্ত বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic collision of two bodies) ঃ

দুটি চলন্ত বস্তু পরস্পর ধাক্কা খেলে ইহারা খুব অল্প সময়ের জন্য একে অপরের সংস্পর্শে থাকে। কিন্তু ঐ অল্প সময়ে পারস্পরিক ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার দরুন

ইহাদের বেগ পরিবর্তিত হয়। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল এক্ষেত্রে আবেগী বল এবং একে অপরের সমান ও বিপরীতমুখী। মসৃণ বস্তুর ক্ষেত্রে ঐ বলগুলির ক্রিয়া রেখা বস্তুদ্বয়ের স্পর্শবিন্দুতে ইহাদের সাধারণ অভিলম্ব বরাবর থাকে। এই রেখাকে **সংঘর্ষ রেখা** (*Line of impact*) বলে।



চিত্র 72

ধরা যাক বস্তুদ্বয়ের ভর m_1 ও m_2। ধাক্কার ঠিক আগে সংঘর্ষ রেখা বরাবর উহাদের বেগ যথাক্রমে u_1 ও u_2 ; ধাক্কার ঠিক পরে ঐ একই দিকে উহাদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2। তাহ'লে ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, ধাক্কার পরে মোট ভরবেগ = ধাক্কার আগে মোট ভরবেগ।

অর্থাৎ, $m_1v_1+m_2v_2=m_1u_1+m_2u_2$ (i)

নিউটনের সংঘর্ষ সূত্র (*Newton's law on collision*) :

দু'টি বস্তু ধাক্কা খেলে, ধাক্কার ঠিক পরে বস্তুদ্বয় সংঘর্ষ রেখা বরাবর যে আপেক্ষিক বেগে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয় সেই বেগ এবং ঐ একই দিকে ধাক্কার আগে উহারা যে আপেক্ষিক বেগে একে অপরের নিকটবর্তী হয় সেই বেগের অনুপাত ধ্রুবক হয়। এই অনুপাতকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষাঙ্ক বলে।

উপরের দৃষ্টান্তে, $\frac{v_1-v_2}{u_1-u_2}=-e$ = স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষাঙ্ক ······(ii)

সুতরাং, যতবেশি আপেক্ষিক বেগে বস্তু দ্বয় পরস্পর ধাক্কা খায় ঠিক ততবেশি আপেক্ষিক বেগে ইহারা পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয়। e এর মান বস্তুদ্বয়ের উপাদানের উপর নির্ভর করে। ইহার মান শূন্য থেকে 1 এর মধ্যে হয়।

(i) $e=1$ হ'লে বস্তুদ্বয়কে **পূর্ণ স্থিতিস্থাপক** বলা হয়, কারণ ইহাতে গতিশক্তির পরিবর্তন হয় না।

(ii) $e=0$ হ'লে বস্তুদ্বয়কে **অ-স্থিতিস্থাপক** (*In-elastic*) বলা হয়। কারণ তখন $v_1=v_2$ হয় অর্থাৎ বস্তুদ্বয় জোড়া লেগে যায়।

স্থিতিস্থাপক সংঘাত (*elastic collision*) : বস্তুদ্বয় পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হ'লে, উহাদের গতিশক্তিও ভরবেগের ন্যায় অপরিবর্তিত থাকে। অর্থাৎ ধাক্কার পরে মোট গতিশক্তি = ধাক্কার আগে মোট গতিশক্তি।

অর্থাৎ, $\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1u_1^2+\frac{1}{2}m_2u_2^2$

অতএব, $m_1(u_1^2-v_1^2)=m_2(v_2^2-u_2^2)$

অথবা, $m_1(u_1+v_1)(u_1-v_1)=m_2(v_2+u_2)(v_2-u_2)$ ······(*i*)

আবার, $m_1v_1+m_2v_2=m_1u_1+m_2u_2$ হওয়ায়,

$m_1(u_1-v_1)=m_2(v_2-u_2)$ ··· ··· ···(*ii*)

(*i*) নম্বর সমীকরণকে (*ii*) নম্বর সমীকরণ দ্বারা ভাগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$u_1+v_1=u_2+v_2$

অথবা, $u_1-u_2=v_2-v_1$ ··· ··· ···(*iii*)

(*iii*) নম্বর সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, একই সরলরেখা বরাবর চলন্ত বস্তুদ্বয়ের মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটলে ধাক্কার ঠিক পরে বস্তুদ্বয় সংঘর্ষ রেখা বরাবর যে আপেক্ষিক বেগে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয় সেই বেগ এবং ঐ একই দিকে ধাক্কার আগে উহারা যে আপেক্ষিক বেগে একে অপরের নিকটবর্তী হয় সেই বেগ পরস্পর সমান।

আবার সমীকরণ (*iii*) থেকে $v_2 = u_1 + v_1 - u_2$

v_2 এর এই মান সমীকরণ (*ii*) এ বসালে,

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(u_1 + v_1 - u_2 - u_2)$$

অথবা, $$(m_1 + m_2)v_1 = (m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2$$

অথবা, $$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2 \text{ ।}$$

অনুরূপভাবে, সমীকরণ (*iii*) থেকে, $v_1 = v_2 + u_2 - u_1$

v_1 এর এই মান সমীকরণ (*ii*) এ বসালে,

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) u_2 \text{ ।}$$

অনুসিদ্ধান্ত ঃ (i) দু'টি বস্তুর ভর সমান হ'লে, $m_1 = m_2$ ।

তাহ'লে, $v_1 = u_2$ ও $v_2 = u_1$ ।

কাজেই দেখা যায় যে, দু'টি সমভরের কণার মধ্যে একমাত্রিক (one dimensional) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটলে উহারা উহাদের বেগ **বদলাবদলি** ক'রে নেয়।

(ii) m_2 ভরের কণা প্রথমে স্থির অবস্থায় থাকলে $u_2 = 0$ এবং

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 \text{ ও } v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 \text{ ।}$$

অবশ্য, $m_1 = m_2$ হ'লে $v_1 = 0$ ও $v_2 = u_1$ । কাজেই প্রথম কণা স্থির অবস্থায় আসে এবং দ্বিতীয় কণা প্রথম কণার বেগে চ'লতে থাকে।

m_1 এর চেয়ে m_2 খুব বেশি হ'লে $v_1 \approx -u_1$ এবং $v_2 \approx 0$ ।

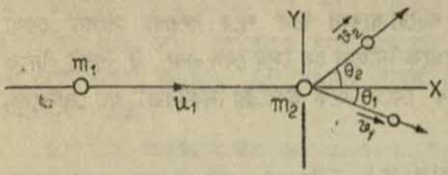
কাজেই, যখন একটি হাল্কা কণা ও একটি ভারী কণার মধ্যে ধাক্কা লাগে তখন হাল্কা কণার বেগ প্রায় বিপরীতমুখী হয় এবং ভারী কণা মোটামুটি স্থির অবস্থায় থাকে। উদাহরণ স্বরূপ, ধরা যাক কোন উচ্চতা থেকে খাড়াভাবে একটি বল ঘরের মেঝের উপর পড়ে। বল ও মেঝের মধ্যে ধাক্কা স্থিতিস্থাপক হ'লে বল মেঝে থেকে উপর দিকে ওঠে এবং যে উচ্চতা থেকে বল পড়ে ঠিক সেই উচ্চতায় ওঠে।

m_1 এর চেয়ে m_2 খুব কম হলে $v_1 \approx u_1$ এবং $v_2 \approx 2u_1$ ।

কাজেই, বেশি ভরের কণার সঙ্গে স্থির অবস্থায় থাকাকালীন কোন কম ভরের কণার ধাক্কা ঘটলে বেশি ভরের কণার বেগ মোটামুটি অপরিবর্তিত থাকে এবং কম ভরের কণা বেশি ভরের কণার প্রায় দ্বিগুণ বেগে চ'লতে থাকে।

ধরা যাক, u_1 বেগে চলন্ত m_1 ভরের একটি কণা, স্থির অবস্থায় থাকা m_2

ভরের অপর একটি কণার সঙ্গে স্থিতিস্থাপক ধাক্কা ঘটায়। ধাক্কার পরে m_1 ভরের কণা উহার নিজ গতিপথের সঙ্গে θ_1 কোণে v_1 বেগে দৌড়ায় এবং m_2 ভরের কণা ঐ গতিপথের সঙ্গে θ_2 কোণে v_2 বেগে দৌড়ায় (চিত্র 73)। ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী গতির x উপাংশের জন্য।



চিত্র 73

$$m_1u_1 = m_1v_1 \cos\theta_1 + m_2v_2 \cos\theta_2 \quad \cdots \quad (iv)$$

এবং y উপাংশের জন্য

$$0 = m_1v_1 \sin\theta_1 - m_2v_2 \sin\theta_2 \cdots \quad \cdots \quad \cdots(v)$$

ধাক্কা স্থিতিস্থাপক হ'লে গতিশক্তি অপরিবর্তিত থাকে। কাজেই,

$$\tfrac{1}{2}m_1u_1^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 \cdots \quad \cdots \quad \cdots(vi)$$

এক্ষেত্রে m_1, m_2 ও u_1 জানা থাকলে v_1, v_2, θ_1, θ_2 রাশিগুলি অজানা। কাজেই, এই চারটি অজানা রাশির যে কোন একটির মান নির্দিষ্ট ক'রে দিলে (iv), (v) ও (vi) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে আমরা ধাক্কার পর গতি নির্ণয় ক'রতে পারি।

উদাহরণ (Examples) :

1. 200 gm. ভরের একটি বল 3000 cm./sec বেগে যায়। 3 Kg. ভরের একটি স্থির ধাতব প্লেটের সঙ্গে ঐ বলের স্থিতিস্থাপক ধাক্কা ঘটে। ধাক্কার পর বল ও প্লেটের গতিবেগ কত হয়?

সমাধান : বলের প্রাথমিক ভরবেগ $= 200 \times 3000 = 6 \times 10^5$ gm.-cm./sec.।

ধাক্কার আগে বলের গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times 200 \times (3000)^2 = 9 \times 10^8$ ergs.।

স্থিতিস্থাপক ধাক্কায় ভরবেগ এবং যান্ত্রিক শক্তির মান স্থির থাকে। কাজেই, বলের চূড়ান্ত গতিবেগ v এবং প্লেটের গতিবেগ V হ'লে

$$6 \times 10^5 = 200 \times v + 3000 \times V \cdots \quad \cdots(i)$$

এবং $9 \times 10^8 = \frac{1}{2} \times 200 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 3000 \times V^2 \quad \cdots (ii)$

(i) নম্বর সমীকরণ থেকে, $v = 3 \times 10^3 - 15V \cdots \quad \cdots(iii)$

(ii) নম্বর সমীকরণে v এর এই মান বসালে পাওয়া যায়,

$$9 \times 10^8 = 100 \times (3000 - 15V)^2 + 1500V^2$$

অথবা, $240V^2 = 9 \times 10^4 V$

অতএব, $V = 0$ বা, $\dfrac{9 \times 10^4}{240}$ cm./sec

কিন্তু V এর মান শূন্য হ'তে পারে না। কাজেই, $V = \dfrac{9 \times 10^4}{240} = 375$ cm/sec

অতএব, $v = 3 \times 10^3 - 15 \times 375 = -2625$ cm./sec.

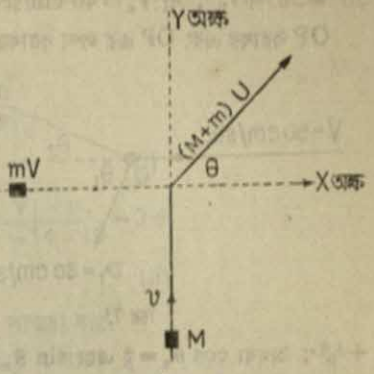
[(iii) নম্বর সমীকরণ থেকে]

2. m ভরের কোন বস্তু V বেগে X অক্ষ বরাবর যায়। M ভরের অপর একটি বস্তু v বেগে Y অক্ষ বরাবর যায়। উহারা পরস্পরের সঙ্গে ধাক্কা খেয়ে একটি বস্তুতে পরিণত হয়।

(i) চূড়ান্ত বস্তুর ভরবেগের মান ও অভিমুখ নির্ণয় কর।

(ii) প্রাথমিক গতিশক্তির কত অংশ ধাক্কার সময় তাপে পরিণত হয়?

(*I. I. T.* '78)



চিত্র 74

সমাধান : (i) ধরা যাক, চূড়ান্ত বস্তু U বেগে X অক্ষের সঙ্গে θ কোণে যায় [চিত্র 74]। ভর-বেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী,

X-অক্ষ বরাবর, $mV=(M+m)\,U\cos\theta$ ... ... (1)

Y-অক্ষ বরাবর, $Mv=(M+m)\,U\sin\theta$ ... ... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) কে বর্গ ক'রে যোগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$$m^2V^2+M^2v^2=U^2(M+m)^2,$$

অতএব, $U=\dfrac{\sqrt{m^2V^2+M^2v^2}}{M+m}$

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ ক'রলে, $\tan\theta=\dfrac{Mv}{mV}$।

(ii) ধাক্কার আগে মোট গতি শক্তি, $E_1=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}mV^2$।

ধাক্কার পরে মোট গতি শক্তি, $E_2=\frac{1}{2}(M+m)U^2$

$$=\frac{1}{2}\,\frac{m^2V^2+M^2v^2}{M+m}\text{।}$$

কাজেই তাপে রূপান্তরিত গতিশক্তির অংশ =

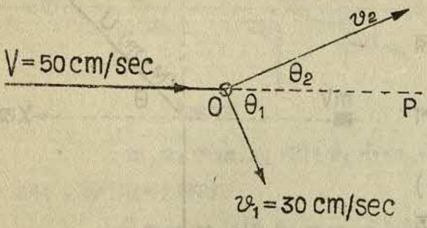
$$\frac{E_1-E_2}{E_1}=\frac{Mm}{M+m}\cdot\frac{(V^2+v^2)}{(Mv^2+mV^2)}\text{।}$$

3. কোন অনুভূমিকতলে 50 cm/sec. বেগে ছুটন্ত একটি বল অপর একটি অনুরূপ স্থির বলকে ধাক্কা দেয়। ধাক্কা স্থিতিস্থাপক হ'লে এবং ধাক্কার পর ছুটন্ত বলের বেগ 30 cm/sec. হ'লে অপর বলের গতিবেগ কত? দেখাও যে, ধাক্কার পর বল দু'টি পরস্পরের সঙ্গে সমকোণে যায়। ঘর্ষণ অগ্রাহ্য কর। (*I.I.T.* '72)

সমাধান : ধাক্কার পর ধরা যাক, V বেগে ছুটন্ত বল উহার গতিপথের সঙ্গে θ_1 কোণে v_1 বেগে এবং অপর বল θ_2 কোণে v_2 বেগে যায় [চিত্র 75]। ধাক্কা স্থিতিস্থাপক হওয়ায় (i) গতিশক্তি এবং (ii) ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে। ধাক্কার আগে এবং পরে গতিশক্তি বিবেচনা ক'রে লেখা যায় $\frac{1}{2}mV^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2$, যেখানে উভয় বলের ভর m।

অতএব, $V^2=v_1^2+v_2^2$। $V=50$ cm/sec এবং $v_1=30$ cm/sec হওয়ায় $50^2=30^2+v_2^2$, বা $v_2=40$ cm/sec.।

OP বরাবর এবং OP এর লম্ব বরাবর ভরবেগ বিবেচনা ক'রে লেখা যায়,



চিত্র 75

$mV=mv_1\cos\theta_1+mv_2\cos\theta_2$ এবং $0=mv_1\sin\theta_1-mv_2\sin\theta_2$ অতএব, $50=30\cos\theta_1+40\cos\theta_2$ এবং $30\sin\theta_1=40\sin\theta_2$। অথবা $\cos\theta_1=\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\cos\theta_2$ এবং $\sin\theta_1=\frac{4}{3}\sin\theta_2$। অতএব, $\cos^2\theta_1+\sin^2\theta_1=\frac{25}{9}-\frac{40}{9}\cos\theta_2+\frac{16}{9}$; অথবা $\cos\theta_2=\frac{4}{5}$ এবং $\sin\theta_2=\frac{3}{5}$

কাজেই, $\sin\theta_1=\frac{4}{3}\sin\theta_2=\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{4}{5}=\cos\theta_2=\sin(90°-\theta_2)$

$\theta_1=90°-\theta_2$ অতএব, $\theta_1+\theta_2=90°$।

4. একটি বস্তু h_0 উচ্চতা থেকে প'ড়ে আঘাতের পর h উচ্চতায় ওঠে। সংঘর্ষাংক (co-efficient of restitution) নির্ণয় কর।

সমাধান : আঘাতের আগে বস্তুর আপেক্ষিক বেগ v হ'লে $v^2=2gh_0$; অর্থাৎ $v=\sqrt{2gh_0}$। আঘাতের পরে বস্তুর আপেক্ষিক বেগ $=-\sqrt{2gh}$ (নীচের দিককে ধনাত্মক ধ'রলে)। কাজেই,

$$\text{স্থিতিস্থাপক গুণাংক } e=\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh_0}}=\sqrt{\frac{h}{h_0}}\ ।$$

5. দু'টি M ভরবিশিষ্ট বল 20 m/sec ও 30 m/sec. বেগে পরস্পরের দিকে যায়। স্থিতিস্থাপক সংঘাতের পর ইহাদের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : বল দু'টি পরস্পরের দিকে আসায় একটির বেগ 20 m/sec ও অপরটির বেগ −30 m/sec ; সংঘাতের পর ইহাদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হ'লে ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী,

$$Mv_1+Mv_2=M\times 20-M\times 30$$

অথবা, $v_1+v_2=-10$ ... ... (i)

আবার স্থিতিস্থাপক সংঘাতের বেলায়,

$v_1-v_2=-20-30=-50$ ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায়,

$v_1=-30$ m/sec ও $v_2=20$ m/sec.।

6. একটি 5 Kg ও অপর একটি 10 Kg ভর বিশিষ্ট বল পরস্পরের দিকে যথাক্রমে 10 m/sec ও 14 m/sec. বেগে যায়। স্থিতিস্থাপক গুণাংক 0·8 হ'লে সংঘাতের পর ইহাদের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ প্রথম বলের ভর $m_1 = 5$ Kg ও বেগ $u_1 = 10$ m/sec.। দ্বিতীয় বলের ভর $m_2 = 10$ Kg ও বেগ $u_2 = -14$ m/sec.। সংঘাতের পর ইহাদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হ'লে,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

অথবা, $5 \times 10 - 10 \times 14 = 5v_1 + 10v_2$

অথবা, $v_1 + 2v_2 = -18$ ... (i)

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $e = \frac{v_1 - v_2}{u_2 - u_1} = \frac{v_1 - v_2}{-14 - 10} = 0{\cdot}8$

অথবা, $v_2 - v_1 = 0{\cdot}8 \times 24 = 19{\cdot}2$ ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান করলে পাওয়া যায়,

$v_2 = 0{\cdot}4$ m/sec ও $v_1 = -18{\cdot}8$ m/sec.

7. একটি 12 Kg ভর বিশিষ্ট ব্লক ঘর্ষণবিহীন অনুভূমিক তলে স্থির অবস্থায় আছে। অনুভূমিক রেখার সংগে 30° কোণে 8 m/sec বেগে ধাবমান 300 গ্রাম ভর বিশিষ্ট একটি বল ঐ ব্লকে আঘাত ক'রে আটকে যায়। ব্লক কত বেগে চ'লতে থাকে ?

সমাধান ঃ ব্লকের ভর $m_1 = 12$ Kg। বলের ভর $m_2 = 0{\cdot}3$ Kg ও বেগ $v_2 =$ 8 m/sec ; ব্লকটি v_1 বেগে চ'লতে থাকলে,

$$m_2 v_2 \cos 30° = (m_1 + m_2) v_1$$

অথবা, $0{\cdot}3 \times 8 \times 0{\cdot}866 = 12{\cdot}3 \ v_1$

অথবা, $v_1 = 0{\cdot}17$ m/sec,

8. A ও B গোলকের ভর যথাক্রমে 25 gm ও 75 gm। ইহাদের দড়ি দিয়ে ঝোলানো হয়। দড়ি দু'টির উল্লম্ব অবস্থায় গোলকদ্বয় পরস্পরকে স্পর্শ করে। এই অবস্থায় A গোলককে এক পাশে টেনে 15 cm. উপরে তোলা হয় এবং ছেড়ে দেওয়া হয়। ফলে ইহা B গোলকের সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘাত ঘটায়। সংঘাত মুহূর্তে A গোলকের বেগ কত ? কত বেগে A ও B গোলকদ্বয় পরস্পর থেকে দূরে স'রে যায় ?

সমাধান ঃ A গোলকের ভর $m_1 = 25$ gm ও ইহার উচ্চতা $h = 15$ cm। ইহার বেগ $v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 15} = 171$ cm/sec.। B গোলকের ভর $m_2 = 75$ gm ও বেগ $= v_2$।

সংঘাত স্থিতিস্থাপক হওয়ায় $v_1 = v_2 = v$। কাজেই,

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v$$

অথবা, $25 \times 171 = 100v$

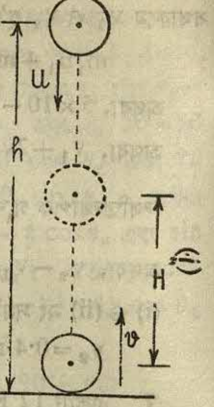
অথবা, $v = 42{\cdot}75$ cm/sec.

একটি আবদ্ধতলের সঙ্গে একটি গোলকের প্রত্যক্ষ সংঘাত (*Direct impact of a Sphere on a fixed plane*) ঃ

ধরা যাক, খাড়া উচ্চতা h থেকে একটি বল একটি আবদ্ধ অনুভূমিক তলের উপর পড়ে [চিত্র 76]। তলের সংস্পর্শে আসার পূর্বমুহূর্তে বলের বেগ u হ'লে,

$$u^2 = 2gh$$

বা, $u = \sqrt{2gh}$ যেখানে g = অভিকর্ষজ ত্বরণ



চিত্র 76

অনুভূমিক তলের সাথে সংঘাতের ঠিক পরে ঊর্ধ্বমুখী বেগ v হ'লে নিউটনের সূত্রানুযায়ী,

$$v = eu = e\sqrt{2gh}$$

এক্ষেত্রে u ও v পরস্পর লম্ব হওয়ায় বোঝা যায় যে, বলের সাথে অনুভূমিক তলের সংঘাত প্রত্যক্ষ। সংঘাতের পর বলটি H উচ্চতা উঠলে,

$$0 = v^2 - 2gH$$

$$\text{বা,}\quad H = \frac{v^2}{2g} = \frac{e^2.2gh}{2g} = e^2h$$

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. একটি বল h উচ্চতা থেকে একটি বদ্ধ অনুভূমিক তলের উপর পড়ে। দেখাও যে, বলটি স্থির অবস্থায় আসার আগে $\frac{1+e^2}{1-e^2}\,h$ দূরত্ব যায়।

[e = সংঘর্ষাঙ্ক (Co-efficient of restitution)]।

সমাধান ঃ বলটি h উচ্চতা থেকে পড়ায় ইহা সংঘাতের পর e^2h উচ্চতা উঠবে। কাজেই, প্রথম সংঘাতের পর বলটি $2e^2h$ দূরত্ব যায়।

আবার ইহা যখন e^2h উচ্চতা থেকে পড়ে তখন ইহা $e^2(e^2h) = e^4h$ দূরত্ব উপরে ওঠে। কাজেই, দ্বিতীয় সংঘাতের পর বলটি মোট $2e^4h$ দূরত্ব যায়।

অনুরূপভাবে, তৃতীয় সংঘাতের পর বলটি মোট $2e^6h$ দূরত্ব যায়। এরূপ চলতে থাকে যতক্ষণ না বলটি স্থির অবস্থায় আসে। কাজেই, বল দ্বারা মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$\begin{aligned}
S &= h + 2e^2h + 2e^4h + \cdots \\
&= h[1 + 2e^2 + 2e^4 + \cdots] \\
&= h[2 + 2e^2 + 2e^4 +] - h \\
&= 2h[1 + e^2 + e^4 + \cdots] - h \\
&= 2h.\frac{1}{1-e^2} - h \\
&= h\left[\frac{2}{1-e^2} - 1\right] = \frac{1+e^2}{1-e^2}.h
\end{aligned}$$

2. কোন ঘরে একটি প্লাস্টিকের বলকে 1 m. উঁচু থেকে ফেলা হয়। ইহা মেঝেতে কয়েকবার ড্রপ খায়। ফেলার সময় থেকে মেঝের সঙ্গে দ্বিতীয় বার ধাক্কা খাওয়া পর্যন্ত 1·3 sec. অতিবাহিত হ'লে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কত হয়? (*I. I. T.* 1977)

সমাধান ঃ ধরা যাক V_1 বেগে বল মেঝেতে প্রথম ধাক্কা খায়। তাহ'লে $V_1=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times 980\times 100}=140\sqrt{10}$ cm /sec.।

100 cm. পড়তে বলের সময় লাগে $\frac{V_1}{g}=\frac{140\sqrt{10}}{980}=0{\cdot}4517$ sec.।

কাজেই প্রথম ও দ্বিতীয় ধাক্কার মধ্যে অতিবাহিত সময় $=1{\cdot}3-0{\cdot}4517=$ 0·8483 sec.। প্রথম ধাক্কার পর উপর দিকে উঠতে বলের এই সময়ের অর্ধেক অর্থাৎ 0·4241 sec. লাগে। প্রথম ধাক্কার পর উপর দিকে বলের বেগ V_2 হ'লে $V_2=g\times 0{\cdot}4241=980\times 0{\cdot}4241$ cm./sec.।

কাজেই, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $e=\frac{V_2}{V_1}=\frac{980\times 0{\cdot}4241}{140\times\sqrt{10}}=0{\cdot}94$।

অস্থিতিস্থাপক সংঘাত (*In-elastic collision*) ঃ অস্থিতিস্থাপক সংঘাতে বস্তুর গতি শক্তি সংরক্ষিত থাকে না, কিন্তু ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে। তাই এরূপ-ক্ষেত্রে ভরবেগ নিত্যতা সূত্র ও মোট শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রয়োগ ক'রতে হয়। সংঘাতের পর দুটি বস্তু যুক্ত হ'য়ে একটি বস্তুরূপে চলতে থাকলে ইহাদের চূড়ান্ত বেগের মান সহজেই নির্ণয় করা যায়।

রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী,

$$m_1u_1+m_2u_2=(m_1+m_2)V$$

অতএব, $$V=\frac{m_1u_1+m_2u_2}{(m_1+m_2)}\quad\ldots\ldots(i)$$

বস্তুর প্রাথমিক ও চূড়ান্ত গতিশক্তি তুলনা ক'রলে স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য স্পষ্টতর হয়।

বস্তুদ্বয়ের প্রাথমিক গতিশক্তি $=\frac{1}{2}m_1u_1^2+\frac{1}{2}m_2u_2^2\quad\ldots\ldots(ii)$

সংঘাতের পর ইহাদের গতিশক্তি $=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\times V^2$

$$=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\left[\frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}\right]^2=\frac{1}{2}\frac{(m_1u_1+m_2u_2)^2}{m_1+m_2}\quad\ldots(iii)$$

আলোচনার সুবিধার্থে $u_2=0$ ধ'রলে অর্থাৎ সংঘাতের আগে দ্বিতীয় বস্তু স্থির থাকলে,

প্রাথমিক গতিশক্তি $=\frac{1}{2}m_1u_1^2\quad\ldots\ldots(iv)$

সংঘর্ষের পর গতিশক্তি $=\frac{1}{2}\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)m_1u_1^2\quad\ldots\ldots(v)$

$$\therefore\quad K=\frac{\text{চূড়ান্ত গতিশক্তি}}{\text{প্রাথমিক গতিশক্তি}}=\frac{m_1}{m_1+m_2}\quad\ldots\ldots(vi)$$

যদি $m_2 = 100 m_1$ হয় তাহ'লে

$$K = \frac{1}{101} \quad \cdots \cdots \text{(vii)}$$

(vii) নং সম্পর্ক থেকে বোঝা যায় যে, এরূপ ক্ষেত্রে গতিশক্তির এক শতাংশেরও কম অংশ রক্ষিত হয়। বাকি গতিশক্তি তাপ ও অন্যান্য শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 200 gm. ভরের কোন বস্তু 20 cm./sec বেগে যায় এবং 100 gm. ভরের অপর একটি বস্তু বিপরীত দিক থেকে 10 cm./sec বেগে আসে। পরস্পর ধাক্কার পর ঐ বস্তু দু'টি একে অন্যের সঙ্গে জুড়ে যায়। উহাদের মিলিত বেগ এবং চূড়ান্ত ও প্রাথমিক গতিশক্তির অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে $m_1 = 200$ gm , $u_1 = 20$ cm./sec., $m_2 = 100$ gm. এবং $u_2 = -10$ cm./sec.। u_1 ও u_2 বিপরীত মুখী হওয়ায় u_1 কে ধনাত্মক ধ'রলে u_2কে ঋণাত্মক ধ'রতে হয়। তাহ'লে বস্তুদ্বয়ের প্রাথমিক ভরবেগ

$$= m_1 u_1 + m_2 u_2 = 200 \times 20 + 100 \times (-10)$$
$$= 4000 - 1000 = 3000 \text{ gm.-cm./sec.}$$

ধাক্কার পর বস্তুদ্বয়ের মিলিত ভর $M = m_1 + m_2 = 200 + 100 = 300$ gm.।

এই মিলিত ভরের বেগ V হ'লে চূড়ান্ত ভরবেগ $= MV = 300\ V$। ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী $300\ V = 3000$; অতএব $V = 10$ cm./sec.।

চূড়ান্ত গতিশক্তি $= \frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} \times 300 \times (10)^2 = 15000$ ergs $\quad \cdots (i)$

প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m_1 u_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2{}^2$

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times 100 \times (10)^2$$
$$= 35 \times 10^3 \text{ ergs.} \quad \cdots \quad \cdots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে, $\dfrac{\text{চূড়ান্ত গতিশক্তি}}{\text{প্রাথমিক গতিশক্তি}} = \dfrac{15000}{35000} = \dfrac{3}{7}$।

2. A ও B দু'টি স্থিতিস্থাপক ডিস্ক। ইহাদের একটির ভর অপরটির k গুণ। ইহারা কোন অনুভূমিক টেবিলের উপর স্থির অবস্থায় আছে। A ডিস্ককে B এর দিকে U বেগে চালালে, ইহারা পরস্পর ধাক্কা খায়। নিত্যতা সূত্রগুলির সাহায্যে A ডিস্কের শক্তির কত অংশ B তে স্থানান্তরিত হয় নির্ণয় কর। দেখাও যে, A ও B এর মধ্যে যে কোন একটির ভর অপরটির k গুণ হ'লে স্থানান্তরিত শক্তির মান অপরিবর্তিত থাকে। (*Jt. Entrance '78*)

সমাধান ঃ ধরা যাক, A ডিস্কের ভর m এবং B ডিস্কের ভর km। ধাক্কার পর A ও B এর বেগ U এর অভিমুখে যথাক্রমে u ও v হ'লে ভরবেগ-নিত্যতা সূত্রানুযায়ী $mU = mu + mkv$; অথবা, $U = u + kv \cdots \quad \cdots \quad \cdots (i)$

আবার শক্তির নিত্যতা সূত্রানুযায়ী

$\frac{1}{2}mU^2=\frac{1}{2}mu^2+\frac{1}{2}mkv^2$; অথবা, $U^2=u^2+kv^2$ ... ... (ii)

A এর মোট শক্তির f_A অংশ B পেলে

$$f_A=\frac{\frac{1}{2}mkv^2}{\frac{1}{2}mU^2}=\frac{kv^2}{U^2} \quad \ldots \quad (iii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$kv^2=U^2-u^2=U^2-(U-kv)^2$$

অথবা, $v=2U-kv$; বা, $v=\frac{2U}{1+k}$ ।

(iii) নং সমীকরণ থেকে $f_A=\frac{k\left(\frac{2U}{1+k}\right)^2}{U^2}=\frac{4k}{(1+k)^2}$ ... ... (iv)

যদি ধরা হয় যে, B এর তুলনায় A এর ভর k গুণ তাহ'লে A এর মোট শক্তির f_B অংশ B পেলে (iv) নং সমীকরণ অনুযায়ী,

$$f_B=\frac{4\left(\frac{1}{k}\right)}{\left(1+\frac{1}{k}\right)^2}=\frac{4k}{(1+k)^2}$$ ।

কাজেই, $f_A=f_B$.

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. কোন ব্যক্তি বল ধরার সময় হাতকে কিছুটা নীচের দিকে নামিয়ে নেয় কেন ?

ধরার সময় বাড়ানোর জন্য হাতকে কিছুটা নামিয়ে নেওয়া হয়। ইহার দরুন বলের ভরবেগ ধীরে ধীরে নষ্ট হয়। এই ভরবেগ মুহূর্তের মধ্যে নষ্ট হ'লে হাতে তুলনামূলকভাবে বেশি বল পড়ে ও আঘাত লাগে।

2. দু'টি বিভিন্ন ভরবিশিষ্ট বস্তুর মধ্যে একটি স্থির অবস্থায় ও অপরটি গতিশীল অবস্থায় আছে। ইহাদের উপর দু'টি সমমানের বল সমান সময় ধ'রে ক্রিয়া ক'রলে ইহাদের ভরবেগের পরিবর্তন কিরূপ হয় ?

আমরা জানি যে, ভরবেগের পরিবর্তন = প্রযুক্ত বল × বলের ক্রিয়াকাল। এক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল ও ইহাদের ক্রিয়াকাল সমান হওয়ায় উভয় বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন সমান হয়।

3. একটি বল যে উচ্চতা থেকে পড়ে, মেঝের উপর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের পর তার থেকে বেশি উচ্চতায় কি উঠতে পারে ?

হাল্কা বস্তুর সাথে খুব ভারী বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটলে হাল্কা বস্তু সমান গতিবেগে বিপরীত দিকে যায়। কাজেই, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের পর বল একই উচ্চতায় উঠবে, বেশি উচ্চতায় উঠতে পারবে না।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. স্থিতি জড়তা ও গতি জড়তা ব'লতে কি বোঝায় ? উদাহরণ সহকারে ব্যাখ্যা কর। 'বস্তুর ভর জড়তার পরিমাপ'—এই উক্তিটি ব্যাখ্যা কর। দেখাও যে, কোন এক জন পর্যবেক্ষকের কাছে যা গতি জড়তা অপর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে তাই স্থিতি জড়তা বলে মনে হয়।

What do you understand by inertia of rest and inertia of motion ? Explain with examples. Explain the Statement—'mass is a measure of inertia'.

Show that inertia of motion to one observer may appear as inertia of rest to another one.

2. নিউটনের গতিসূত্রগুলি লেখ। ব্যাখ্যা ক'রে বোঝাও কিভাবে প্রথম সূত্র বলের সংজ্ঞা দেয় ও দ্বিতীয় সূত্র বলের পরিমাণ নির্ণয়ের পদ্ধতি বলে দেয়।

State Newton's laws of motion. Explain how the first law gives the definition of force and the second law a method of measuring the force.

3. দেখাও যে, নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র থেকে প্রথম ও তৃতীয় সূত্র পাওয়া সম্ভব।

নির্দিষ্ট গতিবেগে চলন্ত ট্রেনে কোন যাত্রী উপরদিকে একটি বল ছুঁড়ে দেয়। বল তার সামনে পড়ে না পিছনে পড়ে ? এই সময়ে ট্রেন ত্বরিত হ'লে বল কোথায় প'ড়বে ?

Show that it is possible to get Newton's first and third laws of motion from his second law of motion.

A passenger in a train moving at a constant speed throws a ball straight up into the air. Will the ball fall in front of him or behind him ? If the train accelerates in the mean time, where will the ball fall ?

4. নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র বিবৃত কর। $P=mf$ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর।

State Newton's second law of motion. Establish the relation $P=mf$.

5. বলের আবেগ ও আবেগী বল বলতে কি বোঝায় ? সময়ের সঙ্গে দ্রুত পরিবর্তনশীল বলের আবেগ কিভাবে নির্ণয় করা যায় ? সমান ভর ও বেগের একটি ক্রিকেট বল ও একটি কাদার বল দেওয়ালে আঘাত ক'রলে কোন্ বল দেওয়ালে বেশি ঘাত প্রয়োগ করে ?

What do you mean by impulse and impulsive force ? How the impulse of a force that varies rapidly with time, may be determined ? Which one will impart a greater impulse on the wall—a cricket ball or a ball of mud, both having the same mass and velocity ?

6. 'রৈখিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র' কাকে বলে ? উদাহরণ সহকারে ব্যাখ্যা কর। দেখাও যে, দু'টি বস্তু কেবলমাত্র পারস্পরিক ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ায় চলতে থাকলে ইহাদের রৈখিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে।

নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে কিভাবে রৈখিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র প্রযোজ্য হয় ঃ জেট ও রকেট ?

What is the 'principle of conservation of linear momentum ? Explain with examples. Show that the linear momentum of a system of two bodies moving only under their mutual action and reaction remains constant.

How does the principle of conservation of linear momentum apply to the following cases : jets and rockets ?

7. সংজ্ঞা লেখ ঃ ডাইন, পাউন্ডাল। *(Tripura H. S. 1981)*

8. নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রটি বিবৃত কর। এই সূত্র থেকে কিভাবে বলের পরিমাপক সমীকরণ পাওয়া যায় ? (*Tripura H. S. 1979*)

9. গতিসংক্রান্ত নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি লেখ। দেখাও এই সূত্র থেকে কিভাবে বলের একক পাওয়া যায় যখন ভরের একক 1 Kg এবং ত্বরণের একক 1 m/s2 । বলের এই এককের নাম কি ? [*H.S.* (new) *1978*]

10. ডাইন, নিউটন ও গ্রাম-ভার এর সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। এগুলির মধ্যে কোন্ কোন্‌টি বলের চরম একক ? [*H. S.* (new) *1980*]

11. নিউটনের গতিসূত্রগুলি বিবৃত কর এবং প্রথম ও তৃতীয় সূত্রের উদাহরণ দাও। কিরূপে প্রথমসূত্র থেকে বলের সংজ্ঞা এবং দ্বিতীয় সূত্র থেকে বলের পরিমাপ পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1980*]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. 50 গ্রাম ভরের কোন স্থির বস্তুর উপর 200 ডাইন মানের বল 6 সেকেন্ড ধ'রে কাজ ক'রলে উহার বেগ কত হয় নির্ণয় কর। [*Tripura H. S. 1979*] [24 cm./sec]

2. 120 পাউন্ড ভরের কোন বস্তুর উপর একটি নির্দিষ্ট বল 3 সেকেন্ড ধ'রে ক্রিয়া করে। ইহার পর বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়। পরবর্তী 3 সেকেন্ডে বস্তুটি 108 ফুট গেলে পাউন্ড-ভার (lb-wt) এককে বলের পরিমাণ নির্ণয় কর। [*Tripura H. S. 1980*] [45 lb-wt]

3. 60 Kg ভরের বস্তুর উপর 120 নিউটন বল আরোপ করা হয়। কত সময়ে ইহার বেগ 30 m/sec হয় ?

A 60 Kg body is subjected to a constant force of 120 newtons. How much time will it take to acquire a speed of 30 m./sec. ? [15 sec.]

4. 0·2 Kg ভরের গুলি বন্দুকের নলে 840 m/sec. গতিবেগ লাভ করে। নলের দৈর্ঘ্য 1·5 m. হ'লে গুলির উপর গড় বল কত ?

A 0·2 Kg bullet acquires a speed of 840 m./sec. in a gun barrel 1·5 m. long. What is the average force exerted on the bullet ? [47040 nt.]

5. কোন অনুভূমিক টেবিলের উপর 2 Kg. ও 4 Kg. ভরের দু'ই ব্লককে একটি হাল্কা স্প্রিং দিয়ে যুক্ত করা হয়। টেবিল ও ব্লকের মধ্যে কোন ঘর্ষণ নেই। ব্লক দু'টিকে টেনে ছেড়ে দিলে প্রথম ব্লকের ত্বরণ হয় 10 cm./sec2 । অপর ব্লকের ত্বরণ কত ?

Two blocks of mass 2 Kg and 4 Kg are connected by a light spring on a horizontal frictionless table. When these are pulled apart and then released, the first is found to have an initial acceleration of 10 cm./sec2. What is the acceleration of the other ? [বিপরীত দিকে 5 cm./sec2]

6. কোন অনুভূমিক মসৃণ টেবিলের উপর 4 Kg. ও 2 Kg. ভরের দু'টি ব্লক পরস্পরের সংস্পর্শে আছে। প্রথম ব্লকের উপর অনুভূমিকভাবে 12 নিউটন বল প্রয়োগ করা হ'লে ব্লক দু'টি সমত্বরণে যায়। ব্লকদ্বয়ের মধ্যে বল কত ?

Two blocks of masses 4 Kg and 2 Kg are placed on a smooth horizontal table in contact with each other. A horizontal force of 12 newton is applied on the first so that the blocks move with a constant acceleration. What is the force between the blocks ? [2 nt.]

7. একটি 1 Kg. ভরের বল 25 m./sec. বেগে মেঝের উপর লম্বভাবে পড়ে। ইহা 10 m./sec. বেগে প্রতিক্ষিপ্ত হয়। মেঝে স্পর্শ করার সময় বলের উপর আবেগ কত ? বল মেঝেকে 0·02 sec. স্পর্শ ক'রে থাকলে মেঝের উপর গড় বল কত ?

A 1 Kg ball drops vertically on to the floor with a speed of 25 m./sec. It rebounds with an initial speed of 10 m./sec. What impulse acts on the ball during contact ? If the ball is in contact with the floor for 0·02 sec, what is the average force exerted on the floor ? [35 Kg-m./sec. ; 1750 nt.]

8. সমান ভরের দু'টি বল সমান গতিবেগে কোন একটি দেওয়ালে আঘাত করে। একটি বল প্রতিক্ষিপ্ত হয় এবং অপরটি দেওয়ালের সঙ্গে আটকে যায়। দেওয়ালে কোন্ বল বেশি বল আরোপ করে।

Two balls of the same mass travelling with the same speed hit a wall. One of them rebounds and the other sticks to the wall. Which one exerts a greater force on the wall ? [যে বল প্রতিক্ষিপ্ত হয়।]

9. 25 gm. ভরের কোন বস্তু 50 cm./sec. বেগে ডান দিকে যায় এবং 75 gm. ভরের অপর একটি বস্তু 10 cm./sec. বেগে বাম দিকে যায়। উভয় বস্তু সংঘর্ষের পর পরস্পর আটকে থাকলে ইহাদের চূড়ান্ত গতিবেগ কত ?

A 25 gm. body has an initial velocity of 50 cm./sec. to the right and a 75 gm. body has an initial velocity of 10 cm./sec. to the left. If the two bodies collide and stick together, what is the final volocities of the bodies ?

[ডান দিকে 5 cm./sec.]

10. 10 Kg. ভরের কোন বিস্ফোরক স্থির অবস্থায় দুই অংশে বিভক্ত হয়। 4 Kg ভরের এক অংশ উত্তর দিকে 3 m./sec. বেগে গেলে অপর অংশের বেগ কত ?

A shell of mass 10 Kg kept at rest suddenly splits up in two parts. If one part with mass 4 Kg is found to move after the explosion with a velocity of 3 m./sec. towards north, what is the velocity of the other part ? [দক্ষিণ দিকে 1 m./sec.]

11. 5 Kg ভরের কোন বস্তু 10 m./sec. বেগে যায়। 2 Kg ভরের অপর একটি বস্তু ঐ একই অভিমুখে 5 m./sec বেগে যায়। প্রথম বস্তু দ্বিতীয় বস্তুর সংগে সংঘর্ষ ঘটায় এবং দ্বিতীয় বস্তুকে অতিক্রম ক'রে আপন অভিমুখে চ'লে যায়। সংঘর্ষের পর দ্বিতীয় বস্তুর বেগ একই অভিমুখে 12 m./sec. হ'লে প্রথম বস্তুর বেগ কত হয় ? স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কত ? এই সংঘর্ষ কি স্থিতিস্থাপক ?

A 5 Kg mass moving with a constant velocity of 10 m./sec. overtakes and bumps a 2 Kg mass moving in the same direction with a constant velocity of 5 m./sec. If after impact the 2 Kg mass has a velocity of 12 m./sec. in the same direction, what is the velocity of the other mass ? What is the co-efficient of restitution ? Is the collision elastic ? [7·2 m./sec. ; 0·96 ; না]

12. 5 Kg. ভরের দু'টি বল 20 m./sec. ও 30 m./sec. বেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হয় এবং সংঘর্ষ ঘটায়। সংঘর্ষ স্থিতিস্থাপক হ'লে বল দু'টির চূড়ান্ত বেগ কত ?

Two 5 Kg balls approach each other with speeds 20 m./sec and 30 m./sec. Assuming a perfectly elastic collision, what will be their velocities after collision ?

[-30 m/sec ও $+20$ m/sec]

13. একটি বল 30 m./sec. বেগে অনুরূপ একটি বলকে ধাক্কা দেয়। ধাক্কার পর প্রত্যেক বল গতির প্রাথমিক অভিমুখের সঙ্গে 30° কোণে যায়। ধাক্কার ফলে প্রত্যেক বলের বেগ কত ?

A ball moving with a velocity of 30 m./sec. strikes an identical stationary ball. After the collision each ball makes an angle of 30° with the original direction of motion. What are the speeds of the balls after the collision ? [$10\sqrt{3}$ m./sec.]

14. কোন বিস্ফোরককে অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 60° কোণে 1600 m./sec. বেগে ছোড়া হয়। গতির সর্বোচ্চ বিন্দুতে ইহা দু'টি সমান অংশে বিভক্ত হয়। একটি অংশ খাড়া নীচের দিকে পড়ে। বিভক্ত হওয়ার মুহূর্তে অপর অংশের বেগ কত?

A projectile is fired at an angle of 60° with the horizontal and with a muzzle speed of 1600 m./sec. At the highest point of its motion the projectile explodes into two fragments of equal mass. One fragment falls vertically. What is the velocity of other fragment just after the explosion ? [1600 m./sec.]

15. 160 gm. ভরের একটি বল অনুভূমিক ভাবে 25 m/sec. বেগে যায়। ব্যাট দিয়ে ঐ বলকে আঘাত ক'রলে ইহা 30 m/sec. বেগে ফিরে যায়। আঘাতের আবেগ কত?

A ball weighing 160 gm. and travelling horizontally with a velocity of 25 m/sec. is struck by a stick. The ball returns with a velocity of 30 m/sec. What is the impulse of the blow ? [−8·8 Kg-m/sec.]

16. 20 Kg ভরের কোন বস্তুকে প্রথমে 7 নিউটন বলে 1·5 সেকেন্ড, পরে 5 নিউটন বলে 1·7 সেকেন্ড এবং তারপরে 10 নিউটন বলে 3 সেকেন্ড ঠেলা হয়। বস্তুর উপর মোট কত আবেগ আরোপ করা হয়? বস্তুর বেগের পরিবর্তন কত হয়? [49 nt. sec, 2·45 m/sec.]

17. কোন বিস্ফোরক স্থির অবস্থায় তিনখণ্ডে বিভক্ত হয়। সমান ভরের দু'টি খণ্ড পরস্পর লম্বভাবে প্রত্যেকে 60 m/sec. বেগে যায়। তৃতীয় খণ্ডের ভর অপর দুইখণ্ডের প্রত্যেকের ভরের তিনগুণ হ'লে বিস্ফোরণ মুহূর্তে ইহার বেগের মান ও দিক্ নির্ণয় কর।

[$20\sqrt{2}$ m/sec., অপর কোন একটি খণ্ডের সঙ্গে 135° কোণে]

18. 6 Kg ভরের স্লেজ বাক্স বরফের উপর দিয়ে অনুভূমিক ভাবে 9 m/sec. বেগে যায়। 12 Kg ভরের একটি প্যাকেট ঐ বাক্সে লম্বভাবে ফেললে বাক্সের গতিবেগ কত হয়?

A 6 Kg box sled is travelling across the ice horizontally at a speed of 9 m/sec. A 12 Kg package is dropped into it vertically. What is the subsequent speed of the sled ? [3 m/sec.]

19. একটি বিলিয়ার্ড বল 2·2 m/sec. বেগে অনুরূপ একটি স্থির বলকে আঘাত করে। সংঘর্ষের পর একটি বল 1·1 m/sec. বেগে প্রাথমিক গতির অভিমুখের সঙ্গে 60° কোণে যায়। অপর বলের বেগ নির্ণয় কর। [1·9 m/sec. ; গতির প্রাথমিক অভিমুখের সঙ্গে 30° কোণে]

20. একটি মেসিনগান কোন টার্গেটে প্রতি সেকেন্ডে 10টি বুলেট নিক্ষেপ করে। প্রত্যেক বুলেটের ভর 0·05 gm এবং বেগ 2400 cm./sec হ'লে মেসিনগানকে ধ'রে রাখতে কত বল লাগে? [1200 dyne.]

21. 5 gm ও 10 gm ভরের দু'টি বল 20 cm./sec. বেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হয়। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের দরুন ইহাদের গতিবেগ কত হয়?

A 5 gm and a 10 gm ball approach each other with equal speeds of 20 cm/sec. What are their velocities after collision if the collision is perfectly elastic ?

[$-\frac{100}{3}$ cm./sec., $\frac{20}{3}$ cm./sec.]

22. 5 Kg ভরের একটি বস্তু 8 m/sec. বেগে 10 Kg ভরের অপর একটি বস্তুকে স্থির অবস্থায় ধাক্কা দেয়। প্রাথমিক গতির অভিমুখের সঙ্গে ইহারা যথাক্রমে 30° ও 45° কোণে যায়। সংঘর্ষের পর ইহাদের বেগ নির্ণয় কর। [5·85 m/sec., 2·065 m/sec.]

23. একটি মেসিনগান 50 gm. ভরের গুলি 1000 m/sec. বেগে নিক্ষেপ করে। ব্যক্তি মেসিনগানের বিরুদ্ধে 200 নিউটন গড় বল প্রয়োগ করে। সে প্রতি মিনিটে সর্বোচ্চ কত সংখ্যক গুলি নিক্ষেপ করে?

A machine gun fires 50 gm. bullet at a speed of 1000 m/sec. The gunner holding the gun in his hands can exert an average force of 200 newton, against the gun. Determine the maximum number of bullets he can fire per minute. [240]

24. 6×10^4 Kg ভরের একটি রকেটকে উল্লম্বভাবে উৎক্ষেপ ক'রতে হবে। নিষ্ক্রমণ বেগ 10^3 m/sec. হ'লে রকেটের ভার অতিক্রম করার জন্য কি পরিমাণ গ্যাস প্রতি সেকেন্ডে নিষ্ক্রান্ত হয়? রকেটের প্রাথমিক ত্বরণ 9·8 m/sec^2 হ'লে কি পরিমাণ গ্যাস নিষ্ক্রান্ত হয়? [588 Kg/sec. ; 117·6 Kg/sec.]

25. ভরবেগ ও আবেগের (ঘাত) সংজ্ঞা লেখ এবং রৈখিক ভরবেগ সংরক্ষণ সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

5 Kg ওজনের একটি বন্দুকের নল থেকে 8 gm. ওজনের একটি গুলি প্রতি সেকেন্ডে 400 m বেগে ছোঁড়া হ'ল। বন্দুকের প্রতিক্ষিপ্ত বেগ নির্ণয় কর। [64 cm/sec.] [*H. S.* (new) *1979*]

26. 50 Kg. বল একটি রোলারের হাতলে প্রয়োগ করা হয়। রোলারের ওজন 150 Kg. হ'লে এবং রোলারের হাতল অনুভূমিক রেখার সহিত 60° কোণে নত থাকলে (i) বলের অনুভূমিক উপাংশ ও (ii) ভূমির উপর রোলার দ্বারা প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর। [(i) 25 Kg. ; (ii) 193·3 Kg.]

27. একটি স্প্রিং তুলার প্রান্তে 32 পাউন্ডের একটি ভর আটকানো হয় এবং ইহাকে একটি মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের উপর দিয়ে টানা হয়। স্প্রিং-এর অক্ষ অনুভূমিক থাকে। যখন স্প্রিং তুলার পাঠ 4 পাউন্ড-ভার তখন ঐ ভরের ত্বরণ কত? [4ft./sec^2]

28. 4 আউন্স ওজনের একটি পাথরকে উপর দিকে ছোঁড়া হয়। ইহার সর্বোচ্চ উচ্চতা 49 ft। ছোঁড়ার সময় পাথরটিকে $\frac{1}{3}$ সেকেন্ড সময় ধ'রে দোলানো হ'লে উহার উপর প্রযুক্ত বল কত হবে? [42 Poundal]

29. একজন খেলোয়াড় স্টপ কিক্ ক'রে ফুটবলকে 9·6 m/sec. বেগে চালায়। কিক্ করার সময় ফুটবলের সাথে পায়ের সংস্পর্শ কাল $\frac{1}{8}$ sec. হ'লে ফুটবলে কত বল প্রযুক্ত হয়? ফুটবলের ওজন 300 গ্রাম। [$2 \cdot 304 \times 10^6$ dyne.]

30. জলের উপর ভাসমান একটি নৌকোর ওজন 300 Kg. ; অপর একটি নৌকোর উপর দাঁড়িয়ে এক ব্যক্তি দড়ির সাহায্যে প্রথম নৌকোকে টানলে প্রথম নৌকোর ত্বরণ হয় 20 cm/sec^2। ব্যক্তিসহ দ্বিতীয় নৌকোর ওজন 400 Kg. হ'লে 10 sec. পরে নৌকোদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কতটা কমে? [17·5 m.]

31. একটি হোস পাইপ দ্বারা প্রতি মিনিটে 15 গ্যালন জল পাম্প করা হয় এবং ঐ জল পাম্পের সরু মুখ দিয়ে 64 ft/sec. বেগে নির্গত হয়। সরু মুখের উপর প্রতিক্রিয়া বল কত? [5 lb.wt.]

32. 10 ft/sec. বেগে চলন্ত 32 lb ভরের একটি বস্তু স্থির অবস্থায় রাখা সমভরের অপর একটি বস্তুকে আঘাত ক'রল এবং উভয়ে একসঙ্গে চ'লতে লাগল। অপচয়িত গতিশক্তির মান কত? [1200 ft-lb.]

33. 5 gm. ভরের একটি বস্তু 20 cm/sec. বেগে চ'লতে চ'লতে 10 গ্রাম ভরের অপর একটি বস্তুর সাথে ধাক্কা খেল। দ্বিতীয় বস্তুটিও একই দিকে এবং একই রেখা বরাবর 10 cm/sec. বেগে চ'লছিল। ধাক্কার পরে প্রথম বস্তু একই দিকে 8 cm/sec. বেগে চ'লতে থাকল। ধাক্কার পর দ্বিতীয় বস্তুর বেগ কত হবে? [একই দিকে 16 cm/sec.]

34. একই সরল রেখা বরাবর চলন্ত দু'টি কণার বেগ u ও v এবং উহাদের ভর যথাক্রমে m_1 ও m_2। উহাদের সংঘর্ষ সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হ'লে প্রমাণ কর যে দ্বিতীয় কণা প্রথম কণা হ'তে $2m_1m_2(u-v)/(m_1+m_2)$ ভরবেগ লাভ করে।

35. M ভরের একটি বস্তু μM ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর সাথে সরাসরি (head on) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটায়। প্রমাণ কর যে, $\mu=1$ হ'লে সংঘর্ষের দরুন প্রথম বস্তু সর্বাধিক শক্তি হারায়।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

ঘর্ষণ
(Friction)

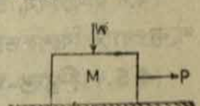
4·1. সাধারণত কোন তলের উপর বস্তুর গতি বা স্থিতি বিচার করার সময় তলটিকে মসৃণ ধরা হয়। কিন্তু কোন তলই একেবারে মসৃণ নয়। যে কোন তলের উপর বস্তু গড়িয়ে দিলে ইহা থেমে যায়। তার কারণ, দু'টি বস্তুকে স্পর্শ করালে ইহাদের মধ্যে ঘর্ষণ কাজ করে। সুতরাং বলা যায় যে, একটি বস্তু অন্য বস্তুর উপর দিয়ে চ'লতে চাইলে ইহাদের মধ্যে ঘর্ষণের দরুন বাধার উৎপত্তি ঘটে এবং বস্তুর গতি বাধা পায়। যে পৃষ্ঠদ্বয় স্পর্শ করে তাদের **উপাদান এবং অমসৃণতার** উপর ঘর্ষণের পরিমাণ নির্ভর করে। কাজেই, বস্তু দু'টি যে যে বিন্দুতে স্পর্শ করে সেই সেই বিন্দুতে ঘর্ষণ বল উৎপন্ন হয়। এই স্পর্শ বিন্দুগুলিতে আণবিক ও পারমাণবিক বলের উৎপত্তি হওয়ায় ঘর্ষণ বলের আবির্ভাব ঘটে। একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত তলের মসৃণতার প্রভাব ঘর্ষণের উপর বিশেষ থাকে না। বস্তু দু'টি যে তল বরাবর স্পর্শ করে সেই তল মসৃণ হ'লে বেশি সংখ্যায় ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ক্ষেত্র পরস্পরকে স্পর্শ করে। ঐ তল মসৃণ না হ'লে ক্ষেত্রগুলি সংখ্যায় কম হয় কিন্তু আকারে বড় হয়। তবে অতি মসৃণ ও সম্পূর্ণ পরিষ্কৃত ধাতব তলের ক্ষেত্রে আন্তর আণবিক আকর্ষণের জন্য ঘর্ষণ বেড়ে যায়। বস্তু দুটি একই উপাদানের হ'লে ইহাদের মধ্যে ঘর্ষণ বল বেশি হয়। ঘর্ষণ দু'রকমের—(i) **স্থিত-ঘর্ষণ** (*Static friction*) এবং (ii) **গতীয়-ঘর্ষণ** (*Dynamic friction*)।

4·2. স্থিত-ঘর্ষণ ঃ

কোন বস্তুকে কোন অমসৃণ তল বা অপর কোন অমসৃণ বস্তুর উপর দিয়ে চালাতে চাইলে, যে বাধা বস্তুর গতি রোধ করে বা ক'রতে চায় তাকে ঐ বস্তু ও তলের মধ্যে **স্থিত-ঘর্ষণ** বলে।

4·3. স্থিত-ঘর্ষণের প্রকৃতি (Nature of Static friction) ঃ

ধরা যাক, M বস্তু একটি অনুভূমিক টেবিলের উপর আছে (চিত্র 77)। M এর উপর ক্রিয়াশীল বলগুলি—(i) লম্বভাবে নীচের দিকে বস্তুর ওজন W, (ii) লম্ব প্রতিক্রিয়া বল R (যা W এর সমান ও বিপরীত মুখী)। এখন M বস্তুর উপর অনুভূমিক ভাবে P বল প্রয়োগ করা হয়। P এর

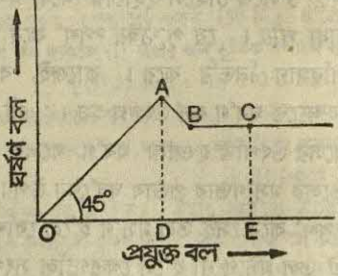


চিত্র 77

মান খুব কম হ'লে বস্তু স্থির অবস্থায় থাকবে। এই অবস্থায় M বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল W, R, P এবং F। বস্তুর উপর P বল প্রয়োগ করার সঙ্গে সঙ্গেই উহার বিপরীত দিকে F বলের উৎপত্তি হয়। এই F, ঘর্ষণ বল। যেহেতু বস্তু স্থির অবস্থায় আছে এবং W ও R সমান ও বিপরীত, সুতরাং F ও P সমান এবং বিপরীত। P এর মান বাড়ানো হ'লে যদি বস্তু স্থির থাকে তাহ'লে নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে, F এর মানও বেড়েছে। সুতরাং বলা যায় যে, ঘর্ষণ স্ব-নিয়ন্ত্রক (self-adjusting) বল। **অর্থাৎ ঘর্ষণ বল নিজেই নিজের**

পরিমাণ নিয়ন্ত্রণ করে। অতএব P এর মান একটু একটু করে বাড়ানো হ'লে F এর মানও একটু একটু করে বাড়ে। যখন P এর মান এমন হয় যে, বস্তু গতিশীল হ'তে চায় তখন F এর মান সব থেকে বেশি হয়। F এর এই সর্বোচ্চ মানকে ঘর্ষণের **সীমা মান** (*Limiting value of friction*) বলে।

প্রযুক্ত বল বনাম ঘর্ষণ বলের লেখচিত্র—78 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। প্রযুক্ত বল বাড়লে স্থিত ঘর্ষণ বলও বাড়ে। ইহা OA রেখাদ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে। প্রযুক্ত বলের মান OD হ'লে বস্তু চলবার উপক্রম করে। এই অবস্থায় স্থিত ঘর্ষণ বল সর্বোচ্চ হয়। ইহাকে **ঘর্ষণ সীমা** বলে। ইহা AD দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে। প্রযুক্ত বল আরো বাড়লে বস্তু চ'লতে থাকে। এই অবস্থায় সামান্য কম মানের গতীয় ঘর্ষণ ক্রিয়া করে যা পরবর্তী সময়ে ধ্রুবক থাকে। ইহা CE দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে।



চিত্র 78

ঘর্ষণের সীমা মান বস্তুর উপাদান, তলের প্রকৃতি এবং লম্ব প্রতিক্রিয়ার (*Normal reaction*) **উপর নির্ভর করে।**

4·4. ঘর্ষণ গুণাঙ্ক (Co-efficient of friction) ঃ

ঘর্ষণের সীমা মান ও লম্বপ্রতিক্রিয়ার অনুপাতকে **ঘর্ষণ গুণাঙ্ক** বলে। ইহাকে 'μ' দ্বারা সূচিত করা হয়। সুতরাং, ঘর্ষণের সীমা মান F এবং লম্ব প্রতিক্রিয়া R হ'লে, $\mu = \frac{F}{R}$ হয়।

এই 'μ' এর মান সাধারণত একের চেয়ে কম হয় এবং বস্তুদ্বয়ের উপাদান ও তলের মসৃণতার উপর নির্ভর করে। ইহা একটি সংখ্যা মাত্র, ইহার কোন মাত্রা নেই।

মনে রাখবে যে, অনেক ক্ষেত্রে μ এর মান 1 এর বেশি হ'তে পারে। যেমন বায়ুশূন্য স্থানে বিশেষ ভাবে পরিষ্কৃত দু'ই ধাতব তলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক প্রায় 10 হয়।

4·5. স্থিত-ঘর্ষণের সূত্র (Laws of Static friction) ঃ

(i) কোন বস্তু অপর কোন বস্তুকে স্পর্শ ক'রে চ'লতে চাইলে বস্তুর গতিকে ঘর্ষণ বাধা দেয়।

(ii) যতক্ষণ বস্তু স্থির থাকে ততক্ষণ ঘর্ষণ বল বস্তুর গতিকে বাধা দেওয়ার মত যথেষ্ট হয়।

(iii) ঘর্ষণের সীমা-মান স্পর্শ তলগুলির মধ্যে লম্ব প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক হয়।

(iv) ঘর্ষণের সীমা-মান, উপাদান ও তলগুলির প্রকৃতির উপর নির্ভর করে, কিন্তু স্পর্শতলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।

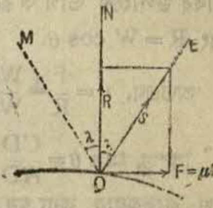
4·6. পূর্ণ প্রতিক্রিয়া ও ঘর্ষণ কোণ (Total reaction and angle of friction) ঃ

কোন বস্তু অমসৃণ তলে সীমা-সাম্যে (Limiting equilibrium) থাকলে লম্ব প্রতিক্রিয়া ও পূর্ণ প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণকে **ঘর্ষণ কোণ** বলা হয়।

λ দ্বারা এই কোণকে সূচিত করা হয়।

ধরা যাক O বিন্দুতে একটি বস্তু F বলের প্রভাবে সীমা-সাম্যে থাকে (চিত্র 79)। R লম্ব প্রতিক্রিয়া হ'লে সীমা-সাম্যের জন্য $F=\mu R$ হয়। F ও R এর লব্ধবল S হ'লে এই S কে **পূর্ণ প্রতিক্রিয়া** বল বলা হয়। এই পূর্ণ প্রতিক্রিয়া S ও লম্ব প্রতিক্রিয়া R এর মধ্যবর্তী $\angle EON$ ঘর্ষণ কোণ। কাজেই, $\angle EON=\lambda$। কিন্তু

$$\tan\lambda=\frac{F}{R}=\frac{\mu R}{R}=\mu\text{।}$$



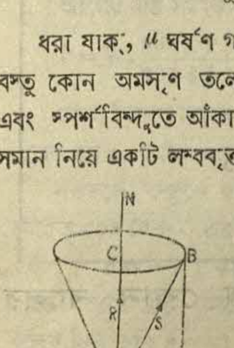
চিত্র 79

সুতরাং ঘর্ষণ কোণের সংজ্ঞা হিসেবে আবার বলা যায় যে, **ইহা এমন একটি কোণ যার ট্যানজেন্ট, ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সমান।**

F বলকে বিপরীত মুখে প্রয়োগ ক'রলেও যদি বস্তু সীমা-সাম্যে থাকে তাহ'লে R ও F এর লব্ধি হয় OM বরাবর। এই OM আবার ON এর সঙ্গে λ কোণে নত থাকে। $F<\mu R$ হ'লে R ও F এর লব্ধি এবং ON এর মধ্যবর্তী কোণ λ এর চেয়ে কম হয়। ফলে বস্তু স্থির থাকে। কিন্তু ঐ কোণ λ এর চেয়ে বড় হ'লে বস্তু চ'লতে থাকে।

4.7. ঘর্ষণ শঙ্কু (Cone of friction) ঃ

ধরা যাক, μ ঘর্ষণ গুণাঙ্ক এবং λ ঘর্ষণ কোণ। তাহ'লে $\tan\lambda=\mu$। একটি বস্তু কোন অমসৃণ তলে থাকলে ঐ তল ও বস্তুর স্পর্শবিন্দুকে শীর্ষবিন্দু ধ'রে এবং স্পর্শবিন্দুতে আঁকা অভিলম্বকে অক্ষ ধ'রে ও শীর্ষকোণের অর্ধেককে λ এর সমান নিয়ে একটি লম্ববৃত্তীয় শঙ্কু আঁকলে ঐ শঙ্কুই হয় **ঘর্ষণ শঙ্কু**।

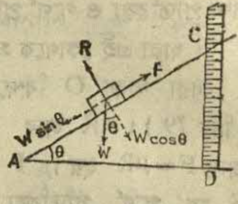


চিত্র 80

ধরা যাক, একটি বস্তু কোন অমসৃণ তলের O বিন্দুতে OA বরাবর $F=\mu R$ বলের প্রভাবে সীমা-সাম্যে থাকে (চিত্র 80)। তাহ'লে R ও F-এর লব্ধি S হয় OB বরাবর। এই OB রেখা ঐ শঙ্কুর উপরে থাকে। যদি বস্তু সীমা-সাম্যে থাকে এবং যদি একই তলে বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন বল প্রয়োগ করা হয় তাহ'লে বলগুলির লব্ধি সব সময়েই ঐ শঙ্কুর উপরে থাকে। সুতরাং, শঙ্কুর মধ্যে লব্ধ বল থাকলে বস্তু চলে না।

4.8. ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় ঃ

নততল পদ্ধতি (*Inclined plane method*) ঃ W ওজনের বস্তুকে AC নততলের উপর রাখা হয়। নততলের নতি কোণ θ কে পাল্টানো যায়। θ এর মান এমন করা হয় যে, বস্তু নীচের দিকে প'ড়তে চায়। এই অবস্থায় ধরা যাক্, ঘর্ষণ বল F, প্রতিক্রিয়া R এবং নতি কোণ θ। W-কে AC তল বরাবর এবং উহার অভিলম্ব বরাবর উপাংশে ভাগ ক'রলে পাওয়া যায়, $F = W \sin\theta$ এবং $R = W\cos\theta$.



চিত্র 81

অতএব, $\mu = \frac{F}{R} = \frac{W \sin\theta}{W\cos\theta} = \tan\theta$

কিন্তু, $\tan\theta = \frac{CD}{AD}$ হওয়ায় সহজেই উহার মান নির্ণয় করা যায়। এই পরীক্ষা বেশ কয়েকবার করা হয়। θ এর যে মানের জন্য বস্তু ঠিক চ'লতে শুরু করে তাকে **স্থিতি বা বিরাম কোণ** (*Angle of Repose*) বলে।

আবার, $\tan\theta = \mu = \tan\lambda$

সুতরাং, **স্থিতি কোণ = ঘর্ষণ কোণ**। নততলের নতি কোণ স্থিতি কোণের চেয়ে বেশি হ'লে কেবলমাত্র ঘর্ষণ বল বস্তুর সাম্য রক্ষা ক'রতে পারে না।

4.9. কয়েকটি সাধারণ ক্ষেত্রে ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান ঃ

তলের উপাদান	ঘর্ষণ-গুণাঙ্ক μ
ইস্পাত-ইস্পাত (পিচ্ছিল)	0·15—0·09
ধাতু-ধাতু	0·03
ধাতু-কাঠ (শুকনো)	0·2—0·6
কাচ-কাচ	0·9—1·0
কাচ-ধাতু	0·5—0·7
ইস্পাত-ইস্পাত (পরিষ্কৃত)	0·58
ইস্পাত-সীসা	0·5
বরফ-বরফ (0°C)	0·05—0·15
টায়ারের রাবার—কংক্রীট (শুকনো)	1·0—0·7
টায়ারের রাবার—কংক্রীট (ভিজে)	0·7—0·5

4.10. অমসৃণ নততলের উপর যে কোন বলের প্রভাবে ভারী বস্তুর সাম্য অবস্থা ঃ

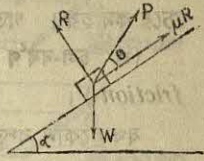
ধরা যাক, W ওজনের কোন ভারী বস্তুকে নততলের উপর ঐ তলের সঙ্গে θ কোণে ক্রিয়াশীল P বলের অধীনে রাখা হয়। অনুভূমিক রেখার সঙ্গে নততলের নতিকোণ α এবং ঘর্ষণ গুণাঙ্ক μ। α এর মান স্থিতি কোণের চেয়ে বেশি।

(i) **যখন বস্তু নততল বরাবর গড়াতে চায় :**

এক্ষেত্রে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলগুলি 82 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। বস্তুর সাম্য অবস্থায় বলগুলিকে নততল এবং উহার অভিলম্ব বরাবর উপাংশে ভাগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$$P\cos\theta+\mu R=W\sin\alpha \quad \ldots \quad (i)$$

এবং $P\sin\theta+R=W\cos\alpha \quad \ldots \quad (ii)$



চিত্র 82

(ii) নম্বর সমীকরণের উভয় দিককে μ দ্বারা গুণ ক'রে (i) নম্বর সমীকরণ থেকে বিয়োগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$$P(\cos\theta-\mu\sin\theta)=W(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$$

$$\therefore \quad P=W.\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\cos\theta-\mu\sin\theta}$$

সীমা-সাম্য অবস্থায় $\mu=\tan\lambda$।

$$\text{অতএব } P=W.\frac{\sin\alpha-\tan\lambda\cos\alpha}{\cos\theta-\tan\lambda\sin\theta}=W\frac{\sin\alpha\cos\lambda-\cos\alpha\sin\lambda}{\cos\theta\cos\lambda-\sin\theta\sin\lambda}$$

$$=W\frac{\sin(\alpha-\lambda)}{\cos(\theta+\lambda)}\text{।}$$

(ii) **যখন বস্তু নততল বরাবর উপরে উঠতে চায় :**

এক্ষেত্রে সীমা ঘর্ষণ (μR) নততল বরাবর নীচের দিকে ক্রিয়াশীল। সুতরাং সীমা-সাম্য অবস্থায়,

$$P\cos\theta-\mu R=W\sin\alpha \quad \cdots \quad (iii)$$

এবং $P\sin\theta+R=W\cos\alpha \quad \cdots \quad (iv)$

আগের মত সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে পাওয়া যায়

$$P=W.\frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\cos\theta+\mu\sin\theta}=W.\frac{\sin(\alpha+\lambda)}{\cos(\theta-\lambda)}$$

কোন বিশেষ নততল এবং কোন বিশেষ স্পর্শকারী মাধ্যমের জন্য α ও λ এর মান ধ্রুবক হয়। সাধারণত $\alpha>\lambda$ হয়।

নততলে বস্তুকে ধ'রে রাখার জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন বল $=W\sin(\alpha-\lambda)$। যেহেতু $\cos(\theta+\lambda)$ এর সর্বোচ্চ মান 1। এক্ষেত্রে $\cos(\theta+\lambda)=\cos 0^\circ$.

$\therefore \ \theta=-\lambda$। কাজেই, এই বলের দিক্ হবে $\theta=-\lambda$। নততল বরাবর উপরের দিকে বস্তুকে টেনে নিয়ে যেতে প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন বল $=W\sin(\alpha+\lambda)$। এই বলের দিক্ হবে $\theta=\lambda$। সুতরাং P বল নততলের সঙ্গে ঘর্ষণ কোণের সমান কোণে নত থেকে ক্রিয়া ক'রলে বস্তুকে নততল বরাবর উপরের দিকে টেনে নিয়ে যেতে সব থেকে কম বল প্রয়োজন হয়। এই কারণে বলা হয় যে, নততল বরাবর উপরের দিকে কোন বস্তুকে টেনে নিয়ে যেতে সুবিধাজনক **টান কোণই** (*angle of traction*) ঘর্ষণ কোণ।

4.11. গতীয় ঘর্ষণ (Dynamic friction) ঃ

কোন বস্তু কোন অমসৃণ তলে চ'লতে থাকলে তলের অমসৃণতা বস্তুর প্রত্যেক বিন্দুর গতিকে যে বাধা দেয়, তাকে **গতীয় ঘর্ষণ** বলে। গতীয় ঘর্ষণ স্থিতঘর্ষণের চেয়ে কম হয়। গতীয় ঘর্ষণ দু'রকমের হয়—

(i) **চল-ঘর্ষণ** (*Sliding friction*); (ii) **আবর্ত-ঘর্ষণ** (*Rolling friction*)।

যখন কোন বস্তু অপর কোন বস্তুর উপর আবর্তিত না হ'য়ে গড়িয়ে যায় তখন যে ঘর্ষণ হয় তাকে **চল-ঘর্ষণ** বলে।

চল-ঘর্ষণের মান F_1 এবং স্পর্শকারী তলগুলির মধ্যে লম্ব-প্রতিক্রিয়া R হ'লে চল-ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu_1 = F_1/R$।

4·12. চল-ঘর্ষণের সূত্র (Laws of sliding friction) ঃ

(i) কোন বস্তু অপর কোন বস্তুকে স্পর্শ ক'রে চলতে থাকলে চল-ঘর্ষণ বস্তুর গতিকে সবসময় বাধা দেয়।

(ii) ঘর্ষণ বল লম্ব-প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক হয়। সমানুপাত ধ্রুবককে চল ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বলে।

(iii) দ্রুতি খুব বেশি না হ'লে ঘর্ষণ বল দ্রুতির উপর নির্ভর করে না।

(iv) চল-ঘর্ষণের মান বস্তুর উপাদান ও তলের মসৃণতার উপর নির্ভর করে, কিন্তু স্পর্শতলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।

চল-ঘর্ষণের জন্য চলন্ত বস্তুর ত্বরণ ঘটাতে বেশি বলের প্রয়োজন হয়। কোন বস্তুর ত্বরণ f, লম্বপ্রতিক্রিয়া R ও ঘর্ষণ গুণাঙ্ক μ হ'লে প্রযুক্ত বল $P = mf + \mu R$।

4.13. আবর্ত-ঘর্ষণ (Rolling friction) ঃ

যখন কোন বস্তু অপর কোন বস্তুর উপর না গড়িয়ে আবর্তিত হয় তখন যে ঘর্ষণের উৎপত্তি হয় তাকে **আবর্ত-ঘর্ষণ** বলে।

আবর্ত-ঘর্ষণের মান চল-ঘর্ষণের মানের চেয়ে অনেক কম হয়।

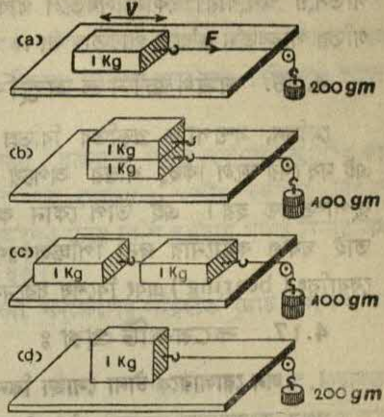
আবর্ত-ঘর্ষণ চল-ঘর্ষণের সূত্র মেনে চলে।

পরীক্ষার সাহায্যে ঘর্ষণ বলের সূত্রগুলির প্রমাণ ঃ একটি অনুভূমিক টেবিলের উপর 1 Kg ভরের একটি কাঠের ব্লক আছে (চিত্র 83 a)। একটি দড়ির এক প্রান্ত ইহার হুকের সাথে যুক্ত আছে ও অপর প্রান্ত টেবিলের কিনারায় অবস্থিত একটি কপিকলের (pulley) উপর দিয়ে অপর একটি হুকের সাথে যুক্ত আছে। এই দ্বিতীয় হুকে ধীরে ধীরে বিভিন্ন ভর ঝুলিয়ে ওজন বাড়ানো হ'লে, যতক্ষণ পর্যন্ত ভরের পরিমাণ একটি নির্দিষ্ট সীমা পেরিয়ে না যায় ততক্ষণ পর্যন্ত ব্লকে গতি সৃষ্টি হয় না। ধরা যাক, হুকে 200 গ্রাম ভর ঝোলালে ব্লকটি সম দ্রুতিতে গতিশীল হয়। তাহ'লে 200 গ্রামের বেশি ভর ঝোলালে ব্লকের গতিতে ত্বরণ সৃষ্টি হয়, কিন্তু ইহার

কম ভর ঝোলালে ব্লকে গতি সৃষ্টি হয় না। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, ঘর্ষণ বল বেড়ে বাইরের প্রযুক্ত বলের সঙ্গে সমতা বজায় রাখে। ঘর্ষণ বল ও বাইরের প্রযুক্ত বল সমান হ'লে ব্লক সম দ্রুতিতে চলে।

ঐ ব্লকটির উপর আর একটি 1 Kg ভরের ব্লক রাখলে (83 (*b*) নং চিত্র) দেখা যায় যে, 400 গ্রাম ভর হুকে ঝোলালে ইহারা সমদ্রুতিতে চলে। অনুরূপ তিনটি ব্লককে সমদ্রুতিতে চালানোর জন্য 600 গ্রাম ভর হুক থেকে ঝোলাতে হয়। কাজেই, স্থিত ঘর্ষণ বল (F) মোট নিম্নাভিমুখী বা অভিলম্ব বলের (R) সমানুপাতিক অর্থাৎ,

$$F \propto R$$



চিত্র 83

উপরের ব্লক দুটিকে পাশাপাশি রেখে যুক্ত ক'রলে (83 (*c*) নং চিত্র) ইহাদের সমদ্রুতিতে চালানোর জন্য আগের মত 400 গ্রাম ভর ঝোলাতে হয়।

83 (*d*) নং চিত্রে ব্লককে যদি উহার পার্শ্বের (edge) উপর রাখা হয় তাহ'লে উহাকে সমদ্রুতিতে গতিশীল করার জন্য 200 গ্রাম ভরকেই হুক থেকে ঝোলাতে হবে। আণবিক আকর্ষণ বল দ্বারা ইহা ব্যাখ্যা করা যায়। এক্ষেত্রে ব্লক ও তলের পরস্পর সংলগ্নতা অপেক্ষাকৃত বেশি নিবিড় হওয়ায় অপ্রশস্ত ক্ষেত্রের উপর রাখলেও নিবিড়তর সংস্পর্শতার দরুন স্পর্শক্ষেত্রের স্বল্পতার ক্ষতিপূরণ হ'য়ে যায়।

4.14. স্থিতঘর্ষণ ও গতীয় ঘর্ষণের পার্থক্য :

(i) ঘর্ষণ মাত্রই গতির বিপরীতমুখী। স্থিত ঘর্ষণে এই গতির সম্ভাবনা আছে কিন্তু প্রকাশ নেই। গতীয় ঘর্ষণে গতির অভিমুখ স্পষ্ট ও প্রত্যক্ষ।

(ii) স্থিত ঘর্ষণে সীমা-মানের সঙ্গে ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক পাওয়া যায়। লম্ব প্রতিক্রিয়ার মান সীমা-মানের চেয়ে কম হ'লে উহার সঙ্গে স্থিত ঘর্ষণের মানের অনুপাত পাল্টায়। গতীয় ঘর্ষণ কিন্তু সর্বদাই লম্ব-প্রতিক্রিয়ার সঙ্গে নির্দিষ্ট অনুপাতে থাকে।

(iii) স্থিত ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মানের চেয়ে কিছু বেশি হয়।

4.15. ঘর্ষণ জনিত সুবিধা :

ঘর্ষণ না থাকলে গাড়ি চলতে পারতো না, মইকে মাটিতে রাখা যেতো না। ঘর্ষণ না থাকলে চলন্ত গাড়িকে ব্রেক ক'ষে থামানো যেত না ; নাট, বল্টু, পেরেক আঁটা যেতো না।

ঘর্ষণ না থাকলে আমরা চলতে বা দৌড়াতে পারতাম না। কারণ নিউটনের গতিসূত্র অনুযায়ী কোন সমতলে থাকলে বাইরের বলের অভাবে আমরা স্থিতি বা গতির পরিবর্তন ক'রতে পারতাম না। তাই ঘর্ষণ থাকায় অনেক কাজের সুবিধা হয়।

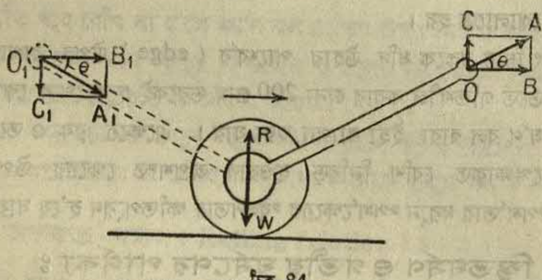
4.16. ঘর্ষণ জনিত অসুবিধা ঃ

মেসিন, যন্ত্রপাতি প্রভৃতির বিভিন্ন অংশের মধ্যে গতির দরুন ঘর্ষণ উৎপন্ন হয়। এই ঘর্ষণের ফলে কিছু শক্তির অপচয় ঘটে। এই অপচিত শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এই তাপ কোন কাজেই আসে না এবং অনেক অসুবিধা ঘটায়। তাই ঘর্ষণ কমানোর জন্য পিচ্ছিলকরণ পদ্ধতি (lubrication), বিভিন্ন ধরনের বেয়ারিং (bearing) এবং বিশেষ ধরনের নকসার (designs) ব্যবস্থা করা হয়।

4.17. কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. লন রোলারকে টানা সোজা কিন্তু ঠেলা সোজা নয় কেন ?

যখন রোলারকে হাতল ধ'রে টানা হয় তখন হাত যে বল প্রয়োগ করে সেই বল OA কে দু'টি উপাংশে ভাগ করা যায় (চিত্র 84)। OB উপাংশ অনুভূমিক ভাবে ক্রিয়া করে এবং এই উপাংশ রোলারকে টানে। OC উপাংশ উপরের দিকে ক্রিয়া করে



চিত্র 84

এবং রোলারের ওজনের বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল হয়। তাই ভু-পৃষ্ঠের উপর চাপ কম পড়ে। কাজেই, লম্ব প্রতিক্রিয়া কম হয়। ফলে, ঘর্ষণ বলের জন্য বাধা কম হয় এবং রোলারকে টানা সোজা হয়।

রোলারকে ঠেলার সময় হাতলের উপর প্রযুক্ত বল O_1A_1 কে O_1B_1 এবং O_1C_1 উপাংশে ভাগ করা যায়। O_1B_1 উপাংশ রোলারকে সামনের দিকে ঠেলে এবং O_1C_1 উপাংশ রোলারের ওজনের সঙ্গে যুক্ত হয় ও ভু-পৃষ্ঠের উপর চাপ বৃদ্ধি করে। ফলে, ঘর্ষণ বলের জন্য বাধা বেশি হয় এবং সামনের দিকে রোলারকে ঠেলতে অসুবিধা হয়।

2. মসৃণ বরফের উপর দিয়ে আমরা চ'লতে পারি না কেন ?

পা এবং বরফের মধ্যে ঘর্ষণ বল না থাকায় সামনের দিকে ঠেলে দেবার জন্য প্রয়োজনীয় প্রতিক্রিয়া বল পাওয়া যায় না। কাজেই, আমরা মসৃণ বরফের উপর

দিয়ে চ'লতে পারি না। এখানে একটা কথা বলা প্রয়োজন যে, বরফের উপর চলার জন্য চাপ পড়ায় বরফের গলনাঙ্ক কমে যায়। ফলে বরফ পিচ্ছিল হয়।

3. স্থির অবস্থা থেকে একটি গাড়িকে টেনে নিয়ে যেতে প্রথমে কিছু সময় ঘোড়াকে বেশি বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। কিন্তু তারপর আর অত বেশি বল প্রয়োগ করার প্রয়োজন হয় না। কেন ?

স্থির অবস্থা থেকে গাড়ি টানার সময় ঘোড়াকে স্থিত ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কাজ ক'রতে হয়। কিন্তু গাড়ি গতিশীল হবার পর ঘোড়াকে গতীয় ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কাজ ক'রতে হয়। স্থিত ঘর্ষণ গতীয় ঘর্ষণের চেয়ে বেশি হওয়ায় গাড়ি টানার সময় প্রথমে ঘোড়াকে বেশি বল প্রয়োগ ক'রতে হয়।

4. বরফের উপর চলার সময় লম্বা পদক্ষেপের পরিবর্তে ছোট পদক্ষেপ করা উচিত কেন ?

ধরা যাক, বরফের উপর চলার সময় এক ব্যক্তির পা ও উল্লম্ব রেখার মধ্যবর্তী কোণ θ। তাহ'লে স্থিত ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu = \tan\theta$। এই θ এর মান বেশি হ'লে বরফের উপর পা পিছলিয়ে যায়। ছোট পদক্ষেপে চললে θ এর মান কম হয় ও μ এর মান ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সীমা মানের চেয়ে কম হয়। ফলে পা পিছলিয়ে যায় না।

5. একটি বস্তু অনুভূমিক তলে স্থির অবস্থায় আছে। দেখাও যে, প্রযুক্ত বল ও উল্লম্ব রেখার মধ্যবর্তী কোণ ঘর্ষণ কোণের সীমা মানের চেয়ে কম হ'লে বলের মান যাই হোক না কেন ইহা ঐ বস্তুকে তল বরাবর ঠেলতে পারবে না।

প্রযুক্ত বল ও উল্লম্ব রেখার মধ্যবর্তী কোণ θ হ'লে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu = \tan\theta$। ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সীমা মান পাওয়ার জন্য একটি বিশেষ কোণে বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। θ এই বিশেষ কোণের চেয়ে কম হ'লে অনুভূমিক তলে বস্তু চ'লতে পারে না। আবার এই বিশেষ কোণের চেয়ে কম কোণে বল প্রয়োগ করা হ'লে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক প্রযুক্ত বলের মানের উপর নির্ভর করে না। কাজেই এরূপ অবস্থায় বলের মান যাই হোক না কেন ইহা বস্তুকে তল বরাবর ঠেলতে পারে না।

উদাহরণ (Examples) ঃ

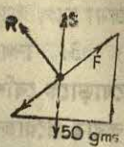
1. 50 Kg ওজনের কোন বস্তু একটি অনুভূমিক টেবিলের উপর আছে। বস্তুকে 10 Kg wt. বল দ্বারা চালানো গেলে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কত হয় ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\mu = \frac{F}{R}$। এক্ষেত্রে, F = 10 Kg. wt. এবং R = 50 Kg. wt.

অতএব, $\mu = \frac{10}{50} = 0{\cdot}2$।

2. 50 gm. ওজনের কোন বস্তু 5 এ 1 নতিতে কোন অমসৃণ তলে স্থির অবস্থায় আছে। ঘর্ষণ বল, লম্ব প্রতিক্রিয়া ও নততলে পূর্ণ প্রতিক্রিয়ার মান নির্ণয় কর।

সমাধান : বস্তু নীচের দিকে পড়তে চায়। কাজেই ঘর্ষণ বল F তল বরাবর উপর দিকে ক্রিয়া করে। তলের আনতি θ হ'লে [চিত্র 85] $\sin\theta = \frac{1}{5}$ এবং $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{24}/5$। তল বরাবর বস্তুর ভরের উপাংশ $= 50 \sin\theta = 50 \times \frac{1}{5} = 10$ gm.। কাজেই, F = 10 gm. wt.



চিত্র 85

আবার লম্ব প্রতিক্রিয়া R = তলের লম্ব বরাবর বস্তুর ভরের উপাংশ

$$= 50 \cos\theta = 50 \times \frac{\sqrt{24}}{5} = 20\sqrt{6} \text{ gm.}$$।

পূর্ণ প্রতিক্রিয়া = লম্ব প্রতিক্রিয়া ও ঘর্ষণের লব্ধি $= \sqrt{(20\sqrt{6})^2 + (10)^2}$
$= 50$ gm. wt.।

3. কোন বিমানের উপরে ওঠার জন্য 80 Km./hr. বেগ প্রয়োজন হয়। এই কারণে ইহাকে ভূ-পৃষ্ঠে 100 m. যেতে হয়। বিমানের ভর 10^4 Kg. এবং বিমান ও ভূ-পৃষ্ঠের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·2। বিমান সমত্বরণ নিয়ে উপরে উঠলে ইহার এঞ্জিনকে কত বল প্রয়োগ ক'রতে হয় ? [*I. I. T. 1977*]

সমাধান : বেগ $V = \frac{80000}{3600} = \frac{200}{9}$ m./sec.।

সরণ s = 100 m.। $V^2 = 2fs$ সম্পর্ক অনুযায়ী,

ত্বরণ $f = \frac{V^2}{2s} = \frac{200 \times 200}{81 \times 2 \times 100} = \frac{200}{81}$ m./sec²।

এই ত্বরণের জন্য বল F_1 = ভর × ত্বরণ $= 10^4 \times \frac{200}{81} = 2{\cdot}47 \times 10^4$ nt.।
ঘর্ষণ অতিক্রম করার জন্য বল $F_2 = \mu R = 0{\cdot}2 \times 10^4 \times 9{\cdot}8 = 1{\cdot}96 \times 10^4$ nt.
কাজেই, এঞ্জিন দ্বারা প্রযুক্ত বল, $F = F_1 + F_2$

$$= 2{\cdot}47 \times 10^4 + 1{\cdot}96 \times 10^4 = 4{\cdot}43 \times 10^4 \text{ nt.}$$

4. কোন অনুভূমিক তলে স্থির অবস্থায় অবস্থিত একটি 15 lb ব্লকের উপর 12 lb. বল প্রয়োগ করা হয়। ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·3 হ'লে ত্বরণ কত হয় ?

সমাধান : এক্ষেত্রে, $f = \frac{P - \mu mg}{m} = \frac{12 \times 32 - 0{\cdot}3 \times 15 \times 32}{15}$
$= 16$ ft./sec.²।

5. কোন ব্যক্তি 8 Kg ভরের একটি বইকে দু' হাতে ধ'রে আছে। যদি সে প্রত্যেক হাতে 20 Kg. wt. বল অনুভূমিকভাবে প্রয়োগ করে তবে হাত ও বইয়ের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কত হয়।

সমাধান ঃ বই ও হাতের মধ্যে ঘর্ষণ বল F হ'লে

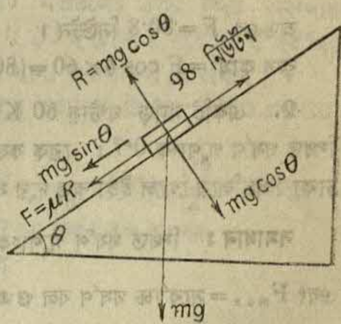
$$2F=8, \text{ বা } F=4 \text{ Kg.wt.}$$

আবার, R = 20 Kg.wt. ।

$$\text{অতএব, } \mu=\frac{F}{R}=\frac{4}{20}=0{\cdot}2 \text{ ।}$$

6. 10 Kg ভর বিশিষ্ট একটি পাথর খণ্ড একটি নততলের উপর আছে। এই তলের নততা 30°। নততলের সমান্তরালে 98 নিউটন বল প্রয়োগ ক'রলে পাথর খণ্ড নততল বরাবর উপরে উঠতে শুরু করে। নততল ও পাথরের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ পাথর খণ্ডের ভর m হ'লে ইহার ওজন mg এর নততল বরাবর উপাংশ = mg sin θ ও নততলের লম্ব বরাবর উপাংশ = mg cos θ [চিত্র 86]। পাথর খণ্ড উপর দিকে উঠতে সুরু করায় ঘর্ষণ বল F নততল বরাবর নীচের দিকে ক্রিয়া করে। চিত্র থেকে পাওয়া যায়, অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া, $R = mg\cos\theta = 10\times9{\cdot}8\times\cos30° = 49\sqrt{3}$ নিউটন। নততল বরাবর বলগুলির সাম্যাবস্থা বিবেচনা ক'রলে পাওয়া যায়,



চিত্র 86

$$98 = mg\sin\theta+\mu R = 10\times9{\cdot}8\times\sin30°+\mu\times49\sqrt{3}$$

$$\therefore\ \mu=\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ ।}$$

7. একটি বস্তু ভু-পৃষ্ঠে 60 Km/hr. বেগে যায়। বস্তু ও ভু-পৃষ্ঠের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·2 হ'লে বস্তুটি স্থির অবস্থায় আসার আগে কত দূরত্ব যায় ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $F=\mu R$। বস্তুর ভর m ও ঘর্ষণ বলের দরুন মন্দন f হ'লে,

$mf=\mu mg$ অর্থাৎ $f=\mu g=0{\cdot}2\times9{\cdot}8=1{\cdot}96$ m/sec²

বস্তুর প্রাথমিক বেগ u হ'লে ও ইহা স্থির অবস্থায় আসার আগে s দূরত্ব গেলে,

$$0=u^2-2fs$$

অথবা, $s=\frac{u^2}{2f}$ । এক্ষেত্রে $u=\frac{60\times1000}{60\times60}=\frac{50}{3}$ m/sec.

$$\text{অতএব, } s=\frac{50\times50}{3\times3\times2\times1{\cdot}96}=71{\cdot}2 \text{ m (প্রায়)}$$

8. একটি 20 Kg ভর বিশিষ্ট বস্তুকে অনুভূমিক তল বরাবর সমবেগে 60 m টেনে নিয়ে যাওয়া হয়। গতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·45 হ'লে এবং প্রযুক্ত বল অনুভূমিক রেখার সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল হ'লে কত বলের প্রয়োজন হয়? কত কাজ করা হয়?

সমাধান : 20 Kg ভর বিশিষ্ট বস্তুর ওজন, $W = 20 \times 9{\cdot}8 = 196$ নিউটন। অনুভূমিক রেখার সাথে 30° কোণে F বল প্রযুক্ত হ'লে লম্ব প্রতিক্রিয়া $R = W - F \sin\theta = 196 - F \sin 30° = 196 - F/2$। তল বরাবর F এর উপাংশ $= F \cos 30° = 0{\cdot}866\ F$

গতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $\mu_K = 0{\cdot}45 = \dfrac{0{\cdot}866F}{196 - F/2}$

অতএব, $F = 80{\cdot}8$ নিউটন।

কৃত কার্য $= F\cos\theta \times 60 = (80{\cdot}8 \times 0{\cdot}866 \times 60)$ জুল $= 4{\cdot}2 \times 10^3$ জুল।

9. একটি গাড়ি ঘণ্টায় 60 Km বেগে চলে। গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যে স্থিত ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·7। ব্রেক কষার পর গাড়ি কতদূর যায়? সমগ্র দূরত্ব বরাবর চাকা পিছলিয়ে গেলে ইহা কত দূর যায়? গতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক = 0·5।

সমাধান : স্থিত ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $\mu_s = \dfrac{F_{max}}{R}$ যেখানে R = লম্ব প্রতিক্রিয়া = mg এবং F_{max} = সর্বোচ্চ ঘর্ষণ বল ও m = গাড়ির ভর।

অতএব, $F_{max} = \mu_s \times R = 0{\cdot}7mg$। গাড়ির মন্দন f হ'লে $F_{max} = mf$।

কাজেই, $0{\cdot}7mg = mf$; অথবা, $f = 0{\cdot}7g$

গাড়ির প্রাথমিক গতিবেগ, $u = \dfrac{60 \times 1000}{60 \times 60} = \frac{50}{3}$ m/sec। যদি স্থির অবস্থায় আসার আগে ইহা s দূরত্ব যায় তাহ'লে, $0 = (\frac{50}{3})^2 - 2 \times 0{\cdot}7g \times s$

$$\therefore\ s = \frac{50 \times 50}{3 \times 3 \times 2 \times 0{\cdot}7 \times 9{\cdot}8}$$

অথবা, $s = 20{\cdot}24$ m

অনুরূপভাবে, গাড়ি s' দূরত্ব পিছলিয়ে গেলে,

$$s' = \frac{50 \times 50}{3 \times 3 \times 2 \times 0{\cdot}5 \times 9{\cdot}8} = 28{\cdot}3\ \text{m}$$

10. একটি তলের নততা যখন 30° তখন একটি বস্তু ঐ তল বরাবর সমবেগে পড়ে। ইহার নততা যখন 45° তখন ঐ বস্তু স্থির অবস্থা থেকে 10 m প'ড়লে কত বেগ অর্জন করে?

সমাধান : বস্তু সমবেগে পড়ায় ও তলের নততা 30° হওয়ায় বিরাম কোণ (angle of repose) = 30°।

অতএব ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu=\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$; তলের নততা 45° হ'লে তল বরাবর বল $= mg \sin 45^\circ$ যেখানে $m=$ বস্তুর ভর। তল বরাবর বস্তুর ত্বরণ f হ'লে, $mf = mg\sin 45^\circ - \mu R = mg \sin 45^\circ - \mu mg$

অথবা, $f = g\sin 45^\circ - \mu g = g(\sin 45^\circ - \mu) = 9{\cdot}8\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$= 1{\cdot}27$ m/sec^2 (প্রায়)

এক্ষেত্রে, বস্তুর প্রাথমিক বেগ, $u=0$, $s=10$ m ও $f=1{\cdot}27$ m/sec^2।

কাজেই বস্তুর চূড়ান্ত বেগ v হ'লে,

$v^2=2fs=2\times 1{\cdot}27\times 10$

অথবা, $v=5{\cdot}04$ m/sec (প্রায়)।

11. একটি 100 Kg ভরের বস্তু একটি নততলের উপর স্থির অবস্থায় আছে। তলের নততা 30°। ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $1/\sqrt{3}$ হ'লে কত সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বল তল বরাবর ক্রিয়া ক'রে বস্তুটিকে উভয়ক্ষেত্রে সাম্য অবস্থায় ধ'রে রাখবে ?

সমাধান ঃ তল বরাবর নীচের দিকে বস্তুর ওজনের উপাংশ $= 100 \sin 30^\circ = 50$ Kg. wt।

ঘর্ষণ বলের সীমা মান $= \frac{1}{\sqrt{3}}\, mg\cos 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\times 100\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 50$Kg.wt.

যখন তল বরাবর উপর দিকে বল প্রয়োগ করা হয় তখন তল বরাবর

নীচের দিকে বল $= 50$ Kg. wt. + ঘর্ষণ বল

ইহার সর্বোচ্চ মান $= 50+50=100$ Kg wt.

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. স্থিত ঘর্ষণ, চল ঘর্ষণ ও আবর্ত ঘর্ষণ ব'লতে কি বোঝায় ? স্থিত ঘর্ষণের নিয়মগুলি কি ? পরীক্ষার সাহায্যে কি ভাবে নিয়মগুলির সত্যতা নিরূপণ করা যায় ?

What do you mean by static friction, kinetic friction and rolling friction ? What are the laws of static friction ? How the laws may be verified experimentally ?

2. গতিহীন কোন বস্তুর উপর কি ঘর্ষণ ক্রিয়া করে ? এরূপ বস্তুর ক্ষেত্রে ঘর্ষণের মান কি সমান থাকে ? সীমান্ত ঘর্ষণ ও ঘর্ষণ কোণ কাকে বলে ?

Does friction act upon motionless body ? For such a body Is friction always of same magnitude ? What are limiting friction and angle of friction ?

3. সংজ্ঞা লেখ—(i) ঘর্ষণের গুণাঙ্ক, (ii) ঘর্ষণ কোণ এবং (iii) স্থিতি কোণ। ঘর্ষণ কোণ ও স্থিতি কোণের সম্পর্ক নির্ণয় কর। মহাকাশযানে বিশেষ তাপরোধক ব্যবস্থা না থাকলে মহাকাশচারীকে জীবিত অবস্থায় ফিরিয়ে আনা সম্ভব নয়। কেন ?

Define (i) co-efficient of friction, (ii) angle of friction and (iii) angle of repose. Find the relation between the angle of friction and the angle of repose.

Unless a special heat shield is used in a space-craft, the astronaut can never be returned back alive. Why ?

4. ঘর্ষণ কিভাবে নততলে অবস্থিত বস্তুর সাম্য বজায় রাখে ? নততলে অবস্থিত কোন বস্তু বাইরে থেকে প্রযুক্ত P বলের প্রভাবে সাম্য অবস্থায় আছে। P-এর দিক্ নির্দিষ্ট থাকলে ইহার মান কোন্ পরিসরে থাকলে সাম্য বজায় থাকে ?

5. অমসৃণ তলে কোন বস্তুর গতির সমীকরণ নির্ণয় কর। বরফের উপর চলার সময় লম্বা স্টেপে না চলে ছোট স্টেপে চলা উচিত কেন ?

Deduce the equation of motion of a body on a rough surface. Why should one take short steps rather than the long ones while walking on ice ?

6. নিম্নলিখিত উক্তিগুলির সার্থকতা বিচার কর ঃ

(i) ঘর্ষণের জন্য সুবিধা অসুবিধা দুইই ঘটে।
(ii) পিচ্ছিল রাস্তায় গাড়ি থামাতে যথাসম্ভব জোরে ব্রেক চাপতে হয়।
(iii) একটি রোলারকে ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ।
(iv) বস্তুর ওজন স্থির থাকলে সীমা ঘর্ষণ স্পর্শতলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।
(v) অমসৃণতলে বস্তুর গতির অভিমুখের উপর ঘর্ষণ বলের দিক্ নির্ভর করে না।
(vi) তলের নততা বৃদ্ধি পেলে লম্ব প্রতিক্রিয়াও বাড়তে থাকে।

Comment on the following statements :—

(i) Friction has both advantage and disadvantage.
(ii) Brake should be applied as strongly as possible in order to stop a car on a slippery road.
(iii) Pulling a roller is easier than pushing it.
(iv) If the weight of a body is kept consiant, the limiting friction is independent of the area of the surface in contact.
(v) The direction of the frictional force is independent of the direction of motion of a body on a rough plane.
(vi) Normal reaction goes on increasing as the inclination of the plane increases.

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. (a) স্থিত ঘর্ষণের সূত্রগুলি বিবৃত কর। (b) 'কোন সময় ঘর্ষণ সুবিধার, কোন সময় অপব্যয়ের সৃষ্টি করে'। আলোচনা কর। (c) কোন ব্যক্তি 2 lb. wt. এর একটি বই দু'হাতে চেপে রেখেছে যাতে বইটি পড়ে না যায়। প্রত্যেক হাতের চাপের বল যদি 5 lb-wt. হয় তবে বই এবং হাতের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর।

(a) State the laws of static friction. (b) 'Friction is uscful in some ways but it is wasteful in other ways'—Discuss. (c) A man holds a book weighing 2 lb wt. between his hands and keeps it from falling by pressing both hands against the book with force of 5 lb wt. each. Find the co-efficient of friction between the book and the hand. [*H. S.* (new) *1981*] [0·2]

2. 10 Kg. ভরের একটি কাঠের ব্লক কোন অনুভূমিক টেবিলের উপর আছে। একটি দড়ির এক প্রান্ত ইহার সাথে আটকানো এবং অপর প্রান্ত একটি পুলির উপর দিয়ে 4 Kg. ভরের বাটখারার সঙ্গে আটকানো। কাঠের ব্লক না সরলে স্থিত ঘর্ষণ কত হয় ? বাটখারার ভর 4·5 Kg. হ'লে ব্লক সরতে শুরু করে। স্থিত ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কত হয় ?

A wooden block weighing 10 Kg. is placed on a horizontal surface and connected to a string passing over a pulley from the other end of which a weight hangs. If the weight is 4 Kg. the block does not move. What is the static friction ? When the weight is 4·5 Kg. the block is found to start moving. What is the co-efficient of static friction ? [4 Kg , 0·45]

3. 600 Kg. ভরের একটি গাড়িকে কোন অনুভূমিক তলে চালাতে 150 Kg. wt. বলের প্রয়োজন হয়। কিন্তু চ'লতে শুরু করিলে ইহা 90 Kg. বল দ্বারা সমবেগে চলে। স্থিত ঘর্ষণ গুণাঙ্ক ও চল ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [0 25, 0·15]

4. কোন অনুভূমিক তলে অবস্থিত একটি 15 Kg. ভরের ব্লকের উপর 12 Kg. wt. অনুভূমিক বল প্রয়োগ করা হয়। ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·3 হ'লে ব্লকের ত্বরণ কত ?

A horizontal force of 12 Kg. is applied to a 15 Kg. block which rests on a horizontal surface. If the co-efficient of friction is 0·3, what is the acceleration ?

[4·9 m/sec^2]

5. বরফের উপর 98 cm./sec. বেগে একটি চলন্ত গাড়ি 98 cm. দূরত্বে স্থির অবস্থায় আসে। গাড়ি ও বরফের মধ্যে গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান কত ?

An object which is given an initial speed of 98 cm/sec. on level ice comes to rest in 98 cm. What is the co-efficient of kinetic friction between the object and the ice.

[0·05]

6. কোন ব্যক্তি 4 Kg. ভরের একটি বইকে দু'হাতে চেপে ধ'রে পড়তে দেয় না। ব্যক্তির প্রত্যেক হাত অনুভূমিক দিকে 10 Kg. বল প্রয়োগ ক'রলে হাত ও বই-এর মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কত ?

A man holds a book weighing 4 Kg. between his hands and keeps it from falling by pressing his hands together. If the force exerted by each hand horizontally is 10 Kg. what is the co-efficient of friction between the book and the hands ?

[0·2]

7. অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 30° কোণে ক্রিয়াশীল কোন বল দ্বারা একটি 50 Kg. ভরের বাক্সকে অনুভূমিক তল বরাবর সমবেগে চালানো হয়। ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·25। বলের পরিমাণ কত ?

A 50 Kg. box is pulled with uniform speed across a horizontal floor by a force directed 30° above the horizontal. The co-efficient of friction is 0·25. What is the magnitude of the force ?

[12·6 Kg. wt.]

8. কোন নততলের উপর একটি ব্লক আছে। নততলের নততা 45° হ'লে ব্লক চ'লতে শুরু করে। ব্লক ও তলের মধ্যে সীমা ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর। ব্লকের ভর 10 Kg. হ'লে ঘর্ষণ বল কত ?

A block rests on an inclined plane. When the angle of inclination becomes 45° the block begins to move. What is the co-efficient of limiting friction between the block and the plane. If the block weighs 10 Kg. what is the force of friction ?

[1, $5\sqrt{2}$ Kg. wt.]

9. 5 m লম্বা ও 4 m উঁচু কোন নততল বরাবর 100 Kg. ভরের একটি বাক্সকে দড়ির সাহায্যে সম বেগে টেনে নিয়ে যাওয়া হয়। ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান 0·2 হ'লে দড়ির টান কত হয় ?

A 100 Kg. box in drawn up a plane 5 m long and 4 m high by a rope parallel to the incline. What is the tension in the rope required to move the box with uniform motion if the co-efficient of friction for the surfaces in contact is 0·2 ?

[92 Kg. wt.]

10. কোন নত তল ও একটি বস্তুর মধ্যে ঘর্ষণ না থাকলে বস্তু যে সময়ে ঐ তল বরাবর পড়ে, ঘর্ষণ থাকলে তার দ্বিগুণ সময়ে পড়ে। তলের নততা 45° হ'লে ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান কত ?

A body takes just twice as long to slide down a plane inclined at 45° to the horizontal as if the plane were frictionless. What is the co-efficicnt of friction ?

[0·75]

11. একটি মোটর গাড়ি কংক্রীটের রাস্তায় এবং একটি ট্রাম গাড়ি একই গতিবেগে পাশাপাশি যায়। কোন্ গাড়িকে অপেক্ষাকৃত কম দূরত্বে থামানো যায় ? রবার ও কংক্রীটের মধ্যে $\mu=0·7$ এবং ইস্পাত ও ইস্পাতের মধ্যে $\mu=0·2$।

A motor car is moving along a concrete road with the same speed as that of a tram car alongside of it. Which vehicle can stop in the shorter distance. ? [ট্রামগাড়ি]

12. 3000 Kg. ভরের একটি মোটর গাড়ি 44 m/sec. বেগে যায়। টায়ার ও রাস্তার মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·7 হ'লে গাড়ি কত দূরে আসে?

In what distance can a 3000 Kg. motor car be stopped from a speed of 44 m/sec. if the co-efficient of friction between tyres and roadway is 0·7?

[141 m.]

13. 28 m/sec. বেগে একটি ইঁটকে ভূ-পৃষ্ঠে ছোঁড়া হয়। ভূ-পৃষ্ঠ ও ইঁটের মধ্যে চল ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·25। স্থির অবস্থায় আসার আগে ইঁট কত দূরত্ব যায় এবং এই দূরত্ব যেতে কত সময় লাগে নির্ণয় কর।

A brick is thrown forward on the ground with a speed of 28 m/sec. The co-efficient of sliding friction between the brick and the ground is 0·25. Compute the time and distance the brick will travel before coming to rest.

[160 m ; 11·4 sec.]

14. 100 gm. ওজনের একটি বস্তু অমসৃণ তলের উপর আছে। ঐ তলের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·5 হ'লে তল বরাবর বস্তুকে গতিশীল ক'রতে কত বল প্রয়োগ ক'রতে হয়? [100 gm. wt.]

15. 10 gm. ভরের একটি বস্তু 300 m/sec. অনুভূমিক বেগে চ'লে 290 gm. ভরের একটি কাঠের ব্লককে আঘাত ক'রল। আঘাতের পর বস্তু ও ব্লক একসঙ্গে কাঠের টেবিলের উপর 15 m দূরত্ব গেল ও স্থির অবস্থায় পেঁছাল। ব্লক ও টেবিলের তলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [0·34]

16. 1 metre দীর্ঘ একটি লোহার শিকল একটি টেবিলের উপর এমন ভাবে রাখা আছে যে উহার কিছু অংশ টেবিলের বাইরে ঝুলছে। সর্বাধিক কত দৈর্ঘ্য টেবিলের বাইরে ঝোলানো যায় যাতে শিকল না প'ড়ে যায়? টেবিলের তল ও লোহার মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক=0·2। [16·7 cm. (প্রায়)]

17. ভূমির সঙ্গে 45° কোণে নত একটি অমসৃণ তলের উপর দিয়ে একটি বস্তুর S দূরত্ব যেতে 1 sec. সময় লাগে। ঐরূপ একটি মসৃণ নততলের উপর দিয়ে ঐ বস্তুর একই দূরত্ব নীচে নামতে কত সময় লাগবে? বস্তু ও অমসৃণ তলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক=μ। [$\sqrt{1-\mu}$ sec.]

18. অনুভূমিক রেখার সহিত 30° কোণে নত একটি তলের উপর 40 lb. ওজনের একটি কাঠের ব্লক আছে। কাঠ ও নততলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·4 হ'লে ব্লকের উপর লম্ব বল নির্ণয় কর। [6·2 lb.]

19. ভূমির সঙ্গে 30° কোণে নত একটি তল বরাবর একটি বস্তু সমবেগে নামে। বস্তুকে ঐ তল বরাবর v বেগে উপর দিকে ঠেলে দিলে সে কত দূরত্ব উঠবে? বস্তু ও নততলের মধ্যে চল ঘর্ষণ গুণাঙ্ক=μ_s। $\left[\frac{v^2}{2g}\right]$.

20. একটি অনুভূমিক টেবিলের উপর দিয়ে সুতোয় বাঁধা 3 Kg. ওজনের একটি ব্লককে টেনে নিয়ে যাওয়া হয়। সুতোটি টেবিলের প্রান্তে আটকানো ঘর্ষণবিহীন একটি কপিকলের উপর দিয়ে এমনভাবে যায় যে, টেবিলের উপর সুতোর অংশ অনুভূমিক থাকে। সুতোর অপর প্রান্তে 3 Kg. ওজনের একটি ভার ঝোলানো আছে। স্থির অবস্থা থেকে চ'লতে শুরু ক'রে দু' সেকেন্ডে ব্লকটি 80 cm. গেলে বিসর্প ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কত? [0·53]

21. একটি লোহার শিকলের দৈর্ঘ্য l এবং শিকলটি এমনভাবে টেবিলের উপর রাখা আছে যে উহার l' দৈর্ঘ্য টেবিল থেকে খাড়া ঝুলছে। লোহা ও টেবিলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক μ হ'লে প্রমাণ কর, $l' < \frac{\mu l}{\mu+1}$.

22. একটি ফাঁপা গোলকের অভ্যন্তরীণ ব্যাসার্ধ R। যদি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে ঐ গোলকের অভ্যন্তরে সর্বনিম্ন বিন্দু থেকে সর্বাধিক $R\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ উচ্চতায় একটি বস্তু কণাকে ঘর্ষণের দ্বারা ধ'রে রাখা যাবে।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

স্থিতি বিজ্ঞান
(STATICS)

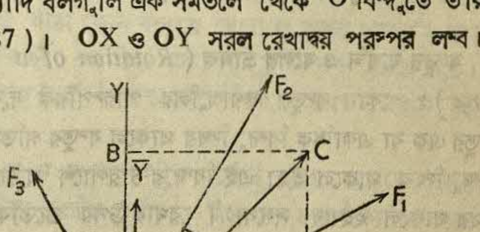
5.1. সূচনা ঃ

আমরা জানি যে, বস্তুর গতি বিভিন্ন ধরনের হ'তে পারে। চলন ছাড়া অপর কোন গতি না থাকলে বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলগুলিকে একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল মনে করা যায় এবং বস্তুকে কণা ভাবা যায়। কিন্তু বস্তুর চলন ছাড়া ঘূর্ণন, কম্পন ইত্যাদি গতিও থাকতে পারে। কোন বস্তুর যে কোন দুই কণার ব্যবধান অপরিবর্তিত থাকলে উহাকে **দৃঢ়বস্তু** বলা হয়। দৃঢ় বস্তুর চলন ছাড়া ঘূর্ণন গতিও থাকতে পারে। আবার বস্তু দৃঢ় না হ'লে (অর্থাৎ বল, চাপ ইত্যাদি দ্বারা যে বস্তুর আকার পরিবর্তন করা যায়) তার কম্পন গতিও থাকতে পারে। একাধিক বলের ক্রিয়ায় কোন বস্তুর চলন ছাড়া অন্য কোন গতি থাকলে বলগুলির প্রয়োগ বিন্দু এক ধরা চলে না।

বিভিন্ন বলের প্রভাবে কোন বস্তুর ত্বরণ না থাকলে অর্থাৎ ইহার সব কণাই স্থির অবস্থায় থাকলে বা সমবেগে চ'লতে থাকলে বলা হয় যে, বস্তু সাম্য অবস্থায় আছে। স্থিতি বিজ্ঞানে বিভিন্ন বলের অধীনে বস্তুর সাম্য অবস্থা আলোচনা করা হয়।

এক বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বলসমূহের সংযোজন (*Composition of any number of coplanar forces acting at a point*) ঃ

ধরা যাক, F_1, F_2, F_3 ইত্যাদি বলগুলি এক সমতলে থেকে O বিন্দুতে তীর চিহ্নিত দিকে ক্রিয়াশীল (চিত্র 87)। OX ও OY সরল রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব। OX রেখার সাথে F_1, F_2, F_3 ইত্যাদি বলগুলি যথাক্রমে α_1, α_2, α_3 ইত্যাদি কোণে নত। বলগুলি OX ও OY বরাবর বিভাজিত ক'রলে OX বরাবর উপাংশগুলি $F_1 \cos\alpha_1$, $F_2 \cos\alpha_2$, $F_3 \cos\alpha_3$ ইত্যাদি ও OY বরাবর উপাংশগুলি $F_1 \sin\alpha_1$, $F_2 \sin\alpha_2$, $F_3 \sin\alpha_3$ ইত্যাদি।



চিত্র 87

এবার যদি OX ও OY বরাবর উপাংশগুলির সমষ্টিকে যথাক্রমে $\bar{X}$ ও $\bar{Y}$ ধরা হয় তাহ'লে,

$$\bar{X} = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 + F_3 \cos\alpha_3 + \cdots\cdots$$

$$\text{ও } \bar{Y} = F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 + F_3 \sin\alpha_3 + \cdots\cdots$$

$\overline{X}$ ও $\overline{Y}$ কে OA ও OB দ্বারা সূচিত ক'রলে ইহাদের লব্ধি (R) হয় OACB সামান্তরিকের কর্ণ OC এবং $R^2=(\overline{X})^2+(\overline{Y})^2$, বা, $R=\sqrt{(\overline{X})^2+(\overline{Y})^2}$। OC ও OX রেখার মধ্যবর্তী কোণ θ হ'লে,

$$\tan\theta=\frac{\overline{Y}}{\overline{X}}\ ।$$

উদাহরণ (Example) ঃ

একটি কণার উপর এক সাথে তিনটি বল F_1, F_2 ও F_3 ক্রিয়া ক'রলে ও ইহাদের মধ্যবর্তী কোণগুলি যথাক্রমে α, β, γ হ'লে দেখাও যে, কণার উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল,

$$R=[\,F_1{}^2+F_2{}^2+F_3{}^2+2F_1F_2\cos\alpha+2F_2F_3\cos\beta+2F_3F_1\cos\gamma\,]^{\frac{1}{2}}$$

সমাধান ঃ F_1 এর দিক বরাবর X অক্ষ নিলে F_1, F_2, F_3 ও X অক্ষের মধ্যবর্তী কোণগুলি যথাক্রমে 0, α, $(2\pi-\gamma)$। এই অবস্থায় X অক্ষ বরাবর F_1, F_2 ও F_3 এর উপাংশ যথাক্রমে $F_1\cos 0°$, $F_2\cos\alpha$ ও $F_3\cos(2\pi-\gamma)$। আবার Y অক্ষ বরাবর বলগুলির উপাংশ যথাক্রমে $F_1\sin 0°$, $F_2\sin\alpha$ ও $F_3\sin(2\pi-\gamma)$।

কাজেই, কণার উপর লব্ধি বল,

$$R=\sqrt{\{F_1\cos 0°+F_2\cos\alpha+F_3\cos(2\pi-\gamma)\}^2+\{F_1\sin 0°+F_2\sin\alpha+F_3\sin(2\pi-\gamma)\}^2}$$

$$=\sqrt{F_1{}^2+F_2{}^2+F_3{}^2+2F_1F_2\cos\alpha+2F_3F_1\cos\gamma+2F_2F_3\cos(\alpha+\gamma)}$$

$$=\sqrt{F_1{}^2+F_2{}^2+F_3{}^2+2F_1F_2\cos\alpha+2F_3F_1\cos\gamma+2F_2F_3\cos\beta}$$

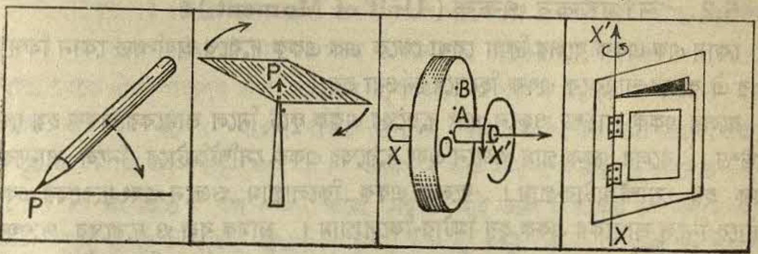
$$[\because\ \alpha+\beta+\gamma=2\pi]$$

বস্তুর ঘূর্ণন ও বলের ভ্রামক (*Rotation of a body and moment of a force*) ঃ কোন বস্তুর কণাগুলির পারস্পরিক দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকাকালীন বস্তুর এক বা একাধিক বিন্দু স্থির থাকলে বস্তুর গতিকে **ঘূর্ণন** বলে। বস্তুর একটি বিন্দু স্থির থাকলে ইহা এই বিন্দুর চারপাশে ঘুরতে থাকে। বস্তুর দু'টি বিন্দু স্থির থাকলে ইহাদের সংযোগী রেখার উপর প্রত্যেক বিন্দুই স্থির থাকে ও বস্তুটি এই রেখার চারপাশে ঘুরতে থাকে। এই রেখাকে ঘূর্ণনের অক্ষ (axis) বা **ঘূর্ণাক্ষ** বলে।

সাধারণত আমরা দেখতে পাই যে, একটি বস্তু একটি বিন্দুর চারপাশে বা একটি অক্ষের চারপাশে ঘোরে। যেমন একটি পেন্সিলকে উহার সীসের উপর দাঁড় করা.ল (চিত্র 88) উহা পড়ে যায়। সীস যে বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে তার চারপাশে উহার ঘূর্ণন হয়। একটি সূচীচুম্বক উহার অবলম্বন বিন্দু P (চিত্র 88) এর চারপাশে ঘোরে। একটি দরজার বা জানালার পাল্লা তার কবজার অক্ষের (XX') (চিত্র 88) চারপাশে ঘুরতে পারে।

ধরা যাক, একটি ভারী চাকা ইহার অক্ষদণ্ডের (XX') চারপাশে উল্লম্বতলে

ঘুরতে পারে (চিত্র 88)। ইহাকে ঘোরানোর জন্য প্রযুক্ত বলের প্রয়োগ বিন্দু ইহার কেন্দ্র (O) থেকে যত দূরে থাকে তত সহজে ইহাকে ঘোরানো যায়। যেমন B বিন্দুতে বল প্রয়োগ ক'রে চাকাকে যত সহজে ঘোরানো যায় A বিন্দুতে বল প্রয়োগ



চিত্র 88

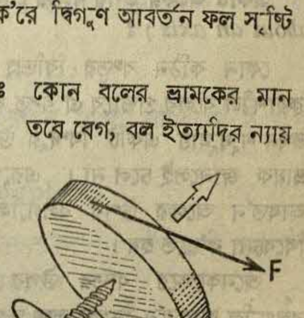
ক'রে তত সহজে ঘোরানো যায় না। কাজেই বোঝা যায় যে, বলের প্রভাবে বস্তুর ঘূর্ণন নির্ভর করে (i) বলের মান **F** ও (ii) ঘূর্ণাক্ষ থেকে বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্ব বা বাহু (arm) d। দেখা যায় যে, d ও **F** এর গুণফল যত বেশি হয় ঘূর্ণন সৃষ্টি ক'রতে বল ততই কার্যকর হয়। এই গুণফলকে ঐ বলের ভ্রামক (moment) বলে। অর্থাৎ ভ্রামক $(G) = F \times d$।

নির্দিষ্ট অক্ষের চারপাশে ঘুরন্ত বস্তুর বেলাতেও প্রায় একই রকম যুক্তি প্রয়োগ করা যায়। এক্ষেত্রে অক্ষের উপর অক্ষের লম্বতলে ক্রিয়াশীল ভ্রামক = বল × বলের ক্রিয়া রেখা থেকে অক্ষের লম্ব দূরত্ব। অক্ষের সাথে বল θ কোণে নত থাকলে অক্ষের উপর বলের ভ্রামক = বল × বলের ক্রিয়ারেখা থেকে অক্ষের লম্ব দূরত্ব × $\sin\theta$।

সুতরাং বোঝা যায় যে, বল দ্বারা কোন বস্তুকে ঘোরালে বলের আবর্তন-ফল শুধুমাত্র বলের মানের উপর নির্ভর করে না, ইহা বলের বাহুর উপরও নির্ভর করে। বলের মান স্থির রেখে ইহার বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ক'রে দ্বিগুণ আবর্তন ফল সৃষ্টি করা যায়।

ভ্রামকের দিক (*Direction of a moment*) : কোন বলের ভ্রামকের মান ও দিক উভয়ই আছে। কাজেই, ইহা ভেক্টর রাশি। তবে বেগ, বল ইত্যাদির ন্যায় সাধারণ ভেক্টর থেকে ইহার কিছুটা পার্থক্য আছে। ইহাকে **অক্ষীয় ভেক্টর** (*axial vector*) বলে।

বল কোন বস্তুকে যে দিকে ঘোরাবার চেষ্টা করে সেই দিকে একটি দক্ষিণ হস্তীয় স্ক্রুকে ঘূর্ণাক্ষ বরাবর ঘোরালে স্ক্রু যে দিকে যায় তাই ভ্রামকের দিক (চিত্র 89)।



চিত্র 89

একটি সাধারণ ভেক্টর (যেমন বল) ও একটি ভ্রামককে দর্পণে প্রতিফলিত ক'রলে উভয় ভেক্টর বিপরীতমুখী বলে মনে হয় কিন্তু ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকের ভ্রামককে ঘড়ির কাঁটার দিকে মনে হয়।

ভ্রামকের চিহ্ন (*Sign of a Moment*) ঃ বস্তু ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে ঘুরতে চাইলে ভ্রামককে **ধনাত্মক** এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরতে চাইলে ভ্রামককে **ঋণাত্মক** ধরা হয়।

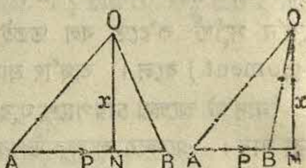
5.2. ভ্রামকের একক (Unit of Moment) ঃ

কোন এক একক বলের ক্রিয়া রেখা থেকে এক একক দূরত্বে অবস্থিত কোন বিন্দুর উপর ঐ বলের ভ্রামককে একক হিসেবে নেওয়া হয়।

বলের একক পাউন্ড ওজনে এবং দূরত্বের একক ফুটে নিলে ভ্রামকের একক হয় ফুট-পাউন্ড। বলের একক গ্রাম ওজনে এবং দূরত্বের একক সেন্টিমিটারে নিলে ভ্রামকের একক হয় সেন্টিমিটার-গ্রাম। বলের একক কিলোগ্রাম ওজনে এবং দূরত্বের একক মিটারে নিলে ভ্রামকের একক হয় মিটার-কিলোগ্রাম। ভ্রামক বল ও দূরত্বের গুণফল হওয়ায় এফ. পি. এস্., সি. জি. এস্ ও এম. কে এস্ পদ্ধতিতে ইহার একক যথাক্রমে পাউন্ডাল-ফুট, ডাইন-সেন্টিমিটার ও নিউটন-মিটার লেখা হয়।

5.3. লেখ চিত্রের সাহায্যে ভ্রামক বর্ণনা ঃ

ধরা যাক, কোন P বলের ক্রিয়ারেখা AB (চিত্র 90)। এই বলের পরিমাণ AB রেখার দৈর্ঘ্যের সমান ও উহার অভিমুখ A থেকে B এর দিকে। AB রেখা থেকে x দূরে O একটি বিন্দু। OA এবং OB যোগ করা হয়। O বিন্দুর উপর P বলের ভ্রামক $= P \times x = P \times ON = AB \times ON = 2\triangle OAB$।



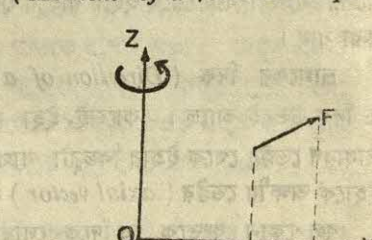
চিত্র 90

সুতরাং কোন বিন্দুকে বলের ক্রিয়ারেখার দুই প্রান্ত বিন্দুর সাথে যুক্ত ক'রে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় তার ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণই ঐ বিন্দুর উপর ঐ বলের ভ্রামক।

একটি অক্ষের উপর বলের ভ্রামক বা টর্ক (*Moment of a force or torque about an axis*) ঃ

কোন কঠিন বস্তুর বিভিন্ন বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বলের প্রভাবে ঐ বস্তু যখন ঘোরে তখন শুধুমাত্র একটি বিন্দুর উপর বলের ভ্রামক জানলেই চলে না। এরূপ অবস্থায় আবর্তন অক্ষের উপর বলগুলির ভ্রামক বিবেচনা ক'রতে হয়।

অনেকক্ষেত্রে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলগুলি আবর্তন অক্ষের লম্ব তলে অবস্থান করে। বলগুলির তলের সাথে আবর্তন অক্ষের ছেদবিন্দু থেকে কোন একটি বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বকে **বল বাহু** বা **ভ্রামক বাহু** বলে। **কোন বলের মান ও ইহার বাহুর দৈর্ঘ্যের গুণফলকে আবর্তন অক্ষের উপর ঐ বলের ভ্রামক বা টর্ক বলে।**



চিত্র 91

91 নং চিত্রে OZ আবর্তন অক্ষ ও XOY ইহার লম্বতল। এই তলের সাথে OZ অক্ষের ছেদ বিন্দু O থেকে F′ বলের ক্রিয়া রেখার উপর ON লম্ব। কাজেই, OZ অক্ষের উপর F′ বলের ভ্রামক, $T = F' \times ON$।

সাধারণত সব বলের ক্রিয়া রেখা একটি তলে থাকে না। এই অবস্থায়, আবর্তন অক্ষের লম্বতলে বলের উপাংশের মান ও আবর্তন অক্ষের সাথে ঐ লম্ব তলের ছেদ বিন্দু থেকে ঐ উপাংশের লম্ব দূরত্বের গুণফলকে আবর্তন অক্ষের উপর ঐ বলের ভ্রামক বা টর্ক বলে। বলের অপর উপাংশ আবর্তন অক্ষের সমান্তরাল হওয়ায় বস্তুর আবর্তনে অংশ গ্রহণ করে না। আবর্তন অক্ষ সাপেক্ষে এই উপাংশের ভ্রামক শূন্য। 91 নং চিত্রে F বল XOY তলে নেই। এই তলে F বলের উপাংশ F′ হ'লে OZ অক্ষের উপর F বলের ভ্রামক বা টর্ক, $T = F' \times ON$। OZ অক্ষ ও F বলের ক্রিয়া রেখার মধ্যবর্তী কোণ θ হ'লে, $F' = F \sin \theta$। কাজেই, OZ অক্ষের উপর F বলের ভ্রামক বা টর্ক, $T = F \sin \theta \times ON$।

সুতরাং বলা যায় যে,

(i) কোন বলকে ইহার ক্রিয়া রেখা বরাবর বা আবর্তন অক্ষের সমান্তরালে সরালে আবর্তন অক্ষের উপর ঐ বলের ভ্রামক অপরিবর্তিত থাকে।

(ii) কোন বলের ক্রিয়া রেখা আবর্তন অক্ষকে ছেদ ক'রলে বা ইহার সমান্তরাল হ'লে ঐ বলের ভ্রামক শূন্য হয়।

কোন বিন্দুর উপর কতকগুলি সমতলীয় বলের ভ্রামক (***The moment of any number of co-planar forces about a point***) :

দেখানো যায় যে, কোন বিন্দুর উপর কতকগুলি সমতলীয় বলের লব্ধির ভ্রামক, ঐ একই বিন্দুর উপর ইহাদের প্রত্যেকের ভ্রামকের বীজগণিতীয় যোগফল।

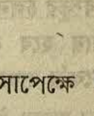
কাজেই, আবর্তন বিন্দুর উপর F_1, F_2, F_3 ইত্যাদি সমতলীয় বলগুলির ভ্রামক বাহু যথাক্রমে d_1, d_2, d_3 ইত্যাদি হ'লে,

$$R \times S = F_1 d_1 + F_2 d_2 + F_3 d_3 + \cdots = \Sigma F d$$

যেখানে R = ঐ বলগুলির লব্ধি ও S = আবর্তন বিন্দু সাপেক্ষে R বলের ভ্রামক বাহু।

5.4. দ্বন্দ্বের টর্ক (Torque of a couple) :

দুই সমান ও বিভিন্ন সমান্তরাল রেখায় ক্রিয়াশীল বিপরীতমুখী বল দ্বন্দ্ব (*Couple*) গঠন করে। ঐ দুই বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বকে দ্বন্দ্বের বাহু বলে। বলদ্বয়ের মধ্যে যে কোন একটির পরিমাণ ও দ্বন্দ্বের বাহুর দৈর্ঘ্যের গুণফলকে ইহার ভ্রামক বা টর্ক বলে। 92 নং চিত্রে দ্বন্দ্বের ভ্রামক = $P \times x$।

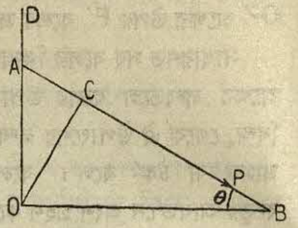


চিত্র 92

দ্বন্দ্বের প্রভাবে বস্তু ঘোরে কিন্তু সরলরেখা বরাবর চলে না।

উদাহরণ (Example) :

কোন খাড়া টেলিগ্রাফ থামের একটি বিন্দুতে l ft. লম্বা এক গাছি দড়ির এক প্রান্ত আটকানো হয় এবং অপর প্রান্ত ধ'রে এক ব্যক্তি টানে। থামের কোথায় দড়ি আটকালে ব্যক্তি দ্বারা থাম উল্টিয়ে ফেলা সবচেয়ে সুবিধাজনক হয় ?



চিত্র 93

সমাধান : ধরা যাক্, OD থামের A বিন্দুতে দড়ির এক প্রান্ত আটকে B বিন্দুতে P বলে টানলে থামকে উল্টানো সবচেয়ে সুবিধাজনক হয়। $\angle ABO = \theta$, $AB = l$ এবং O থেকে AB-এর উপর লম্ব OC হ'লে, $OC = OB \times \frac{OC}{OB} = OB \sin\theta$ এবং $OB = AB \cos\theta$। $\therefore OC = OB \sin\theta = AB \cos\theta \sin\theta$

$$= \frac{AB}{2} 2\sin\theta \cos\theta = \frac{AB}{2}\sin 2\theta = \frac{l}{2}\sin 2\theta$$

অতএব, O বিন্দুর উপর P বলের ভ্রামক $= P.OC = P \times \frac{l}{2} \sin 2\theta$। এই ভ্রামকের মান বেশি হ'লে থামটির উল্টিয়ে পড়ার সম্ভাবনাও বেশি হয়। P ও l এর মান নির্দিষ্ট হওয়ায় এই ভ্রামকের মান সব থেকে বেশি হয় যখন $\sin 2\theta$ সর্বোচ্চ হয়। অর্থাৎ $\sin 2\theta = 1 = \sin 90°$। সুতরাং $2\theta = 90°$ এবং $\theta = 45°$।

অতএব, $OA = AB \sin\theta = l \sin 45° = \frac{l}{\sqrt{2}}$

সুতরাং, A বিন্দু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $l/\sqrt{2}$ ft. উঁচুতে থাকলে থামকে উল্টিয়ে ফেলার সুবিধা সব থেকে বেশি হয়।

5.5. বস্তুর সাম্য অবস্থা (Equilibrium of bodies) :

আমরা জানি যে, বস্তুর গতি চলন, ঘূর্ণন বা মিশ্র হ'তে পারে। **যে বলের প্রভাবে বস্তুর চলন হয়, সেই বলের সমান ও বিপরীত মুখী বল প্রয়োগ ক'রলে ঐ চলন আর হবে না। অনুরূপভাবে, কোন টর্কের দ্বারা উৎপন্ন ঘূর্ণন কে অপর একটি টর্কের দ্বারা প্রশমিত করা যায়।**

কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত সব বলের ভেক্টর যোগফল (vector sum) শূন্য হ'লে বস্তুর চলনগতির কোন পরিবর্তন হয় না। আবার বস্তুর উপর ক্রিয়ারত সব ভ্রামকের বীজগণিতীয় যোগফলের মান (algebraic sum) শূন্য হ'লে ঐ বস্তুর ঘূর্ণনগতির কোন পরিবর্তন হয় না। কোন বস্তু এই দু'ই শর্ত একই সঙ্গে মানলে উহা সাম্য অবস্থায় থাকবে। বলকে F এবং টর্ককে I দ্বারা সূচিত ক'রে এই দুই শর্তকে লেখা যায়—

(i) $\Sigma F = 0$ (চলনগতি অপরিবর্তিত রাখার শর্ত)।

(ii) $\Sigma T = 0$ (ঘূর্ণন গতি অপরিবর্তিত রাখার শর্ত)।

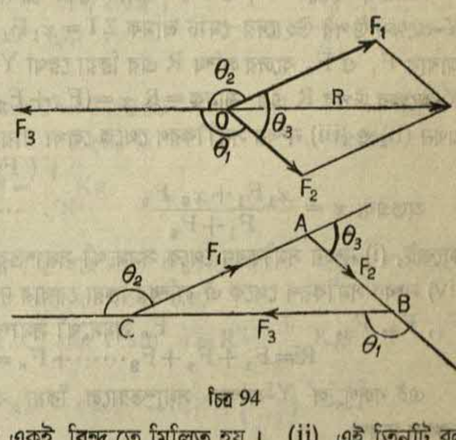
কোন ক্ষেত্রে যদি প্রথম শর্ত সিদ্ধ হয় আর দ্বিতীয় শর্ত সিদ্ধ না হয় তাহ'লে বস্তুর চলন গতির কোন পরিবর্তন হয় না কিন্তু উহার ঘূর্ণন গতির পরিবর্তন হ'তে

পারে। আবার প্রথম শর্ত সিদ্ধ না হ'য়ে দ্বিতীয় শর্ত সিদ্ধ হ'লে বস্তুর ঘূর্ণন গতির কোন পরিবর্তন হয় না, কিন্তু উহার চলন গতির পরিবর্তন হ'তে পারে। মনে রাখতে হবে যে. $\Sigma F = 0$ হ'লে অচল বস্তু অচল অবস্থাতেই থাকে এবং সচল বস্তু সমবেগে সরল রেখা বরাবর চ'লতে থাকে। অর্থাৎ $\Sigma F = 0$ হ'লে বস্তুর কোন রৈখিক ত্বরণ থাকে না। অনুরূপভাবে, $\Sigma T = 0$ হ'লে বস্তুর কোন কৌণিক ত্বরণ থাকে না, ইহার কৌণিক বেগ অপরিবর্তিত থাকে।

নীচে কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে সাম্যের প্রয়োগ আলোচনা করা হ'ল ঃ—

(i) **দু'টি বলের প্রভাবে বস্তুর সাম্য অবস্থা ঃ** কোন বস্তু দু'টি বলের প্রভাবে সাম্য অবস্থায় থাকলে সাম্যের প্রথম শর্তানুযায়ী বল দু'টি সমমানের ও বিপরীতমুখী হয়। আবার দ্বিতীয় শর্তানুযায়ী বলদ্বয়ের ক্রিয়া রেখা একই হয়। কারণ তা নাহ'লে মোট ভ্রামক শূন্য হয় না। কাজেই, একই সরল রেখা বরাবর দু'টি সমমানের বিপরীতমুখী বলের প্রভাবে বস্তু সাম্য অবস্থায় থাকে।

(ii) **একই সমতলে তিনটি অ-সমান্তরাল বলের প্রভাবে বস্তুর সাম্য অবস্থা ঃ** এক্ষেত্রে সাম্যের প্রথম শর্তানুযায়ী বল তিনটির লব্ধি শূন্য হয়। ধরা যাক F_1, F_2 ও F_3 বল একই সমতলে ক্রিয়া করে এবং F_1 ও F_2 বলের ক্রিয়া রেখা O বিন্দুতে মিলিত হয় (চিত্র 94)। সামান্তরিক সূত্রানুযায়ী F_1 ও F_2 এর লব্ধি R নির্ণয় করা হয়। সাম্যের জন্য R ও F_3 কে সমমানের হতে হয় ও একই সরল রেখা বরাবর বিপরীত দিকে ক্রিয়া ক'রতে হয়। অর্থাৎ (i) এই তিনটি বল একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল হয় অথবা ইহাদের ক্রিয়া রেখাগুলি একই বিন্দুতে মিলিত হয়। (ii) এই তিনটি বল একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুদ্বারা দিক ও পরিমাণে নির্দেশিত হয়।



চিত্র 94

94 নং চিত্রে CA, AB ও BC বাহু যথাক্রমে F_1, F_2 ও F_3 বল নির্দেশ করে। ত্রিভুজের ধর্মানুযায়ী CAB ত্রিভুজ থেকে পাওয়া যায়—

$$\frac{CA}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$$

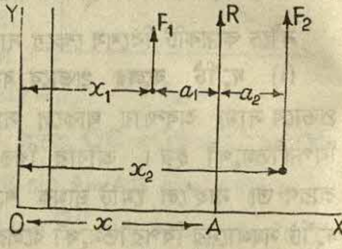
আবার, $\sin \angle ABC = \sin(\pi - \theta_1) = \sin \theta_1$, $\sin \angle ACB = \sin(\pi - \theta_2) = \sin \theta_2$. এবং $\sin \angle BAC = \sin(\pi - \theta_3) = \sin \theta_3$। কাজেই,

$$\frac{F_1}{\sin \theta_1} = \frac{F_2}{\sin \theta_2} = \frac{F_3}{\sin \theta_3}$$

অর্থাৎ একই সমতলে তিনটি অসমান্তরাল বল সাম্য অবস্থায় থাকলে ইহাদের প্রত্যেকটি অপর দু'টির মধ্যবর্তী কোণের সাইনের সমানুপাতিক হয়। এই নিয়মকে **লামির উপপাদ্য** (*Lami's Theorem*) বলে।

5.6. সমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি (Resultant of like parallel forces) ঃ

কতকগুলি সমান্তরাল সমমুখী বলের লব্ধির মান ঐ বলগুলির যোগফলের সমান হয় এবং লব্ধ বলের দিক বলগুলির দিকে হয়। আবার যে কোন অক্ষের উপর বলগুলির ভ্রামকের বীজগণিতীয় যোগফল ঐ একই অক্ষের উপর উহাদের লব্ধ বলের ভ্রামকের সমান হয়।



চিত্র 95

ধরা যাক, F_1 ও F_2 সমমুখী সমান্তরাল বলের ক্রিয়া রেখা Y-অক্ষের সমান্তরাল (চিত্র 95)। এক্ষেত্রে X-অক্ষ বরাবর ঐ দু'ই বলের কোন উপাংশ না থাকায় লব্ধি R কে লেখা যায়, $R = F_1 + F_2$ ......(i)

Y-অক্ষ থেকে F_1 ও F_2 বলের ক্রিয়া রেখার দূরত্ব যথাক্রমে x_1 ও x_2 হ'লে Y-অক্ষের উপর উহাদের মোট ভ্রামক $\Sigma T = x_1 F_1 + x_2 F_2 \cdots$ ... ... (ii)

আবার F_1 ও F_2 বলের লব্ধি R এর ক্রিয়া রেখা Y-অক্ষ থেকে x দূরে অবস্থিত হ'লে Y-অক্ষের উপর R এর ভ্রামক $= R\,x = (F_2 + F_2).x.$ ... ... (iii)।

এখন (ii) ও (iii) নম্বর সমীকরণ থেকে লেখা যায়,

$$(F_1 + F_2)\,x = x_1 F_1 + x_2 F_2$$

অতএব, $$x = \frac{x_1 F_1 + x_2 F_2}{F_1 + F_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iv)}$$

কাজেই, (i) নম্বর সমীকরণ থেকে সমমুখী সমান্তরাল বল F_1 ও F_2 এর লব্ধি এবং (iv) নম্বর সমীকরণ থেকে ঐ লব্ধির ক্রিয়া রেখার দূরত্ব পাওয়া যায়। অনুরূপভাবে, $F_1, F_2, F_3, \cdots \cdots \cdots F_n$ সমমুখী সমান্তরাল বলগুলির লব্ধির মান হয়,

$$R = F_1 + F_2 + F_3 \cdots\cdots + F_n = \Sigma F$$

এই বলগুলি Y-অক্ষের সমান্তরালে ক্রিয়া ক'রলে Y অক্ষ থেকে ইহাদের ক্রিয়া রেখার দূরত্ব,

$$x = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \cdots\cdots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \cdots\cdots + F_n} = \frac{\Sigma(F.x)}{R}$$

যেখানে, $x_1, x_2, x_3 \cdots, x_n$ ইত্যাদি Y অক্ষ থেকে যথাক্রমে $F_1, F_2, F_3 \cdots, F_n$ ইত্যাদির ক্রিয়া রেখার দূরত্ব।

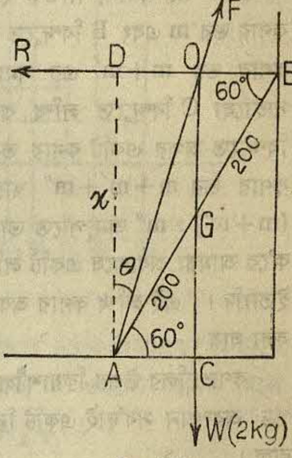
ধরা যাক, F_1 ও F_2 বলের ক্রিয়া রেখার দূরত্ব ইহাদের লব্ধি R এর ক্রিয়া রেখা থেকে যথাক্রমে a_1 ও a_2। R এর ক্রিয়া রেখা A বিন্দু দিয়ে যায়। কাজেই, A বিন্দুর উপর ইহার ভ্রামকের মান শূন্য। সুতরাং A বিন্দুর উপর F_1 ও F_2 বলদ্বয়ের মোট ভ্রামকের মান শূন্য ; অর্থাৎ

$$F_2 a_2 - F_1 a_1 = 0, \text{ বা, } F_1 a_1 = F_2 a_2.$$

উদাহরণ (**Example**) ঃ

2 Kg ওজনের এবং 400 cm. দীর্ঘ একটি মই একপ্রান্ত মসৃণ দেওয়ালে এবং অপর প্রান্ত মেঝেতে ঠেকিয়ে অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 60° কোণে দাঁড়িয়ে আছে। দেওয়াল ও মেঝেতে প্রতিক্রিয়া বল কত হবে ?

সমাধান ঃ দেওয়াল মসৃণ হওয়ায় দেওয়ালের প্রতিক্রিয়া (R) দেওয়ালের সঙ্গে লম্বভাবে ক্রিয়া করে (চিত্র 96)। মইয়ের ওজন (W) ভার কেন্দ্র (G) দিয়ে খাড়া নীচের দিকে ক্রিয়া করে। এই দুই বল O বিন্দুতে মেলে। মই সাম্যাবস্থায় থাকায় মেঝের প্রতিক্রিয়া বল (F) O বিন্দু দিয়ে যায়।



চিত্র 96

বলগুলি সাম্যাবস্থায় থাকায় যে কোন বিন্দুর উপর উহাদের ভ্রামকের বীজগাণিতীয় যোগফল শূন্য হয়। A বিন্দুর উপর ভ্রামক নিলে।

$R.x - W.AC = 0$, বা, $R.x = W.AC$

[$x = AD = A$ বিন্দু থেকে R-বলের লম্ব দূরত্ব]

আবার, $x = 400 \sin 60^\circ$ এবং $AC = 200 \cos 60^\circ$

$\therefore \quad R \times 400 \sin 60^\circ = 2 \times 200 \times \cos 60^\circ$

বা, $R = \dfrac{2 \times 200 \times \frac{1}{2}}{400 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ Kg.

মনে করা যাক, F বল উল্লম্ব রেখার সাথে θ কোণে নত। উল্লম্ব ও অনুভূমিক দিক বরাবর F বলকে বিভাজিত ক'রলে পাওয়া যায়,

$$F \cos \theta = W = 2 \text{ Kg এবং } F \sin \theta = R = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ Kg.}$$

$$\therefore \quad F^2 \cos^2 \theta + F^2 \sin^2 \theta = F^2 = (2)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{13}{3}$$

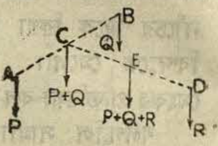
$$\therefore \quad F = \sqrt{\frac{13}{3}} \text{ Kg.}$$

5.7. ভারকেন্দ্র (Centre of gravity) ঃ

প্রত্যেক বস্তুই কণা দ্বারা গঠিত। আবার প্রত্যেক কণার একটি নির্দিষ্ট ওজন আছে অর্থাৎ প্রত্যেক কণাই একটি নির্দিষ্ট বলে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হয়। ছোট (small dimension) বস্তুর কণাগুলির উপর ক্রিয়াশীল বলগুলি পরস্পর সমান্তরাল হয়। আমরা দেখব যে, বস্তুর যে কোন অবস্থানের জন্য ইহার কণাগুলির ওজনের লব্ধি অর্থাৎ **বস্তুর ওজন সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে ক্রিয়া করে।**

ধরা যাক, A ও B বিন্দুতে দু'টি কণা আছে এবং ইহাদের উপর ক্রিয়াশীল বল

যথাক্রমে P ও Q (চিত্র 97)। P ও Q এর লব্ধি P+Q। AC-কে যেভাবেই রাখা হোক না কেন P+Q সর্বদাই C বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এই C বিন্দু AB কে Q : P অনুপাতে ভাগ করে অর্থাৎ $\frac{AC}{BC}=\frac{Q}{P}$। সুতরাং, A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বল P ও Q নিশ্চিতভাবে C বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বল P+Q এর সমার্থক। আবার P ও Q বল A ও B বিন্দুতে কণার ভর যথাক্রমে m ও m′ এর সমানুপাতিক হওয়ায় বলা যায় A বিন্দুতে কণার ভর m এবং B বিন্দুতে কণার ভর m′, C বিন্দুতে কণার ভর m+m′ এর সমার্থক। এই একই যুক্তির সাহায্যে C বিন্দুতে লব্ধি কণার ভর m+m′ এবং D বিন্দুতে অপর একটি কণার ভর m″ কে E বিন্দুতে লব্ধি কণার ভর m+m′+m″ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা যায়। এই E বিন্দু DC কে (m+m′) : m″ অনুপাতে ভাগ করে। সকল কণার ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি প্রয়োগ ক'রে আমরা অবশেষে একটি লব্ধি কণা পাই যার ভর হয় m+m′+m″+...... ইত্যাদি। এই লব্ধি কণার অবস্থানকে কণাগুলির গড় অবস্থান (Mean Position) বলা যায়।



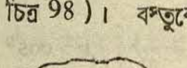
চিত্র 97

কণাগুলির উপর ক্রিয়াশীল সমান্তরাল বলগুলির দিক্ যাই হোক্ না কেন এই গড় অবস্থান সর্বদাই একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হয়। এই নির্দিষ্ট বিন্দুকেই ভার কেন্দ্র বলে।

সুতরাং বলা যায় যে, **বস্তুর আকার ও গঠন অপরিবর্তিত থাকলে—ইহার অবস্থান যাই হোক না কেন—পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য বস্তুর কণাসমষ্টির উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল সর্বদাই একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হয়। এই নির্দিষ্ট বিন্দুকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে।**

5.8. কোন বস্তুর ভারকেন্দ্র একটিই আছে ঃ

সম্ভব হ'লে ধরা যাক্ কোন বস্তুর ভারকেন্দ্র G এবং G′ (চিত্র 98)। বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ওজন সংজ্ঞানুযায়ী G এবং G′ বিন্দু দিয়ে যায়। ধরা যাক বস্তুকে এমনভাবে রাখা হ'ল যে, GG′ রেখা অনুভূমিক। সুতরাং বস্তুর ওজন (যা একটি নিম্নমুখী বল) G এবং G′ বিন্দুগামী হ'তে পারে না, যদিনা G ও G′ একই বিন্দু হয়। অতএব, কোন বস্তুর দু'টি ভারকেন্দ্র থাকতে পারে না।

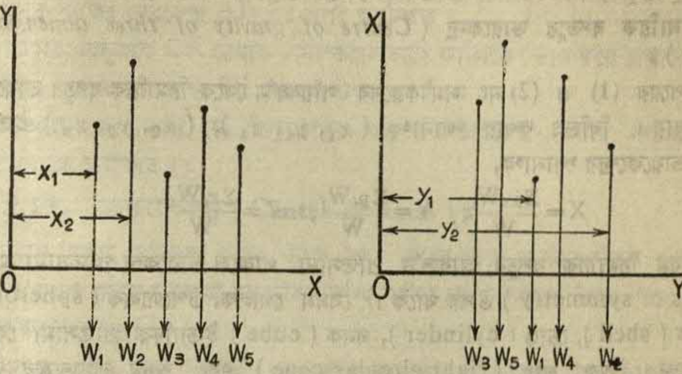


চিত্র 98

এক সমতলে অবস্থিত কতকগুলি কণার ভারকেন্দ্র নির্ণয় (*To find the Center of gravity of a system of particles lying in the same plane*) ঃ

কণাগুলির তলে কার্টেজীয় X ও Y অক্ষ নিলে ধরা যায় যে, (x_1, y_1) বিন্দুতে অবস্থিত কণার ওজন W_1, (x_2, y_2) বিন্দুতে অবস্থিত কণার ওজন W_2 ইত্যাদি।

X ও Y অক্ষদ্বয়কে এমন ভাবে নেওয়া হয় যাতে X-অক্ষ অনুভূমিক ও Y-অক্ষ উল্লম্ব হয় (চিত্র 99)। W_1, W_2 ইত্যাদি ওজনগুলির ক্রিয়ারেখা মূল বিন্দু O থেকে যথাক্রমে x_1, x_2, ইত্যাদি দূরে অবস্থিত। আবার ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (X, Y)



চিত্র 99

হ'লে কণাগুলির ওজন সমূহের লব্ধি W এর ক্রিয়া রেখার দূরত্ব O থেকে X হয়। O বিন্দু সাপেক্ষে W_1, W_2 ইত্যাদি ওজনগুলির এবং W ওজনের ভ্রামক নিলে

$$X(W_1+W_2+\cdots)=x_1W_1+x_2W_2+\cdots$$

$$\text{বা,}\quad X=\frac{\Sigma x_iW_i}{\Sigma W_i}=\frac{\Sigma x_iW_i}{W}\quad\cdots\quad(1)$$

যেখানে $\Sigma W_i = W$ = কণাগুলির লব্ধি ওজন। এখন Y অক্ষকে অনুভূমিক ও X-অক্ষকে উল্লম্ব ধ'রলে (চিত্র 99) অনুরূপভাবে পাওয়া যায়,

$$Y=\frac{\Sigma y_iW_i}{\Sigma W_i}=\frac{\Sigma y_iW_i}{W}\quad\cdots\quad(2)$$

কাজেই ভারকেন্দ্রের অবস্থান (X, Y) নির্ণয় করা হ'ল। এই পদ্ধতিতে পাতের আকারের (laminar) বস্তুর ভারকেন্দ্র নির্ণয় করা যায়। পাতের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশকে এক একটি কণা হিসেবে ধ'রে উপরের সূত্রের সাহায্যে ভার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। অবশ্য (1) ও (2) নং সমীকরণের যোগফল গুলিকে ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে নির্ণয় ক'রতে হয়, পাত্রের অতি ক্ষুদ্র আয়তাকার অংশের ক্ষেত্রফল $dx\,dy$ এবং একক ক্ষেত্রফলের ওজন W হ'লে

$$X=\iint x\,W\,dx\,dy\Big/\iint W\,dx\,dy$$

$$Y=\iint y\,W\,dx\,dy\Big/\iint W\,dx\,dy$$

পাতের সমগ্র তলের উপর ইন্টিগ্রেশন (integration) ক'রতে হয়।

সুষম পাতের উপর লম্ব এমন কোন অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুর আবর্তন প্রতিসাম্য (rotational symmetry) থাকলে প্রতিসাম্য কেন্দ্রই (centre of symmetry) বস্তুর ভারকেন্দ্র হয়। যেমন বৃত্ত, উপবৃত্ত, আয়তক্ষেত্র, সামান্তরিক, সুষম বহুভুজ, সমবাহু ত্রিভুজ, বর্গ ইত্যাদির প্রতিসাম্য কেন্দ্রই উহাদের ভারকেন্দ্র।

ত্রিমাত্রিক বস্তুর ভারকেন্দ্র (*Centre of gravity of three dimensional bodies*) :

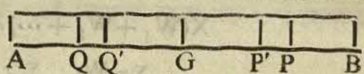
উপরের (1) ও (2) নং সমীকরণের পরিবর্ধন থেকে ত্রিমাত্রিক বস্তুর ভারকেন্দ্র জানা যায়। বিভিন্ন কণার স্থানাঙ্ক (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) ইত্যাদি হ'লে ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,

$$X=\frac{\Sigma x_i W_i}{W}, \quad Y=\frac{\Sigma y_i W_i}{W}, \quad Z=\frac{\Sigma z_i W_i}{W}$$

সুষম ত্রিমাত্রিক বস্তুর আবর্তন প্রতিসাম্য থাকলে ভারকেন্দ্র প্রতিসাম্য অক্ষের (Axis of symmetry) উপর থাকে। যেমন গোলক, উপগোলক (spheroid), খোলক (shell), চোঙ (cylinder), ঘনক (cube) ইত্যাদির প্রতিসাম্য কেন্দ্রই ভারকেন্দ্র। ঋজু শঙ্কু (right circular cone) এবং সুষম বহুভুজের উপর ঋজু পিরামিডের ভারকেন্দ্র উহাদের অক্ষের উপর থাকে।

5.9. একটি সরু রডের ভারকেন্দ্র নির্ণয় :

ধরা যাক, AB একটি সরু রড যার মধ্যবিন্দু G (চিত্র 100)। G বিন্দুর উভয় দিকে সমান দূরত্বে দু'টি সমান অনন্ত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য PP′ ও QQ′ নেওয়া হয়।

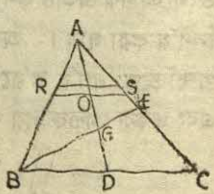


চিত্র 100

রডের সমতার জন্য এই অনন্ত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য দু'টির ওজন সমান হয় এবং এই ওজন লম্বভাবে নীচের দিকে ক্রিয়া করে। এই সমান ও সমান্তরাল বলদু'টির লব্ধি G বিন্দুতে ক্রিয়া করে। AG = GB হওয়ায় G বিন্দু থেকে সমান দূরে রডকে ঐরূপ জোড়া জোড়া সমান অনন্ত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যে ভাগ করা যায় এবং প্রত্যেক জোড়া দৈর্ঘ্যের জন্য লব্ধি বল G বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং সমগ্র রডের ওজন G বিন্দুতে ক্রিয়া করে। অতএব G বিন্দুই রডের ভারকেন্দ্র।

5.10. ত্রিভুজাকার পাতের ভারকেন্দ্র নির্ণয় :

ধরা যাক, ABC একটি ত্রিভুজাকার পাত যার BC ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E (চিত্র 101)। AD এবং BE পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করে। ABC ত্রিভুজকে BC রেখার সমান্তরালভাবে অসংখ্য সরু ফালিতে (thin strips) ভাগ করা যায়। RS এরূপ একটি ফালি। এই ফালিকে সরু রড হিসেবে ভাবা যায়। সুতরাং ইহার ভারকেন্দ্র হয় ইহার মধ্যবিন্দু। যদি মধ্যমা AD ও RS এর ছেদবিন্দু O হয় তাহ'লে ROS ও BDC সমান্তরাল হওয়ায়, $\frac{RO}{BD}=\frac{AO}{AD}=\frac{OS}{DC}$।



চিত্র 101

কিন্তু BD = DC। সুতরাং RO = OS। কাজেই, RS এর মধ্যবিন্দু (যা উহার ভারকেন্দ্র) AD এর উপর অবস্থিত। অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, BC এর সমান্তরাল প্রত্যেক ফালির ভারকেন্দ্র AD এর উপর অবস্থিত। সুতরাং বলা যায় যে, সমগ্র পাতের ভারকেন্দ্র AD এর উপর অবস্থিত।

আবার, ত্রিভুজকে CA রেখার সমান্তরালভাবে ফালিতে ভাগ করে দেখানো যায় যে, সমগ্র পাতের ভারকেন্দ্র BE মধ্যমার উপর অবস্থিত।

সুতরাং, বলা যায় যে, ত্রিভুজাকার পাতের ভারকেন্দ্র উহার মধ্যমাগুলির ছেদবিন্দুতে অবস্থিত।

5.11. ভরকেন্দ্র (Centre of mass) ঃ

কোন বস্তুর প্রত্যেক কণার উপর উহার ভরের সাথে সমানুপাতিক বল কোন নির্দিষ্ট দিকে প্রযুক্ত হ'লে ঐ বলগুলির লব্ধি সর্বদা যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাকে বস্তুর **ভরকেন্দ্র** বলে।

বস্তুর ওজন এবং কাজেই ভারকেন্দ্রের অবস্থান অভিকর্ষের উপর নির্ভর করে। তাই একই বস্তুকে বিভিন্ন স্থানে রাখলে তার ওজনের মান ও দিক্ বিভিন্ন হয়। তাই ভারকেন্দ্র বস্তুর তুলনায় সর্বদা একই অবস্থানে থাকে না। অভিকর্ষ নাই এমন স্থানে বস্তুর ওজন থাকে না, কাজেই উহার ভারকেন্দ্রেরও কোন সার্থকতা থাকে না। অভিকর্ষ সুষম হ'লে ভারকেন্দ্রর অবস্থান বস্তু সাপেক্ষে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হয়। আগের আলোচনা থেকে জানি যে, ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হ'ল,

$$X=\frac{\Sigma x_i W_i}{W},\quad Y=\frac{\Sigma y_i W_i}{W},\quad Z=\frac{\Sigma z_i W_i}{W}$$

এই সূত্রে $W_i = m_i g$, $W = Mg$ ($M = \Sigma m_i$ = মোট ভর, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ), বসালে ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হয়,

$$\bar{x}=\frac{\Sigma m_i x_i}{M},\quad \bar{y}=\frac{\Sigma m_i y_i}{M},\quad \bar{z}=\frac{\Sigma m_i z_i}{M}$$

এই স্থানাঙ্ক ($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$,) কণাগুলির ভরের উপর নির্ভর করে ; উহাদের ভারের উপর নির্ভর করে না। ($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$,) স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশিত বিন্দুই বস্তুর **ভরকেন্দ্র**। এখানে বস্তুর প্রত্যেক কণার উপর উহার ভরের সমানুপাতিক বল একটি নির্দিষ্ট দিকে ক্রিয়া করে ধরা হ'য়েছে।

ভরকেন্দ্রের ধর্ম (*Properties of centre of mass*) ঃ

(i) বস্তুর প্রত্যেক কণার একটি নির্দিষ্ট দিকে ত্বরণ সৃষ্টি ক'রতে হ'লে কণাগুলির উপর যে সব বল প্রয়োগ ক'রতে হয় তাদের লব্ধি ভরকেন্দ্রগামী।

বস্তুর প্রত্যেক কণার ত্বরণ সমান হ'লে বস্তু চ'লতে থাকে। কাজেই, বস্তুর ভরকেন্দ্রে বল প্রযুক্ত হ'লে বস্তু চলতে থাকে। ভরকেন্দ্র ছাড়া অপর কোন বিন্দুতে বল প্রয়োগ ক'রলে বস্তুর চলন ও ঘূর্ণন হয়। কারণ এইরূপ বলকে ভরকেন্দ্রে প্রযুক্ত সমান বল ও একটি দ্বন্দ্বের যোগফল হিসেবে বিবেচনা করা যায়।

(ii) ভরকেন্দ্রগামী কোন তল সাপেক্ষে বস্তুর মোট ভর-ভ্রামক শূন্য হয়।

বস্তুর i-তম কণার ভর m_i ও তল থেকে উহার দূরত্ব d_i হ'লে $\Sigma m_i d_i$ কে ঐ তল সাপেক্ষে বস্তুর ভর-ভ্রামক বলে। এই তলটি y-z তল হ'লে $\bar{x}=0$। কাজেই এক্ষেত্রে $\Sigma m_i d_i = M\bar{x} = 0$

(iii) কোন কণা সমষ্টির উপর মোট প্রযুক্ত বল P, উহাদের মোট ভর M ও ভরকেন্দ্রের ত্বরণ f হ'লে, $P=Mf$। তাই বলা হয় যে, কণা সমষ্টি এমনভাবে আচরণ করে যে মনে হয় যেন উহাদের মোট ভর ভরকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে।

বস্তুর উপর বাইরে থেকে প্রযুক্ত মোট বল শূন্য হ'লে ভরকেন্দ্রের কোন ত্বরণ থাকে না। ভরকেন্দ্র এরূপ অবস্থায় স্থির থাকে বা সমবেগে চ'লতে থাকে। এই নীতি ভরবেগ নিত্যতা সূত্র থেকে সোজাসুজি পাওয়া যায়।

5.12. ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্রের পার্থক্য (Distinctions between centre of gravity and centre of mass) ঃ

(i) সাধারণত বস্তুর ভারকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র একই বিন্দু। কিন্তু পৃথিবীর আকর্ষণ বল তথা অভিকর্ষজ বলের মান সব জায়গায় সমান নয়। তাই ভারকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র সব ক্ষেত্রে অভিন্ন হয় না। পৃথিবীর আকর্ষণ বল উহার কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সঙ্গে ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। কাজেই, একটি খুব উঁচু দণ্ডের ভরকেন্দ্র দণ্ডের মাঝখানে থাকলেও উহার উপরের অর্ধেকের চেয়ে নীচের অর্ধেকের উপর অভিকর্ষজ বল বেশি হয়। ফলে ভারকেন্দ্র উহার ভরকেন্দ্রের নীচে থাকে।

(ii) বস্তু খুব বড় হ'লে বিপরীত প্রান্তের কণাগুলির উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ বলগুলি সমান্তরাল হয় না। কাজেই, সংজ্ঞানুযায়ী বস্তুর ভারকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র এক্ষেত্রে অভিন্ন বিন্দু হ'তে পারে না।

(iii) যেখানে অভিকর্ষ নেই সেখানে ভারকেন্দ্রের কল্পনা অর্থহীন। পৃথিবী থেকে বহুদূরে মহাশূন্যে অভিকর্ষ নেই। সুতরাং সেখানে ভারকেন্দ্রের কল্পনা নিরর্থক। কিন্তু ভরকেন্দ্রের কল্পনা সব অবস্থাতেই সার্থক।

5.13. অভিকর্ষের অধীনে বস্তুর সাম্য অবস্থা (Equilibrium states of bodies under gravity) ঃ

কোন বস্তু একই সঙ্গে দুই বা ততোধিক বলের অধীনে স্থির অবস্থায় থাকলে বলা হয় ইহা সাম্য অবস্থায় আছে। ভারকেন্দ্রের ধর্মের সাহায্যে সহজেই বস্তুর সাম্য অবস্থা আলোচনা করা যায়।

যে কোন অবস্থায় কোন কঠিন বস্তুর ওজন ইহার ভারকেন্দ্রে ক্রিয়া করে। বস্তু স্থির থাকলে নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে, ইহার ওজনের সমান ও বিপরীত অপর কোন বল ইহার ওজনকে প্রশমিত করে। যে বলগুলি বস্তুকে ধ'রে রাখে তাদের লব্ধি নিশ্চিতই ভারকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে ক্রিয়াশীল একটি অভিলম্ব বল। বস্তুকে যে ভাবেই রাখা হোক না কেন—যেমন দড়ি দিয়ে ঝোলানো হোক বা ভূ-পৃষ্ঠে রাখা হোক বা

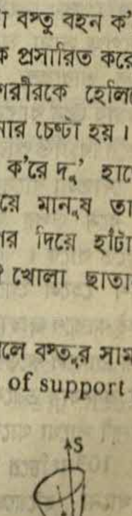
জলে ভাসিয়ে রাখা হোক্—ইহা সত্য হয়। বস্তুকে কোন বিন্দুতে ঝোলান হ'লে ধারক বল (Supporting force) ঐ বিন্দু দিয়ে যায়। যেহেতু ঐ বলকে ভার-কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে যেতে হয়, তাই যে বিন্দুতে বস্তুকে ঝোলানো হয় সেই বিন্দু ভারকেন্দ্র বলের ক্রিয়ারেখার উপর থাকে। অতএব এক্ষেত্রে, যে বিন্দুতে বস্তুকে ঝোলানো হয় সেই বিন্দুর ঠিক নীচে ভারকেন্দ্র থাকে। ওলন দড়ি (plumb line) ইহার উদাহরণ।

কোন বস্তুকে দু'টি বিন্দুতে ধ'রে রাখলে লব্ধি প্রতিক্রিয়া একটি মধ্যবর্তী বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং এক্ষেত্রে সাম্য অবস্থার জন্য বস্তুর ভারকেন্দ্রগামী অভিলম্ব রেখা ধারক বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী হয়।

ধরা যাক, কোন বস্তুকে দুই বা ততোধিক বিন্দুতে ধ'রে রাখা হয়। ঐ ধারক বিন্দুগুলির বাইরের দিক পরপর যোগ ক'রলে যে ক্ষেত্র পাওয়া যায় তাকে পীঠভূমি (base) বলে। এক্ষেত্রে সাম্য প্রতিষ্ঠা হয় যদি বস্তুর ভারকেন্দ্রগামী অভিলম্বরেখা ঐ ভূমির উপর থাকে। কারণ লব্ধ প্রতিক্রিয়া বস্তুর ভারকেন্দ্র দিয়ে যায়। বস্তুর পীঠভূমির ক্ষেত্রফল যত বেশি হয় বস্তুর সাম্য অবস্থাও তত বেশি স্থায়ী হয়। কারণ বস্তু বেশ কিছুটা হেলে থাকলেও অভিলম্বরেখা পীঠভূমির উপর থাকতে পারে। সাধারণভাবে কোন ব্যক্তি সোজা দাঁড়িয়ে থাকলে ইহার ভারকেন্দ্র নাভির কাছাকাছি থাকে। বিভিন্ন অবস্থায় মানুষ নানাভাবে এঁকে-বেঁকে সাম্য অবস্থায় থাকার চেষ্টা করে। তাই দেখা যায় যে, কোন লোক ডান হাতে খুব ভারী একটা বস্তু বহন ক'রে নিয়ে যেতে সে তার শরীরকে বাঁ দিকে হেলায় এবং প্রায়শই বাঁ হাতকে প্রসারিত করে। এক্ষেত্রে ভারী বস্তুর দিকে মানুষের ভারকেন্দ্র সরে যায়। কিন্তু শরীরকে হেলিয়ে বা বাঁ হাতকে প্রসারিত ক'রে ভারকেন্দ্রকে পুনরায় পূর্বস্থানে সরানোর চেষ্টা হয়।

দু'টি সমান ওজনের বস্তুকে এক হাতে নিয়ে হাঁটার থেকে একটি ক'রে দু' হাতে দু'টি নিয়ে হাঁটা অনেক সহজ হয়। পিঠে ভার বহন ক'রতে গিয়ে মানুষ তার শরীরকে সামনের দিকে হেলায়। সার্কাসে দেখা যায় যে, দড়ির উপর দিয়ে হাঁটার সময় খেলোয়াড় একটি খোলা ছাতা হাতে নিয়ে হাঁটে। সে ঐ খোলা ছাতার সাহায্যে ভারকেন্দ্রকে লম্বভাবে দড়ির উপরে রাখে।

আমরা জানি যে, কোন এক বিন্দুতে একটি বস্তুকে ধ'রে রাখলে বস্তুর সাম্য অবস্থার জন্য ইহার ভারকেন্দ্রকে খাড়াভাবে ঐ ধারক-বিন্দুর (point of support) ঠিক নীচে থাকতে হয়। কিন্তু ইহার ব্যতিক্রম লক্ষ্য করা যায়। ধরা যাক, একটি শঙ্কু (cone) উহার শীর্ষবিন্দুতে সাম্য অবস্থায় আছে (চিত্র 102)। এক্ষেত্রে ধারক-বিন্দু খাড়াভাবে ভারকেন্দ্রের নীচে থাকে। এখন শঙ্কুটির অল্প একটু সরণ হ'লে ধারক-বল (S) (supporting force) এবং ওজন (W) দ্বন্দ্ব গঠন করে। এই দ্বন্দ্ব বস্তুকে সাম্য অবস্থায় থাকতে দেয় না এবং ইহা উল্টে যায়। ভারকেন্দ্রের উপরে ধারক বিন্দু থাকলে এই দ্বন্দ্ব বস্তুকে সাম্য অবস্থায় নিয়ে আসে, ফলে অল্প একটু সরণ ঘটলেও বস্তু



চিত্র 102

সাম্য অবস্থায় থাকে। সুতরাং বলা যায় যে, সাম্য অবস্থা দু' রকমের—(i) **স্থায়ী**, এবং (ii) **অস্থায়ী**।

সাম্য অবস্থানের বিভিন্ন রূপ (*Different states of equilibrium*):

উপরের আলোচনায় আমরা জেনেছি যে, বস্তুর ভারকেন্দ্রগামী উল্লম্ব রেখা যদি বস্তুর পীঠভূমি দিয়ে যায় তবে বস্তু সাম্য অবস্থায় থাকে। বস্তুকে যদি ইহার স্থির অবস্থা থেকে সামান্য বিচ্যুত করা হয় তবে তিন ধরনের অবস্থার উদ্ভব হ'তে পারে :

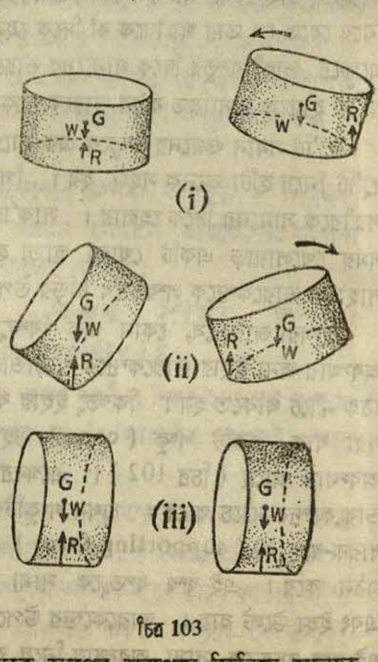
(a) বস্তু আগের অবস্থায় ফিরে যায়। ইহাকে বস্তুর **স্থায়ী সাম্য অবস্থা** (*stable equilibrium*) বলে।

(b) বস্তু নতুন অবস্থায় পৌঁছে স্থির থাকে। ইহাকে **অস্থায়ী সাম্য অবস্থা** (*unstable equilibrium*) বলে।

(c) বস্তু বিচ্যুত অবস্থায় থেকে যায়। ইহাকে **নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থা** (*neutral equilibrium*) বলে।

পৃথিবীর আকর্ষণের দরুন বস্তুর ভারকেন্দ্র সর্বদা নিম্নতম অবস্থানে থাকতে চাওয়ার জন্যই উপরোক্ত তিন ধরনের সাম্য অবস্থার উদ্ভব হয়। স্থায়ী সাম্য অবস্থায় ভারকেন্দ্র নিম্নতম অবস্থানে থাকে। বিচ্যুত হ'লে ভারকেন্দ্র সামান্য ওপরে ওঠে, কিন্তু ইহা আগের অবস্থানে ফিরতে চায় বলেই বস্তু আগের অবস্থায় ফিরে আসে ও স্থায়ী সাম্যের উদ্ভব হয়। অস্থায়ী সাম্য অবস্থায় বস্তুর বিচ্যুতি ঘটলে ভারকেন্দ্র ওপর থেকে নেমে আসে ও আরো নামতে চাওয়ায় বস্তুর বিচ্যুতি বাড়তে থাকে। নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থায় বস্তুর বিচ্যুতি ঘটলে ভারকেন্দ্র অনুভূমিক দিকে সরে যাওয়ায় উঠে বা নেমে যায় না। কাজেই বস্তুর বিচ্যুতি আর বাড়ে না বা কমে না।

দোতলা বাসের সব যাত্রী এক তলায় না বসে উপর তলায় বসলে ভারকেন্দ্র উঁচুতে থাকে। এই অবস্থায় গাড়ি একটু বেশি হেলে গেলে উল্টে যেতে পারে। একই কারণে জাহাজের নীচের তলায় বেশি ভার রাখলে ঝড়ের সময় উল্টিয়ে যায় না। এই অবস্থায় ভরকেন্দ্র নীচে থাকায় জাহাজ স্থায়ী সাম্যে থাকে।



চিত্র 103

103নং চিত্রে তিনধরনের সাম্য অবস্থা দেখানো হ'য়েছে। এই তিন ক্ষেত্রেই সাম্য অবস্থায় বস্তুর পীঠভূমির উপর ভারকেন্দ্র অবস্থিত ও ওজন এবং প্রতিক্রিয়া একই রেখা বরাবর ক্রিয়া করে। স্থায়ী সাম্য অবস্থার বেলায় বিচ্যুত অবস্থায় বস্তুর ওজন ও প্রতিক্রিয়া দ্বারা গঠিত দ্বন্দ্ব ইহাকে আগের অবস্থায় ফিরিয়ে আনতে

চায় [চিত্র 103 (i)]। অস্থায়ী সাম্য অবস্থার বেলায় এই দ্বন্দ্ব বস্তুকে আরো বিচ্যুত ক'রতে চায় [চিত্র 103 (ii)]। নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থার বেলায় ওজন ও প্রতিক্রিয়া একই রেখায় বিপরীত মুখে ক্রিয়া করায় ইহারা দ্বন্দ্ব গঠন না ক'রে পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে [চিত্র 103 (iii)]।

অবশ্য আরো অনেক রকম সাম্য অবস্থা থাকতে পারে। এই সব সাম্য অবস্থা এক রকম সরণের জন্য স্থায়ী, আবার অন্য রকম সরণের জন্য অস্থায়ী হয়। সব রকম সাম্য অবস্থাই একটি গোলকের সাহায্যে বর্ণনা করা যায়। উত্তল ধারকের (Convex support) উপর গোলক অস্থায়ী সাম্য অবস্থায় থাকে, অনুভূমিক তলের উপর নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থায় থাকে, অবতল ধারকের উপর স্থায়ী সাম্য অবস্থায় থাকে, খাড়া উঁচু পাহাড়ের প্রান্তে মিশ্র রকমের সাম্য অবস্থায় থাকে—একদিকে সরণের জন্য ইহা নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থা এবং অপর দিকে সরণের জন্য ইহা অস্থায়ী সাম্য অবস্থা।

5.14. স্থিত-সাম্য অবস্থা ও স্থিতি-শক্তি :

উপরে যে সাম্য অবস্থার কথা আলোচনা করা হ'ল তাকে স্থিত-সাম্য অবস্থা বলে। কোন **বস্তু স্থিত-সাম্য অবস্থায় থাকে যখন উহার স্থিতি শক্তি সবচেয়ে বেশি কিংবা সবচেয়ে কম হয়।**

বস্তুর স্থিতিশক্তি সবচেয়ে বেশি হ'লে ইহা অস্থায়ী সাম্য অবস্থায় থাকে আর সবচেয়ে কম হ'লে ইহা স্থায়ী সাম্য অবস্থায় থাকে। নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থায় অল্প একটু সরণের জন্য বস্তুর স্থিতিশক্তি অপরিবর্তিত থাকে।

5.15. গতীয় সাম্য অবস্থা (Dynamic equilibrium) :

কোন বস্তু স্থির থাকলে সাম্য অবস্থায় থাকে না, কিন্তু গতিতে থাকলে সাম্য অবস্থায় থাকে। এই সাম্য অবস্থা বস্তুর গতির উপর নির্ভর করে। এরূপ সাম্য অবস্থাকে **গতীয় সাম্য অবস্থা** বলে। চলন্ত সাইকেল আরোহী গতীয় সাম্য অবস্থায় থাকে।

একটি প্রশ্ন :

একটি যাত্রীপূর্ণ নৌকো যখন নদী পার হয় তখন যাত্রীদের দাঁড়াতে দেওয়া হয় না কেন ?

যাত্রীরা দাঁড়ালে ভারকেন্দ্র কিছুটা উপর দিকে উঠে যায় এবং যাত্রী সহ নৌকো অস্থায়ী সাম্যে উপনীত হয়। ইহার দরুন নৌকো উল্টে যেতে পারে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 6 Kg এবং 10 Kg. ভরের দু'টি গোলকের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 32 cm.। এই সংস্থার ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।

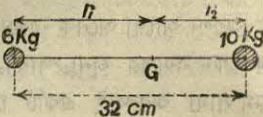
সমাধান ঃ 6 Kg ভরের গোলকের কেন্দ্র থেকে এবং 10 Kg ভরের গোলকের কেন্দ্র থেকে ভরকেন্দ্র G এর দূরত্ব r_1 ও r_2 হ'লে (চিত্র 104) লেখা যায়,

$$6 \times r_1 = 10 \times r_2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (i)$$

আবার, $r_1 + r_2 = 32$; অতএব $r_1 = 32 - r_2$ ।

সুতরাং, $6(32 - r_2) = 10 \times r_2$; $16r_2 = 32 \times 6$,

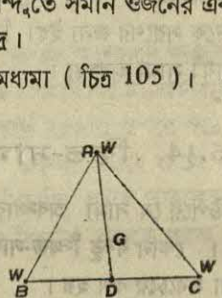
অথবা, $r_2 = 12$ cm. ; কাজেই, $r_1 = 20$ cms. ।



চিত্র 104

2. দেখাও যে, কোন ত্রিভুজের প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুতে সমান ওজনের একটি ক'রে কণা রাখলে ইহাদের ভারকেন্দ্র হয় ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র।

সমাধান ঃ ধরা যাক্, ABC ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা (চিত্র 105)। এই ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দু A, B, C তে তিনটি কণা (যাহাদের প্রত্যেকের ওজন W) রাখা হ'ল। B বিন্দুতে অবস্থিত W ওজন ও C বিন্দুতে অবস্থিত W ওজনের লব্ধি 2W যা D বিন্দুতে ক্রিয়া করে। আবার D বিন্দুতে ওজন 2W এবং A বিন্দুতে ওজন W এর লব্ধি G বিন্দুতে ক্রিয়া করে।



চিত্র 105

কাজেই, $2W \times GD = W \times AG$;

অতএব, $AG = 2GD$

সুতরাং, G বিন্দু ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র। অতএব, ত্রিভুজের প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুতে একটি ক'রে সমান ওজনের কণা রাখলে উহাদের ভারকেন্দ্র হয় ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র।

3. একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে 1 Kg, 2 Kg ও 3 Kg ভর আছে। ইহার বাহুর দৈর্ঘ্য 1 m হ'লে ভর কেন্দ্র নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ত্রিভুজটির ভূমি বরাবর x-অক্ষ নিলে,

$$\bar{x} = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2}}{1+2+3} = \frac{7}{12} \text{ m}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 0 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{1+2+3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{m}$$

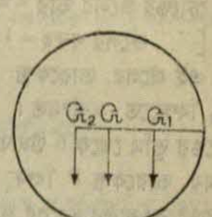
4. চন্দ্রের ভর পৃথিবীর ভরের 0·013 গুণ। চন্দ্র ও পৃথিবীর কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 60 গুণ। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চন্দ্র-পৃথিবী প্রকল্পের ভরকেন্দ্রের দূরত্ব নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 4000 মাইল।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে $Mr = mr'$ ও $r + r' = 60 \times 4000$ [যেখানে, $M =$ পৃথিবীর ভর, $m =$ চন্দ্রের ভর, r ও r' যথাক্রমে পৃথিবী ও চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে ভরকেন্দ্রের দূরত্ব।]

অতএব, $r = 3079{\cdot}96$ মাইল।

5. 16 cm. ব্যাসের একটি বৃত্তাকার ডিস্ক থেকে 4 cm. ব্যাসের একটি বৃত্তাকার অংশ কেটে ফেলা হয়। যদি ঐ ছিদ্রের কেন্দ্র ডিস্কের কেন্দ্র থেকে 2 cm. দূরে অবস্থিত হয় তাহ'লে অবশিষ্ট ডিস্কের ভারকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ বৃত্তাকার বস্তুর ভারকেন্দ্র উহার কেন্দ্রে অবস্থিত হয়। ছিদ্র করার আগে ডিস্কের ভারকেন্দ্রের অবস্থান উহার কেন্দ্র Gতে (চিত্র 106) থাকে। ছিদ্রের কেন্দ্র G_1 হ'লে উহার ভারকেন্দ্রও হয় G_1। ডিস্ক সমবেধের হ'লে উহার ভর উহার ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক হয়। ডিস্কের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ভর d ধ'রলে,



চিত্র 106

সমগ্র ডিস্কের ওজন, $W = \pi.(8)^2\,dg$, $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ।

ছিদ্রের ওজন $W_1 = \pi.(2)^2\,dg$

অবশিষ্ট ডিস্কের ওজন $W_2 = \pi.(8)^2\,dg - \pi(2)^2\,dg = 60\pi\,dg$ একক।

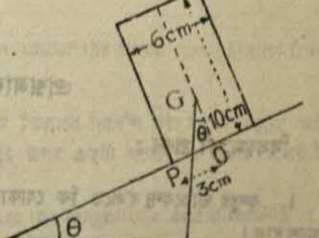
G_1 বিন্দুতে ক্রিয়ারত W_1 বল এবং G_2 বিন্দুতে ক্রিয়ারত W_2 বলের লব্ধি G বিন্দু দিয়ে যায়। এখানে G_2 হ'ল অবশিষ্ট ডিস্কের ভারকেন্দ্র। তাহ'লে

$$W_1 \times GG_1 = W_2 \times GG_2\,;\quad GG_1 = 2\text{ cm. হওয়ায়,}$$

$$GG_2 = \frac{W_1}{W_2} \times 2 = \frac{4\pi\,dg}{60\pi\,dg} \times 2 = \tfrac{2}{15}\text{ cm.}$$

কাজেই, অবশিষ্ট ডিস্কের ভারকেন্দ্র সমগ্র ডিস্কের ভারকেন্দ্র থেকে $\frac{2}{15}$ cm দূরে অবস্থিত হয়। ঐ ভারকেন্দ্র কাটা অংশ থেকে দূরে GG_1 রেখার উপর অবস্থিত।

6. কোন চোঙের ব্যাস 6 cm. এবং ইহার উচ্চতা 20 cm.। ইহা একটি অমসৃণ অনুভূমিক তলের উপর অবস্থিত। এবার তলকে ধীরে ধীরে তুললে ইহার কত নততায় চোঙ ঠিক উল্টিয়ে প'ড়বে ?



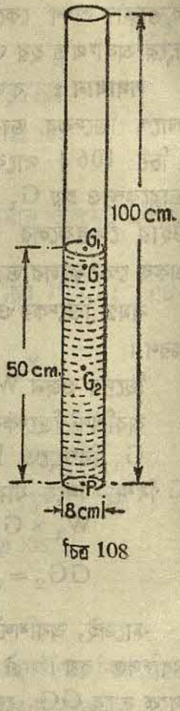
চিত্র 107

সমাধান ঃ 107 নং চিত্রে ধরা যাক, তলের নির্ণেয় নতি $= \theta$। এই অবস্থায় চোঙের ভারকেন্দ্র দিয়ে যাওয়া উল্লম্ব রেখা উহার ভূমিকে ছেদ করে। চিত্র থেকে $OP = 3$ cm., $OG = 10$ cm. এবং $\angle OGP = \theta$।

কাজেই, $\tan\theta = \frac{OP}{OG} = \frac{3}{10} = 0{\cdot}3 = \tan 16°42'$; অতএব, $\theta = 16°42'$

7. 100 cm দীর্ঘ একমুখ খোলা একটি চোঙে 50 cm. উচ্চতা পর্যন্ত জল আছে। জল সহ চোঙের ভারকেন্দ্র উহার ভূমি থেকে কত উচ্চতায় অবস্থিত? চোঙের প্রতিবর্গ সেন্টিমিটারের ভর 9 gm. এবং ব্যাস 8 cm.।

সমাধান : শূন্য চোঙের ভারকেন্দ্র উহার ভূমি থেকে 50 cm. উচ্চতায় G_1 বিন্দুতে অবস্থিত। শূন্য চোঙের ভূমির ভার $= \pi \times (4)^2 \times 9 \times g$



চিত্র 108

g = অভিকর্ষজ ত্বরণ

চোঙের বক্রতলের ভার $= 2\pi \times 4 \times 100 \times 9 \times g$

চোঙের জলের ভার $= \pi \times (4)^2 \times 50 \times 1 \times g$

[∵ জলের ঘনত্ব = 1 gm/c.c]

এই জলের ভারকেন্দ্র চোঙের ভূমি থেকে 25 cm. উচ্চতায় G_2 বিন্দুতে অবস্থিত। ধরা যাক জলসহ চোঙের ভারকেন্দ্র চোঙের ভূমি থেকে h উচ্চতায় G বিন্দুতে অবস্থিত এবং চোঙের ভূমির ভারকেন্দ্র P বিন্দু। তা হ'লে P বিন্দুর উপর শূন্য চোঙের বক্রতলের ভারের ভ্রামক + P বিন্দুর উপর চোঙের জলের ভারের ভ্রামক = P বিন্দুর উপর জল সহ চোঙের ভারের ভ্রামক

অতএব, $2\pi \times 4 \times 100 \times 9 \times g \times 50 + \pi \times 16 \times 50 \times 1 \times g \times 25$

$= (10 \times 9 + 2\pi \times 4 \times 100 \times 9 + \pi \times 16 \times 50 \times 1) \times g \times h$

অতএব, $h = 46{\cdot}1$ cm. (প্রায়)

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. বস্তুর ভারকেন্দ্র ব'লতে কি বোঝায়? কোন বস্তুর কি একাধিক ভারকেন্দ্র থাকতে পারে? কারণ দাও।

What do you mean by centre of gravity of a body? Can a body possess more than one centre of gravity? Give reasons.

2. বস্তুর ভরকেন্দ্র ব'লতে কি বোঝায়? কোন্ অবস্থায় বস্তুর ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র একই বিন্দু হয়? ভরকেন্দ্রের গুরুত্ব কি?

What do you mean by centre of mass of a body? When does centre of mass and centre of gravity of a body coincide? What is the importance of the centre of mass of a body?

3. এক সমতলে অবস্থিত কণা গোষ্ঠীর ভারকেন্দ্র কিভাবে নির্ণয় করা যায়? পাতের আকারে কোন বস্তুর ভারকেন্দ্রের অবস্থান কি ভাবে নির্ণয় করা যায়?

How is the centre of gravity of a system of particles on a plane determined? How is the centre of gravity of a laminar body determined?

4. কোন বস্তুর স্থায়ী সাম্য অবস্থা, অস্থায়ী সাম্য অবস্থা ও উদাসীন সাম্য অবস্থা কিভাবে ইহার ভারকেন্দ্রের অবস্থানের উপর নির্ভর করে?

'কোন বস্তুর ভারকেন্দ্র বস্তুর বাইরে থাকা সম্ভব।'—উক্তিটি কি যথাযথ?

How does the stable equilibrium, unstable equilibrium and neutral equilibrium of a body depend upon the position of the centre of gravity of the body? 'It is possible that the centre of gravity of a body may be outside the body'—Is the statement correct?

5. নিম্নলিখিত উক্তিগুলির সার্থকতা বিচার কর—

(i) চলন্ত বস্তুর ভরকেন্দ্রের অবস্থান ইহার গতিবেগের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়।

(ii) বস্তুর ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র আসলে একই বিন্দু।

(iii) একটি বিস্ফোরক পদার্থ সরলরেখায় নীচের দিকে পড়ার সময় শূন্যে ফেটে দু'টুকরো হয়। একটি টুকরো নীচের দিকে পড়তে থাকলে অন্যটির গতিও সোজা নীচের দিকে হয়।

(iv) বস্তুর স্থায়ী সাম্য অবস্থা ইহার স্থিতিশক্তির সহিত সম্পর্কযুক্ত।

Comment on the following Statements :

(i) The position of the centre of mass of a moving body changes with its speed.

(ii) The centre of mass and the centre of gravity is in reality the same point.

(iii) An explosive while falling vertically downward bursts into two fragments. If one fragment falls vertically downward, the other will also fall in the same manner.

6. তিনটি অসমান্তরাল বলের প্রভাবে কোন বস্তু কখন সাম্য অবস্থায় থাকে? লামির উপপাদ্য বিবৃত ও প্রমাণ কর।

When does a body remain in equilibrium under the three non parallel forces? State and prove Lami's Theorm.

7. দ্বন্দ্ব কাকে বলে? দ্বন্দ্বের ভ্রামকের মান ও দিক কিভাবে নির্দেশ করা হয়? কোন্ অবস্থায় বিভিন্ন ভ্রামককে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক ধরা যায়? বস্তুর উপর একটি দ্বন্দ্বের ও একটি বলের ক্রিয়ার পার্থক্য কি?

What do you mean by a couple? How are the magnitude and direction of the moment of a couple determined? Under what circumstances different moments become positive and negative? What is the difference between the action of a force and that of a couple on body.

8. বস্তুর সাম্য অবস্থা ব'লতে কি বোঝায়? ক্রিয়াশীল বলের প্রভাবে বস্তুর সাম্য অবস্থার শর্তগুলি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। একটি রৈখিক সাম্যের ও অপরটিকে আবর্তন সাম্যের শর্ত বলা হয় কেন?

What do you mean by equilibrium of a body ? State and explain the conditions under which forces acting on a body maintain it in equilibrium. Why is one called the condition of translational equilibrium and the other that of rotational equilibrium ?

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. (a) ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্রের সংজ্ঞা লেখ। (b) তিনটি বলের সাম্যের শর্তাবলী কি লেখ। (c) একটি 10 cm., লম্বা দণ্ডের দুই প্রান্তে একটি 2 Kg এবং অপর একটি 5 Kg ভরের বস্তু রাখা হ'ল। (দণ্ডটির ওজন বাদ দিয়ে) বের কর কোন বিন্দুতে ঝুলিয়ে দিলে দণ্ডটি অনুভূমিক থাকবে।

(a) Define centre of mass and centre of gravity. (b) State the conditions of equilibrium of three forces : (c) A body of mass 2 Kg and another of 5 Kg are placed at the ends of a rod of length 10 cm. Find the position of balance neglecting the weight of the rod. [$\frac{20}{7}$ cm.] [*H.S.* (new) *1981*]

2. 50 Kg. ভরের এক ব্যক্তি 200 Kg. ভরের একটি নৌকোর মাঝখানে দাঁড়িয়ে আছে। তীর থেকে ব্যক্তির দূরত্ব 10 m.। সে তীরের দিকে 2 m. সরে এসে দাঁড়ায়। সে তীর থেকে কত দূরে থাকে? নৌকোর বেধ সর্বত্র সমান এবং নৌকো ও জলের মধ্যে কোন ঘর্ষণ নেই।

A man weighting 50 Kg. is standing at the centre of a boat of mass 200 Kg. The man who is at a distance of 10 m. from the shore, walks 2 m towards it and stops. How far will he be from the shore ? Assume the boat to be of uniform thickness and neglect friction between it and the water. [8·4 m.]

3. 2 gm., 3 gm., ও 5 gm. ভরের কণা যথাক্রমে $(2\vec{i}, -3\vec{j}, 4\vec{k})$, $(\vec{i}, 2\vec{j}, 3\vec{k})$ এবং $(3\vec{i}, \vec{j}, -\vec{k})$ বিন্দুতে অবস্থিত। ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।

Three particles of masses 2 gm, 3 gm, and 5 gm. are situated at the points $(2\vec{i}, -3\vec{j}, 4\vec{k})$, $(\vec{i}, 2\vec{j}, 3\vec{k})$ and $(3\vec{i}, \vec{j}, -\vec{k})$ respectively. Find the position of the centre of mass. [$2{\cdot}2\,\vec{i} + 0{\cdot}5\,\vec{j} + 1{\cdot}2\,\vec{k}$]

4. AB দণ্ডের দৈর্ঘ্য 120 cm. এবং ওজন 1·20 নিউটন। ইহা C ও D অবলম্বনের উপর অবস্থিত। দণ্ডের এক প্রান্ত থেকে C এর ও অপর প্রান্ত থেকে D এর দূরত্ব 10 cm.। A প্রান্ত থেকে 30 cm. দূরে 0·20 N ওজন এবং B প্রান্ত থেকে 40 cm. দূরে 0·90 N ওজন ঝোলে। প্রত্যেক অবলম্বনের উপর প্রতিক্রিয়া নির্ণয় কর।

A rod *AB*, 120 cm. long and weighing 1·20 newton rests on two supports *C* and *D* placed 10 cm. from each end of the rod respectively. A 0·20 newton weight hangs 30 cm. from *A* and a 0·90 newton hangs 40 cm. from *B*. Find the reactions at the support. [C বিন্দুতে প্রতিক্রিয়া = 1·03 newton
D " " = 1·27 newton]

5. একটি সুষম ধাতব নলের দৈর্ঘ্য 5 m এবং তার ভর 9 Kg. এই নলকে দুটি উল্লম্ব দড়ির সাহায্যে ঝোলানো হয়। একটি দড়ি নলের এক প্রান্ত থেকে 50 cm. দূরে এবং অপর দড়ি নলের আর এক প্রান্ত থেকে 150 cm. দূরে অবস্থিত। প্রত্যেক দড়ির টান নির্ণয় কর।

A uniform metal tube of length 5 m and mass 9 Kg is suspended horizontally by two vertical wires attached at 50 cm. and 150 cm. respectively from the ends of the tube. Find the tension in each wire. [30 ও 60 newton]

6. একজন পূর্ণবয়স্ক ব্যক্তি ও একজন বালক একটি সুষম দণ্ড কাঁধে নিয়ে 100 Kg ভার বহন করে। দণ্ডের দৈর্ঘ্য 10 m এবং ভর 8 Kg.। ঐ ভার কোথায় ঝোলালে ব্যক্তি বালকের দ্বিগুণ ভার বহন করে।

A man and a boy carry a load of 100 Kg by means of a uniform pole supported on their shoulders. The length of the pole is 10 m and its mass 8 Kg. Where should the load be suspended on the pole in order that the man can carry twice as much load as the boy? [বালক থেকে 6·8 cm. দূরে]

7. কোন তুলাযন্ত্রের দুই বাহু অসমান। এই তুলাযন্ত্রের এক তুলাপাত্রে একটি বস্তুর ভর 30 gm. এবং অপর তুলাপাত্রে 28 gm. বস্তুর প্রকৃত ভর কত?

In a balance of unequal arms the mass of a body when placed on one pan is 30 gm. and when placed on the other pan is 28 gm. what is the true weight of the body? [28·98 gm.]

8. কোন তুলা যন্ত্রের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 30 ও 33 cm.। ছোট বাহুর তুলা পাত্রে কোন বস্তুর আপাত ওজন 100 Kg.। ইহার প্রকৃত ওজন কত? এই তুলা যন্ত্রের সাহায্যে 100 gm. দ্রব্যের 50 Kg. ক'রে প্রতি তুলাপাত্রে ওজন ক'রে বিক্রয় ক'রলে কত ক্ষতি হয়?

The arms of a balance are 30 and 33 cm. long. The apparent weight of a body when placed on the pan towards smaller arm is 100 gm. What is the true, weight of the body? It this balance is used to sell 100 Kg. of a material keeping the weight of 50 Kg. alternately on each pan, what is the loss incurred?

[110 gm. ; $\frac{5}{11}$ Kg.]

9. একটি সুষম দণ্ডের দৈর্ঘ্য 8 m. ও ভর 4 Kg.। একটি 10 Kg. ভর ইহার এক প্রান্তে আটকালে সংস্থার ভারকেন্দ্র কোথায় হয়?

A uniform bar 8 m long has a mass 4 Kg. If a 10 Kg. mass is fastened to one end where will be the centre of mass of the system?

[10 Kg. ভর থেকে 1·14 m দূরে]

10. একটি সুষম বৃত্তাকার ডিস্কের ব্যাসার্ধ 10 cm. এই ডিস্ক থেকে 2 cm. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার অংশ কেটে নেওয়া হয়। ডিস্কের কেন্দ্র থেকে বৃত্তাকার অংশের কেন্দ্রের দূরত্ব 4 cm. হ'লে অবশিষ্ট অংশের ভরকেন্দ্র কোথায় হয়?

From a uniform circular disc of radius 10 cm. a circular piece of radius 2 cm. is cut out. If the centre of the circular piece is at 4 cm. from the disc, where will be the centre of mass of the remainder? [ডিস্কের কেন্দ্র থেকে $\frac{1}{6}$ cm. দূরে]

11. একটি দণ্ডের ওজন 300 Kg. এবং দৈর্ঘ্য 30 m.। ইহার ভারকেন্দ্র মোটা প্রান্ত থেকে 10 m. দূরে অবস্থিত। ইহার সরু প্রান্তে কত বল প্রয়োগ ক'রলে ইহার মধ্যবিন্দু হয় ইহার ভার কেন্দ্র?

A pole weighs 300 Kg. and is 30 m long. Its centre of gravity is 10 m from the thicker end. What force must be applied at the thinner end so that its centre of gravity is at its middle point? [100 Kg. wt.]

12. দু'টি কণার ভরকেন্দ্র উহাদের সংযোগকারী সরলরেখার উপর অবস্থিত একটি বিন্দু। দেখাও যে কোন কণা থেকে এই বিন্দুর দূরত্ব ও কণার ভর ব্যস্তানুপাতিক হয়।

13. কোন অর্ধ গোলাকার সমসত্ত্ব প্লেটের ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর।

14. 50 gm. ও 75 gm. ভরের দু'টি গোলকের কেন্দ্রদ্বয় পরস্পর থেকে 25 cm. দূরে অবস্থিত। এই দুই গোলকদ্বারা গঠিত সংস্থার ভর-কেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।

[50 gm. ভর থেকে 15 cm. দূরে]

15. একটি চোঙের ব্যাস 6 cm.। এই চোঙের উচ্চতা সর্বাপেক্ষা কত বেশি হ'লে 20° নতির কোন নততলের উপরে রাখলে উহা ঠিক উল্টোবে না ? [16.5 cm. (প্রায়)]

16. কাঁধের উপর একটি দণ্ডের দু'প্রান্ত রেখে দু'জন লোক 40 Kg. ভার দণ্ডে ঝুলিয়ে নিয়ে যায়। ভারটি একজন লোক থেকে 3 m দূরে ও অপর লোক থেকে 5 m দূরে থাকলে কে কত ভার বহন করে ? দণ্ডটির ওজন অগ্রাহ্য কর। [15 Kg. ও 25 Kg.]

17. 4 Kg. ওজনের এবং 600 cm. দীর্ঘ একটি মই এক প্রান্ত মসৃণ দেওয়ালে এবং অপর প্রান্ত মেঝেতে ঠেকিয়ে অনুভূমিকের সহিত 60° কোণে দাঁড়িয়ে আছে। দেওয়াল ও মেঝেতে প্রতিক্রিয়া বল কি হবে ? $\left[\frac{2}{\sqrt{3}}\text{ Kg.}\,;\ \sqrt{\frac{52}{3}}\text{ Kg.}\right]$

18. M ভরের একটি চাকা উল্লম্ব তলে আবর্তন ক'রে θ নতি কোণ বিশিষ্ট একটি নততল বরাবর নামতে পারে, প্রমাণ কর যে, চাকার পরিধিতে m ভরের কোন কণা আটকানো হ'লে চাকাটি সাম্য অবস্থায় থাকবে যদি $\sin\theta \leq \frac{m}{M+m}$ হয়। নততল বরাবর চাকার পিছলিয়ে যাবার সম্ভাবনা অগ্রাহ্য কর।

19. b বেধের একটি আয়তাকার দণ্ড a ব্যাসার্ধের চোঙের অমসৃণ বক্রতলের উপর সাম্য অবস্থায় আছে। প্রমাণ কর যে, $a > \frac{b}{2}$ হ'লে দণ্ডের সাম্য সুস্থির হবে।

20. একটি বল P নততল বরাবর ক্রিয়া ক'রে W ওজনের একটি বস্তুকে নততলের উপর স্থির রাখতে পারে। আবার অপর একটি বল Q নততলের ভূমির সমান্তরালে ক্রিয়া ক'রে ঐ বস্তুকে নততলের উপর স্থির রাখে। প্রমাণ কর, $\frac{1}{P^2} - \frac{1}{Q^2} = \frac{1}{W^2}$।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ

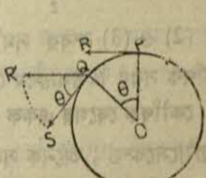
আবর্তগতি
(ROTATIONAL MOTION)

6·1. সমবৃত্তীয় গতি (Uniform Circular Motion) ঃ

আমরা বৃত্তাকার পথে বস্তুকে চ'লতে দেখি। কিন্তু বস্তুর সমবৃত্তীয় গতি কিভাবে সম্ভব? নিউটনের প্রথম গতি সূত্রানুযায়ী, বাইরে থেকে বল প্রয়োগ ক'রে বাধ্য করা না হ'লে সচল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরলরেখা বরাবর চ'লতে থাকে। বৃত্তাকার পথে বস্তু সমদ্রুতিতে চলে, কিন্তু পথ সরলরেখা না হ'য়ে বক্ররেখা হয়। ইহার কারণ কি? কারণ হিসেবে বলা যায় যে, বস্তুর উপর এমন কোন বল নিশ্চিত ক্রিয়া করে যার দরুন সরলরেখা বরাবর সমবেগ গতি বৃত্তাকার পথ বরাবর সমদ্রুতির গতিতে পরিণত হয়। এই বল তথা ত্বরণের দিক এমন হয় যে, বস্তুর দ্রুতির পরিবর্তন হয় না। ত্বরণ বেগের লম্বদিক বরাবর ক্রিয়া ক'রলে এরূপ হয় [চিত্র 109 । কারণ, একমাত্র সেক্ষেত্রেই বেগের দিকে ত্বরণের কোন উপাংশ থাকে না। ফলে বেগের দিক্ পরিবর্তিত হ'লেও ইহার মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

6·2. রেডিয়ান ঃ

কৌণিক মাপের (angular measurement) একক রেডিয়ান। **কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট চাপ ইহার কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে এক রেডিয়ান বলে।** রেডিয়ান দু'ই দৈর্ঘ্যের অনুপাত হওয়ায় ইহার কোন মাত্রা নেই। কাজেই, **পরিমাপের সব পদ্ধতিতেই রেডিয়ানের মান অপরিবর্তিত থাকে।** 109 নং চিত্রে PQ বৃত্তচাপ ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এর সমান দৈর্ঘ্যের হ'লে $\angle POQ=\theta=1$ রেডিয়ান। আবার বৃত্তের পরিধির দৈর্ঘ্য $=2\pi\times$ ব্যাসার্ধ হওয়ায় একটি বৃত্তে



চিত্র 109

2π রেডিয়ান কোণ থাকে। কাজেই, 2π রেডিয়ান $=360°$। আবার, $\pi=3·1416$ (প্রায়) হওয়ায় 1 রেডিয়ান $=57°·3$ (প্রায়)। তাহ'লে রেডিয়ান কোণের পরিমাপ $\theta=\dfrac{\text{বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য } (s)}{\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ } r)}$। অর্থাৎ $\theta=\dfrac{s}{r}$ ··· ···(1)

6·3 কৌণিক সরণ (Angular displacement) ঃ

কোন স্থির বিন্দুর চারপাশে আবর্তনকারী কোন কণাকে ঐ স্থির বিন্দুর সঙ্গে যুক্ত ক'রলে যে সরল রেখা পাওয়া যায় সেই সরল রেখা যে কোণে সরে যায় তাকে কণার **কৌণিক সরণ** বলে। দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেক কণার কৌণিক সরণ সমান হয় এবং ইহাকেই দৃঢ় বস্তুর **কৌণিক সরণ** বলে।

উদাহরণ (Example) :

100 cm. দৈর্ঘ্যের কোন দোলকের পিণ্ড 20 cm. বৃত্ত চাপে (arc) দোলে। যে কোণে দোলকটি দোলে তার পরিমাণ রেডিয়ানে এবং ডিগ্রীতে নির্ণয় কর।

সমাধান : $\theta = \frac{\text{চাপের দৈর্ঘ্য}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ radian.

1 ডিগ্রী $= \frac{\pi}{180}$ radian হওয়ায়, $\theta = \frac{1}{5} \times \frac{180}{\pi} = \frac{36}{3 \cdot 14} = 11^{\circ} \cdot 46$

6·4. কৌণিক বেগ (Angular velocity) :

কোন স্থির বিন্দুর চারপাশে আবর্তনকারী কোন কণাকে ঐ স্থির বিন্দুর সঙ্গে যুক্ত ক'রলে যে সরল রেখা পাওয়া যায় সেই সরল রেখা প্রতি সেকেন্ডে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ বস্তুর **কৌণিক বেগ** বলে। 109 নং চিত্রে OP ব্যাসার্ধ যে হারে (প্রতি সেকেন্ডে যত রেডিয়ান) আবর্তন করে তাই কণার **কৌণিক বেগ**। দৃঢ়বস্তুর প্রত্যেক কণার কৌণিক বেগ সমান হয় এবং ইহাকেই দৃঢ় বস্তুর কৌণিক বেগ বলে।

কাজেই, **কৌণিক বেগ** $\omega = \frac{\text{যে কোণে বস্তু ঘোরে } (\theta)}{\text{সময় অবকাশ } (t)}$

অর্থাৎ, $\omega = \frac{\theta \text{ রেডিয়ান}}{t \text{ সেকেন্ড}} \cdots \quad \cdots (2)$

আমরা জানি, রৈখিক বেগ $v = \frac{\text{দূরত্ব } (s)}{\text{সময় অবকাশ } (t)}$

অর্থাৎ, $v = \frac{s}{t} \cdots \quad \cdots \quad \cdots (3)$

(2) ও (3) নম্বর সমীকরণ তুলনা ক'রলে দেখা যায় যে, কৌণিক বেগ ω ও কৌণিক সরণ θ যথাক্রমে রৈখিক বেগ v ও রৈখিক সরণ s এর অনুরূপ।

কৌণিক বেগের একক ও দিক : কৌণিক বেগের একক রেডিয়ান/সেকেন্ড বা ডিগ্রী/সেকেন্ড ; অনেক সময় আবর্তন/মিনিট বা আবর্তন/সেকেন্ডও লেখা হয়। তবে 1 আবর্তন/সেকেন্ড = 60 আবর্তন/মিনিট = 2π রেডিয়ান/সেকেন্ড = 360°/সেকেন্ড।

কৌণিক বেগের দিক বরাবর একটি দক্ষিণাবর্ত স্ক্রু ঘোরালে ইহা যেদিকে যায় তাই কৌণিক বেগের দিক।

6·5. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের সম্পর্ক :

বস্তু বৃত্ত পথে একবার পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন ক'রলে 2π রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন হয়। আবার বস্তুর কম্পাঙ্ক n হ'লে উহা এক সেকেন্ডে n বার পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। অর্থাৎ বস্তু এক সেকেন্ডে $2\pi n$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং বস্তুর কৌণিক বেগ, $\omega = 2\pi n$

আবার, $n = \frac{v}{2\pi r}$ হওয়ায়, $\omega = 2\pi \times \frac{v}{2\pi r} = \frac{v}{r}$।

অতএব, $v = r\omega$। অর্থাৎ **রৈখিক বেগ = ব্যাসার্ধ × কৌণিক বেগ**।

আবার, উপরের (1) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী $s=r\theta$ ।

কাজেই, (3) নম্বর সমীকরণে s এর পরিবর্তে $r\theta$ লিখলে,

$v=\frac{r\theta}{t}=r\frac{\theta}{t}=r\omega$ [(2) নং সমীকরণের সাহায্যে] ··· ··· ···(4)

উদাহরণ (Example) ঃ

কোন কণা প্রতি মিনিটে বৃত্তাকার পথে 300 বার ঘুরলে ইহার কৌণিক বেগ কত হয় ? ঐ পথের ব্যাসার্ধ 4 m. হ'লে কণার রৈখিক বেগ কত হয় ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে প্রতিবার ঘোরার দরুন কণা 2π রেডিয়ান কোণ যায়। সুতরাং প্রতি মিনিটে 300 বার ঘোরায় মোট কোণ যায় 600π রেডিয়ান। অতএব, বস্তুর কৌণিক বেগ $=\frac{600\pi}{60}=10\pi$ radian/sec. আবার,

রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × পথের ব্যাসার্ধ $=10\pi\times4=40\pi$ m/sec.

6·6. কৌণিক ত্বরণ (Angular acceleration) ঃ

বৃত্ত পথে আবর্তনকারী বস্তুর দ্রুতিও পরিবর্তিত হ'তে পারে। এরূপক্ষেত্রে ঐ বস্তুর কৌণিক বেগেরও পরিবর্তন হয়। **বস্তুর কৌণিক বেগ বাড়ার হারকে বস্তুর কৌণিক ত্বরণ বলে।** বস্তুর কৌণিক বেগ কমার হারকে ঋণাত্মক **কৌণিক ত্বরণ** বা **কৌণিক মন্দন** বলে।

গাণিতিক ভাবে কৌণিক ত্বরণ (α) কে লেখা যায়

$$\alpha=\frac{\omega_2-\omega_1}{t_2-t_1} \quad \cdots \quad \cdots (5)$$

যেখানে ω_1 হ'ল t_1 সময়ে বস্তুর কৌণিক বেগ এবং ω_2 হ'ল t_2 সময়ে বস্তুর কৌণিক বেগ। (t_2-t_1) কে t দ্বারা সূচিত ক'রলে (5) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায় ঃ

$$\omega_2=\omega_1+\alpha t \cdots \cdots (6)$$

এই (6) নম্বর সমীকরণ রৈখিক গতির ক্ষেত্রে $v=u+ft$ সমীকরণের অনুরূপ। অবশ্য, রেডিয়ান এককে কোণ পরিমাপ করার জন্যই এমন হয়।

কোন অক্ষের চারপাশে ঘুরন্ত একটি চাকার পরিধির উপর কোন বিন্দুর রৈখিক ত্বরণ কে লেখা যায়,

$$f=\frac{v_2-v_1}{t}=\frac{r\omega_2-r\omega_1}{t}=r\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{t}\right)=r\alpha$$

এখানে ধরা হ'য়েছে যে t সময় অবকাশে বিন্দুর বেগ v_1 পরিবর্তিত হ'য়ে v_2 হয়। আর ω_1 ও ω_2 যথাক্রমে v_1 ও v_2 এর আনুষঙ্গিক কৌণিক বেগ।

$$\text{কাজেই,}\quad \left.\begin{aligned} s&=r\theta\\ v&=r\omega\\ f&=r\alpha \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(7)$$

এই (7) **নম্বর সমীকরণ** রৈখিক ও কৌণিক গতির পারস্পরিক সম্পর্ক প্রকাশ করে। এই সম্পর্কগুলিকে **রূপান্তর সমীকরণ** (*Transformation equations*) বলে।

6·7. অভিকেন্দ্র ত্বরণের বৈশিষ্ট্য ঃ

অভিকেন্দ্র ত্বরণ সর্বদা বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে। ফলে ত্বরণের মান অপরিবর্তিত থাকলেও দিক্ সর্বদা পরিবর্তিত হয় এবং ত্বরণ সর্বদাই বেগের সঙ্গে সমকোণে থাকে।

অভিকেন্দ্র ত্বরণের মান $r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$। বস্তুর কৌণিক বেগ ω স্থির থাকলে ইহা ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক হয় এবং রৈখিক দ্রুতি স্থির থাকলে ইহা ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক হয়। আবার ব্যাসার্ধ স্থির থাকলে অভিকেন্দ্র ত্বরণ কৌণিক বেগ বা রৈখিক দ্রুতির বর্গের সমানুপাতিক হয়।

গড় কৌণিক বেগ (*Average angular velocity*) ঃ কৌণিক ত্বরণ সহ ঘূর্ণত কোন বস্তু কোন নির্দিষ্ট সময়ে মোট যে কোণে আবর্তিত হয় তা নির্ণয় করার জন্য গড় কৌণিক বেগ নির্ণয় ক'রতে হয়। বস্তুর প্রাথমিক ও চূড়ান্ত কৌণিক বেগের গড়কে ইহার গড় কৌণিক বেগ বলে, অর্থাৎ

গড় কৌণিক বেগ $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ ...(8)

যেখানে ω_1 = বস্তুর প্রাথমিক কৌণিক বেগ ও $\omega_2 = t$ সময় পরে বস্তুর চূড়ান্ত কৌণিক বেগ।

t সময়ে বস্তু মোট θ কোণে ঘুরলে,

$\theta = \bar{\omega} t = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$ ...(9) [8 নং সমীকরণের সাহায্যে]

আবার (6) ও (9) নং সমীকরণ অনুযায়ী,

$\theta = \frac{\omega_1 + \omega_1 + \alpha t}{2} t = \omega_1 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ ...(10)

ও $\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\theta$ ...(11) [6নং সমীকরণকে বর্গ ক'রে]

(6), (9), (10) ও (11) এই চারটি সমীকরণকে আবর্তগতির **মূল সমীকরণ** (*basic equations*) বলে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কোন কণা 5 sec. এ 200 বার ঘোরে। উহার (i) কম্পাঙ্ক, (ii) কৌণিক দ্রুতি, (iii) পর্যায় কাল এবং (iv) 20° ঘুরতে প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (i) কম্পাঙ্ক $n = \frac{200}{5} = 40$ cycle/sec।

(ii) কৌণিক দ্রুতি $\omega = 2\pi n = 2\pi \times 40 = 80\pi$ radian/sec।

(iii) পর্যায় কাল $= \frac{1}{n} = \frac{1}{40}$ sec.

(iv) $180° = \pi$ radian হওয়ায় $20° = \frac{\pi}{180} \times 20 = \frac{\pi}{9}$ radian।

কাজেই, 20° ঘুরতে প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{\pi}{9 \times 80\pi} = \frac{1}{720}$ sec.।

2. একটি ডিস্ক 10 radian/sec² ত্বরণ নিয়ে ঘুরছে। (i) স্থির অবস্থা থেকে 4 sec পরে ডিস্ক কতবার ঘোরে? (ii) 4 তম সেকেন্ডে উহা কতবার ঘোরে?

সমাধান ঃ আমরা জানি $\theta=\omega t+\frac{1}{2}\alpha t^2=0+\frac{1}{2}\times 10\times(4)^2$

$$=80 \text{ radian}=\frac{80}{2\pi}=\frac{40}{3\cdot 14}=12\cdot 7 \text{ rev},$$

$t=3$ sec. হ'লে, $\omega_3=10\times 3=30$ rad/sec।

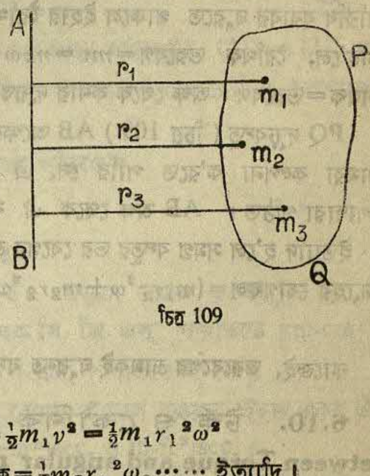
$t=4$ sec হ'লে, $\omega_4=10\times 4=40$ rad/sec.।

অতএব, $\theta=\frac{1}{2}(\omega_3+\omega_4)\,t=\frac{1}{2}(30+40)\times(4-3)$

$$=35 \text{ rad}=\frac{35}{2\pi}=5\cdot 57 \text{ rev.}$$।

6.8. জড়তা-ভ্রামক (Moment of inertia) ঃ

ধরা যাক্ PQ বস্তু AB অক্ষের চারপাশে ω কৌণিক বেগে ঘুরছে (চিত্র 109)। কল্পনা করা যায় যে, PQ বস্তু m_1, m_2, m_3,………ইত্যাদি ভরের অসংখ্য কণা দ্বারা গঠিত। ধরা যাক, AB অক্ষ থেকে কণাগুলির দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3,$……ইত্যাদি। বস্তু AB অক্ষের চারপাশে ঘুরলে m_1 ভরের কণা r_1 ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরবে। তাহ'লে m_1 ভরের কণার রৈখিক বেগ (v)



চিত্র 109

= উহার কৌণিক বেগ $(\omega)\times$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ (r_1)

অর্থাৎ $v=\omega r_1$

সুতরাং, m_1 ভরের কণার গতিশক্তি* $=\frac{1}{2}m_1v^2=\frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2$

অনুরূপভাবে, m_2 ভরের কণার গতিশক্তি $=\frac{1}{2}m_2r_2^2\omega_2$…… ইত্যাদি।

কাজেই, বস্তুর গতিশক্তি

$$E=\frac{1}{2}(m_1r_1^2)\omega^2+\frac{1}{2}(m_2r_2^2)\omega^2+\frac{1}{2}(m_3r_3^2)\omega^2+\cdots\cdots$$
$$=\frac{1}{2}(m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2+\cdots\cdots)\omega^2$$
$$=\frac{1}{2}(\Sigma mr^2)\omega^2=\frac{1}{2}I\omega^2$$

যেখানে $\Sigma mr^2=(m_1r_1^2+m_2r_2^2+\cdots\cdots)=I=$ বস্তুর জড়তা-ভ্রামক।

কাজেই, কোন অক্ষের উপর কোন দৃঢ়বস্তুর জড়তা ভ্রামক ঐ বস্তু যে সব কণা দ্বারা গঠিত তাদের নিজ নিজ ভর ও অক্ষ থেকে তাদের নিজ নিজ দূরত্বের বর্গের গুণফলগুলির সমষ্টি। ইহা কেবলমাত্র বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, ঘূর্ণাক্ষ থেকে ভরের দূরত্বের উপরও নির্ভর করে।

* সপ্তম পরিচ্ছেদে গতিশক্তি সম্পর্কে বিশেষভাবে আলোচনা করা হ'য়েছে।

6.9. কৌণিক ভরবেগ বা ভরবেগের ভ্রামক (Angular momentum or moment of momentum) ঃ

ঘূরন্ত কণা বা বস্তুর কৌণিক ভরবেগ ইহার কৌণিক বেগ এবং ঘূর্ণাক্ষের চারপাশে ইহার জড়তা-ভ্রামকের গুণফল।

(The angular momentum of a rotating body is the product of its moment of inertia about the axis of rotation and its angular velocity.)

ঘূর্ণন গতিতে বস্তুর জড়তা-ভ্রামককে I এবং ইহার কৌণিক বেগকে ω দ্বারা সূচিত ক'রলে বস্তুর কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega$ ... ... (12)

আমরা জানি যে, রৈখিক গতিতে কোন বস্তুর ভরবেগ ইহার ভর (m) এবং রৈখিক বেগ (v) এর গুণফল অর্থাৎ ভরবেগ $= mv$ ... ... (13)

m ভরের কোন কণা কোন অক্ষের চারপাশে r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকলে ইহার রৈখিক বেগ, $v = r\omega$, ω কণার কৌণিক বেগ। তাহ'লে, রৈখিক ভরবেগ $= mv = mr\omega$ ...... (14) ঐ অক্ষের উপর ভরবেগের ভ্রামক = ভরবেগ × অক্ষ থেকে কণার দূরত্ব $= m\omega r \cdot r = mr^2\omega$ ......(15)

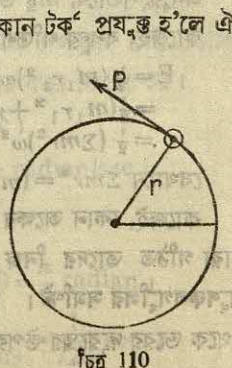
PQ দৃঢ়বস্তু (চিত্র 109) AB অক্ষের চারপাশে ω কৌণিক বেগে ঘুরতে থাকলে আমরা কল্পনা ক'রতে পারি যে, ঐ বস্তু $m_1, m_2, m_3, \cdots \cdots$ ইত্যাদি ভরের কণাদ্বারা গঠিত। AB অক্ষ থেকে ঐ কণাগুলির দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3 \cdots$ ... ইত্যাদি হ'লে সমগ্র বস্তুর ভর বেগের ভ্রামক = ইহার কণাগুলির ভরবেগের ভ্রামক সমূহের যোগফল $= (m_1r_1^2\omega + m_2r_2^2\omega + m_3r_3^2\omega + \cdots) = (\Sigma mr^2)\,\omega = I\omega$,

[15 নং সমীকরণের সাহায্যে]

কাজেই, **ভরবেগের ভ্রামকই ঘূরন্ত বস্তুর কৌণিক ভরবেগ।**

6.10. টর্ক ও কৌণিক ভরবেগের সম্পর্ক (Relation between Torque and angular momentum) ঃ

কোন অক্ষের চারপাশে ঘূরন্ত কোন বস্তুর উপর কোন টর্ক প্রযুক্ত হ'লে ঐ বস্তুতে উৎপন্ন ত্বরণ কেবলমাত্র বস্তুর আকারের উপর নির্ভর করে না। ইহা অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুর ভরের বণ্টন এবং ইহার ভরের উপরও নির্ভর করে। ধরা যাক, m ভরের কোন কণা r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরছে (চিত্র 110)। পরিধি বরাবর কণার ত্বরণ f হ'লে নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী, ইহার উপর বল $P = mf$ ... ... (16)



চিত্র 110

(16) নম্বর সমীকরণের উভয় দিককে r দ্বারা গুণ ক'রলে পাওয়া যায় $P \cdot r = mfr$

এই সমীকরণ প্রত্যেক কণার জন্য লিখলে এবং দু'দিক যোগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$\Sigma P.r = \Sigma mfr$ ... ... (17)

(17) নং সমীকরণের বাঁ দিকে $\Sigma P.r$ প্রযুক্ত টর্ক (G)।

তাহ'লে, $G = \Sigma mfr = \Sigma m\alpha r^2$ $[\because f = \alpha r]$

অতএব, $G = \alpha \Sigma mr^2 = I\alpha$ ... ... (18)

I = বস্তুর জড়তা ভ্রামক

কাজেই, প্রযুক্ত টর্ক = বস্তুর জড়তা ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ ... ... (19)

রৈখিক গতির বেলায় আমরা জানি যে,

প্রযুক্ত বল = বস্তুর ভর × রৈখিক ত্বরণ ... ... (20)

(19) ও 20 নং সম্পর্কদ্বয় অনুরূপ। আবার (5) নং সমীকরণ অনুযায়ী,

$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$; অতএব $\frac{G}{I} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$ [18 নং থেকে]

কাজেই, $Gt = I(\omega_2 - \omega_1)$ ... ... (21)

রৈখিক গতির বেলায় আমরা জানি যে, $P.t = mv_2 - mv_1$ ... ... (22)

যেখানে $P.t$ = আবেগ ও $mv_2 - mv_1$ = ভরবেগের পরিবর্তন, (21) ও (22) নং সমীকরণ তুলনা ক'রে বলা যায় যে, কৌণিক আবেগ = Gt ও কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন = $I\omega_2 - I\omega_1$

অর্থাৎ **কৌণিক আবেগ = কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন**

আবার যেহেতু, $G = \frac{mv - mu}{t}$,

টর্ক = কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার।

জড়তা ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগের একক ঃ জড়তা ভ্রামক কতকগুলি ভর ও দূরত্বের গুণফলের সমষ্টি হওয়ায় ইহার একক **সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে** gm-cm², এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে Kg-m² ও এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে lb-ft²।

কৌণিক ভরবেগ জড়তা ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফল হওয়ায় ইহার একক ঐ তিন পদ্ধতিতে যথাক্রমে gm-cm²/sec., Kg-m²/sec. ও lb-ft²/sec.।

আবর্তগতিতে জড়তা ভ্রামক বস্তুর জড়তার পরিমাপ ঃ আমরা জানি যে, রৈখিক গতিতে বস্তুর ভরই ইহার জাড্যের পরিমাপ। আবর্তগতিতে $G = I.\alpha$ সম্পর্কের সাথে রৈখিক গতিতে $P = mf$ সমীকরণ তুলনা ক'রে বলা যায় যে, আবর্তগতির টর্ক G রৈখিক গতির বল P, কৌণিক ত্বরণ α রৈখিক ত্বরণ f এবং জড়তা ভ্রামক I রৈখিক গতির ভর m এর অনুরূপ। কাজেই, রৈখিক গতিতে ভর যে ভূমিকা নেয়, আবর্তগতিতে জড়তা ভ্রামকও সেই ভূমিকা নেয়। সুতরাং ঘূর্ণন গতিতে জড়তা ভ্রামকই জড়তার পরিমাপ।

জড়তা ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগের একক ঃ জড়তা ভ্রামকের একক সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে গ্রাম-সে. মি.², এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে কিলোগ্রাম-মিটার² ও এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে পাউন্ড-ফুট²।

এই তিন পদ্ধতিতে কৌণিক ভরবেগের একক যথাক্রমে গ্রাম সে. মি.^{2}/সেকেন্ড, কিলোগ্রাম. মি.^{2}/সেকেন্ড ও পাউন্ড ফুট^2/সেকেন্ড।

6.11. বস্তুর আবর্ত গতির সূত্র ঃ

প্রথম সূত্র ঃ **বাইরে থেকে কোন টর্ক প্রযুক্ত না হ'লে একটি ঘূরন্ত বস্তু চিরকাল স্থির অক্ষের চারপাশে ঘুরতে থাকে।**

দ্বিতীয় সূত্র ঃ **কোন ঘূরন্ত বস্তুতে একটি অচর টর্ক নির্দিষ্টমানের কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। ত্বরণের দিক্ টর্কের দিকে হয় এবং উহার মান বস্তুর জড়তা ভ্রামকের ব্যস্তানুপাতিক ও টর্কের সমানুপাতিক হয়।**

তৃতীয় সূত্র ঃ **যখন কোন বস্তু অপর এক বস্তুর উপর টর্ক প্রয়োগ করে তখন দ্বিতীয় বস্তু প্রথম বস্তুর উপর সমান ও বিপরীত টর্ক প্রয়োগ করে।**

6.12. কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র (Law of conservation of angular momentun) ঃ

বস্তুর আবর্ত গতির প্রথম সূত্র, কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র। (21) নম্বর সমীকরণে $G=0$ হ'লে,

$$0=I\omega_2-I\omega_1$$

$$\text{অথবা, } I\omega_2=I\omega_1 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (23)$$

অর্থাৎ চূড়ান্ত কৌণিক ভরবেগ এবং প্রাথমিক কৌণিক ভরবেগ পরস্পর সমান হয়। কাজেই,

বহিঃস্থ টর্কের মান শূন্য হ'লে বস্তুর কৌণিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে (*When the resultant external torque acting upon a body is zero, the total angular momentum of the body remains constant*)। ইহাই **কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র।**

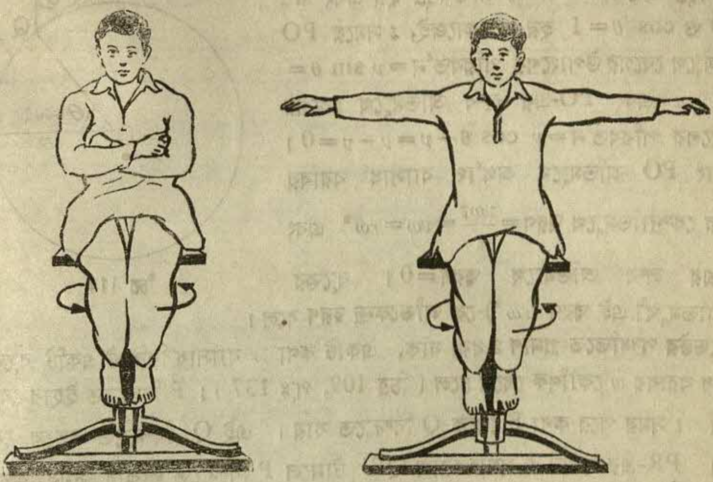
কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্রের উদাহরণ ঃ

(i) একটি ঘূর্ণন-চেয়ারে কোন ব্যক্তিকে দাঁড় করিয়ে চেয়ারকে ঘুরিয়ে দেওয়া হয়।

ঘোরার সময় ব্যক্তি উহার দু'হাতকে প্রসারিত ক'রলে ঘূর্ণন অক্ষের উপর উহার জড়তা ভ্রামকের মান বাড়ে। জড়তা ভ্রামক × কৌণিক বেগ ধ্রুবক থাকায় ব্যক্তির কৌণিক বেগ কমে। আবার ব্যক্তি দু'হাত গুটিয়ে রাখলে উহার জড়তা ভ্রামকের মান কমে এবং কৌণিক বেগ বাড়ে (চিত্র 113)।

(ii) সমুদ্রের জোয়ার-ভাঁটা কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্রের প্রাকৃতিক উদাহরণ। নিজ অক্ষের চারপাশে আবর্তন রত পৃথিবীর উপর টর্ক উৎপন্নকারী বহিঃস্থ বলকে অগ্রাহ্য করা যায়। সেই কারণে ইহার কৌণিক ভরবেগ সব সময়েই অপরিবর্তিত থাকে। চন্দ্রের আকর্ষণে চন্দ্রের ঠিক নীচে অবস্থিত সমুদ্রের জল ফুলে ওঠে। তাই ভূ-পৃষ্ঠে বস্তু-বণ্টনের পরিবর্তন ঘটে এবং ঘূর্ণন অক্ষের উপর পৃথিবীর

জড়তা ভ্রামকের মান বাড়ে। কাজেই, উহার কৌণিক বেগের মান কমে। এই কারণেই ভাঁটার সময় পৃথিবীর আবর্তন গতি কম হয়।



চিত্র 113

উদাহরণ ঃ m ভরের কোন কণাকে দড়ির এক প্রান্তে বেঁধে ঘোরানো হয়। দড়ির দৈর্ঘ্য r_1 হ'লে বস্তু কণা v_1 বেগে ঘোরে। দড়ির দৈর্ঘ্য ছোট ক'রে r_2 করা হ'লে কণার রৈখিক বেগ v_2 এবং কৌণিক বেগ ω_2 কত হয় ?

সমাধান ঃ দড়ির জন্য কণার উপর বল ব্যাসার্ধ বরাবর হওয়ায় দড়িকে ছোট ক'রলেও কৌণিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে। অতএব,

প্রাথমিক কৌণিক ভরবেগ = চূড়ান্ত কৌণিক ভরবেগ

অতএব, $mv_1r_1 = mv_2r_2$

অথবা, $v_2 = v_1\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$

দড়ির দৈর্ঘ্য যখন r_1 তখন কণার কৌণিক বেগ ω_1 হলে $v_1 = r_1\omega_1$। আবার অনুরূপভাবে $v_2 = r_2\omega_2$। অতএব

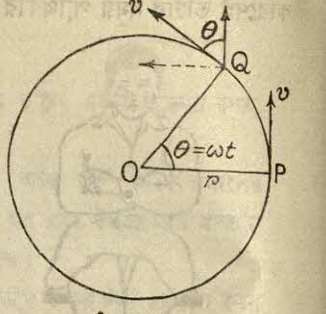
$$mr_1^2\omega_1 = mr_2^2\omega_2 \text{ এবং } \omega_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1$$

$r_1 > r_2$ হওয়ায় দড়ির দৈর্ঘ্য ছোট ক'রলে কণার কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পায়।

6.13. অভিকেন্দ্র ত্বরণ (Centripetal acceleration) ঃ

ধরা যাক, একটি কণা r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর ω কৌণিক বেগে চলে (চিত্র 114)। ইহা শূন্য সময়ে P বিন্দুতে ও t সময়ে Q বিন্দুতে থাকে। এই দুই বিন্দুতে কণার রৈখিক বেগের মান $v = \omega r$ অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু বেগের দিক OP এবং OQ-এর সমকোণে থাকায় $\theta = \omega t$ কোণে ঘুরে যায়। P বিন্দুতে PO অভিমুখে বেগের উপাংশ

=0 ও ইহার লম্ব অভিমুখে বেগের উপাংশ $=v$ আবার Q বিন্দুতে এই দুই উপাংশ যথাক্রমে $v \sin \theta$ ও $v \cos \theta$। t অতিক্ষুদ্র হ'লে θ বা ωt অতিক্ষুদ্র হয় এবং $\sin \theta = \theta$ ও $\cos \theta = 1$ হয়। কাজেই, t সময়ে PO অভিমুখে বেগের উপাংশের পরিবর্তন $= v \sin \theta = v\theta = v\omega t$ এবং PO-এর লম্ব অভিমুখে বেগের উপাংশের পরিবর্তন $= v \cos \theta - v = v - v = 0$। সুতরাং PO অভিমুখে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ত্বরণ $= \frac{v\omega t}{t} = v\omega = r\omega^2$ এবং PO-এর লম্ব অভিমুখে ত্বরণ $=0$। বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখী এই ত্বরণ ($r\omega^2$)-কে **অভিকেন্দ্র ত্বরণ** বলে।

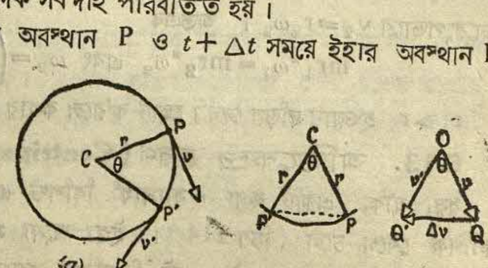


চিত্র 114

ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ : ধরা যাক, একটি কণা r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর ω কৌণিক বেগে চলে (চিত্র 109, পৃঃ 137)। P বিন্দুতে ইহার বেগ, $\overrightarrow{PR}$। t সময় পরে কণা P থেকে Q বিন্দুতে যায়। এই Q বিন্দুতে বস্তুর বেগ $\overrightarrow{QS}$। PR-এর সমান ও সমান্তরাল QR′ টানলে P বিন্দুতে থাকার সময় কণার বেগ $\overrightarrow{QR'}$ ও Q বিন্দুতে থাকার সময় কণার বেগ $\overrightarrow{QS}$। কাজেই, P থেকে Q বিন্দুতে গেলে কণার বেগের পরিবর্তন হয় $\overrightarrow{R'S}$। $\angle POQ (=\theta)$-এর মান খুব কম হওয়ায় $PQ = r\theta$ ও $R'S = SQ.\theta = v\theta$ যেখানে কণার বেগের মান $SQ = v$। আবার $t = \frac{PQ}{v} = \frac{r\theta}{v}$। এই সময়ে বস্তুর বেগের পরিবর্তন $= \overrightarrow{R'S} = v\theta$। তাহ'লে বস্তুর ত্বরণ $f = \frac{R'S}{t} = \frac{v\theta}{t} = \frac{v^2}{r}$। P ও Q বিন্দু খুব কাছাকাছি হওয়ায় R′S ও QO সমান্তরাল। কাজেই, Q বিন্দুতে কণার কেন্দ্রাভিমুখী ত্বরণ $f = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ [$\because v = r\omega$]। সুতরাং, আবর্তগতিতে কণার বেগের মান অপরিবর্তিত থাকলেও দিক পরিবর্তিত হওয়ায় ইহাতে ত্বরণ সৃষ্টি হয়, ইহাকে অভিকেন্দ্র ত্বরণ বলে।

ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে প্রমাণ : সমবৃত্তীয় গতিতে কণার বেগের মানের পরিবর্তন হয় না, কিন্তু ইহার দিক সর্বদাই পরিবর্তিত হয়।

ধরা যাক, t সময়ে কণার অবস্থান P ও $t + \Delta t$ সময়ে ইহার অবস্থান P′ [চিত্র 115 (a)]। P বিন্দুতে কণার বেগ $\vec{v}$ যা এই বিন্দুতে বক্ররেখার একটি ভেক্টর স্পর্শক (vector tangent)। অনুরূপভাবে P′ বিন্দুতে কণার বেগ $\vec{v'}$ যা এই বিন্দুতে বক্ররেখার একটি ভেক্টর স্পর্শক।



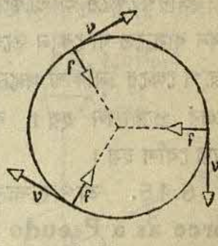
চিত্র 115

কণার দ্রুতি অপরিবর্তিত থাকায় $\vec{v}$ ও $\vec{v'}$-এর মান সমান, কিন্তু দিক একই নয়। Δt

সময়ে কণা PP′ চাপ যায়। কণার বেগের মান v হ'লে PP′ চাপ $= v\Delta t$। 115 (b) চিত্রে $\vec{v}$ ও $\vec{v'}$-কে এমনভাবে আঁকা হয় যাতে ইহাদের মূল বিন্দু একই হয়। P বিন্দু থেকে P′ বিন্দুতে যাওয়ায় কণার বেগের পরিবর্তন $= \Delta\vec{v}$। $\vec{v}$, $\vec{v'}$ ও $\Delta\vec{v}$ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ এবং PP′ জ্যা, CP ব্যাসার্ধ ও CP′ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ সমান শীর্ষকোণ বিশিষ্ট সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হওয়ায় ইহারা সদৃশ। কাজেই, $\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{r}$ (প্রায়) [জ্যা PP′ = চাপ PP′ ধ'রলে]। Δt যত কম হয় ততই জ্যা ও চাপ পরস্পর সমান হয়। আবার Δt কম হ'লে $\Delta\vec{v}$ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখী হয়। কাজেই,

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \text{ (প্রায়) ও } f = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} = \text{অভিকেন্দ্র ত্বরণ।}$$

116 নং চিত্রে বৃত্তপথের বিভিন্ন বিন্দুতে $\vec{v}$ ও $\vec{f}$ এর তাৎক্ষণিক সম্পর্ক দেখানো হয়েছে। $\vec{v}$-এর মান অপরিবর্তিত থাকে, কিন্তু ইহার দিক সর্বদাই পরিবর্তিত হয়। এই কারণে কণায় $\vec{f}$ ত্বরণ সৃষ্টি হয়। এই ত্বরণের মান ধ্রুবক (কিন্তু শূন্য নয়)। কিন্তু ইহার দিকও সর্বদাই পরিবর্তিত হয়। $\vec{v}$ সর্বদাই বৃত্তের স্পর্শক বরাবর এবং $\vec{f}$ সর্বদাই ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রাভিমুখী। সেইজন্য $\vec{f}$-কে অভিকেন্দ্র ত্বরণ বলে।



চিত্র 116

6.14. অভিকেন্দ্র ও অপকেন্দ্র বল (Centripetal and Centrifugal forces) ঃ

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র থেকে আমরা জানি যে, কোন বস্তুর ত্বরণ থাকলে ঐ বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করে। এই বলের পরিমাণ = ভর × ত্বরণ।

কোন বস্তু v রৈখিক বেগে বৃত্ত পথে ঘুরতে থাকলে ঐ পথের কেন্দ্রের দিকে বস্তুর ত্বরণ হয় $\frac{v^2}{r}$, যেখানে r = বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ। সুতরাং, বৃত্ত পথের কেন্দ্রের দিকে বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করে। এই বলের পরিমাণ = ভর × ত্বরণ $= m\frac{v^2}{r}$ যেখানে m = বস্তুর ভর। এই বল বৃত্ত পথের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করায় এই বলকে অভিকেন্দ্র বল বলে। অর্থাৎ **যে বল সর্বদা বস্তুর বেগের উপর লম্বভাবে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে ক্রিয়া করে এবং ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র ক'রে বস্তু সম বৃত্তগতিতে ঘোরে তাকে অভিকেন্দ্র বল বলে।**

নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্রানুযায়ী প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া থাকে। সুতরাং বলা যায় যে, অভিকেন্দ্র বলেরও সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে। ঘুরন্ত বস্তু এই প্রতিক্রিয়া উৎপন্ন করে এবং ইহা বৃত্ত পথের কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে অর্থাৎ অভিকেন্দ্র বলের বিপরীত মুখে ক্রিয়া করে। এই প্রতিক্রিয়া বলকে **'অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল'** বলে। ইহার মানও হয় $\frac{mv^2}{r}$।

মনে রাখতে হবে যে, এই অপকেন্দ্র বল **প্রতিক্রিয়া বল**। অভিকেন্দ্র বল না থাকলে এই অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলও থাকে না।

একখন্ড সুতোর ডগায় ঢিল বেঁধে ঘোরাবার সময় হাতে টান লাগে। এই টান বা বলই অভিকেন্দ্রিক বল। এই টানের বিপরীত টানই ঢিলকে সুতো বরাবর টেনে রাখে। এই বিপরীত টান বা বলই অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল।

অভিকেন্দ্র বল—যান্ত্রিক টান, মহাকর্ষীয় বল, চৌম্বক বল বা তড়িতীয় বল হ'তে পারে। পৃথিবী সূর্যের চারপাশে ঘোরে। এক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল মহাকর্ষীয় বল। পরমাণুর মধ্যে ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের চারপাশে ঘোরে। এক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল তড়িতীয় বল।

প্রশ্ন ঃ অভিকেন্দ্র বল কি অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়ার চেয়ে বেশি হ'তে পারে ?

আদর্শক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল ও অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া সমান হয়। কিন্তু কোন বস্তু যখন বায়ুতে বা কোন তলে বৃত্ত পথে ঘোরে তখন ইহার উপর ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এরূপ ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট মানের অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়ার জন্য বেশি পরিমাণ অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন হয়। কাজেই, এই অবস্থায় অভিকেন্দ্র বল অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়ার চেয়ে বেশি হয়।

6.15. অপকেন্দ্র বল একটি অলীক বল (Centrifugal force as a Pseudo force) ঃ

বস্তুর পারস্পরিক ক্রিয়ার দরুন উদ্ভূত বলকে **যথার্থ** বা **বাস্তব** বল বলে। অপকেন্দ্র বল এরূপ বল নয়। ঘূর্ণ্যমান নির্দেশ তন্ত্রে অপকেন্দ্র বলের উৎপত্তি ঘটে। নির্দেশ তন্ত্রের ঘূর্ণনই এই বলের উৎপত্তির কারণ। এই কারণে অপকেন্দ্র বল **অলীক বল**। স্থির নির্দেশ তন্ত্রে এই বল থাকে না।

ব্যক্তি নিজে স্থির থেকে কোন কণাকে বৃত্তপথে ঘুরতে দেখলে কেবলমাত্র অভিকেন্দ্র বলের অস্তিত্বই সে বুঝতে পারে। ঘূর্ণ্যমান কণার কৌণিক বেগে ঘুরছে এমন কোন নির্দেশ তন্ত্র থেকে দেখলে সে কণাকে স্থির অবস্থায় দেখে। এই ঘটনা তাকে ব্যাখ্যা ক'রতে বললে সে বলবে যে, বাস্তব অভিকেন্দ্র বলকে নিশ্চয়ই সমান ও বিপরীত কোন বল প্রশমিত করে। এই বলই **অপকেন্দ্র বল**। ইহার মান অভিকেন্দ্র বলের সমান।

ঘূর্ণ্যমান নির্দেশ তন্ত্রে নিউটনের গতিসূত্রের রূপ অপরিবর্তিত রাখার জন্য অপকেন্দ্র বলের অবতারণা করা হয়। ঘূর্ণ্যমান নির্দেশ তন্ত্র অজড়ত্বীয়। নিউটনের গতিসূত্রের মূল রূপ কেবলমাত্র জড়ত্বীয় নির্দেশ তন্ত্রে প্রযোজ্য হয়।

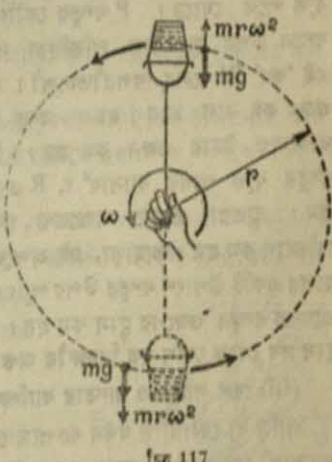
পৃথিবী উত্তর-দক্ষিণ অক্ষে পশ্চিম থেকে পূবে প্রতিদিন এক পাক ঘোরে। এই ঘোরার কৌণিক বেগ $\omega = \frac{2\pi}{86164} = 7{\cdot}292 \times 10^{-5}$ radian/sec। এই কারণে পৃথিবী পৃষ্ঠে কোন m ভরের বস্তুর উপর $m\omega^2 R$ পরিমাণ অপকেন্দ্র বল ক্রিয়া করে, R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। এই অপকেন্দ্র বলের অভিমুখ হয় পৃথিবীর অক্ষের অভিলম্বভাবে অক্ষ থেকে বাইরের দিকে। বিষুব রেখায় এই বলের মান সব থেকে বেশি হয়। অক্ষাংশ বাড়লে ইহার মান কমে এবং মেরুতে ইহার মান শূন্য হয়।

ভূ-পৃষ্ঠে কোন বস্তুর প্রকৃত ওজন mg হ'লে অপকেন্দ্র বলের জন্য ইহার ওজন হয় $m\times$(কেবলমাত্র পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য কণার ত্বরণ (g) − অপকেন্দ্র বলের ক্রিয়ায় কণার ত্বরণ)। যে ত্বরণ আমরা মাপি তা $g_e = g$ − অপকেন্দ্র বলের ক্রিয়ায় কণার ত্বরণ। পৃথিবীর উত্তর গোলার্ধে g_e এর ক্রিয়া রেখা ভূ-কেন্দ্রের দক্ষিণ দিকে অবস্থিত। ভূ-পৃষ্ঠে অপকেন্দ্র বলের জন্য কণার ত্বরণ $= 3{\cdot}39$ cm/sec^2 এবং $g_e = 980$ cm/sec^2 (প্রায়)।

অপকেন্দ্র বলের একটি উদাহরণ :

একটি বালতিতে জল নিয়ে ইহার হাতলে দড়ি বাঁধা হয়। দড়ি সাহায্যে বালতিকে উল্লম্বতলে ঘোরালে (চিত্র 117) দেখা যায় যে, গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বালতি উল্টিয়ে গেলেও জল পড়ে না।

ধরা যাক জলের ভর m, বালতির সম-কৌণিক বেগ ω এবং গতি পথের ব্যাসার্ধ r। তাহ'লে $mr\omega^2$ পরিমাণ অভিকেন্দ্র বল জলের উপর ক্রিয়া করে। সর্বোচ্চ বিন্দুতে জলের ওজন ও বালতির প্রতিক্রিয়া একসঙ্গে অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করে। যদি $mr\omega^2$ পরিমাণ অভিকেন্দ্র বল জলের ওজন mg এর চেয়ে বেশি হয় তাহ'লে সর্বোচ্চ বিন্দুতে বালতির তলায় জলের উপর $mr\omega^2 - mg$ পরিমাণ বল প্রতিক্রিয়া (R) হিসেবে ক্রিয়া করে। কাজেই জল পড়ে না। আবার গতিপথের নিম্নতম বিন্দুতে $R = mr\omega^2 + mg$ কেননা অভিকেন্দ্র বল ও ওজনের বিরুদ্ধ বল বালতির প্রতিক্রিয়া দ্বারা সরবরাহিত হয়। কিন্তু $mr\omega^2 < mg$ হ'লে সর্বোচ্চ বিন্দুতে বা তার আগে বালতি ও জল অভিকেন্দ্র বলের তুলনায় বেশি নিম্নমুখী বল সৃষ্টি করে। ফলে জল ও বালতি পড়ে যায়।



চিত্র 117

বালতির সঙ্গে কোন ব্যক্তি একই বেগে ঘুরতে থাকলে সে বালতি ও জলকে স্থির দেখে। তার মনে হয় জলের উপর $mr\omega^2$ পরিমাণ অপকেন্দ্র বল ক্রিয়া করে। এই বল mg এর তুলনায় বেশি হ'লে জল সর্বোচ্চ বিন্দুতেও পড়ে না।

6·16. অভিকেন্দ্র বল ও ইহার প্রতিক্রিয়ার কয়েকটি উদাহরণ :

(i) মোটামুটি ভাবে বৃত্ত পথে গ্রহগুলি সূর্যের চারপাশে ঘোরে। এক্ষেত্রে অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল 'মহাকর্ষীয় বল'। এই 'মহাকর্ষীয় বল' গ্রহের উপর সূর্যের আকর্ষণের জন্য উৎপন্ন হয়।

ধরা যাক, M = সূর্যের ভর, m = গ্রহের ভর,

v = গ্রহের বেগ, r = গ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ।

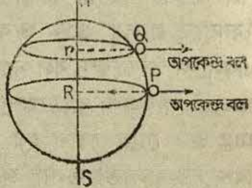
তাহ'লে অভিকেন্দ্র বল $= m\frac{v^2}{r}$ এবং মহাকর্ষীয় বল $= G\frac{Mm}{r^2}$।

অতএব, $G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$। সুতরাং, $M = \frac{v^2r}{G} = \frac{r^2\omega^2r}{G} = \frac{\omega^2r^3}{G}$।

গ্রহের গতি লক্ষ্য ক'রে ω এর মান নির্ণয় করা যায়। অতএব, r ও G জানা থাকলে **সূর্যের ভর** M নির্ণয় করা যায়।

(ii) **পৃথিবীর আহ্নিক গতির দরুন বস্তুর ওজন হ্রাস** (*Loss of weight of a body due to earth's rotation*):

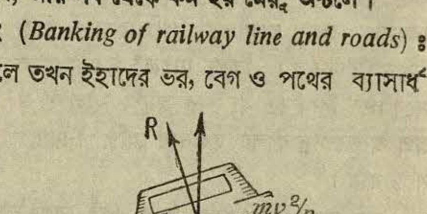
পৃথিবী NS অক্ষের চারপাশে ঘোরে। তাই দিন রাত্রি হয়। ধরা যাক, নিরক্ষীয় অঞ্চলে পৃথিবী পৃষ্ঠে m ভরের কোন বস্তু P আছে। এই বস্তুকে পৃথিবী আপন কেন্দ্রের দিকে W বলে আকর্ষণ করে। পৃথিবীর ঘোরার জন্য P বস্তুও বৃত্ত পথে ঘোরে। P বস্তুর কৌণিক বেগ ω এবং বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ R হ'লে বস্তুর উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল $= mR\omega^2$। এই 'বল' W বলের বিপরীতমুখী। অতএব, বস্তুর ওজন কম বলে মনে হয়। বস্তু Q অবস্থানে থাকলেও উহার ওজন কম হয়। কিন্তু এখানে বস্তুর বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ r, R এর চেয়ে অনেক কম। সুতরাং এক্ষেত্রে অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলের পরিমাণ কম হয়। তাছাড়া, এই অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলের একটি উপাংশ বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের বিপরীতমুখী হয়। সুতরাং এক্ষেত্রে বস্তুর ওজনের হ্রাস কম হয়। অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলের জন্য **বস্তুর ওজনের হ্রাস সব থেকে বেশি হয় নিরক্ষীয় অঞ্চলে, আর সব থেকে কম হয় মেরু অঞ্চলে।**



চিত্র 118

(iii) **রেল লাইন ও রাস্তার ব্যাঙ্কিং** (*Banking of railway line and roads*):

গাড়ি বা রেলগাড়ি যখন বক্রপথে চলে তখন ইহাদের ভর, বেগ ও পথের ব্যাসার্ধ অনুযায়ী অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন হয়। এরূপ ক্ষেত্রে গাড়ির উপর তিনটি বল ক্রিয়া করে—(a) গাড়ির ওজন *mg* যেখানে গাড়ির ভর *m* ও অভিকর্ষজ ত্বরণ *g*, (b) রাস্তার লম্ব প্রতি ক্রিয়া R এবং (c) অভিকেন্দ্র বল। অনুভূমিক পথে সাধারণ গাড়ির ক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল গাড়ির টায়ার ও পথের ঘর্ষণ থেকে আসে।



চিত্র 119

রেলগাড়ির ক্ষেত্রে চাকার উপর লাইনের প্রতিক্রিয়ার আড়াআড়ি উপাংশ অভিকেন্দ্র বল হিসেবে কাজ করে। এই উপাংশ বেশি হ'লে ও গাড়ির বেগ অত্যন্ত অধিক হ'লে

গাড়ি উল্টিয়ে যায়। এই অসুবিধা দূর করার জন্য পথের বক্রতা-কেন্দ্রের দিকের পাশ নীচু ও অন্যপাশ উঁচু করা হয়। ইহাকে **ব্যাঙ্কিং** বলে।

119নং চিত্রে এইরূপ হেলন পথে একটি v বেগে গতিশীল গাড়ি দেখানো হ'য়েছে। ধরা যাক রাস্তার তল অনুভূমিক তলের সঙ্গে θ কোণে আনত। গাড়ির ওজন mg খাড়াভাবে নীচের দিকে ক্রিয়া করে। গাড়ির উপর রাস্তার প্রতিক্রিয়া (R) রাস্তার উপর লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে। ইহার অনুভূমিক উপাংশ $R \sin \theta$ গাড়ির অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করে এবং উল্লম্ব উপাংশ $R \cos \theta$ গাড়ির ওজন mg কে প্রশমিত করে। কাজেই লেখা যায়।

$R \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$ যেখানে r বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ

এবং $R \cos \theta = mg$।

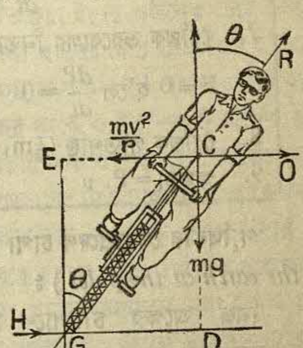
অতএব, $$\tan \theta = \frac{R \sin \theta}{R \cos \theta} = \frac{v^2}{rg} \quad \cdots \cdots \cdots \text{(i)}$$

(i) নম্বর সমীকরণ থেকে **হেলন কোণ** (*angle of banking*) θ এর মান পাওয়া যায়।

রেলগাড়ির ক্ষেত্রে বক্রপথের বাইরের দিকের লাইন উঁচু করে হেলন কোণের মান ঠিক রাখা হয়।

অনুভূমিক পথে অর্থাৎ ব্যাঙ্কিং নেই এমন বৃত্তপথে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীকে সাইকেল সমেত বক্রতা কেন্দ্রের দিকে হেলতে হয়। এ সম্পর্কে বিশদ-ভাবে নীচে আলোচনা করা হ'ল।

(iv) **সাইকেলের সমবৃত্তীয় গতি** (*Uniform circular motion of a cycle*) **:** ভূ-পৃষ্ঠের উপরে G বিন্দুতে বৃত্ত পথে একটি সাইকেল সমদ্রুতিতে যায় (চিত্র 120)। এই সাইকেল ও ইহার চালকের ভারকেন্দ্র C বিন্দুতে অবস্থিত। বৃত্ত পথে ঘোরার সময় চালক পথের কেন্দ্রের দিকে হেলে থাকে।



চিত্র 120

ধরা যাক, GE লম্বরেখার সঙ্গে θ কোণে চালক GC বরাবর হেলে যায়। GC রেখা, চালকসহ গাড়ির অক্ষ। ধরা যাক, গাড়িসহ চালকের ভর m। অতএব, উহাদের ওজন (mg) C বিন্দুতে CD রেখা বরাবর C থেকে D এর দিকে ক্রিয়া করে। গাড়িসহ চালক v বেগে r ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে হেলে থাকলে উহার উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল $= \frac{mv^2}{r}$। এই বল অনুভূমিক দিকে CE বরাবর ক্রিয়া করে। আবার ভূপৃষ্ঠের প্রতিক্রিয়া R, GC বরাবর ক্রিয়া করে। এই R এর অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে $R \sin \theta$ ও $R \cos \theta$। সমগ্র সংস্থার (system) সাম্য অবস্থায়,

$$R \cos \theta = mg \cdots \text{(i)}$$

$$R \sin \theta = \frac{mv^2}{r} \cdots \cdots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{g.\,r}, \quad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}\frac{v^2}{g.\,r}\text{।}$$

সুতরাং, r ব্যাসার্ধের পথে v দ্রুতিতে চলন্ত সাইকেলের চালক গাড়িসহ ঐ পথের কেন্দ্রের দিকে $\tan^{-1}\frac{v^2}{g.\,r}$ কোণে হেলে। কিন্তু $R \sin\theta > \mu R \cos\theta$ (μ ঘর্ষণ গুণাঙ্ক) হ'লে বা $\frac{v^2}{rg} > \mu$ হ'লে সাইকেলের চাকা পিছলিয়ে যায়।

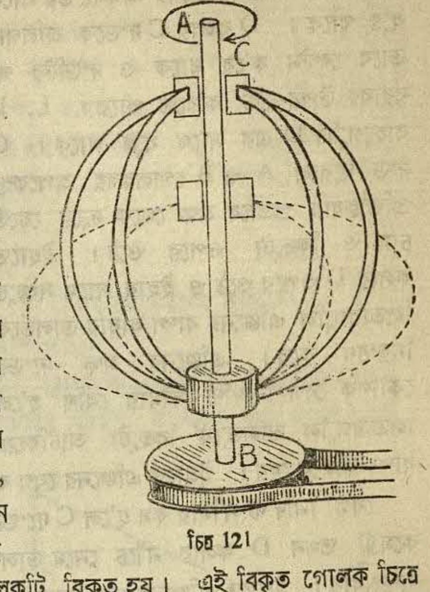
রৈখিক ও কৌণিক গতির তুলনা : নীচের সারণীতে এই তুলনা দেখানো হ'ল—

রৈখিক গতি	কৌণিক গতি
1. সরণ (s)	1. কৌণিক সরণ (θ)
2. বেগ (v), $v = \frac{ds}{dt}$	2. কৌণিক বেগ (ω), $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
3. ত্বরণ (f), $f = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	3. কৌণিক ত্বরণ (α), $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
4. ভর (m)	4. জড়তা ভ্রামক (I)
5. ভরবেগ ($P = mv$)	5. কৌণিক ভরবেগ ($L = I\omega$)
6. বল $\left(F = mf = \frac{dP}{dt}\right)$	6. টর্ক $\left(G = I\alpha = \frac{dL}{dt}\right)$
7. রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা— $F = 0$ হ'লে $\frac{dP}{dt} = 0$	7. কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা— $G = 0$ হ'লে $\frac{dL}{dt} = 0$
8. রৈখিক গতিশক্তি ($\frac{1}{2}mv^2$)	8. কৌণিক গতিশক্তি ($\frac{1}{2}I\omega^2$)
9. ক্ষমতা $= P.\,v$	9. ক্ষমতা $= G\,.\,\omega$.

পৃথিবীর মেরুপ্রদেশ চাপা হওয়ার কারণ (*Reason for the flatenning of the earth at the poles*) **:**

নিজ অক্ষের চারপাশে ঘোরার জন্য পৃথিবী পৃষ্ঠের কণাগুলির উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া কাজ করে। এই প্রতিক্রিয়ার মান নিরক্ষীয় অঞ্চলে সর্বোচ্চ ও মেরু অঞ্চলে শূন্য। সেইজন্য নিরক্ষীয় অঞ্চলে কণাগুলির বাইরের দিকে যাবার প্রবণতা সর্বাধিক ও ইহা ক্রমশ হ্রাস পেয়ে মেরু অঞ্চলে বিলুপ্ত হয়। সৃষ্টির প্রথমে গলিত পদার্থসমূহের পারস্পরিক সংশক্তির (cohesion) জন্য অপকেন্দ্র বলের প্রভাবে নিরক্ষীয় অঞ্চল কিছুটা স্ফীত হ'য়ে যায় ও মেরুঅঞ্চল কিছুটা চাপা হয়। কৌণিক বেগ না থাকলে মহাকর্ষের প্রভাবে পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার হ'ত। নীচের পরীক্ষার সাহায্যে পৃথিবীর মেরু প্রদেশ চাপা হওয়ার কারণ বোঝা যায় :

পাতলা ধাতব পাতের কতকগুলি রিং AB দণ্ডের নীচের প্রান্তের সাথে (চিত্র 121) যুক্ত থাকে। দণ্ডটির উপর প্রান্ত একটি বলয়াকৃতি কলারের (collar C) মধ্য দিয়ে যায়। রিং এর অপর প্রান্তগুলি এই দণ্ডের উপর প্রান্তের সাথে যুক্ত থাকে। কলার দণ্ডটিকে আলগাভাবে ঘিরে থাকে ও সহজে ওঠা-নামা ক'রতে পারে। ধাতব রিংগুলি মোটামুটি গোলকের আকারে থাকে। এই অবস্থায় দণ্ডকে সবেগে ঘোরালে রিংগুলি ঘোরে ও ইহাদের মাঝখান দূরে সরে যায় এবং কলার কিছুটা নীচে নেমে যায়। রিংগুলিকে উপর নীচ চাপা উপগোলকের (oblate spheroid) ন্যায় দেখতে লাগে। এরূপ হবার কারণ, অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া রিংগুলির মাঝখানে সর্বোচ্চ হওয়ায় এই স্থানগুলি বেশি দূরে যেতে চেষ্টা করে। এইজন্য গোলকটি বিকৃত হয়। এই বিকৃত গোলক চিত্রে কাটা কাটা রেখা দ্বারা দেখানো হ'য়েছে।



চিত্র 121

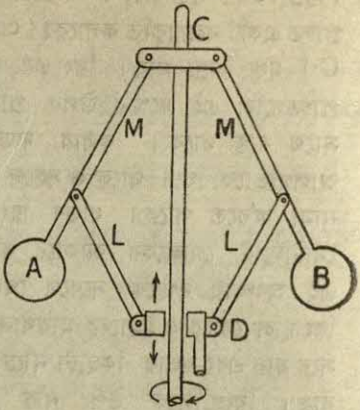
অপকেন্দ্রক বা সেন্ট্রিফিউজ (*Centrifuge*)ঃ কোন বস্তুকে অধিক কৌণিক বেগে ঘোরালে ইহার উপর ক্রিয়াশীল অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া ইহার ওজনের চেয়ে অনেক বেশি হ'তে পারে। এই নীতিকে ভিত্তি ক'রে নানা ধরনের যন্ত্র উদ্ভাবিত হ'য়েছে। সেন্ট্রিফিউগাল ড্রাইং মেসিন (cetrifugal drying machine) এরূপ একটি যন্ত্র। ইহা একটি ড্রাম। ইহার দেওয়ালে কতকগুলি ছিদ্র থাকে ও ইহা একটি অক্ষের চারপাশে ঘুরতে পারে। ভিজে কাপড়ের জল বের করার জন্য কাপড়গুলিকে ইহার মধ্যে রেখে ইহাকে অধিক কৌণিক বেগে ঘোরালে কাপড়গুলি দেওয়ালে চেপে থাকে কিন্তু জল অপকেন্দ্র বলের প্রভাবে ছিদ্র দিয়ে বাইরে বেরিয়ে যায় ও কাপড় শুকিয়ে যায়।

বেশি ও অল্প ঘনত্বের ভাসমান কণা সহ তরলকে কোন পাত্রে নিয়ে অপকেন্দ্রকের মধ্যে ঘোরালে তরলের চেয়ে বেশি ঘনত্বের কণা পাত্রের তলদেশে জমা হয় ও অল্প ঘনত্বের কণা পাত্রের উপরে ভেসে ওঠে। রক্ত থেকে রক্তকণিকা, তরলে ভাসমান জীবাণু ইত্যাদি এইভাবে পৃথক করা যায়। দুধ থেকে মাখন তোলার সময় একটি দণ্ডকে দুধের মধ্যে দ্রুত ঘোরানো হয়। মাখন দুধের চেয়ে হাল্কা হওয়ায় দণ্ডের চারপাশে জমা হয়। তখন ইহাকে পৃথক করা যায়। অপকেন্দ্রকের সাহায্যে বিভিন্ন ঘনত্বের গ্যাসও পৃথক করা যায়।

বেগ নিয়ামক (*Speed governor*)ঃ এই ব্যবস্থার সাহায্যে এঞ্জিনের কৌণিক বেগ স্বয়ংক্রিয়ভাবে নিয়ন্ত্রণের জন্য অপকেন্দ্র বলের সাহায্য নেওয়া হয়।

এই যন্ত্রে A ও B ভারী ধাতব গোলকদ্বয় M, M দণ্ডের সাহায্যে কীলকের

(pivot) সাথে যুক্ত থাকে। **কীলক খাড়া দণ্ড C এর সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ।** C দণ্ডটি আবার এঞ্জিনের অক্ষদণ্ডের সাথে যুক্ত থাকে। D কলার C দণ্ডকে আলগাভাবে বেষ্টন ক'রে থাকে ও দণ্ডটির গা বরাবর উপর-নীচ ক'রতে পারে। L, L বাহুগুলি D এর সাথে যুক্ত থাকে। C দণ্ড ঘুরলে A ও B গোলকদ্বয় অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়ার প্রভাবে অক্ষ থেকে দূরে যেতে চায় ও কিছুটা ওপরে ওঠে। ইহাতে কলার D ওপরে ওঠে ও ইহার সাথে সংযুক্ত লিভারগুলি এঞ্জিনের বাষ্প যাবার ভালভকে নিয়ন্ত্রণ করে। এঞ্জিনের অক্ষ দণ্ডের কৌণিক বেগ নির্দিষ্ট সীমার বেশি হ'লে লিভারগুলি ভালভ্‌কে কিছুটা আটকিয়ে বাষ্প কমিয়ে দেয়। ইহাতে এঞ্জিনের বেগ কমে।



চিত্র 122

বেগ নির্দিষ্ট সীমার কম হ'লে C দণ্ডের ঘূর্ণন বেগ কমে ও অপকেন্দ্র বলও কমে। তখন D কলার নীচে নেমে ভালভ্‌কে কিছুটা খুলে দেয় ও এঞ্জিনে বেশি বাষ্প যায়। ইহাতে এঞ্জিনের বেগ বাড়ে।

উল্লম্ব বৃত্তপথে বস্তুর ঘূর্ণন গতি (*Rotational motion of a body in a vertical circle*) :

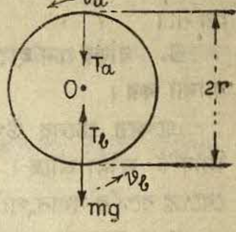
m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে সুতোয় বেঁধে উল্লম্ব বৃত্তপথে ঘোরালে বস্তুর ওজন সর্বদা খাড়া নীচের দিকে ক্রিয়া করে। কিন্তু অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া সুতো বরাবর কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে ক্রিয়া করে। তাই উল্লম্ব বৃত্ত বরাবর বস্তুর গতি সুষম (Uniform) নয় ; সুতোর টানও সর্বদা সমান থাকে না। বস্তু যখন পথের উপর দিকে যায় তখন ইহার গতিবেগ ক্রমশ কমে যায়। আবার নীচের দিকে যাবার সময় ইহার গতিবেগ ক্রমশ বাড়তে থাকে। বৃত্তপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে টান সর্বনিম্ন এবং ইহা অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া ও বস্তুর ওজনের পার্থক্যের সমান (চিত্র 123)। আবার বৃত্তপথের নিম্নতম বিন্দুতে সুতোর টান সর্বোচ্চ এবং ইহা বস্তুর ওজন ও অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়ার সমষ্টি।

বৃত্তপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বস্তুর গতিবেগ v_a ও সুতোর টান T_a এবং সর্বনিম্ন বিন্দুতে গতিবেগ v_b ও সুতোর টান T_b হ'লে,

$$T_a=\frac{mv_a^2}{r}-mg \text{ ও } T_b=\frac{mv_b^2}{r}+mg, \quad r=\text{বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ।}$$

বৃত্তপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে সুতোর টান T_a শূন্য হ'লে $\frac{mv_a^2}{r}=mg$, অথবা, $v_a=\sqrt{gr}$ ...... (1) বস্তুর গতিবেগ এই **সন্ধি বেগের** (***critical velocity***) চেয়ে

কম হ'লে সুতো আলগা হ'য়ে যায় ও বস্তু বৃত্তপথে না ঘুরে নীচের দিকে পড়ে যায়। এই সন্ধিবেগ বজায় রাখার জন্য বৃত্তপথের সর্বনিম্ন বিন্দুতে বস্তুর গতিবেগ এমন হওয়া প্রয়োজন যে, উপর দিকে যাবার সময় ইহা ক্রমশ ক'মে সর্বোচ্চ বিন্দুতে v_a হয়। সর্বনিম্ন বিন্দু থেকে সর্বোচ্চ বিন্দুর দূরত্ব $2r$ হওয়ায় বস্তুর $mg \times 2r$ পরিমাণ স্থিতিশক্তি বাড়ে। এই স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি বস্তুর গতিশক্তি হ্রাসের সমান।



চিত্র 123

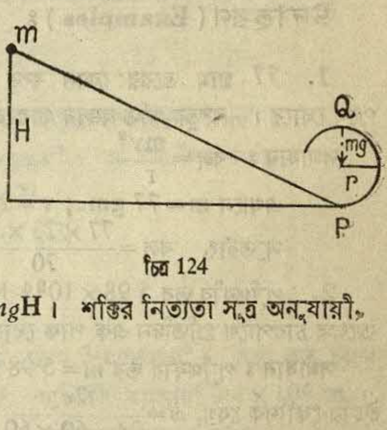
কাজেই, $\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = mg \times 2r$

অথবা, $\frac{1}{2}mv_b^2 = mg \times 2r + \frac{1}{2}mv_a^2$

অথবা, $v_b^2 = 4gr + gr = 5gr$ [(1) নং সমীকরণের সাহায্যে]

কাজেই, v_b এর সর্বনিম্ন মান, $(v_b)_m = \sqrt{5gr}$ ।

উদাহরণ : একটি বল একটি নততল বরাবর গড়িয়ে প'ড়ে এই তলের প্রান্তে r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘুরে যায়। নততলের উচ্চতা ন্যূনতম কত হ'লে বলটি এরূপ গতিসম্পন্ন হ'তে পারে। ঘর্ষণ অগ্রাহ্য কর।



চিত্র 124

সমাধান : এক্ষেত্রে বৃত্তপথের সর্বনিম্ন বিন্দু (P) তে বলের ন্যূনতম বেগ, $v = \sqrt{5gr}$ যেখানে r = বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ। কাজেই, P বিন্দুতে বলের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 5gr$, m = বলের ভর। নত তলের উচ্চতা H হ'লে ইহার সর্বোচ্চ বিন্দুতে বলের স্থিতিশক্তি $= mgH$। শক্তির নিত্যতা সূত্র অনুযায়ী,

$$mgH = \frac{1}{2}m \times 5gr$$

বা, $H = \frac{5}{2}r$ ।

কয়েকটি প্রশ্ন :

1. একটি বস্তুর দ্রুতির পরিবর্তন না ঘটিয়ে উহাতে ত্বরণ উৎপন্ন করা যায় কি ? উদাহরণ সহযোগে ব্যাখ্যা কর।

বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। বেগ একটি ভেক্টর রাশি, ইহার মান ও দিক আছে। বেগের মান অপরিবর্তিত থেকে উহার দিক্ পরিবর্তিত হ'লে ত্বরণ উৎপন্ন হয়। কোন বস্তু বৃত্ত পথে সমগতিতে ঘুরলে উহার অভিকেন্দ্র ত্বরণ $\left(\frac{v^2}{r}\right)$ থাকে। এক্ষেত্রে বেগের মানের কোন পরিবর্তন হয় না, কেবল উহার দিক্ পরিবর্তিত হয়।

2. কোন বস্তুর ত্বরণ যদি পূর্ব, পশ্চিম, উত্তর বা দক্ষিণ কোন দিকে না হয় তাহ'লে ঐ বস্তু কি পশ্চিম দিকে চ'লতে পারে ? একটি উদাহরণ দাও।

পূর্ব-পশ্চিম তলে অভিলম্ব বৃত্ত পথে কোন বস্তু চলতে থাকলে সর্বোচ্চ বিন্দুতে

বস্তু যখন পূব দিক থেকে পশ্চিম দিকে যায় তখন উহার বেগ পশ্চিম দিকে হয় এবং উহার অভিকেন্দ্র ত্বরণ খাড়া নীচের দিকে হয়—পূব, পশ্চিম, উত্তর বা দক্ষিণ দিকে হয় না।

3. ঘড়ির চেন হাতে ধ'রে ঘড়িকে খুব দ্রুতগতিতে ঘোরালে চেন ছিঁড়ে যায়। ব্যাখ্যা কর।

এক্ষেত্রে চেনের উপর টান অভিকেন্দ্র বল। চেনের টান সহ্য করার একটা নির্দিষ্ট সীমা আছে। আবর্তন বেগ বাড়লে এই টান বৃদ্ধি পায়। কারণ ইহা বেগের বর্গের সমানুপাতিক হয়। টান নির্দিষ্ট সীমা পার হ'লে চেন ছিঁড়ে যায়।

4. বৃত্ত পথে চলন্ত বস্তুর গতির অভিমুখ বিপরীত হ'লে অভিকেন্দ্র বলের দিক্ কিভাবে পরিবর্তিত হয়?

অভিকেন্দ্র বল বেগের বর্গের সমানুপাতিক হওয়ায় ইহা বেগের অভিমুখের উপর নির্ভর করে না। বস্তু ঘড়ির কাঁটার দিকে বা তার বিপরীতে যে দিকেই ঘুরুক না কেন অভিকেন্দ্র বল সর্বদাই কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে।

উদাহরণ (Examples) :

1. 77 গ্রাম ভরের কোন বস্তু 23 cm/sec. বেগে 70 cm. ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে ঘোরে। বস্তুর গতি বজায় থাকলে বস্তুর উপর কত বল ক্রিয়া করে?

সমাধান : বল $= \frac{mv^2}{r}$

এখানে $m = 77$ gm. ; $v = 23$ cm/sec. ; $r = 70$ cm.

সুতরাং, বল $= \frac{77 \times 23 \times 23}{70} = 581 \cdot 9$ dyne.

2. পৃথিবীর ভর $5 \cdot 98 \times 10^{24}$ Kg ও ব্যাসার্ধ $6 \cdot 37 \times 10^6$m। ইহা আপন অক্ষের চারপাশে প্রতিদিন এক পাক ঘোরে। ইহার কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : পৃথিবীর ভর $m = 5 \cdot 98 \times 10^{24}$Kg ও ব্যাসার্ধ $r = 6 \cdot 37 \times 10^6$m। ইহার কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60}$। কাজেই, ইহার কৌণিক ভরবেগ,

$$L = mr^2\omega = \frac{5 \cdot 98 \times 10^{24} \times (6 \cdot 73)^2 \times 10^{12} \times 2\pi}{86400}$$
$$= 17 \cdot 6 \times 10^{33} \text{ Kg-m}^2/\text{sec.}$$

3. একটি ইলেকট্রনের ভর $9 \cdot 11 \times 10^{-31}$ Kg। ইহা নিউক্লিয়াসের চারপাশে $0 \cdot 529 \times 10^{-10}$ m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে $2 \cdot 2 \times 10^6$ m/sec. বেগে ঘোরে। ইহার রৈখিক ও কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : ইলেকট্রনের ভর $m = 9 \cdot 11 \times 10^{-31}$ Kg। ইহার বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ $r = 0 \cdot 529 \times 10^{-10}$ m ও বেগ $v = 2 \cdot 2 \times 10^6$ m/sec.। ইহার রৈখিক ভরবেগ, $P = mv = 9 \cdot 11 \times 10^{-31} \times 2 \cdot 2 \times 10^6 = 2 \times 10^{-24}$ Kg-m/sec.। ইহার কৌণিক ভরবেগ,

$$L = mrv = 9 \cdot 11 \times 10^{-31} \times 0 \cdot 529 \times 10^{-10} \times 2 \cdot 2 \times 10^6$$
$$= 1 \cdot 058 \times 10^{-34} \text{ Kg-m}^2/\text{sec.}$$

4. ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত? মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ কত?

সমাধান ঃ সেকেন্ডের কাঁটা 1 মিনিটে 2π রেডিয়ান ঘোরে। কাজেই, ইহার কৌণিক বেগ $=\frac{2\pi}{60}=\frac{\pi}{30}$ রেডিয়ান / সেকেন্ড।

মিনিটের কাঁটা 60 মিনিটে 2π রেডিয়ান ঘোরে। কাজেই, ইহার কৌণিক বেগ $=\frac{2\pi}{60\times 60}=\frac{\pi}{1800}$ রেডিয়ান / সেকেন্ড।

5. একটি বস্তুকে l দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি দড়ির সাহায্যে একটি বিন্দু থেকে ঝোলানো হয়। বস্তুর উপর কত অনুভূমিক বেগ প্রয়োগ ক'রলে ইহা ঐ বিন্দুর চারপাশে উল্লম্ব বৃত্তপথে একবার ঘুরবে?

সমাধান ঃ বস্তুর ভর m ও বৃত্তপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে ইহার বেগ v_1 হ'লে

$$\frac{mv_1^2}{l}\geqslant mg$$ । কাজেই, v_1 এর ন্যূনতম মানের জন্য

$$\frac{mv_1^2}{l}=mg \text{ ; অথবা, } v_1=\sqrt{lg} \quad \cdots\cdots\cdots \text{(i)}$$

বস্তুকে অনুভূমিক বেগ v দেওয়া হ'লে ইহার গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2$ ।

সর্বোচ্চ বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2$ − অর্জিত স্থিতিশক্তি

অতএব, $\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv^2-mg\times 2l$

অথবা, $v_1^2=v^2-4gl \quad \cdots\cdots\cdots$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান ক'রলে,

$$v=\sqrt{5gl}$$

6. নিরক্ষ রেখায় পৃথিবীর অভিকেন্দ্র ত্বরণ 3 cm/sec². ইহা কত বেগে ঘুরলে একটি বস্তুর আপাত ওজন শূন্য হয়? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4\times 10^6$ m.।

সমাধান ঃ পৃথিবীর বেগ v, ব্যাসার্ধ R ও অভিকেন্দ্র ত্বরণ f হ'লে

$$v^2=fR=0{\cdot}03\times 6{\cdot}4\times 10^6 \text{ m}^2/\text{sec}^2$$ ।

যদি পৃথিবী v_1 বেগে ঘুরলে ইহার অপকেন্দ্র ত্বরণ $9{\cdot}8$ m/sec² হয় তাহ'লে বস্তুর আপাত ওজন শূন্য হয়। কাজেই,

$$\frac{9{\cdot}8}{f}=\frac{v_1^2}{v^2}$$

অথবা, $v_1^2=\frac{9{\cdot}8\times 6{\cdot}4\times 10^6\times 0{\cdot}03}{0{\cdot}03}$

অথবা, $v_1=7918$ m/sec.

7. একটি 2·5 Kg ভর বিশিষ্ট বস্তু একটি 1·5 m লম্বা দড়ির এক প্রান্তে বদ্ধ অবস্থায় অনুভূমিক বৃত্তপথে ঘোরে। ইহার কৌণিক বেগ কত হ'লে দড়ি ছিঁড়ে যায়? দড়ি সর্বোচ্চ 50 নিউটন বল ধারণ ক'রতে পারে।

সমাধান ঃ বস্তুর ভর $m=2.5$ Kg ও বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ $r=1.5$ m।

তাহ'লে $m\omega^2 r=50$; ω = বস্তুর কৌণিক বেগ

$$\omega=\left(\frac{50}{2.5\times1.5}\right)^{\frac{1}{2}}=3.65 \text{ rad/sec.}$$

8. একটি বক্রপথের ব্যাসার্ধ 200 m। ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·25 হ'লে একটি গাড়ি সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ পথে বাঁক নিতে পারে?

সমাধান ঃ পথের ব্যাঙ্কিং না থাকায়,

অপকেন্দ্র বল = ঘর্ষণ বল

গাড়ির ভর M ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g হ'লে

নীচের দিকে ক্রিয়াশীল বল = Mg

ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $\mu=\frac{\text{ঘর্ষণ বল F}}{Mg}$

অতএব, $F=\mu Mg=0.25\ Mg$

আবার গাড়ির বেগ v ও পথের ব্যাসার্ধ r হ'লে, $F=\frac{Mv^2}{r}$

অতএব, $0.25\ Mg=\frac{Mv^2}{r}$

অথবা, $v=\sqrt{0.25\times gr}=\sqrt{0.25\times9.8\times200}$

$=22.1$ m/sec. (প্রায়)।

9. একটি ট্রেন 500 ft ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বক্রপথে যায়। দুই রেল লাইনের মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 ft.। বাইরের রেলকে ভিতরের রেলের চেয়ে কত উচ্চতায় রাখলে 30 mile/hr. বেগে ধাবমান ট্রেনটি বাইরের রেলের উপর কোন পার্শ্বঘাত আরোপ করে না?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ $r=500$ ft, ট্রেনের বেগ $v=44$ ft/sec.

আমরা জানি যে, $\tan\theta=\frac{v^2}{rg}=\frac{44\times44}{500\times32}=\frac{121}{1000}$।

দুই রেলের মধ্যবর্তী দূরত্ব d হ'লে, $\sin\theta=\frac{h}{d}$; h = ভিতরের রেলের চেয়ে বাইরের রেলের উচ্চতা। θ এর কম মানের জন্য $\sin\theta=\tan\theta$।

অতএব, $\frac{h}{d}=\frac{121}{1000}$

অতএব, $h=\frac{121\times d}{1000}=\frac{121\times5}{1000}=0.605$ ft.

10. একটি সুতোর এক প্রান্তে একখন্ড পাথর বেঁধে 80 cm. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি অনুভূমিক বৃত্তপথে ঘোরানো হয়। সুতোর অপর প্রান্ত একটি টেবিলের কেন্দ্রস্থিত ছিদ্র দিয়ে ঝোলে। পাথর খণ্ড সেকেণ্ডে 5 বার পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। সুতো টেনে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ 20 cm. ক'রলে ইহার ঘূর্ণন বেগ কত হবে?

সমাধান ঃ পাথর খন্ডের উপর টর্ক ক্রিয়া না করায় ও ঘর্ষণ না থাকায়, কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র প্রয়োগ করা যায়। এই সূত্রানুযায়ী,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

আবার, $I_1 = mr_1^2 = m \times (80)^2$ ও $I_2 = mr_2^2 = m \times (20)^2$

$\omega_1 = 5$ cycle/sec হওয়ায়

$$m \times (80)^2 \times 5 = m \times (20)^2 \times \omega_2$$

বা, $\omega_2 = 80$ cycle/sec.

11. 200 গ্রাম ভর ও 20 সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলাকার চাকতি ইহার কেন্দ্রগামী উল্লম্ব অক্ষের চারপাশে প্রতি মিনিটে 50 বার ঘোরে। 50 গ্রাম ভরের একটি মোমের টুকরোকে চাকতির কেন্দ্র থেকে 10 cm. দূরে আস্তে ফেললে চাকতির আবর্তন বেগ কত হয় ?

সমাধান ঃ কেন্দ্রগামী উল্লম্ব অক্ষের উপর চাকতির জড়তা ভ্রামক,

$$I = \tfrac{1}{2}mr^2 = \tfrac{1}{2} \times 200 \times (20)^2 = 4 \times 10^4 \text{ gm-cm.}^2$$ ।

অতএব, কৌণিক ভরবেগ $= 4 \times 10^4 \omega_1$ [ω_1 = চাকতির প্রাথমিক কৌণিক বেগ]

মোমের টুকরো ফেলার পর চাকতি ও টুকরোর মোট কৌণিক ভরবেগ,

$$= I\omega_2 + mx^2\omega_2 = 4 \times 10^4\omega_2 + 50 \times (10)^2 \times \omega_2$$

$$= 45 \times 10^3 \times \omega_2$$ [ω_2 = চাকতির চূড়ান্ত কৌণিক বেগ]

কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, $4 \times 10^4 \times \omega_1 = 45 \times 10^3 \times \omega_2$

$\dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{4 \cdot 5}{4} = \dfrac{2\pi n}{2\pi \times 50}$, বা, $n = 56$ (প্রায়) ; n = নতুন কম্পাঙ্ক।

12. জলপূর্ণ একটি বালতির সাথে দড়ি বেঁধে বালতিকে 80 সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট উল্লম্ব বৃত্তপথে ঘোরানো হয়। বৃত্তের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বালতির দ্রুতি ন্যূনতম কত হ'লে জল প'ড়বে না।

সমাধান ঃ সর্বোচ্চ বিন্দুতে জলের উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া জলের ওজনের সমান হ'লে জল প'ড়বে না। বালতির ন্যূনতম দ্রুতি v হ'লে,

$$\frac{mv^2}{80} = mg, \text{ বা, } v^2 = 980 \times 80$$

অথবা, $v = 280$ cm./sec.।

13. সমতল রাস্তায় 10 Km./hr. বেগে চলন্ত একজন সাইকেল আরোহীকে 1 মিটার ব্যাসার্ধের বাঁক নিতে হ'লে অনুভূমিক রাস্তার সাথে কত কোণে আনত হ'তে হয় ?

সমাধান ঃ আরোহীর বেগ, $v = \dfrac{10 \times 1000 \times 100}{60 \times 60} = \dfrac{10^4}{36}$ cm./sec.

বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 100$ cm.। নির্ণেয় নততা θ হ'লে,

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{v^2}{rg}, \text{ বা, } \cot\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{10^8}{36 \times 36 \times 100 \times 980}$$

$= \cot 9^\circ{\cdot}6$ অতএব, $\theta = 9^\circ{\cdot}6$

14. সমতল রাস্তায় 2 মি./সেকেন্ড বেগে চলন্ত একজন সাইকেল আরোহী বিপরীত দিকে মোড় ঘোরে। রাস্তা ও চলার ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·3 হ'লে ন্যূনতম কত ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে সে ঘুরতে পারে? $g=10$ মি./সে^{2}।

সমাধান : ন্যূনতম ব্যাসার্ধ, $r=\frac{v^2}{\mu g}$; এক্ষেত্রে, $v=2$ মি./সে. ;

$g=10$ মি /সে.^{2} ও $\mu=0{\cdot}3$।

অতএব, $r=\frac{(2)^2}{0{\cdot}3\times10}=1{\cdot}33$ মি. (প্রায়)।

15. 60 m ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে কোন সাইকেল আরোহী ঘন্টায় 12 Km. বেগে সাইকেল চালালে তাকে খাড়া রেখার সঙ্গে কত কোণে নত থাকতে হয়?

সমাধান : নতি α হ'লে, $\tan\alpha=\frac{v^2}{rg}$ হয়।

এখানে, $v=\frac{12\times1000}{60\times60}=\frac{10}{3}$ m/sec.

$r=60$ m. এবং $g=9{\cdot}8$ m/sec^2

$\therefore\ \tan\alpha=0{\cdot}019=\tan 1°6'$

অতএব $\alpha=1°6'$

16. 2500 lb. ভরের কোন মোটর গাড়ি ঘন্টায় 50 মাইল বেগে বক্রপথে যায়। ঐ বক্র পথের ব্যাসার্ধ 100 ft হ'লে ত্বরণ এবং অভিকেন্দ্র বল নির্ণয় কর।

সমাধান : দ্রুতি $v=\frac{50\times1760\times3}{60\times60}=\frac{220}{3}$ ft/sec.

অতএব, ত্বরণ $=\frac{v^2}{r}=\frac{220\times220}{3\times3\times100}=\frac{22\times22}{9}$

$=53{\cdot}78$ ft./sec^2।

অভিকেন্দ্র বল $=\frac{mv^2}{r}=2500\times53{\cdot}78$ Poundal. $=134450$ Poundal.।

17. 3200 lb ভারের একটি গাড়ির চাকার টায়ারে (tyres) পথ 400 Poundal. বল প্রয়োগ করে। সর্বোচ্চ কত বেগে গাড়ি 400 ft ব্যাসার্ধের একটি বাঁক নিতে পারে?

সমাধান : গাড়ির ভর $=\frac{3200}{32}=100$ lb.। আমরা জানি যে, অভিকেন্দ্র বল $F=\frac{mv^2}{r}$ অথবা, $v=\sqrt{\frac{F.r}{m}}=\sqrt{\frac{400\times400}{100}}=40$ ft/sec.।

18. 16 ft ব্যাসার্ধের বক্র পথে কোন মোটর গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগ কত হবে? গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·50।

সমাধান : বক্রপথে চলার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র ব'ল সরবরাহ করে পথ

ও চাকার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল। গাড়ির ভার W হ'লে ঘর্ষণ বল $=0\cdot50\text{W}$।
কাজেই, গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ v হ'লে $0\cdot50\ \text{W}=\frac{\text{W}}{g}\left(\frac{v^2}{r}\right)$

অথবা, $v^2=0\cdot50rg$

বা, $v=\sqrt{0\cdot50rg}=\sqrt{0\cdot50\times16\times32}=16$ ft/sec.।

19. কোন fly wheel এর জড়তা ভ্রামক $0\cdot5\,\text{Kg}.m^2$.। কত টর্ক 10 sec. এ ইহার দ্রুতি 60 rpm থেকে 600 rpm করে।

সমাধান ঃ প্রাথমিক কৌণিক বেগ $\omega_1=60\text{ rpm}=2\pi$ rad/sec.।

চূড়ান্ত কৌণিক বেগ $\omega_2=600\text{ rpm}=20\pi$ rad/sec.।

জড়তা ভ্রামক $\text{I}=0\cdot5\text{ Kg}.\ m^2=0\cdot5\times10^7\text{gm.cm}^2$।

অতএব টর্ক $=\text{I}.\alpha=\text{I}.\ \frac{\omega_2-\omega_1}{t}=0\cdot5\times10^7\times\frac{20\pi-2\pi}{10}$

$=0\cdot5\times10^7\times1\cdot8\pi=2\cdot83\times10^7$ dyne-cm.।

20. এক ব্যক্তির ভর 60 Kg.। সে 10 metre ব্যাসের একটি merry-go-round এর কিনারায় দাঁড়িয়ে আছে। Merry-go-round-এর বেগ 5 rpm হ'লে ব্যক্তির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে, $\omega=\frac{5\times2\pi}{60}=\frac{\pi}{6}$ rad/sec.।

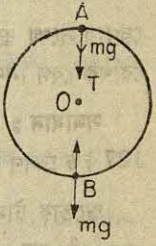
অতএব কৌণিক ভরবেগ $=mr^2\omega=60\times5^2\times\frac{\pi}{6}\ \text{Kg.m}^2\text{./sec}$

$=785\ \text{Kg. m}^2\text{./sec.}$।

21. 1 Kg ভরের কোন পাথরকে সুতোর এক প্রান্তে বেঁধে উল্লম্বতলে 60 cm, ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে 600 cm/sec. বেগে ঘোরানো হয়। পাথর যখন (i) সর্বোচ্চ অবস্থানে এবং (ii) সর্বনিম্ন অবস্থানে আছে তখন সুতোর টান কত?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল, $\text{F}=\frac{mv^2}{r}$

$=\frac{1000\times(600)^2}{60}=6\times10^6$ dyne.।



চিত্র 125

পাথরের ওজন $=mg=1000\times980=98\times10^4$ dyne.।

সর্বোচ্চ অবস্থানে (চিত্র 125),

অভিকেন্দ্র বল = সুতোর টান (T) + পাথরের ওজন (mg)

অতএব, $\text{T}=\text{F}-mg=\frac{mv^2}{r}-mg$

$=6\times10^6-98\times10^4=(6-\cdot98)\times10^6=5\cdot02\times10^6$ dyne.।

সর্বনিম্ন অবস্থানে $\text{T}-mg=\frac{mv^2}{r}$। অতএব, $\text{T}=\frac{mv^2}{r}+mg$

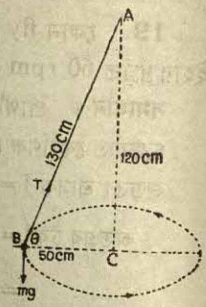
$=6\times10^6+0\cdot98\times10^6=6\cdot98\times10^6$ dyne.।

22. 130 cm. দীর্ঘ সুতোর এক প্রান্তে 200 gm. ভরের কোন গোলক আটকানো হয় এবং উহার অপর প্রান্ত কোন দৃঢ় অবলম্বনে আটকানো হয়। গোলক 50 cm. ব্যাসার্ধের অনুভূমিক বৃত্ত পথে চলে। একবার ঘোরার জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় কর। সুতোর টান কত? [*I. I. T. '74*]

সমাধান ঃ ধরা যাক্, গোলক C বিন্দুকে কেন্দ্র ক'রে 50 cm. ব্যাসার্ধের অনুভূমিক বৃত্ত পথে চলে (চিত্র 126)।

অতএব $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{130^2-50^2}=120\,cm.$

দড়ির টান T-কে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে ভাগ ক'রে পাওয়া যায়,



চিত্র 126

$$T\cos\theta = \text{অভিকেন্দ্র বল} = \frac{mv^2}{r} \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

$$T\sin\theta = mg\cdots\cdots \quad \text{(ii)}$$

(i) এবং (ii) থেকে, $\tan\theta=\frac{gr}{v^2}$

অতএব, $v=\sqrt{\frac{gr}{\tan\theta}}=\sqrt{\frac{980\times 50}{12/5}}=\frac{350}{\sqrt{6}}\,cm/sec.$।

কাজেই, ঘোরার সময় $=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi\times 50\times\sqrt{6}}{350}=2{\cdot}2$ sec.।

(ii) নম্বর সমীকরণ থেকে $T=\frac{mg}{\sin\theta}=\frac{200\times 980\times 13}{12}$

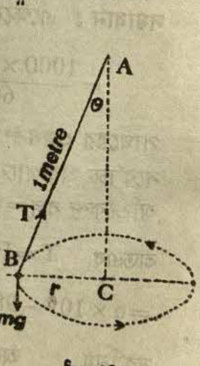
$=212333$ dyne $=2{\cdot}123$ nt.।

23. 1 metre দীর্ঘ সুতোর এক প্রান্তে 100 gm. ভরের কোন গোলক আটকানো হয় এবং উহার অপর প্রান্ত কোন দৃঢ় অবলম্বনে আটকানো হয়। আটকানো প্রান্তগামী লম্ব রেখা সাপেক্ষে সুতো প্রতি sec. এ $\frac{2}{\pi}$ বার ঘোরে। লম্ব রেখার সঙ্গে সুতোর কোণ, সুতোর টান এবং গোলকের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [*I. I. T.*]

সমাধান ঃ ধরা যাক্, সুতো লম্ব রেখার সঙ্গে (চিত্র 127) θ কোণ করে।

সুতোর টান T হ'লে $T\cos\theta=mg$ এবং $T\sin\theta=m\omega^2 r$ হয়।

m ভরের গোলকের বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ r।



চিত্র 127

চিত্র 127 থেকে $r=l\sin\theta=1.\sin\theta$। তাহ'লে $T\sin\theta=m\omega^2\sin\theta.$

অথবা, $T=m\omega^2$। আবার $T\cos\theta=mg$ হওয়ায়

$$\cos\theta=\frac{g}{\omega^2}=\frac{9\cdot8}{4\pi^2n^2}=\frac{9\cdot8}{4\pi^2\times\frac{4}{\pi^2}}=\frac{49}{80},\quad\left(\text{কারণ কম্পাঙ্ক } n=\frac{2}{\pi}\right)$$

অতএব, $\theta=\cos^{-1}\frac{49}{80}$ ।

আবার, $T=\frac{mg}{\cos\theta}=\frac{0\cdot1\times9\cdot8\times80}{49}=1\cdot6$ nt.

রৈখিক বেগ $=\omega r=2\pi nr=2\pi\times\frac{2}{\pi}\times l\sin\theta=4\times1\times\sqrt{1-\left(\frac{49}{80}\right)^2}$

$=3\cdot16$ m/sec. ।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. কৌণিক সরণ, কৌণিক বেগ ও কৌণিক ত্বরণ ব'লতে কি বোঝায় ? কৌণিক বেগ কোন্ কোন্ এককে মাপা যায় ? রৈখিক দ্রুতির সাথে ইহার সম্পর্ক কি ? কৌণিক বেগ ও ত্বরণ কি প্রকারের রাশি ?

What do you mean by angular displacement, angular velocity and angular acceleration ? What are the different systems of units in which angular velocity may be measured ? What is the relation between angular velocity and linear speed ? What type of quantity is angular velocity and angular acceleration ?

2. অভিকেন্দ্র ত্বরণের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, ইহার মান $\frac{V^2}{r}$ । দেখাও যে $\frac{V^2}{r}$ এর একক ত্বরণের একক।

Define centripetal acceleration. Prove that it is given by $\frac{V^2}{r}$. Show that the units of $\frac{V^2}{r}$ are those of acceleration.

3 সমবৃত্তগতি ব'লতে কি বোঝায় ? প্রমাণ কর যে কোন কণার এরূপ গতি থাকলে তার অভিকেন্দ্র ত্বরণ থাকে। অভিকেন্দ্র ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

What do you mean by uniform circular motion ? Prove that a body in uniform circular motion has centripetal acceleration. Find the magnitude of centripetal acceleration.

4. অভিকেন্দ্র বল ও অপকেন্দ্র বল ব'লতে কি বোঝায় ? অভিকেন্দ্র বলকে বাস্তব বল কিন্তু অপকেন্দ্র বলকে অলীক বল বলা হয় কেন ? অভিকেন্দ্র বলের উদাহরণ দাও।

What do you mean by centripetal force and centrifugal force ? Why does centripetal force is termed real force but centrifugal force a pseudo-force ? Give examples of centripetal force.

5. জড়তাভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগ ব'লতে কি বোঝায়? বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্কের সংগে ইহার কৌণিক ত্বরণ ও কৌণিক ভরবেগের সম্পর্ক কি?

What do you mean by moment of inertia and angular momentum of a body? What is the relation between the applied torque and the angular acceleration and angular momentum of the body.

6. কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র উদাহরণ সহ ব্যাখ্যা কর। কোন ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগ কমলে বা বাড়লে ইহার কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হয় বলা যায় কি? পৃথিবীর মেরু অঞ্চলের সমগ্র বরফ গলে গেলে দিন রাত্রির দৈর্ঘ্যের কি কোন পরিবর্তন হবে?

Explain the principal of conservation of angular momentum with examples. Is there any definite change of angular momentum of a body whose angular velocity is either increasing or decreasing? Will there be any alteration of the length of day and night if all the ice in the polar region be melted down?

7. একটি সাইকেল আরোহী R ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে V দ্রুতিতে সাইকেল চালিয়ে ভূমির সহিত A কোণে হেলে পড়ে। দেখাও যে, $\tan A=\frac{gR}{V^2}$, এখানে g অভিকর্ষজ ত্বরণ।

[*Tripura H. S. 1979*]

8. নিম্নলিখিত উক্তিগুলির সার্থকতা বিচার কর—

(i) সমান পরিমাণ বল সর্বদা বস্তুর সমান ত্বরণ ঘটায়। সেরূপ সমান পরিমাণ বল সর্বদা বস্তুর সমান আবর্তন ঘটায়।

(ii) স্কেলার রাশির ন্যায় ভ্রামকের যোগ বিয়োগ করা যায়। কাজেই ভ্রামক স্কেলার রাশি এবং ইহার দিক নেই।

(iii) অভিকেন্দ্র বল 'নিষ্কর্ম' বল।

(iv) মহাকর্ষবলে নক্ষত্র সংকুচিত হ'লে ইহার কৌণিক বেগ বেড়ে যায়।

Comment on the following statements:

(i) Equal forces always produce equal acceleration of a body. Similarly equal forces always produce equal rotation of a body.

(ii) Moments can be added like scalar quantities. So moment is a scalar quantity and has no direction.

(iii) Centripetal force is a 'nowork' force.

(iv) If a star shrinks under gravitational force, its angular velocity will increase.

9. কৌণিক বেগ, কৌণিক ত্বরণ, কৌণিক ভরবেগ ও টর্কের সংজ্ঞা লেখ। টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

[*H. S.* (new) *1979*]

10. কৌণিক ভরবেগ নিত্যতা সূত্র বিবৃত কর। ইহার সমর্থনে একটি পরীক্ষা বর্ণনা কর।

[*H. S.* (new) *1979*]

11. অভিকেন্দ্র ও অপকেন্দ্র বল ব'লতে কি বোঝ ব্যাখ্যা কর। অভিকেন্দ্র বলের একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

[*H. S. Exam. 1978*]

গাণিতিক প্রশ্ন:

1. 10 Kg. ভরের কোন বস্তুকে 1 m লম্বা দড়ির সাহায্যে 1 m/sec. সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে ঘোরানো হয়। বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বলের মান কত? বস্তুর দ্রুতি দ্বিগুণ হ'লে অভিকেন্দ্র বল কত হয়? দড়ির দৈর্ঘ্য অর্ধেক করা হ'লে অভিকেন্দ্র বলের মান কত হয়?

What is the centrepetal force required to hold a 10 Kg object in a circular path by means of a string 1 m. long if the object is moving at constant speed of 1 m/sec? What would be the centripetal force if the speed is doubled? If the length of the string is reduced to half, what would be the required centripetal force?

[10 newton, 40 newton, 20 newton.]

2. কোন বক্রপথের ব্যাসার্ধ 45 m । এইপথ 9 m চওড়া এবং ইহার বাইরের দিক ভিতরের দিকের তুলনায় 1·2 m উঁচু । কত গতিবেগের জন্য ইহা আদর্শ ব্যাঙ্কিং ?

A curved path forms an arc whose radius is 45 m. If the road bed is 9 m wide and its outer edge is 1·2 m higher than the inner edge for what speed it is ideally banked ? [7·7 m]

3. কোন বক্রপথের ব্যাসার্ধ 7·35 m. এই পথ ব্যাঙ্কিং করা নয় । ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·75 হ'লে এই পথে কত সর্বোচ্চ গতিবেগে একটি গাড়ি বাঁক নিতে পারে ?

An unbanked curve has a radius of 7·35 m. What is the maximum speed at which a car can make a turn if the co-efficient of static friction is 0·75 ?

[7·35 m/sec.]

4. 9·8 m. ব্যাসার্ধের উল্লম্ব বৃত্তপথে এক বালতি জলকে কত ন্যূনতম গতিবেগে ঘোরালে বালতির জল পড়ে যায় না ? বালতি প্রতিমিনিটে কতবার ঘোরে ?

With what minimum speed a bucket full of water may be whirled in a vertical circle of radius 9·8 m. so that water does not fall ? What must be the number of revolutions made by the bucket per minute ? [9·8 m/sec, 9·6]

5. একটি 5 Kg. বলকে 3 m. লম্বা দড়ির একপ্রান্তে বেঁধে উল্লম্ব বৃত্তপথে ঘোরানো হয় । দড়ি 65 Kg. টান সহ্য ক'রতে পারলে সর্বোচ্চ কত গতিবেগে ঐ বলকে ঘোরানো যায় ?

A 5 Kg. ball is swung in a vertical circle at the end of a cord 3 m. long. What is the maximum speed at which it can swing if the cord can sustain a tension of 65 Kg. ? [21 m/sec.]

6. একজন সাইকেল আরোহী ঘণ্টায় 6 Km. বেগে 10 m. ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে যায় । সে উল্লম্ব রেখার সঙ্গে কত কোণে নত থাকে ?

A cyclist is moving at 6 Km./hr. along a circular path of radius 10 m. At what angle from the vertical should he incline to maintain balance.

$$\left[\tan^{-1} \frac{5}{18} \right]$$

7. নিরক্ষরেখায় অভিকেন্দ্র ত্বরণ 3 cm/sec2 । পৃথিবীর আবর্তন বেগ কতগুণ বৃদ্ধি পেলে নিরক্ষরেখায় কোন বস্তু ওজন শূন্য হয় ?

At the equator the centripetal acceleration is 3 cm /sec². By what factor would the speed of earth's rotation have to increase for a body on the equator to become weightless ? [17]

8. একটি মোটর গাড়ির দুইপাশের চাকার ব্যবধান 4 m. এবং ইহার ভারকেন্দ্র ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 2 m উপরে অবস্থিত । গাড়ি 9·8 m. ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে চলে । না পিছলিয়ে গাড়ি সর্বোচ্চ কত বেগে যেতে পারে ?

A car whose wheels are 4 m apart laterally and whose centre of gravity is 2 m above the ground rounds a curve of radius 9 8 m. What is the greatest speed at which the car can round the curve without slipping ? [9·8 m/sec.]

9. কোন চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি ইলেকট্রনের ব্যাসার্ধমুখী ত্বরণ 3×10^{14} m/sec.² ইহার বক্র পথের ব্যাসার্ধ 0·15 m হ'লে ইহার বেগ কত ?

An election experiences a radial acceleration of 3×10^{14} m/sec² in a magnetic field. What is its speed if the radius of its curved path is 0·15 m. ?

[$6 \cdot 7 \times 10^{6}$ m/sec.]

10. ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত ?

What is the angular velccity of the second hand of a watch ?

[0·105 radian/sec.]

11. আপন অক্ষের উপর আবর্তনের জন্য পৃথিবীর নিরক্ষরেখায় অবস্থিত কোন বিন্দুর রৈখিক বেগ কত ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 Km. ?

What is the linear speed of a point on the surface of earth at equator due to its rotation on its axis, if the radius of thc earth is 6400 Km. ? [465 m/sec.]

12. সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর পথ বৃত্তাকার হ'লে এই পথে ইহার কৌণিক বেগ কত ?

Assuming the orbit of earth round the sun to be circular what is the angular velocity of the earth in its orbit around the sun. [2×10^{-7} rad/sec.]

13. 10 cm. ব্যাসের একটি ডিস্ক স্থির অবস্থা থেকে 5 rad/sec² কৌণিক ত্বরণ নিয়ে চলে। 10 সেকেন্ড পরে ইহার কৌণিক বেগ কত ?

A disc of diameter 10 cm. starts from rest with an angular acceleration of 5 rad/sec². What is its angular velocity at the end of 10 sec ? [50 rad/sec.]

14. একটি বৈদ্যুতিক ফ্যান প্রতি মিনিটে 150 পাক ঘোরে। তড়িৎ প্রবাহ বন্ধ ক'রলে ইহা 2 rad/sec² ত্বরণে থামে। স্থির অবস্থায় আসতে কত সময় লাগে ? স্থির অবস্থায় আসার আগে ফ্যান কত পাক ঘোরে ?

A fan is revolving at 150 revolutions per minute. When current supply is stopped it slows down at a constant rate of 2 rad/sec². What time is required to stop it ? How many revolutions does the fan make before it stops ?

[7·85 sec ; 9·8 বার]

15. একটি মোটরের ত্বরণ 3 sec. এ 300 rpm. থেকে 2400 rpm. হয়। ইহার ত্বরণ কত ?

A motor accelerates from 300 rpm to 2400 rpm in 3 sec. What is its acceleration ? [73·3 rad/sec²]

16. একটি গাড়ির গতিবেগ 5 sec. সময়ে 15 Km/hr. থেকে 30 Km/hr, হয়। ইহার চাকার ব্যাস 20 cm. হ'লে কৌণিক ত্বরণ কত ?

A car changes its speed from 15 to 3 Km./hr. in 5 sec. What is the angular acceleration of the wheel if its diameter is 20 cm. ? [8·3 rad/sec²]

17. একটি এঞ্জিনের গতিবেগ 300 rpm.। ইহার উপর 10 sec. সময় ধ'রে 30 rad/sec² ত্বরণ আরোপ করা হয়। এই সময়ে ইহা কত কোণে ঘোরে ?

An engine running at 300 rpm is given an angular acceleration of 30 rad/sec² for 10 sec. Find the angle turned through during the period. [1814 rad]

18. একটি বৃত্তাকার ডিস্কের তলের লম্বভাবে ইহার কেন্দ্রগামী অক্ষ সাপেক্ষে ইহার জড়তাভ্রামক 0·08 Kg-m²। এই ডিস্কে 2 rad/sec² কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি ক'রতে কত টর্কের প্রয়োজন হয় ?

The moment of inertia of a circular disc about an axis passing through its centre and perpendicular to its plane is 0·08 Km-m². What is the torque required to produce in the disc an angular acceleration of 2 rad/sec² ?

[0·16 Kg.-m./sec²]

19. কোন ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার প্রান্ত মিনিটের কাঁটার প্রান্তের তুলনায় $\frac{1}{18}$ গুণ দ্রুত চলে 1 মিনিটের কাঁটা 18 cm. লম্বা হ'লে ঘণ্টার কাঁটার দৈর্ঘ্য কত ?

The extremity of the hour hand of a clock travels one eighteenth as fast as the extremity of the minute hand. If the minute hand is 18 cm. long, how long is the hour hand ?

[12 cm.]

20. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক হ'লে দিন কত ঘণ্টার হবে ?

If the earth shrinks suddenly to half of its present radius, what would be the duration of a day ? [6 hr.]

21. আপন আবর্তন অক্ষ সাপেক্ষে পৃথিবীর জড়তাভ্রামক 72×10^{36} Kg.-m^2 হ'লে ইহার কৌণিক ভরবেগ কত হয় ?

If the moment of inertia of the earth spining on its axis is 72×10^{36} Kg.-m^2, what is the angular momentum associated with this spin ?

[7×10^{33} Kg.-m^2/sec.]

22. একটি সাইকেল আরোহী 18 Km/hr. বেগে 20 Km. ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে চলে। উল্লম্ব থেকে ইহার নতির পরিমাণ কি ? মনে কর আরোহী সমেত সাইকেলটি সমতলে আছে।

[*H. S. Exam. 1979* [7°16′]

23. ধনুকের ন্যায় বাঁকানো একটি সেতুর পরিকল্পনা ক'রতে হবে যাতে গাড়িগুলি সর্বাধিক 180 Km/hr. বেগে সেতুর সর্বোচ্চ বিন্দুর উপর দিয়ে না লাফিয়ে নিরাপদে যেতে পারে। সেতুর ন্যূনতম বক্রতা-ব্যাসার্ধ কত হবে ? [*Jt. Extrancc 1975*] [255 মিটার (প্রায়)]

24. একটি যন্ত্রে 2 ft. দীর্ঘ একটি অনুভূমিক বাহুকে 60 rpm. বেগে অনুভূমিক তলে উল্লম্ব স্যাফট দ্বারা ঘোরানো হয়। বাহুর মুক্ত প্রান্তে 10 lb. ভরের একটি বস্তু যুক্ত আছে। এই বস্তুর উপর কত বল প্রযুক্ত হয় ? [*Jt. Extrance 1973*] [78960 পাউন্ডাল]

25. নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোন বস্তুর আপাত ওজন শূন্য হ'তে গেলে পৃথিবীর বেগ কত হওয়া প্রয়োজন ? দিন তখন কত ঘণ্টায় হবে ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ=4000 মাইল।

[0·0012 রেডিয়ান/সেকেন্ড ; 1·42 ঘণ্টা]

26. 4 পাউন্ড ভরের পাথরকে 10 ft. লম্বা দড়ির একপ্রান্তে বেঁধে অনুভূমিক বৃত্ত পথে ঘোরালে দড়ি সর্বোচ্চ 5 পাউন্ড ওজনের টান সহ্য ক'রতে পারে। দড়ি না ছিঁড়ে পাথরকে সর্বোচ্চ কত বেগে ঘোরানো যায় ? (20 ft/sec.)

27. একটি মোটর গাড়ি 40 গজ ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে ঘণ্টায় 60 মাইল বেগে গেলে ত্বরণ কত হয় ?

[64·5 ft/sec^2]

28. সূর্যের চারপাশে বৃত্তপথে ঘূরন্ত কোন গ্রহের সূর্য থেকে গড় দূরত্ব 5×10^{14} cm. পর্যায়কাল 165 বৎসর=5×10^9 sec. এবং ভর 10^{29} gm.। ঐ গ্রহের কৌণিক ভরবেগ কত ?

[**সংকেত :** কৌণিক ভরবেগ$=mvr=m\frac{2\pi r}{T}.r\approx\frac{(10^{29})(6)\,25\times10^{28})}{5\times10^9}$

$\approx30\times10^{48}$ gm-cm^2/sec.]

29. পৃথিবীর চারপাশে এবং নিরক্ষরেখার সঙ্গে সমতলে বৃত্ত পথে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ঘোরে। এই বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ কত হ'লে পৃথিবী পৃষ্ঠে স্থিরভাবে দাঁড়িয়ে থাকা কোন ব্যক্তির কাছে উপগ্রহ স্থির অবস্থায় আছে ব'লে মনে হয় ? উপগ্রহ ও পৃথিবী একই অভিমুখে ঘোরে।

$G=6{\cdot}67\times10^{-8}$ C. G. S একক এবং পৃথিবীর ভর$=5{\cdot}98\times10^{27}$ gm.

[**সংকেত :** পৃথিবীর ভর$=M_e$, উপগ্রহের ভর$=M_s$, বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ$=r$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক$=G$ হ'লে,

$$G\frac{M_e\,M_s}{r^2}=M_s\,\omega^2 r,\quad\therefore\quad r^3=\frac{GM_e}{\omega^2}=\frac{GM.T^2}{(2\pi)^2}$$

যেখানে T=পর্যায় কাল। এক্ষেত্রে, উপগ্রহের কৌণিক বেগ=পৃথিবীর কৌণিক বেগ $\omega=\frac{2\pi}{24\times60\times60}=7{\cdot}3\times10^{-5}$ sec^{-1}

কাজেই, $r^3\approx\frac{(6{\cdot}67\times10^{-8})(5{\cdot}98\times10^{27})}{(7{\cdot}3\times10^{-5})^2}=75\times10^{27}$,

অথবা, $r\approx4{\cdot}2\times10^9$ cm.]

30. একটি মোটর গাড়ির এঞ্জিন 150 r.p.m. স্থির বেগে ঘোরে। হঠাৎ ত্বরণ পাওয়ার দরুন ইহা 3 সেকেন্ডে 3000 r.p.m. বেগ লাভ করে। এঞ্জিনের কৌণিক ত্বরণ কত? 2 সেকেন্ড পরে উহার কৌণিক বেগ কত হবে? 5 সেকেন্ডে উহা মোট কত কোণ ঘুরবে?

[99·5 rad/sec. ; 215 rad/sec. 1322·3 rad]

31. $8{\cdot}2\times10^{-22}$ gm. ভরের একটি পরমাণু 4×10^{-8} cm. ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে 12×10^{10} r. p. m. বেগে ঘোরে। উহার কৌণিক ভরবেগ কত? [$16{\cdot}6\times10^{-27}$ units]

32. 1000 gm. ভর ও 10 cm. ব্যাসার্ধের একটি গোলাকার চাকতি উহার কেন্দ্রগত উল্লম্ব অক্ষের উপর 40 r. p. m. বেগে আবর্তন করে। 20 gm. ভরের একটি মোমের টুকরোকে চাকতির কেন্দ্র থেকে 8 cm. দূরে আস্তে ফেললে চাকতির আবর্তন বেগ কত হবে? [320 r.p.m.]

33. 4 gm. ভরের একটি বস্তুকে 50 cm. দীর্ঘ একটি সুতোর সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হয় এবং 1·2 সেকেন্ড সময়ে 3 বার পূর্ণ আবর্তন করে। সুতোর টান কত? [50·35 gm-wt.]

34. 20 cm. দীর্ঘ একটি সুতোয় 150 গ্রাম ভরের একটি বস্তু বেঁধে একটি পিনের চারদিকে মিনিটে 120 বার ঘোরানো হয়। সুতোর টান ও উল্লম্ব রেখার সাথে সুতোর নতি নির্ণয় কর।

[$4{\cdot}37\times10^{5}$ dyne ; 71°54′]

35. রেল লাইনের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 150 ft. ; রেল লাইনের দুই পাটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 ft.। ভিতরের পাটির চেয়ে বাইরের পাটি 6 inch. উঁচু হ'লে কোন ট্রেন সবচেয়ে কত বেশি বেগে ঐ বাঁক নিতে পারবে যাতে বাইরের পাটিতে কোন পাশ্বচাপ প'ড়বে না? [$4\sqrt{30}$ ft./sec.]

36. একজন সাইকেল আরোহী 5 m/sec. বেগে 2m ব্যাসার্ধের বাঁক নেয়। আরোহীর ওজন 60 Kg. হ'লে উহার উপর অপকেন্দ্র বল কত? ইহা আরোহীর ওজনের কত গুণ?

[$7{\cdot}5\times10^{7}$ dyne ; 1·26]

37. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর খুব নিকট দিয়ে বৃত্তপথে পরিভ্রমণ করে। 90 মিনিটে উহা একবার ঘুরে এলে উহার ত্বরণ কত? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $=6{\cdot}4\times10^{6}$ Km. [8·67 Km/sec^2]

38. একটি অনুভূমিক ঘূর্ণায়মান টেবিল উহার কেন্দ্রগামী উল্লম্ব অক্ষের উপর প্রতিমিনিটে 240 বার আবর্তন করে। টেবিলের কেন্দ্র থেকে সর্বাধিক কত দূরত্বে একটি ক্ষুদ্র বস্তু রাখা যায় যাতে টেবিলের সাপেক্ষে বস্তুর কোন গতি থাকে না? বস্তু ও টেবিলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক=0·8। [1·225 cm.]

39. জল ভর্তি একটি বালতি হাতে নিয়ে উল্লম্ব তলে 80 cm. ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘোরানো হয়। সর্বনিম্ন কত দ্রুতিতে ঘোরালে বালতি উপুড় হওয়া সত্ত্বেও জল পড়বে না? g=980 cm./sec^2.

[280 cm./sec.]

40. একই ভরের দু'টি বস্তু এক গাছা সুতোর দু'প্রান্তে আটকানো আছে। সুতো একটি মসৃণ টেবিলের ছিদ্র দিয়ে এমনভাবে গেছে যে একটি বস্তু টেবিলের উপরে আছে এবং অপর বস্তু টেবিলের তলায় ঝুলে আছে। টেবিলের উপরের বস্তু 2 ft. ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘুরতে পারে। ঝুলন্ত বস্তুকে ধ'রে রাখতে টেবিলের উপরের বস্তুকে মিনিটে কতবার ঐ বৃত্তপথে আবর্তন ক'রতে হবে? g=32 ft./sec^2.

[4 বার (প্রায়)]

41. M ভরের একটি বস্তু a ব্যাসার্ধের একটি মসৃণ অর্ধগোলকের শীর্ষ বিন্দুতে আছে। বস্তুটি অর্ধগোলকের গা বরাবর গড়িয়ে প'ড়লে প্রমাণ কর যে শীর্ষ বিন্দু থেকে খাড়া $\frac{a}{3}$ দূরত্ব নামলে বস্তুটি অর্ধগোলকের সঙ্গে সংস্পর্শহীন হ'য়ে যায়।

সপ্তম পরিচ্ছেদ

কার্য, শক্তি, ক্ষমতা
(WORK, ENERGY, POWER)

7.1. সাধারণত কার্য ব'লতে আমরা দৈহিক পরিশ্রম বুঝি। যেমন মোট বহন করা, গাড়ি টানা, রিক্সা টানা ইত্যাদি। কিন্তু পদার্থ বিজ্ঞানে কার্য কথাটির বিশেষ অর্থ আছে। ধরা যাক্, আমরা কোন বড় পাথর খণ্ড নড়াবার চেষ্টা ক'রছি। পাথরকে নড়াবার চেষ্টা ক'রতে বা অল্প একটু নড়াতে আমাদের প্রচুর ক্লান্তি আসে ও আমরা বলি অনেক কাজ করা হ'য়েছে। কিন্তু বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে যতক্ষণ না পাথরের সরণ হয় ততক্ষণ কোন কার্যই করা হয় না। বলের প্রয়োগ-বিন্দুর সরণ হ'লেই কার্য করা হয়।

কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগ ক'রলে যদি বলের প্রয়োগবিন্দুর সরণ হয় তাহ'লে প্রযুক্ত বল কার্য করে ধরা হয় এবং প্রযুক্ত বল ও বলের প্রয়োগ-বিন্দুর সরণের গুণফল দ্বারা কৃত কার্যের পরিমাপ করা হয়। (*The magnitude of the work done by or against a force, is given by the product of the force and the distance through which the point of application of the force is moved.*)। অর্থাৎ

কৃত কার্য = প্রযুক্ত বল × বলের দিকে প্রয়োগ বিন্দুর সরণ।

কোন বস্তুর উপর F বল প্রয়োগ করার দরুন যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর S দূরত্ব স'রে যায় তাহ'লে বলা হয় যে, ঐ বস্তুর উপর বল কার্য করে এবং এই কার্যের পরিমাণ,

$$W = F \times S$$

বল দ্বারা ও বলের বিরুদ্ধে কৃত কার্য (*Work done by and against force.*) ঃ

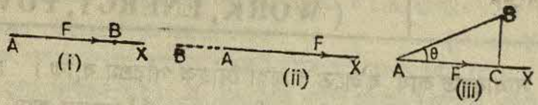
যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে তাহ'লে বল কার্য করে বলা হয়। উঁচু স্তম্ভ থেকে একটি বস্তু প'ড়লে অভিকর্ষজ বল কাজ করে, কেননা এক্ষেত্রে বলের দিক ও বস্তুর গতির অভিমুখ একই। এই কার্যকে **ঋণাত্মক** ধরা হয়।

যদি বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখের বিপরীতে বস্তু সরে তাহ'লে বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়। যেমন, কোন বস্তুকে ইহার ওজনের বিপরীত দিকে তুললে ইহার ওজনের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়। কোন বস্তুকে অমসৃণ তল বরাবর টানলে ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়। এই কার্যকে **ধনাত্মক** ধরা হয়।

যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বল যে দিকে ক্রিয়া করে সেই দিকে বা তার বিপরীত দিকে বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর না স'রে ঐ ক্রিয়া রেখার সাথে বিশেষ কোণে সরে

তাহ'লে সরণের দিকে বলের উপাংশকে সরণ দ্বারা গুণ ক'রলে কার্যের পরিমাণ পাওয়া যায়। অর্থাৎ এই অবস্থায়,

কার্য = বলের কার্যকর উপাংশ × সরণ



চিত্র 128

F বলের অধীনে কোন বস্তু AX বরাবর A থেকে Bতে স'রে গেলে (চিত্র 128)

(i) নম্বর ক্ষেত্রে, কৃত কার্য = F.AB।

(ii) নম্বর ক্ষেত্রে, কৃত কার্য = − F.AB

(iii) নম্বর ক্ষেত্রে, কৃত কার্য = F.AC = F.AB cos θ $\left[\because \cos\theta = \frac{AC}{AB} \right]$

এই (iii) নম্বর ক্ষেত্রে 'θ এর মান 90° হ'লে কৃত কার্যের মান শূন্য হয়। সুতরাং কোন বলের অধীনে কোন বস্তু বলের ক্রিয়া রেখার সঙ্গে লম্বভাবে স'রলে বলের অভিমুখে বা বিরুদ্ধে কোন কার্যই করা হয় না। যেমন, **কোন বস্তুকে অনুভূমিক তলে টেনে নিয়ে গেলে অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে কোন কার্য করা হয় না।** কারণ এক্ষেত্রে **অভিকর্ষজ বলের অভিমুখ ও বস্তুর সরণের অভিমুখ পরস্পর লম্ব হয়।**

আবার কোন বস্তু সমবেগে বৃত্তপথে চ'লতে থাকলে উহার উপর সর্বদা একটি কেন্দ্রাভিমুখী বল ক্রিয়া করে। এই কেন্দ্রাভিমুখী বলকে **অভিকেন্দ্র বল** (*Centripetal force*) বলে। এই অভিকেন্দ্র বল সর্বদা বস্তুর গতির অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে ক্রিয়া করায় বৃত্তপথে চলন্ত বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বল কোন কার্য করে না। আবার (iii) নম্বর ক্ষেত্রে $\theta = \pi$ হ'লে অর্থাৎ বল ও সরণ বিপরীতমুখী হ'লে কৃতকার্য = F.AB $\cos\pi = -$F.AB ($\because \cos\pi = -1$)। এক্ষেত্রে বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়।

আবার $\theta = 0$ হ'লে কৃত কার্য = F.AB cos 0 = F.AB = বল × সরণ। এক্ষেত্রে বল ও সরণ নির্দিষ্ট হ'লে কৃত কার্যের মান সব থেকে বেশি হয়।

যখন কোন বস্তু কোন বলের অধীনে ত্বরণ নিয়ে চলে তখন জড়তা বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়।

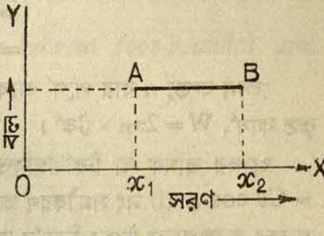
অনেক ক্ষেত্রে বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের পরিমাণ ঠিক থাকে না এবং বস্তুর সরণ ঘটে। এ সব ক্ষেত্রে কৃত কার্যের পরিমাণ Calculus-এর সাহায্যে নির্ণয় ক'রতে হয়।

বিভিন্ন নির্দেশ তন্ত্রে একই বস্তুর সরণ বিভিন্ন হ'তে পারে। ফলে, একই অবস্থায় বস্তুর উপর বল যে কাজ করে তা বিভিন্ন নির্দেশ তন্ত্রে বিভিন্ন হ'তে পারে। যেমন কোন ব্যক্তি একটি পাথর খণ্ডকে F বল দ্বারা S দূরত্ব ঠেললে সে F.S কার্য করে। এই সময়ে একটি গাড়ি একই দিকে S′ দূরত্ব গেলে গাড়ির যাত্রীর কাছে পাথর খণ্ডের সরণ S − S′ এবং কার্যের পরিমাণ F.(S − S′) মনে হয়। S = S′ হ'লে যাত্রীর কাছে কোন কার্যই করা হয় নি মনে হয়। চলন্ত ট্রেনে কোন ব্যক্তি একটি

ব্যাগকে F ডাইন বলে 1 মিটার (= 100 cm.) সরালে এবং এই সময়ে ট্রেন একই দিকে 100 মিটার গেলে ব্যক্তির কার্য = F × 100 আর্গ, F × (1 + 100) × 100 আর্গ নয়।

7.2. লেখচিত্রের সাহায্যে কার্য বর্ণনা (Graphical representation of work) :

সরণ অভিমুখে বলের উপাংশকে Y-অক্ষ বরাবর এবং সরণকে X-অক্ষ বরাবর নিয়ে লেখ আঁকলে ঐ লেখর নীচের ক্ষেত্রফল (area under the curve) বল দ্বারা কৃত কার্য সূচিত করে। যেমন, নির্দিষ্ট বলের প্রভাবে কোন বস্তু x_1 থেকে x_2তে গেলে (চিত্র 129) বল-সরণ লেখ X-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা AB হয়। AB সরলরেখা এবং x_1 ও x_2 এর আনুষঙ্গিক কোটি দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলই x_1 থেকে x_2 তে বস্তুকে নিয়ে যেতে বল দ্বারা কৃত কার্য।

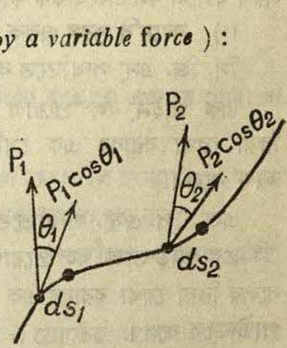


চিত্র 129

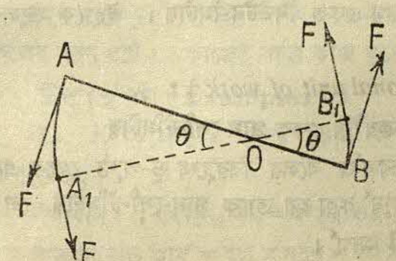
যদি বল প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হয় তাহ'লে বল-সরণ লেখ যে কোন আকৃতির হ'তে পারে। কিন্তু সেক্ষেত্রেও ঐ লেখর নীচের ক্ষেত্রফল বল দ্বারা কৃত কার্য সূচিত করে।

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কার্য (*Work done by a variable force*) :

বল ও সরণ একই দিকে হ'লে ও বলের মান অবস্থানের সাথে পরিবর্তিত হ'লে কার্যের মান, $W = \int F ds$। যদি বলের দিকও পরিবর্তিত হ'তে থাকে এবং যে কোন অবস্থানে সরণ ds ও বল F পরস্পর θ কোণে আনত থাকে তবে অতিক্ষুদ্র সরণ ds ঘটানোর জন্য বল $F ds \cos\theta$ পরিমাণ কাজ করে। এই রাশিকে ইণ্টিগ্রেট (Integrate) ক'রলে কার্যের মোট পরিমাণ $W = \int F \cos\theta ds$।



চিত্র 130



চিত্র 131

দ্বন্দ্ব দ্বারা কৃত কার্য : ধরা যাক, একটি বস্তুর উপর (F, F) দ্বন্দ্ব ক্রিয়া করে। এই দ্বন্দ্বের বাহু AB হওয়ায় ইহার ভ্রামক বা টর্ক = F × AB = C (চিত্র 131)।

দ্বন্দ্বের ক্রিয়ায় বস্তুটি O বিন্দুকে কেন্দ্র ক'রে θ কোণে ঘুরে গেলে দ্বন্দ্ব কাজ করে। মনে করা যাক, θ কোণে ঘোরার দরুন A বিন্দু A_1 এ ও B বিন্দু B_1 এ যায়। θ কোণ ক্ষুদ্র হলে, $AA_1 = AO \times \theta$ ও $BB_1 = BO \times \theta$।

A বিন্দুতে ক্রিয়ারত বল দ্বারা কৃত কার্য,

$$W_1 = F \times AA_1 = F \times AO \times \theta$$ ।

আবার B বিন্দুতে ক্রিয়ারত বল দ্বারা কৃত কার্য,

$$W_2 = F \times BB_1 = F \times BO \times \theta$$ ।

অতএব, দ্বন্দ্ব দ্বারা মোট কৃত কার্য,

$$W = W_1 + W_2 = F \times AO \times \theta + F \times BO \times \theta$$
$$= F(AO + BO) \times \theta = F \times AB \times \theta = C\theta \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

= **টর্ক × কৌণিক সরণ।**

কোন বস্তু n বার পূর্ণ আবর্তন ক'রলে ইহার কৌণিক সরণ $= 2\pi n$ ও দ্বন্দ্ব দ্বারা কৃত কার্য, $W = 2\pi n \times$ টর্ক।

দ্বন্দ্বের ভ্রামক বা টর্ক আবর্তন অক্ষের সংগে ϕ কোণে আনত থাকলে কৃত কার্য $= C\theta \cos\phi$ (i) নং সমীকরণ অনুযায়ী। সুতরাং কার্য আবর্তন বিন্দু বা আবর্তন অক্ষের অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।

7.3. কার্যের একক নির্ণয় (Determination of units of work) ঃ

এক একক বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া ক'রে বলের অভিমুখে বস্তুর এক একক সরণ ঘটালে বল এক একক কার্য সম্পন্ন করে।

(i) **কার্যের পরম একক** (*Absolute unit of work*) ঃ

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের পরম একক **আর্গ**।

এক ডাইন্ বল প্রয়োগ করার দরুন বলের প্রয়োগ-বিন্দু বলের অভিমুখে বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর এক সেন্টিমিটার স'রে গেলে যে পরিমাণ কার্য সম্পন্ন হয় তাকে **আর্গ** বলে।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের পরম একক **ফুট-পাউন্ডাল**।

এক পাউন্ডাল বল প্রয়োগ করার দরুন বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের অভিমুখে বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর এক ফুট স'রে গেলে যে পরিমাণ কার্য সম্পন্ন হয় তাকে **ফুট-পাউন্ডাল** বলে।

এম্. কে এস্. পদ্ধতিতে কার্যের পরম একক **নিউটন-মিটার**। ইহাকে জুলও বলা হয়।

(ii) **অভিকর্ষীয় একক** (*Gravitational unit of work*) ঃ

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় একক **গ্রাম-সেন্টিমিটার**।

এক গ্রাম ভরের কোন বস্তুকে অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এক সেন্টিমিটার উঁচুতে তুলতে যে পরিমাণ কার্য করা হয় তাকে **গ্রাম-সেন্টিমিটার** বলে।

এক গ্রাম-সেন্টিমিটার $= g$ আর্গ $= 981$ আর্গ।

এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় একক **কিগ্রা.-মিটার**। 1 কিগ্রা.-মিটার $= 9{\cdot}8$ জুল।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় একক **ফুট-পাউন্ড**।

এক পাউন্ড ভরের কোন বস্তুকে অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এক ফুট উঁচুতে তুলতে যে পরিমাণ কার্য করা হয় তাকে **ফুট-পাউন্ড** বলে।

এক ফুট-পাউন্ড = g ফুট-পাউন্ডাল = 32 ফুট পাউন্ডাল।

(iii) **কার্যের ব্যবহারিক একক** (*Practical unit of work*) :

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের ব্যবহারিক একক জুল (Joule)।

এক জুল = 10^7 আর্গ।

ফুট-পাউন্ডাল ও আর্গের সম্পর্ক (*Relation between foot-poundal and erg*) :

এক ফুট-পাউন্ডাল = এক পাউন্ডাল × এক ফুট।

= 13825 ডাইন × 30·48 সেন্টিমিটার।

= $4{\cdot}214 \times 10^5$ আর্গ (প্রায়)

ফুট পাউন্ড ও জুলের সম্পর্ক (*Relation between foot-pound and Joule*) :

এক ফুট-পাউন্ড = 32 ফুট-পাউন্ডাল

= $32 \times 4{\cdot}214 \times 10^5$ আর্গ

= $1{\cdot}35 \times 10^7$ আর্গ (প্রায়)

= 1·35 জুল (প্রায়)।

কয়েকটি প্রশ্ন :

1. R ব্যাসার্ধের অনুভূমিক বৃত্তপথে কোন m ভরের বস্তুকে একবার ঘোরালে কত কার্য সম্পন্ন হয় ?

গতির অভিমুখের সঙ্গে অভিলম্বভাবে অভিকেন্দ্র বল ক্রিয়াশীল হওয়ায় এই বল কোন কার্য সম্পন্ন করে না। কাজেই, এক্ষেত্রে কোন কার্য সম্পন্ন হয় না।

2. এক ব্যক্তি স্রোতের বিপরীতে সাঁতার কাটে। সে তীরের তুলনায় একই জায়গায় থাকে। সে কি কোন কাজ করে ?

ব্যক্তি জলের উপর বল প্রয়োগ করে এবং ব্যক্তি ও স্রোতের মধ্যে আপেক্ষিক গতিবেগ থাকে। কাজেই, ব্যক্তি কাজ করে। অর্থাৎ ব্যক্তিদ্বারা প্রযুক্ত বলের দরুন জলের সরণ ঘটে। কাজেই ব্যক্তি কাজ করে।

উদাহরণ (**Examples**) :

1. 10 কিলোগ্রাম ভরের কোন বস্তুকে 20 cm. উচ্চতায় তুলতে **কত কার্য** ক'রতে হয় ?

সমাধান : এখানে, বল = বস্তুর ওজন = mg = 10 × 1000 × 981 dyne.

সুতরাং কৃত কার্য = বল × সরণ = 10 × 1000 × 981 × 20

= 1962×10^5 erg.।

2. 140 পাউন্ড ওজনের এক ব্যক্তি 1 এ 16 (1 in 16) নততলে 192 ফুট ওঠে। অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে সে কত কার্য করে।

সমাধান ঃ উল্লম্ব দিকে লোকটির সরণ $= 192 \times \frac{1}{16} = 12$ ft.

সুতরাং কৃত কার্য = বল × সরণ $= 140 \times 12$ ft. lb.

$= 1680$ ft. lb.।

3. $\frac{1}{5}$ টন ওজনের কোন গাড়িকে $\frac{1}{10}$ টন বলের সাহায্যে অনুভূমিক তলে 20 ফুট টেনে নিয়ে গেলে (i) কত কার্য করা হয় ? (ii) গাড়িটি 5 সেকেন্ডে কতদূর যায় এবং এই সময়ে কত কার্য সম্পন্ন হয় ?

সমাধান ঃ (i) কার্য = বল × সরণ $= \frac{1}{10} \times 2240 \times 20$

$= 4480$ ft. lb.।

(ii) এখানে, বল $= \frac{2240}{10} \times 32$ Poundal।

অতএব, নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী, $224 \times 32 = \frac{1}{5} \times 2240 \times f$;

f = ত্বরণ।

সুতরাং, ত্বরণ $f = \frac{224 \times 32 \times 5}{2240} = 16$ ft/sec². ।

অতএব, গাড়ি যায় $S = \frac{1}{2}ft^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 25 = 200$ ft.

এই দূরত্ব যাওয়ার জন্য কৃত কার্য $= \frac{2240}{10} \times 200 = 44800$ ft. lbs.।

7.4. শক্তি (Energy) ঃ

কোন বস্তু অপর কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগ ক'রে কার্য সম্পন্ন ক'রতে পারে। এরূপক্ষেত্রে আমরা বলি প্রথম বস্তুর শক্তি আছে। যখন এই বলের দরুন গতি উৎপন্ন হয় তখন বস্তু কার্য সম্পন্ন করে এবং শক্তি হারায়।

কোন বস্তুর কার্য সম্পন্ন করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। (*The energy of a body is defined as its capacity for doing work.*)

কোন বস্তু যতটা কার্য সম্পন্ন ক'রতে পারে উহার শক্তিও ততটাই হয়। প্রকৃতপক্ষে, শক্তি ও কার্য একই এবং উহাদের একই এককে প্রকাশ করা হয়।

7.5. শক্তির বিভিন্ন রূপ (Different forms of energy) ঃ

কোন বস্তুর শক্তি মোটামুটি সাত ভাবে প্রকাশ পেতে পারে। যথা ঃ (i) যান্ত্রিক শক্তি, (ii) তাপ শক্তি, (iii) আলোক শক্তি, (iv) শব্দ শক্তি, (v) চৌম্বক শক্তি, (vi) তড়িৎ শক্তি ও (vii) রাসায়নিক শক্তি।

আমরা কেবলমাত্র যান্ত্রিক শক্তি সম্পর্কে আলোচনা ক'রব। এই যান্ত্রিক শক্তি দু'ধরনের ঃ (i) গতিশক্তি ও (ii) স্থিতি শক্তি।

7.6. গতিশক্তি (Kinetic Energy) ঃ

কোন গতিশীল বস্তু ইহার গতির জন্য যে শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুর গতিশক্তি বলে। (*Kinetic energy of a body is defined as the energy which it possesses by virtue of its motion.*)

কোন গতিশীল বস্তু স্থির অবস্থায় আসার আগে বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কার্য সম্পন্ন ক'রতে পারে তাই ঐ বস্তুর গতিশক্তি।

ভূ-পৃষ্ঠের উপর দিয়ে গড়িয়ে চলা বলের গতিশক্তি আছে। কারণ, স্থির অবস্থায় অনুরূপ একটি বলের সঙ্গে ধাক্কা লাগলে স্থির বল ভূ-পৃষ্ঠের ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে গড়াতে শুরু করে।

বন্দুক থেকে গুলি ছুঁড়লে গুলি কাঠের জানালা ভেদ ক'রে যায়। কিন্তু গুলিকে জানালায় ঠেকিয়ে রাখলে কাঠ ভেদ ক'রে যেতে পারে না। সুতরাং, গুলি গতিশীল অবস্থায় কার্য সম্পন্ন ক'রতে পারে।

বায়ু প্রবাহ পালে লাগলে নৌকো চলে। জলের বাধা অতিক্রম করার জন্য প্রয়োজনীয় কার্য বায়ু প্রবাহ সম্পন্ন করে। বায়ু এই কার্য সম্পন্ন করার জন্য প্রয়োজনীয় শক্তি গতি থেকে সংগ্রহ করে।

7.7. গতিশক্তির পরিমাপ (Measure of Kinetic energy) ঃ

ধরা যাক, m ভরের কোন বস্তু v বেগে সরলরেখায় যায়। এই বস্তুর গতির বিরুদ্ধে ইহার উপর P বল প্রয়োগ ক'রলে বস্তুতে মন্দন উৎপন্ন হয়, $f = P/m$ (নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্র অনুযায়ী)। এই মন্দনের জন্য বস্তু স্থির অবস্থায় আসে। স্থির অবস্থায় আসার আগে বস্তু s দূর গেলে,

(চূড়ান্ত বেগ)^2 − (প্রাথমিক বেগ)^2 = 2 × মন্দন × দূরত্ব, সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায় $-v^2 = 2\times(-f)\times s$ (কারণ চূড়ান্ত বেগ শূন্য)

অথবা, $v^2 = 2fs = 2\times\dfrac{P}{m}\times s$

অথবা, $P\times s = \frac{1}{2}mv^2 = P$ বলের বিরুদ্ধে বস্তুর কার্যের পরিমাণ।

এই কার্যের পরিমাণ P এর উপর নির্ভর করে না, কারণ m এবং v এর মান অপরিবর্তিত থাকে।

অতএব, গতিশক্তি (রৈখিক) = $\frac{1}{2}$ ভর × (বেগ)^2

= গতিশীল বস্তুর কার্যের পরিমাণ।

আবার, m ভরের কোন বস্তুর উপর P বলের জন্য যদি ঐ বস্তুর বেগ u থেকে পরিবর্তিত হ'য়ে v হয় এবং যদি বস্তুটি ঐ বলের অধীনে s দূরত্ব যায় তাহ'লে

$$v^2 - u^2 = 2fs$$

অতএব, $\frac{1}{2}m(v^2 - u^2) = mfs = P.s \quad \cdots \cdots (1)$

অথবা, **গতিশক্তির পরিবর্তন = বলের কার্যের পরিমাণ।**

(1) নং সমীকরণকে **শক্তির সমীকরণ** বলা হয়।

রৈখিক ভরবেগ $P = mv$ হওয়ায় গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \dfrac{(mv)^2}{2m} = \dfrac{P^2}{2m}$।

একইভাবে, কৌণিক ভরবেগ $L = I\omega$ হওয়ায় আবর্ত গতিশক্তি

$$= \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$।

বিস্ফোরণে গতিশক্তি ঃ ধরা যাক, বিস্ফোরণের দরুন একটি বস্তুর m ভর v বেগে নির্গত হয় ও অবশিষ্ট M ভর বিপরীত দিকে V বেগে যায়। এই অবস্থায়,

$$\frac{m \text{ ভরের গতিশক্তি } (E_1)}{M \text{ ভরের গতিশক্তি } (E_2)} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}MV^2} = \frac{mv^2}{MV^2} \quad \cdots \cdots (i)$$

ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, $mv = MV$ অর্থাৎ $v = \frac{MV}{m}$

v এর এই মান (i) নং সমীকরণে বসালে,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{mM^2V^2}{m^2MV^2} = \frac{M}{m} = \frac{1/m}{1/M}$$

কাজেই, গতিশক্তি $\propto \frac{1}{\text{ভর}}$ অর্থাৎ কম ভরের (m) বস্তু বেশি গতিশক্তি পায়।
উভয় ভরের মোট গতিশক্তি E হ'লে,

$$E = E_1 + E_2$$

আবার, $\frac{E_1 + E_2}{E_1} = \frac{m+M}{M}$, বা, $E_1 = \frac{M(E_1+E_2)}{M+m}$।

অতএব, কম ভরের বস্তুর গতিশক্তি, $E_1 = \frac{ME}{M+m}$ ও

বেশি ভরের বস্তুর গতিশক্তি, $E_2 = \frac{mE}{M+m}$।

7.8. স্থিতিশক্তি (Potential Energy) ঃ

(i) স্থিতির দরুন বস্তুতে শক্তি উৎপন্ন হয়। যেমন, এক খণ্ড পাথর ভূপৃষ্ঠে থাকাকালীন কোন কার্য ক'রতে পারে না। কিন্তু পাথর খণ্ডকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কিছুটা উপরে তুলে ছেড়ে দিলে উহা আবার ভূ-পৃষ্ঠে পড়া পর্যন্ত কার্য ক'রতে পারে। ভূ-পৃষ্ঠের অবস্থানকে যদি পাথর খণ্ডের প্রমাণ অবস্থা (standard position) ধরা হয়, তাহ'লে পরিবর্তিত অবস্থা থেকে প্রমাণ অবস্থায় ফিরে আসা পর্যন্ত উহার কার্য করার সামর্থ্য থাকে।

(ii) সংকুচিত বায়ু যন্ত্র চালাতে পারে। বায়ু সংকুচিত হওয়ার দরুন শক্তি লাভ করে। প্রমাণ চাপে বায়ুর অবস্থা সাধারণত প্রমাণ অবস্থা। সংকুচিত বায়ু প্রমাণ চাপে প্রসারিত হ'য়ে যে কার্য করে তাই উহার স্থিতিশক্তি।

(iii) একটি স্প্রিং সাধারণ অবস্থায় কোন কার্য ক'রতে পারে না। কিন্তু ঘড়ির স্প্রিং-এ দম দিলে উহা কার্য করার সামর্থ্য লাভ করে। দম দিলে স্প্রিং সংকুচিত হয় এবং উহার সাধারণ রূপ (configuration) বদলায়। দম খুললে স্প্রিং সাধারণ অবস্থা ফিরে পায় এবং কার্য করে। সুতরাং বলা যায় যে, এই কার্যই দম দেওয়া স্প্রিং-এর স্থিতিশক্তি।

সাধারণ অবস্থা থেকে কোন বস্তুকে অন্য অবস্থায় আনলে অর্থাৎ বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন ক'রলে [এই পরিবর্তন পারিপার্শ্বিকতার পরিপ্রেক্ষিতে বা ইহার আপন শর্তের বা ইহার বিভিন্ন অংশের আপেক্ষিক অবস্থার তুলনায় হ'তে পারে] **বস্তু কার্য করার যে সামর্থ্য লাভ করে তাকেই ইহার স্থিতিশক্তি বলে।** (*Potential energy is the energy which a body Possesses by virtue of its position relative to the surroundings, or its condition or configuration (i e the relative Position of its parts.)*

7.9. অভিকর্ষজ বলের অধীনে বস্তুর স্থিতিশক্তি ঃ

ধরা যাক, m ভরের কোন বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় তোলা হ'ল। এক্ষেত্রে, বস্তুর স্থিতিশক্তি = অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে বস্তুকে h উচ্চতায় তুলতে

কৃত কার্য = বল × সরণ,

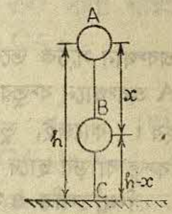
= বস্তুর ওজন × সরণ,

$= mgh$ ।

সুতরাং, h উচ্চতায় বস্তু যতক্ষণ স্থির থাকে ততক্ষণ উহার স্থিতিশক্তি $= mgh$। এই শক্তি বস্তুতে সঞ্চিত থাকে। বস্তু ভূ-পৃষ্ঠের দিকে প'ড়তে শুরু ক'রলে এই শক্তি প্রকাশ পায়।

7.10. অবাধে পতনশীল বস্তুর বেলায় সর্বদা গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল ধ্রুবক ঃ

ধরা যাক, m ভরের কোন বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় A বিন্দুতে স্থির অবস্থায় আছে (চিত্র 132)।



চিত্র 132

A বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh$

" " " গতিশক্তি $= 0$

সুতরাং A বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি

= স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি $= mgh + 0 = mgh$ ।

এখন ধরা যাক, বস্তু A বিন্দু থেকে x দূরত্ব নীচে B বিন্দুতে নামল। B বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তি দুই-ই আছে। কারণ, বস্তু এখনও ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $(h-x)$ উচ্চতায় আছে এবং উহাতে (v) বেগ উৎপন্ন হ'য়েছে। সুতরাং,

B বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg\ (h-x)$

" " " গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m \times 2gx \quad [\because v^2 = 2gx]$

$= mgx.$

সুতরাং, যে কোন বিন্দু B-তে বস্তুর মোট শক্তি

$= mg\ (h-x) + mgx = mgh =$ A বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি।

C বিন্দুতে ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার আগে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= 0$,

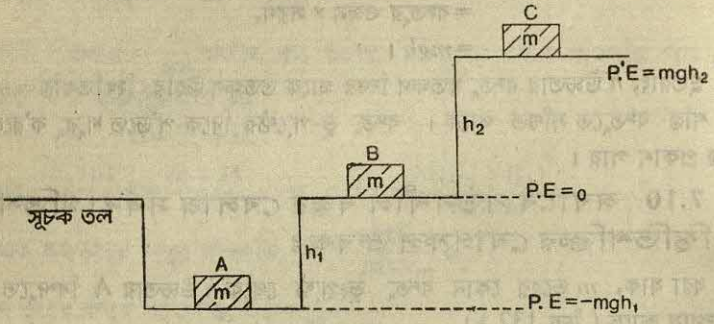
এবং গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m.2gh = mgh$ [যেহেতু এক্ষেত্রে, $v^2 = 2gh$]

সুতরাং, পুনরায় বস্তুর মোট শক্তি $= mgh$।

অতএব, প্রমাণিত হ'ল যে, অবাধে পতনশীল বস্তুর বেলায় সর্বদা স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল ধ্রুবক হয়। ভূ-পৃষ্ঠে পড়ার সঙ্গে সঙ্গে যান্ত্রিক শক্তি তাপ, শব্দ ইত্যাদি শক্তিতে পরিণত হয়।

কোন বস্তুর অভিকর্ষজ স্থিতিশক্তি একটি সূচক তল থেকে মাপা হয়। কাজেই, ইহা ঋণাত্মক হ'তে পারে। বস্তু সূচক তলের উপরে থাকলে ইহার স্থিতিশক্তি ধনাত্মক হয়। কিন্তু বস্তু এই তলের নীচে থাকলে ইহার স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হয়।

ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তু সূচক তলের B অবস্থানে (চিত্র 133) আছে। ইহাকে C অবস্থানে তুলতে কাজ ক'রতে হয়। বস্তু C অবস্থান থেকে B অবস্থানে এলে শক্তি নির্গত হয়। আবার বস্তু B অবস্থান থেকে A অবস্থানে গেলে শক্তি নির্গত হয়। কাজেই, B অবস্থানের তুলনায় A অবস্থানে বস্তুর শক্তি কম। B



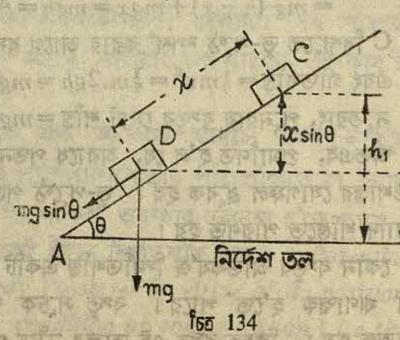
চিত্র 133

অবস্থান সূচক তলের তলে হওয়ায় এই অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি শূন্য। সুতরাং, A অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক। বস্তুকে C অবস্থানে তুলতে কাজ ক'রতে হয়। কাজেই, ভূ-পৃষ্ঠকে সূচক তল ধ'রলে খনির মধ্যে বস্তুর স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক কিন্তু বাড়ির ছাদে ইহার স্থিতিশক্তি ধনাত্মক।

স্থিতিশক্তি ও সাম্য অবস্থা ঃ সব বস্তুই এমন অবস্থায় থাকতে চায় যাতে ইহার স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়। বস্তুর স্থিতিশক্তি যখন সর্বনিম্ন তখন ইহার অবস্থান সামান্য পরিবর্তিত হ'লে ইহার স্থিতিশক্তি বেড়ে যায় ও ইহা আগের অবস্থানে ফিরে এসে স্থিতিশক্তি কমাতে চায়। বস্তুর স্থিতিশক্তি যখন সর্বোচ্চ তখন একই কারণে সাম্য অস্থায়ী হয়। আবার যদি বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের দরূন ইহার স্থিতিশক্তি পরিবর্তিত না হয় তবে এরূপ সাম্যকে নিরপেক্ষ সাম্য অবস্থা বলা হয়।

7.11. ঘর্ষণবিহীন নততল বরাবর পতনশীল বস্তুর যান্ত্রিক শক্তির মান সর্বদা ধ্রুবক ঃ

ধরা যাক, কোন m ভরের বস্তু কোন ঘর্ষণ বিহীন নত তল বরাবর পড়ে। ভূ-পৃষ্ঠ AB এর সঙ্গে ঐ তলের নতি θ। ভূ-পৃষ্ঠকে নির্দেশ তল হিসেবে ধরা যাক। বস্তু যদি নততলের C অবস্থানে স্থির অবস্থায় থাকে এবং C থেকে যাত্রা শুরু করে তাহ'লে C অবস্থানে বস্তুর শক্তি কেবলমাত্র স্থিতিশক্তি এবং এই স্থিতিশক্তির পরিমাণ mgh_1, h_1 নির্দেশতল AB থেকে C এর উচ্চতা এবং g



চিত্র 134

অভিকর্ষজ ত্বরণ। C অবস্থানে বস্তুর বেগ শূন্য হওয়ায় উহার গতিশক্তিও শূন্য

হয়। কাজেই C অবস্থানে বস্তুর মোট শক্তি mgh_1। 134 নং চিত্র থেকে বোঝা যায় যে, নততল বরাবর বস্তুর উপর বল $= mg \sin \theta$। কাজেই, নততল বরাবর নীচের দিকে বস্তুর ত্বরণ $= \frac{mg \sin \theta}{m} = g \sin\theta$। নততলের উপর যে কোন অবস্থান D তে বস্তুর বেগ v হ'লে, $v^2 = 2g \sin \theta . x$ [∵ বস্তু স্থির অবস্থা থেকে যায়]

$x = CD$। কাজেই, D অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$

$$= \frac{1}{2}m. 2g \sin \theta . x = mg\, x \sin \theta \quad \cdots \quad (i)$$

আবার D অবস্থানে AB থেকে বস্তুর উচ্চতা $h' = h_1 - x \sin \theta$

সুতরাং, D অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh' = mg\,(h_1 - x \sin \theta) \quad \cdots (ii)$

কাজেই, D অবস্থানে বস্তুর মোটশক্তি

$= mgx \sin \theta + mg\,(h_1 - x \sin \theta)$ [সমীকরণ (i ও ii) থেকে]

$= mgh_1 =$ বস্তুর মোট প্রাথমিক শক্তি।

বস্তু যখন A অবস্থানে যায় তখন উহার স্থিতিশক্তি শূন্য হয় এবং সমগ্র শক্তিই গতিশক্তি হয়। A অবস্থানে বস্তুর বেগ V হ'লে $V^2 = 2g \sin \theta . CA$।

অতএব A অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mV^2$

$$= \frac{1}{2}m \times 2g \sin \theta . CA = mg\,(CA \sin \theta) = mgh_1 \quad \cdots \quad (iii)$$

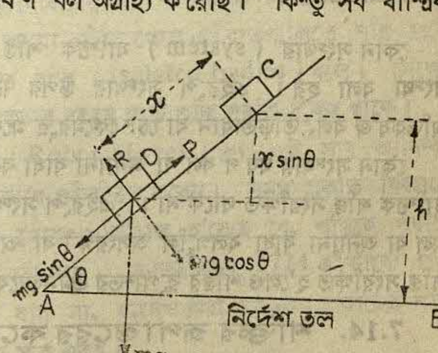
A অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= 0 \cdots (iv)$ [∵ চিত্র থেকে $CA \sin \theta = h_1$]

কাজেই, A অবস্থানে বস্তুর মোট শক্তি $= mgh_1 + 0 = mgh_1 =$ বস্তুর মোট প্রাথমিক শক্তি। [সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে]

সুতরাং প্রমাণিত হ'ল যে, ঘর্ষণবিহীন নততল বরাবর পতনশীল বস্তুর যান্ত্রিক-শক্তির মান ধ্রুবক থাকে।

7.12. ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কৃত কার্য (Work done against friction) ঃ

আমরা আগের দুই উদাহরণে ঘর্ষণ বল অগ্রাহ্য ক'রেছি। কিন্তু সব যান্ত্রিক পদ্ধতিতেই ঘর্ষণ বা অন্যান্য বাধা উপস্থিত থাকে। এই সব বাধা বল সর্বদাই বস্তুর গতির অভিমুখের বিপরীতে ক্রিয়া করে। যেমন, কোন বলকে উপর দিকে ছুঁড়লে বা নীচের দিকে ফেললে বলের গতির বিপরীত অভিমুখে বাধা বলের উদ্ভব হয় এবং এই বলের বিরুদ্ধে কার্য ক'রতে হয়। তাই যান্ত্রিকশক্তি সংরক্ষিত থাকে না, মোট শক্তির কিছু অপচয় ঘটে।



চিত্র 135

অনুরূপভাবে, যে কোন নত নল বরাবর কোন বস্তু গড়িয়ে প'ড়লে বস্তুর গতির

বিপরীত অভিমুখে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে। ধরা যাক, একটি m ভরের বস্তু কোন নত তল বরাবর পড়ে (চিত্র 135)। বস্তু C অবস্থান থেকে প'ড়তে শুরু ক'রলে C অবস্থানে উহার সমগ্র শক্তিই স্থিতিশক্তি এবং এই স্থিতিশক্তির মান mgh, যেখানে h নির্দেশতল AB থেকে C অবস্থানের উচ্চতা। বস্তু নততল বরাবর নীচের দিকে প'ড়তে থাকলে উহার উপর ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বলের অভিমুখ হয় নততল বরাবর উপর দিকে। অভিকর্ষের জন্য নততল বরাবর নীচের দিকে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল $mg \sin \theta$ এবং বস্তুর উপর লম্ব প্রতিক্রিয়া $mg \cos \theta$। কাজেই, ঘর্ষণ বল $P = \mu mg \cos \theta$, যেখানে μ চল ঘর্ষণ গুণাঙ্ক। অতএব, নততল বরাবর নীচের দিকে বস্তুর উপর লব্ধি বল, $F = mg \sin \theta - P = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta$। কাজেই, নততল বরাবর নীচের দিকে বস্তুর ত্বরণ $f = g \sin \theta - \mu g \cos \theta$। D অবস্থানে বস্তুর বেগ v হ'লে

$$v^2 = 2fx = 2x\,(g \sin \theta - \mu g \cos \theta)$$

কাজেই, D অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$

$$= \tfrac{1}{2}m.2x\,(g \sin \theta - \mu g \cos \theta) = mg\,x \sin \theta - \mu mgx \cos \theta.$$

আবার D অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg\,(h - x \sin \theta)$

সুতরাং D অবস্থানে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি = গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি

$$= mgx \sin \theta - \mu mgx \cos \theta + mgh - mgx \sin \theta$$

$$= mgh - \mu mgx \cos \theta = mgh - P.x$$

কাজেই, C এবং D অবস্থানে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি সমান হয় না। C অবস্থানের চেয়ে D অবস্থানে বস্তুর $P.x$ পরিমাণ শক্তি কম হয়। ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে বস্তুকে $P.x$ পরিমাণ শক্তি ব্যয় ক'রতে হয়।

7.13. সংরক্ষী ও অপচয়ী বল (Conservative and dissipative forces) ঃ

কোন সংস্থায় (system) যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত হ'লে ঐ সংস্থাকে **সংরক্ষী সংস্থা** বলা হয়। এইরূপ সংস্থার উপর ক্রিয়াশীল বলকে **সংরক্ষী বল** বলে। অভিকর্ষজ বল, তড়িতাধান বা চৌম্বকমেরুর মধ্যে আকর্ষণ বল সংরক্ষী।

কোন সংস্থায় ঘর্ষণ বল বা অন্যান্য বাধা বল উপস্থিত থাকলে ঐ সংস্থার মোট যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে না। এইরূপ সংস্থাকে অপচয়ী সংস্থা বলে এবং ঘর্ষণ বল বা অন্যান্য বাধা বলগুলি অসংরক্ষী বা অপচয়ী বল। সব প্রাকৃতিক ঘটনায় শক্তি সংরক্ষিত হ'লেও শক্তির রূপান্তর এমনভাবে হয় যে ইহা ক্রমশ অলভ্য হয়।

7.14. শক্তির রূপান্তরের কয়েকটি দৃষ্টান্ত ঃ

স্টীম এঞ্জিনে তাপের সাহায্যে স্টীম উৎপন্ন ক'রে এঞ্জিন চালানো হয়। এক্ষেত্রে, তাপশক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

বৈদ্যুতিক বাতির ফিলামেন্টের ভিতর দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ পাঠিয়ে আলো পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে, বৈদ্যুতিক শক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

টেলিফোনে শব্দশক্তি বৈদ্যুতিক শক্তিতে এবং বৈদ্যুতিক শক্তি শব্দশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

বৈদ্যুতিক ফার্নেসে, বৈদ্যুতিক ইস্ত্রি ও হীটারে, বৈদ্যুতিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

জ্বালানি পুড়িয়ে রাসায়নিক শক্তিকে তাপ ও আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত করা হয়।

গান পাউডার ফাটলে (Explosion of Gun Powder) রাসায়নিক শক্তি তাপ, আলোক, শব্দ ও যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

এরূপ বিভিন্ন দৃষ্টান্তের সাহায্যে দেখানো যায় যে, এক প্রকার শক্তিকে অন্য যে কোন প্রকার শক্তিতে রূপান্তরিত করা যায়।

7.15. শক্তির নিত্যতা সূত্র ঃ

শক্তির রূপান্তরের সব ক্ষেত্রেই একটি বিষয় লক্ষ্য করা যায় যে, কোন বস্তু বা সংস্থা (system) অন্যান্য বস্তুর শক্তি থেকে শক্তি লাভ করে।

যা শক্তি নয় তার থেকে শক্তি উৎপন্ন করা যায় না, যা শক্তি নয় তাকে শক্তিতে রূপান্তরিত করা যায় না। শক্তি কেবলমাত্র রূপ পরিবর্তন ক'রতে পারে অথবা এক বস্তু থেকে অপর বস্তুতে যেতে পারে। যখনই কোন বস্তু শক্তি হারায় তখনই অন্য বস্তু শক্তি লাভ করে। সব ক্ষেত্রেই দেখা যায় যে, কোন বস্তুর যে পরিমাণ শক্তির অপচয় হয় অপর একটি বস্তু বা সংস্থা ঠিক সেই পরিমাণ শক্তি লাভ করে। কাজেই প্রকৃতির শক্তি সংরক্ষিত থাকে। শক্তির নিত্যতা সূত্রের সংজ্ঞা হিসেবে বলা যায় ঃ

শক্তিকে সৃষ্টি করা যায় না, ধ্বংসও করা যায় না। সুতরাং বিশ্বের মোট শক্তি সর্বদা ধ্রুবক থাকে।

যখন কতকগুলি বস্তু কেবলমাত্র নিজেদের মধ্যে শক্তির আদান-প্রদান করে, কোন শক্তিই বস্তুগুলি পরিত্যাগ করে না অথবা বাইরে থেকে ঐ বস্তুগুলিতে শক্তি প্রবেশ করে না তখন ঐ বস্তুগুলিকে স্বতন্ত্র বস্তু (Isolated bodies) বলে। সেক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্রকে বলা যায় ঃ **স্বতন্ত্র বস্তুর মোট শক্তি সর্বদা ধ্রুবক থাকে।**

1842 খ্রীষ্টাব্দে রোবার মেয়ার (Rober Mayer) প্রথম এই সূত্র আবিষ্কার করেন এবং হেলমোজ্ এই সূত্র দৃঢ়ভাবে প্রতিষ্ঠিত করেন। **সমগ্র প্রকৃতি বিজ্ঞানের ভিত্তিই এই সূত্র।** 1932 সাল থেকে প্রতিষ্ঠিত হ'য়েছে যে, শক্তিকে পদার্থে এবং পদার্থকে শক্তিতে রূপান্তরিত করা যায়। ল্যাভয়সিয়র 1774 খ্রীষ্টাব্দে প্রথম বলেন যে, পদার্থকে সৃষ্টি করা যায় না, ধ্বংসও করা যায় না। কাজেই শক্তির নিত্যতা সূত্র এবং পদার্থের নিত্যতা সূত্র একই।

এই সূত্রানুযায়ী এমন কোন যন্ত্র তৈরী করা সম্ভব নয় যা শক্তি সৃষ্টি ক'রতে পারে।

শক্তির অপর একটি গুরুত্বপূর্ণ নিয়ম—**বস্তুর স্থিতিশক্তি সর্বদা কম হ'তে চায়।** এই কারণেই নততল বরাবর বস্তু গড়িয়ে পড়ে, স্প্রীং এর পাক খুলে যায় ইত্যাদি।

7.16. শক্তির অপচয়ঃ

যখন এক প্রকার শক্তিকে অন্য প্রকার শক্তিতে রূপান্তরিত করা হয় তখন শক্তির বিনাশ হয় না, কিন্তু অপচয় ঘটে। কোন যন্ত্রের সাহায্যে কাজ ক'রতে গেলে ঐ যন্ত্রে শক্তি সরবরাহ ক'রতে হয়।

যন্ত্র থেকে যে কাজ পাওয়া যায় তা সরবরাহ করা শক্তির সমান হয় না, সর্বদা কম হয়। কারণ, সরবরাহ করা শক্তির কিছুটা যন্ত্রের বিভিন্ন অংশের বাধা অতিক্রম করার জন্য ব্যয়িত হয় এবং এই ব্যয়িত শক্তি তাপশক্তিরূপে আত্মপ্রকাশ করে। এই তাপশক্তিকে হিসেবের মধ্যে আনলে মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু এই তাপ-শক্তিকে কোন উপযোগী কার্যে পরিণত করা যায় না। সুতরাং ইহা শক্তির অপচয়। কিছু পরিমাণ কার্যের বিনিময়ে যদি কিছু পরিমাণ উপযোগী কার্য পাওয়া যায় তাহ'লে যন্ত্রের **কর্মদক্ষতা** (*efficiency*) $= \frac{\text{উপযোগী কার্য}}{\text{মোট ব্যয়িত কার্য}} \times 100\%$

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. এক কিলোগ্রাম ভরের কোন বস্তুর বেগ 5 সেকেন্ডে 5 cm./sec. থেকে 20 cm./sec. হ'লে বস্তুর উপর কত বল ক্রিয়া করে ? ঐ সময়ে বস্তুর উপর কত কাজ করা হয়।

সমাধান ঃ বল $P = mf = \frac{m(v-u)}{t} = \frac{1000(20-5)}{5} = 3000$ dyne।

বল দ্বারা কৃত কার্য = বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তন

$$= \frac{1}{2} m (v^2 - u^2)$$
$$= \frac{1}{2} \times 1000 \times [(20)^2 - (5)^2]$$
$$= \frac{1}{2} \times 1000 \times 375$$
$$= 187500 \text{ erg.}$$

2. কোন ট্রেনের গতিবেগ ঘণ্টায় 30 মাইল। হঠাৎ ব্রেক ক'ষলে ট্রেন কত দূরে থামবে ? প্রতি টনে বাধার পরিমাণ 5 lb. wt.।

সমাধান ঃ ধরা যাক, ট্রেনের ভর m টন = 2240m lb. ; দূরত্ব = S ft.।

বাধার মোট বল = 5m lb. wt. = 5m × 32 Poundal।

ট্রেনের গতিবেগ = 30 miles/hr. $= \frac{30 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = 44$ ft/sec.

গতিশক্তি = বাধার বিরুদ্ধে কৃত কার্য

অতএব, $\frac{1}{2} \times 2240m \times 44 \times 44 = 5 \times 32m \times S$।

$$S = \frac{2240 \times 44 \times 44}{2 \times 5 \times 32} = 13552 \text{ ft.}$$

3. 100 পাউন্ড ভরের গুলি 1600 ft/sec. বেগে কাঠের জানালাকে আঘাত ক'রল। কাঠের বাধা 12000 tons-wt. হ'লে গুলি কাঠের ভিতর কতদূর যাবে ?

সমাধান ঃ ধরা যাক্, গুলি কাঠের ভিতর S ft যায়। এই দূরত্ব যাওয়ার পর গুলির বেগ শূন্য হয়।

গতিশক্তির পরিবর্তন = কৃত কার্য

অতএব, $\frac{1}{2} \times 100 \times 1600 \times 1600 - \frac{1}{2} \times 100 \times 0 = 12000 \times 2240 \times 32 \times S$

$$\therefore \quad S = \frac{100 \times 1600 \times 1600}{2 \times 12000 \times 2240 \times 32} \text{ft.} = \frac{25 \times 12}{12 \times 14} \text{ inches} = 1\frac{11}{14} \text{ inches}।$$

4. 10 কিলোগ্রাম ভরের কোন বস্তু 10 মিটার উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দিকে প'ড়ল। বস্তু যখন ভূ-পৃষ্ঠে আসে তখন উহার গতিশক্তি কত হয় ? দেখাও যে, এই গতিশক্তি বস্তুর 10 মিটার উচ্চতায় থাকাকালীন স্থিতিশক্তির সমান।

সমাধান ঃ ভূ-পৃষ্ঠে স্পর্শ করার আগে বস্তুর বেগ v হ'লে

$$v^2 = 2gh = 2 \times 980 \times 10 \times 100 = 196 \times 10^4।$$

অতএব, বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1000 \times 196 \times 10^4$
$= 98 \times 10^8$ erg.

10 মিটার উচ্চতায় থাকাকালীন বস্তুর স্থিতিশক্তি = mgh
$= 10 \times 1000 \times 980 \times 10 \times 100 = 98 \times 10^8$ erg।

সুতরাং, স্থিতিশক্তি = গতিশক্তি।

5. 100 মিটার উচ্চতা থেকে জল প'ড়ে অনুভূমিক ভাবে নির্দিষ্ট গতিবেগে গাড়িয়ে যায়। অন্য কোন ভাবে শক্তির অপচয় না হ'লে জলের গতিবেগ কত ?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে, অপচয়িত স্থিতিশক্তি = গতিশক্তি। কাজেই জলের ভর m ও গতিশক্তি v হ'লে,

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2. \quad (h = \text{জলের উচ্চতা})$$

অতএব, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 10000}$ cm/sec = 44·24 m/sec.

6. 50 Kg ভরবিশিষ্ট এক ব্যক্তি গাড়িতে 60 Km/hr. বেগে যায়। গাড়ির অন্যান্য যাত্রীর তুলনায় ইহার গতিশক্তি কত ? ভূ-পৃষ্ঠের তুলনায় ইহার গতিশক্তি কত ?

সমাধান ঃ গাড়ির মধ্যে অন্যান্য যাত্রীর তুলনায় ব্যক্তির বেগ শূন্য হওয়ায় গতিশক্তিও শূন্য হয়।

ভূ-পৃষ্ঠের তুলনায় ব্যক্তির বেগ $v = 60$ Km/hr. $= \frac{50}{3}$ m/sec.।

ব্যক্তির ভর, $m = 50$ Kg।

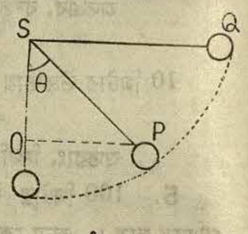
সুতরাং, ভূ-পৃষ্ঠের তুলনায় ব্যক্তির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50(\frac{50}{3})^2$
$= 6944$ জুল।

7. একটি বস্তু উপর দিকে উল্লম্ব ভাবে উৎক্ষিপ্ত হ'য়ে সর্বোচ্চ বিন্দুতে পেঁছায় এবং পুনরায় স্বস্থানে ফিরে আসে। বায়ুমণ্ডলের দরুন বস্তুর উপর

ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল ইহার বেগের সমানুপাতিক হ'লে কোন্ অবস্থানে ইহার ত্বরণ সর্বোচ্চ ও ন্যূনতম হয় ?

সমাধান ঃ বায়ুমণ্ডলের দরুন ঘর্ষণ বল F ও বস্তুর ভর m হ'লে উপর দিকে ওঠার সময় বস্তুর নিম্নাভিমুখী ত্বরণ, $f_1 = g + \frac{F}{m}$, কেননা উপর দিকে ওঠার সময় ঘর্ষণ বল নীচের দিকে ক্রিয়া করে। নীচের দিকে নামার সময় বস্তুর নিম্নাভিমুখী ত্বরণ, $f_2 = g - \frac{F}{m}$, কেননা নীচের দিকে নামার সময় ঘর্ষণ বল উপর দিকে ক্রিয়া করে। কাজেই, F অথবা বস্তুর বেগ সর্বোচ্চ হ'লে f_1 সর্বোচ্চ হয় এবং f_2 ন্যূনতম হয়। উৎক্ষেপণ বিন্দুতে উপর দিকে ওঠার সময় ও নীচে নামার সময় বস্তুর বেগ সর্বোচ্চ হয়। কাজেই, উৎক্ষেপণ বিন্দুতে ওঠার সময় বস্তুর ত্বরণ সর্বোচ্চ হয় এবং নামার সময় ন্যূনতম হয়।

8. কোন সরল দোলকের পিণ্ডের ভর *m* gm এবং উহার কার্যকর দৈর্ঘ্য *L* cm.। পিণ্ডকে ধ'রে দোলকের সুতো অনুভূমিক করা হয় এবং পিণ্ডকে ছেড়ে দেওয়া হয়। দোলকের সুতো যখন উল্লম্ব রেখার সঙ্গে θ কোণে নত তখন উহার গতিশক্তি কত ?



চিত্র 136

সমাধান ঃ ধরা যাক, পিণ্ডের অবস্থানে Q যখন সুতো অনুভূমিক (চিত্র 136)। পিণ্ড যখন P অবস্থানে আসে তখন সুতো উল্লম্ব রেখার সঙ্গে θ কোণে নত হয়। তাহ'লে পিণ্ডের স্থিতিশক্তির হ্রাস $= mg \times SO = mg\ L \cos\theta =$ P অবস্থানে পিণ্ডের গতিশক্তি।

9. একটি ক্রিকেট বল 100 ft/sec. বেগে দৌড়ায়। কোন ব্যক্তি তার হাতকে 1 ft নীচে নামিয়ে ইহাকে ধরে। বলের ভর 6 oz. হ'লে ইহা স্থির অবস্থায় আসতে ব্যক্তির হাতে কত বল আরোপ করে ?

সমাধান ঃ ধরা যাক্, বল হাতের উপর *F* Poundal বল আরোপ করে। সুতরাং বল দ্বারা কৃত কার্য $= F \times 1 = F$ ft-Poundal।

এই কার্যের জন্য ব্যয়িত গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{6}{16} \times (100)^2$

$= \frac{3}{16} \times 10^4$ ft Poundal.। কাজেই, $F = \frac{3}{16} \times 10^4$ Poundal।

10. একটি হাল্কা এবং একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান। কোন্ বস্তুর গতিশক্তি বেশি ?

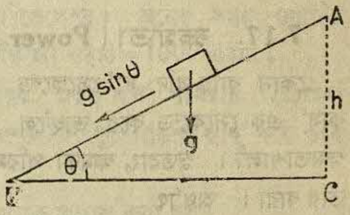
সমাধান ঃ ধরা যাক, হাল্কা বস্তুর ভর m, ভারী বস্তুর ভর M এবং ইহাদের বেগ যথাক্রমে v এবং V। ইহাদের ভরবেগ সমান হওয়ায় $mv = MV$, অথবা $V = \frac{m}{M}v$।

হাল্কা বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$ এবং ভারী বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}M.\frac{m^2}{M^2}v^2 = \frac{1}{2}mv^2 \times \frac{m}{M}$। অথবা, ভারী বস্তুর গতিশক্তি = হাল্কা বস্তুর গতিশক্তি ×

$\frac{m}{M}$ কিন্তু $M > m$। অতএব, $\frac{1}{2}mv^2 > \frac{1}{2}MV^2$। সুতরাং, হাল্‌কা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

11. কোন নততলের শীর্ষ থেকে একটি ব্লক ঐ তল বরাবর পড়ে এবং অপর একটি ব্লক ঐ একই বিন্দু থেকে অবাধে পড়ে। প্রথম কোন্ ব্লক ভূ-পৃষ্ঠে পড়বে ? ভূ-পৃষ্ঠে প'ড়ে কোন্ ব্লকের বেগ বেশি হবে ? (*I. I. T. '74*)

সমাধান ঃ A থেকে B-তে প'ড়লে ব্লকের উচ্চতা h কমে (চিত্র 137)। তাই ইহার স্থিতিশক্তি mgh কমে এবং সমপরিমাণ গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv^2$ বাড়ে, m = ব্লকের ভর এবং v = B বিন্দুতে ব্লকের বেগ।



চিত্র 137

অতএব, $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$, অথবা, $v = \sqrt{2gh}$।

ব্লক যখন A থেকে C বিন্দুতে অবাধে পড়ে তখন C বিন্দুতে ইহার বেগ v_1 পাওয়া যায়, $v^2 = u^2 + 2gh$ সম্পর্ক থেকে। অতএব $v_1{}^2 = 0 + 2gh$, অথবা, $v_1 = \sqrt{2gh}$। সুতরাং $v = v_1$।

আবার নততল বরাবর ত্বরণ $= g \sin\theta$। A থেকে B তে যেতে ব্লকের t_1 সময় লাগলে $S = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সম্পর্ক থেকে,

$$AB = \frac{1}{2}\, g \sin\theta \times t_1{}^2\text{। অতএব, } t_1{}^2 = \frac{2AB}{g \sin\theta}$$

আবার $\sin\theta = \frac{h}{AB}$, অথবা, $AB = \frac{h}{\sin\theta}$

অতএব, $t_1{}^2 = \frac{2h}{g \sin^2\theta}$, অথবা, $t_1 = \frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{2h}{g}}$

যখন ব্লক A থেকে অবাধে পড়ে, তখন C বিন্দুতে আসতে t_2 সময় লাগলে $h = \frac{1}{2}gt_2{}^2$; অথবা, $t_2 = \sqrt{2h/g}$

সহজেই বোঝা যায় $t_1 > t_2$ কারণ $\sin\theta < 1$।

12. কোন 10 Kg ভরের বস্তুর উপর উধর্বমুখী বল $F = 196$ nt. ক্রিয়া ক'রে বস্তুকে উপর দিকে 10 metre তোলে। F দ্বারা কৃত কার্য এবং অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে কৃত কার্য নির্ণয় কর। এক্ষেত্রে F দ্বারা কৃত কার্য অভিকর্ষজ স্থিতিশক্তির চেয়ে অনেক বেশি হয়। দেখাও যে, শক্তির নিত্যতা সূত্র এক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়।

[*Jt. Entrance '78*]

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে F বল দ্বারা কৃত কার্য $= F \times h = 196 \times 10 = 1960$ Joules.

অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধ কৃত কার্য $= mgh = 10 \times 9{\cdot}8 \times 10 = 980$ Joules.। এই কার্য বস্তুতে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। উধর্বমুখী বল F নিম্নাভিমুখী বল mg অপেক্ষা বেশি হওয়ায় বস্তুর ত্বরণ উধর্বমুখী হয়। উধর্বমুখী লব্ধি বল

F_R হ'লে $F_R = F - mg = 196 - 10 \times 9{\cdot}8 = 98$ nt.। বস্তুর ঊর্ধ্বমুখী ত্বরণ $f = \frac{F_R}{m} = \frac{98}{10} = 9{\cdot}8$ m/sec²। বস্তু স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করায় h উচ্চতা ওঠার পর বস্তুর বেগ v হ'লে, $v^2 = 2fh = 2 \times 9{\cdot}8 \times 10 = 196$। এই অবস্থায় বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 196 = 980$ Joules। কাজেই h উচ্চতায় বস্তুর মোট শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি = 980 + 980 = 1960 Joules। সুতরাং মোট শক্তির কোন পরিবর্তন ঘটে না। অর্থাৎ শক্তির নিত্যতা সূত্র এক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়।

7.17. ক্ষমতা (Power) ঃ

কোন ব্যক্তি যদি দু' সেকেন্ডে W কার্য করে এবং অপর কোন ব্যক্তি ঐ একই কার্য এক সেকেন্ডে করে তাহ'লে বলা হয় যে, দ্বিতীয় ব্যক্তি প্রথম ব্যক্তির চেয়ে ক্ষমতাশালী। সুতরাং, ক্ষমতা পরিমাপ করা হয় এক একক সময়ে কত কার্য করা হয় তার দ্বারা। অর্থাৎ

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কৃত কার্য } (W)}{\text{সময়}} = \frac{\text{বল } (F) \times \text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \text{বল} \times \text{বেগ } (v) \text{ বা } F.v$$

$$\left\{ \because \ \text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} \right\}$$

কোন টর্ক G কাজ ক'রলে এবং কোন বস্তুকে ω কৌণিক বেগে ঘোরালে $\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{টর্ক} \times \text{কৌণিক সরণ}}{\text{সময়}} = \text{টর্ক} \times \text{কৌণিক বেগ বা } G.\omega$।

কাজ করার হার-কে ক্ষমতা বলে।

(*The power or activity of an agent is the rate of doing work and is measured by quantity of work done by the agent in unit time.*)

ক্ষমতার একক নির্ণয় ঃ কোন বস্তু এক একক সময়ে এক একক পরিমাণ কার্য সম্পন্ন ক'রলে বলা হয় উহার ক্ষমতা এক একক।

7.18. ক্ষমতার বিভিন্ন একক ঃ

(i) **পরম একক ঃ** সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার পরম একক **আর্গ/সেকেন্ড**। অর্থাৎ কোন বস্তু এক একক সময়ে এক আর্গ কার্য ক'রলে উহার ক্ষমতাকে সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে একক ধরা হয়।

এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক **জুল/সেকেন্ড**।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার পরম একক **ফুট-পাউন্ডাল/সেকেন্ড**। অর্থাৎ কোন বস্তু এক একক সময়ে এক ফুট-পাউন্ডাল কার্য ক'রলে উহার ক্ষমতাকে এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে একক ধরা হয়।

(ii) **অভিকর্ষীয় একক ঃ** সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক **গ্রাম-সেন্টিমিটার/সেকেন্ড**।

এক গ্রাম সেন্টিমিটার/সেকেন্ড = g আর্গ/সেকেন্ড = 981 আর্গ/সেকেন্ড।

এফ্. পি. এস্ পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক **ফুট-পাউন্ড/সেকেন্ড**।

এক ফুট পাউন্ড/সেকেন্ড = g ফুট-পাউন্ডাল/সেকেন্ড = **32·2** ফুট-পাউন্ডাল/সেকেন্ড।

এম. কে এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক **কি. গ্রা. মিটার/সেকেন্ড**।

(iii) **ব্যবহারিক একক :** সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার ব্যবহারিক একক **ওয়াট** (watt)। কোন বস্তু এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ ক'রতে পারলে উহার ক্ষমতাকে এক ওয়াট বলা হয়।

এক ওয়াট = এক জুল/সেকেন্ড = 10^7 আর্গ/সেকেন্ড। অনেক সময় ওয়াটের পরিবর্তে **কিলো ওয়াট** ব্যবহার করা হয়। এক কিলো ওয়াট = 1000 ওয়াট।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার ব্যবহারিক একক **হর্স পাওয়ার** (*Horse-Power*)। যদি কোন বস্তু বা ব্যক্তি প্রতি সেকেন্ডে 550 ফুট-পাউন্ড কার্য করে তবে উহার ক্ষমতাকে হর্স পাওয়ার বলে।

এঞ্জিনের ক্ষমতাকে সাধারণত হর্স পাওয়ার এককে প্রকাশ করা হয়।

7.19. হর্স পাওয়ার ও কিলো ওয়াটের সম্পর্ক :

এক হর্স পাওয়ার (H. P.) = 550 ft. lb./sec.

$= 550 \times 32{\cdot}2$ ft. Poundal./sec.

$= 550 \times 32{\cdot}2 \times 4{\cdot}214 \times 10^5$ erg./sec.

($\because$ 1 ft-Poundal $= 4{\cdot}214 \times 10^5$ erg.)

= 746 watt (প্রায়)।

এক কিলোওয়াট = 1000 watt. $= \frac{1000}{746}$ H. P. = 1·34 H. P.।

উদাহরণ (Examples) :

1. (i) 1 জুলকে আর্গে পরিণত কর, (ii) 1 ফুট পাউন্ডালকে আর্গে পরিণত কর, (iii) 1 ফুট পাউন্ডকে আর্গে পরিণত কর, (iv) 1 ওয়াটকে আর্গ/সেকেন্ডে পরিণত কর, (v) 1 কিলো ওয়াট-ঘণ্টাকে জুলে পরিণত কর, (vi) 1 হর্স পাওয়ারকে ওয়াটে পরিণত কর।

সমাধান : (i) 1 জুল = 1 নিউটন-মিটার $= 10^5 \times 10^2 = 10^7$ আর্গ

(ii) 1 ফুট-পাউন্ডাল = 1 পাউন্ডাল × 1 ফুট

$= \frac{1 \text{ পাউন্ড} \times 1 \text{ ফুট}}{(\text{সেকেন্ড})^2} \times 1\text{ফুট} = 453{\cdot}5 \times 30{\cdot}48 \times 30{\cdot}48$ আর্গ

$= 4{\cdot}21 \times 10^5$ আর্গ

(iii) 1 ফুট-পাউন্ড = 32·2 ফুট-পাউন্ডাল

$= 32{\cdot}2 \times 4{\cdot}214 \times 10^5$ আর্গ

= 1·348 জুল

(iv) 1 ওয়াট = 1 নিউটন-মিটার/সেকেন্ড
= 1 জুল/সেকেন্ড = 10^7 আর্গ/সেকেন্ড

(v) 1 কিলোওয়াট-ঘণ্টা = 1 কিলোওয়াট × 1 ঘণ্টা
= 1000 ওয়াট × 1 ঘণ্টা
= 1000 × 60 × 60 জুল
= 36×10^5 জুল।

2. কোন এঞ্জিন প্রতি মিনিটে 1200 গ্যালন জল 6 ফুট উচ্চতায় তুলে 32 ফুট/সেকেন্ড বেগে ফেলে দেয়। 1 গ্যালন জলের ওজন 10 পাউন্ড হ'লে এঞ্জিনের অশ্বক্ষমতা কত?

সমাধান ঃ 1 মিনিটে 1200 গ্যালন = 1200 × 10 lb.।

∴ প্রতি সেকেন্ডে $\frac{1200 \times 10}{60} = 200$ lb.।

সুতরাং, এঞ্জিন প্রতি সেকেন্ডে অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে 200 × 6
= 1200 ft. lbs. কার্য করে।

200 পাউন্ড জলের গতিশক্তি = $\frac{1}{2} \times 200 \times 32 \times 32$ ft. Poundal.
$= \frac{200 \times 32 \times 32}{2 \times 32} = 3200$ ft. lb.

সুতরাং, প্রতি সেকেন্ডে এঞ্জিন (1200 + 3200) ft. lb. বা 4400 ft. lb. শক্তি খরচ করে।

অতএব, এঞ্জিনের ক্ষমতা = $\frac{4400}{550} = 8$ H. P.।

3. 100 lb. ওজনের বালক 20টি সিঁড়ি 5 সেকেন্ডে ওঠে। প্রত্যেক সিঁড়ির উচ্চতা 9 inches হ'লে সে কত হর্স পাওয়ার প্রয়োগ করে?

সমাধান ঃ সিঁড়ির মোট উচ্চতা = $\frac{20 \times 9}{12}$ ft.; কৃত কার্য = $\frac{100 \times 20 \times 9}{12}$ ft. lb.।

অতএব, ক্ষমতা = $\frac{100 \times 20 \times 9}{12 \times 5}$ ft. lb./sec.

কাজেই, হর্স পাওয়ার = $\frac{100 \times 20 \times 9}{12 \times 5 \times 550} = \frac{6}{11} = 0{\cdot}55$ H. P. (প্রায়)।

4. 12 ফুট ব্যাস ও 25 ফুট গভীর কুয়োর জল খালি ক'রতে কত কাজ ক'রতে হবে? এক ঘন ফুট জলের ওজন 62·5 lb.। একটি মোটর 40 মিনিটে এই কাজ ক'রলে মোটরের হর্স পাওয়ার কত হয়?

সমাধান ঃ জলের আয়তন = কুয়োর প্রস্থচ্ছেদ × গভীরতা
$= \frac{\pi \times 12 \times 12}{4} \times 25 = 2828$ cu. ft.।

জলের ওজন = 2828 × 62·5 lb.; জল তোলার গড় উচ্চতা = $\frac{25}{2}$ft. = 12·5 ft.।

সুতরাং, কৃত কার্য = 2828 × 62·5 × 12·5 = $2{\cdot}204 \times 10^6$ ft. lb.।

এই কাজ 40 মিনিটে করে। সুতরাং 1 সেকেন্ডে,

কৃত কার্য = $\frac{2{\cdot}204 \times 10^6}{40 \times 60}$ ft. lb.।

অতএব, হর্স পাওয়ার = $\frac{2{\cdot}204 \times 10^6}{40 \times 60 \times 550} = 1{\cdot}67$ H. P.।

5. 10 H. P. মোটর দ্বারা কুয়ো থেকে 30 ফুট উঁচুতে জল তোলা হয়। পাম্পের কর্মদক্ষতা 85% হ'লে প্রতি মিনিটে কত গ্যালন জল তোলা যায়? 1 গ্যালন জলের ওজন 10 পাউন্ড।

সমাধান : এক্ষেত্রে কর্মদক্ষতা $= \frac{85}{100} \times 10 = 8{\cdot}5$ H. P.।

ধরা যাক্, প্রতি মিনিটে m গ্যালন জল তোলা হয়। সুতরাং, 1 মিনিটে কৃত কার্য $= m \times 10 \times 30$ ফুট-পাউন্ড। অতএব, 1 সেকেন্ডে কৃত কার্য

$$= \frac{m \times 10 \times 30}{60} \text{ ft. lb.} = \frac{m \times 10 \times 30}{60 \times 550} \text{ H. P.}$$

$$\therefore 8{\cdot}5 = \frac{m \times 10 \times 30}{60 \times 550} \text{ অথবা ; } m = \frac{60 \times 550 \times 8{\cdot}5}{10 \times 30} = 935 \text{ গ্যালন।}$$

6. কোন এঞ্জিন 15 মাইল বেগে 500 টনের একটি ওয়াগনকে 1 এ 100 (1 in 100) নত তল বরাবর টেনে নিয়ে যেতে পারে। ঘর্ষণ ইত্যাদি বাধা অগ্রাহ্য করা গেলে এঞ্জিনের ক্ষমতা কত হয়?

সমাধান : 500 টন $= 500 \times 2240$ lb.

নততল বরাবর ওজনের উপাংশ $= 500 \times 2240 \sin \theta$

$$= 500 \times 2240 \times \tfrac{1}{100}. \quad [\because \theta \text{ এর মান কম }]$$

$$= 11200 \text{ lb.}$$

ঘণ্টায় 15 মাইল = সেকেন্ডে 22 ft.।

সুতরাং, প্রতি সেকেন্ডে এঞ্জিনের কৃত কার্য $= 11200 \times 22$ ft. lb.।

অতএব, এঞ্জিনের ক্ষমতা $= \frac{11200 \times 22}{550}$ H. P. $= 448$ H. P.

7. 2 Kg. ভরের কোন ব্লক নততল বরাবর পড়ে। ঐ তলের নতি 30°। ব্লক ও তলের মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $\sqrt{3/2}$। ব্লকের উপর কত বল প্রয়োগ ক'রলে ইহা সমবেগে প'ড়বে? সমবেগে উঠবে? উভয় ক্ষেত্রে ব্লকের গতিবেগ সমান হ'লে প্রয়োজনীয় ক্ষমতাদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। *[I. I. T. '76]*

সমাধান : ব্লক নীচের দিকে প'ড়লে ঘর্ষণ বল F উপর দিকে ক্রিয়া করে। নততল বরাবর নীচের দিকে P বল প্রয়োগ ক'রলে এবং ব্লকের ভর m ও তলের নতি θ হ'লে,

$P + mg \sin \theta = F$; কিন্তু $F = \mu R = \mu\, mg \cos \theta$; R = লম্ব প্রতিক্রিয়া।

$$\therefore P = mg(\mu \cos \theta - \sin \theta) = 2 \times 9{\cdot}8\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = 9{\cdot}8 \times \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{nt.}$$

যখন ব্লক উপর দিকে ওঠে তখন ঘর্ষণ বল নীচের দিকে ক্রিয়া করে। নততল বরাবর উপর দিকে P′ বল প্রয়োগ করা হ'লে, $P' = \mu mg \cos \theta + mg \sin \theta$ $= 2 \times 9{\cdot}8\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = 9{\cdot}8 \times \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$nt.। উভয় ক্ষেত্রেই ব্লকের গতিবেগ সমান হওয়ায় ক্ষমতাদ্বয়ের অনুপাত = প্রযুক্ত বলদ্বয়ের অনুপাত। অতএব, প্রয়োজনীয় অনুপাত $= \frac{P}{P'} = \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$।

8. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে মেঘের উচ্চতা 1 মাইল। সমুদ্র সৈকতে 1 বর্গমাইল এলাকায় $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি গভীর বৃষ্টিপাত হয়। এই জলকে মেঘে তুলতে কত কাজ ক'রতে হয়? 1 ঘনফুট জলের ওজন 62·5 পাউন্ড।

সমাধান : W পাউন্ড জলকে h ফুট তুলতে কৃত কার্য $= W \times h$ ft. lb.
এক্ষেত্রে, $h = 1760 \times 3 = 5280$ ft.,
জলের ওজন $W = (5280)^2 \times \frac{1}{2 \times 12} \times 62{\cdot}5$ lb.
$\therefore$ কৃত কার্য $= (5280)^2 \times \frac{1}{24} \times 62{\cdot}5 \times 5280 = 383{\cdot}2 \times 10^9$ ft.-lb.।

9. একটি নত তলের দৈর্ঘ্য 5 m ও ইহার শীর্ষের উচ্চতা 3 m। 10 Kg. ভর বিশিষ্ট একটি ব্লককে এই নত তলের তলদেশ থেকে শীর্ষদেশে তুলতে হবে। নত তলের সমান্তরালে ক্রিয়াশীল বল দ্বারা ব্লককে নির্দিষ্ট গতিতে ঠেলে তুলতে কত কাজ ক'রতে হয়? ব্লক ও তলের ঘর্ষণ উপেক্ষা কর।

সমাধান : তলের নততা θ ও ক্রিয়াশীল বল P হ'লে তলের সমান্তরালে লব্ধি বল $= P - mg \sin\theta$। ব্লক সমবেগে ওঠায় $P - mg \sin\theta = 0$।

অতএব, $P = mg \sin\theta = 10 \times 9{\cdot}8 \times \frac{3}{5} = 58{\cdot}8$ নিউটন।

কাজেই, বল দ্বারা কৃত কার্য $= 58{\cdot}8 \times 5 = 294$ জুল।

10. একটি মোটর গাড়ি 100 H. P. ক্ষমতা ব্যয় করে ও 60 মাইল/ঘণ্টা গতি বেগে চলে। ইহার উপর সম্মুখ ঘাত কত?

সমাধান : ক্ষমতা, $P = \frac{\text{কার্য}}{\text{সময়}} = \frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{সময়}} = \text{বল (F)} \times \text{বেগ } (v)$

$$\therefore \quad F = \frac{P}{v} = \frac{100 \times 550 \times 60 \times 60}{60 \times 1760 \times 3} = 625 \text{ ft.-lb.।}$$

11. একটি ঘোড়া একটি গাড়িকে অনুভূমিক রেখার সাথে 30° নততায় 40 lb. বল দ্বারা 6 মাইল/ঘণ্টা বেগে টানে। ইহা 10 মিনিটে কত কাজ করে? ইহার ক্ষমতা কত?

সমাধান : এক্ষেত্রে বেগ, $V = \frac{6 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = 8{\cdot}8$ ft./sec.।
ঘোড়া 10 মিনিটে $8{\cdot}8 \times 10 \times 60$ ft. যায়।
অতএব, কৃত কার্য $= F\cos\theta \times S = 40 \times \cos 30° \times 8{\cdot}8 \times 10 \times 60$
$= 1{\cdot}83 \times 10^5$ ft.-lb.

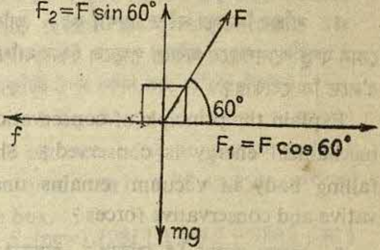
ক্ষমতা, $P = \frac{1{\cdot}83 \times 10^5}{10 \times 60} = 305$ ft.-lb./sec.।

12. দশটি অভিন্ন প্রস্তর ঘনক ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে আছে। ইহাদের প্রত্যেকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 cm.। একটির উপর আর একটি এইভাবে প্রস্তর ঘনকগুলি সাজাতে কত কাজ ক'রতে হয়? প্রস্তরের ঘনত্ব $= 2{\cdot}5$ gm./cc.।

সমাধান : মোট উচ্চতা $= 12 \times 10 = 120$ cm.।
ইহাদের ভার কেন্দ্রের উচ্চতা $= 60$ cm.।
ভূ-পৃষ্ঠ থেকে প্রথম প্রস্তর ঘনকের ভার কেন্দ্রের উচ্চতা $= 6$ cm.।
কাজেই, কৃত কার্য $= 10 \times (12)^3 \times 2{\cdot}5 \times 980 \times (60 - 6)$ erg.
$= \mathbf{228{\cdot}6}$ **Joule**।

13. 5 কিলোগ্রাম ভরের একটি বস্তুকে দড়িতে বেঁধে অমসৃণ মেঝের উপর 5 মিটার টেনে নিয়ে যাওয়া হয়। দড়িটি অনুভূমিক রেখার সাথে 60° কোণে আনত থাকে। মেঝের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·3 হ'লে কত কার্য করা হয়? $g = 10$ মি./সে.^{2}।

সমাধান ঃ F বলে বস্তুকে টানলে মেঝের সমান্তরালে ইহার উপাংশ, $F_1 = F\cos 60° = 0·5 \times F$ ও মেঝের লম্বভাবে বলের উপাংশ, $F_2 = F\sin 60° = 0·866 \times F$। আবার মেঝের উল্লম্ব প্রতিক্রিয়া, $R = mg - F_2 = mg - 0·866 \times F$ অতএব, ঘর্ষণ বল $f = \mu R = 0·3(mg - 0·866 \times F)$। ঘর্ষণ বলের বাধা এড়িয়ে বস্তুকে গতিশীল হ'তে হ'লে F_1-কে অন্তত f-এর সমান হ'তে হবে। কাজেই,



চিত্র 138

$$0·5 \times F = 0·3(mg - 0·866 \times F)$$
$$= 0·3(5 \times 10 - 0·866 \times F) = 15 - 0·26F$$
$$\therefore \quad F = 19·74 \text{ নিউটন (প্রায়)}$$

সুতরাং, কৃত কার্য $= F\cos 60° \times x = 19·74 \times \frac{1}{2} \times 5 = 49·35$ জুল (প্রায়)।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. কার্য ব'লতে কি বোঝায়? কোন্ অবস্থায় কোন বল দ্বারা কৃত কার্য (i) ধনাত্মক, (ii) ঋণাত্মক ও (iii) শূন্য হয়? কার্যের পরিমাণ কি নির্দেশ তন্ত্রের উপর নির্ভর করে? উদাহরণ সহকারে ব্যাখ্যা কর।

What do you mean by work? Under what conditions the work done by a force is (i) Positive, (ii) Negative and (iii) Zero? Does the amount of work depend upon the frame of reference? Explain with example.

2. কার্যের পরম, অভিকর্ষীয় ও ব্যবহারিক এককগুলি লেখ। বল ও টর্ক দ্বারা কৃত কার্যের পরিমাপ কিভাবে করা হয়? কোন বলের বিরুদ্ধে কার্য করা ব'লতে কি বোঝায়?

State the absolute, gravitational and practical units of work. How the work done by a force and by a torque is measured? What do you mean by the work done against a force?

3. স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সংজ্ঞা লেখ। দেখাও যে, m ভরের কোন বস্তুর গতিবেগ v হ'লে ইহার গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv^2$ হয়। অভিকর্ষজ স্থিতিশক্তির রাশি নির্ণয় কর।

একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর গতিশক্তি সমান। কোন্ বস্তুর ভরবেগ বেশি? কোন বস্তুর ভরবেগ না থাকলে কি ইহার শক্তি থাকতে পারে?

Define potential energy and kinetic energy. Show that the kinetic energy of a body of mass m moving with a velocity v is $\frac{1}{2}mv^2$. Deduce an expression for the gravitational potential energy.

A light and a heavy body have got equal kinetic energies. Which one will have a greater momentum ?

Is it possible that a body has an energy without momentum ?

4. শক্তির নিত্যতা নীতি ব্যাখ্যা কর। যান্ত্রিক শক্তি কোন্ অবস্থায় সংরক্ষিত হয়? দেখাও যে, কোন বস্তু শূন্যস্থানে অবাধে প'ড়লে ইহার যান্ত্রিক শক্তির পরিবর্তন হয় না। অসংরক্ষী ও সংরক্ষী বল ব'লতে কি বোঝায়?

Explain the principle of conservation of energy. Under what conditions the mechanical energy is conserved ? Show that the mechanical energy of a freely falling body in vacuum remains unaltered. What do you mean by non-conservative and conservative forces ?

5. ক্ষমতা ব'লতে কি বোঝায়? ক্ষমতার পরম একক কি? অশ্বক্ষমতা কাকে বলে ও ইহার সঙ্গে কিলো ওয়াটের সম্পর্ক কি?

What do you mean by the term Power ? What is the absolute unit of Power ? What is Horse Power and what is its relation with Kilowatt ?

6. নিম্নলিখিত উক্তিগুলির সার্থকতা বিচার কর—

(i) একটি চাকা স্থির অবস্থায় আছে। ইহাকে পুরো একপাক ঘুরিয়ে স্থির অবস্থায় আনা হয়। চাকার ঘর্ষণ না থাকলে ইহাতে কার্য করা হয়।

(ii) কোন ব্যক্তি নদীর স্রোতের বিরুদ্ধে সাঁতার কাটে। সে তীর সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় থাকে। সে কার্য করে।

(iii) কার্য ও টর্ক একই এককে প্রকাশ করা যায়। কাজেই ইহারা একই ভৌত রাশি।

(iv) সম বৃত্ত গতিতে আবর্তনশীল বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বল কার্য করে।

(v) সর্বদাই ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কার্য করা হয় কিন্তু ঘর্ষণ কোন কার্য করে না।

(vi) দড়ি টানাটানি খেলায় A দল B দলের কাছে ধীরে ধীরে হারে। এক্ষেত্রে A দল B দলের উপর কার্য করে।

Comment on the following statements :

(i) A wheel is at rest. It comes to rest after one complete rotation. Work is done on the wheel if there is no friction of the wheel.

(ii) A man is swimming against the current in a river. He remains stationary relative to the bank. He does work.

(iii) Work and torque are expressed in the same unit. So they are the same physical quantity.

(iv) Centrifugal force does work on a body performing uniform circular motion.

(v) Always work is done against friction, but friction does not do any work.

(vi) In a tug of war, team A is slowly giving ground to team B. In this case team A is doing work upon team B.

7. (a) সংজ্ঞা লেখ ঃ—কার্য, ক্ষমতা ও শক্তি। (b) এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহাদের একক লেখ। (c) গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি ব'লতে কি বোঝায়? (d) '5 অশ্বক্ষমতা বিশিষ্ট একটি গাড়ি' ব'লতে কি বোঝায়? [*Tripura H.S. 1979*]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. (a) গতিশক্তির সংজ্ঞা লেখ; (b) 1 Kg. ভরের একটি বস্তুকে 100 m. উঁচু একটি মিনারের উপর থেকে ছেড়ে দেওয়া হ'ল। বস্তুটির গতিশক্তি (i) ছেড়ে দেওয়ার এক সেকেন্ড পরে কত হবে এবং (ii) মিনারের গোড়ায় পৌঁছানর মুহূর্তে কত হবে হিসেব কর। (c) একটি লোক একটি বাক্স নিয়ে লিফ্‌টে ক'রে উপরে উঠছে। বুঝিয়ে দাও লোকটি বাক্সটির উপর কোন কার্য ক'রছে কিনা?

(a) Define kinetic energy (b) A body of mass 1 Kg. is let fall from a tower 100 m. high. Calculate the K.E. of the body (i) one sec. after its release and (ii) when at the bottom of the tower. (c) A man rises in a lift carrying a box. Explain if any work is done by the man on the box.
[*H. S.* (new) *1981*] [4·9 J ; 980 J ; না]

2. প্রমাণ কর যে, বল প্রয়োগের দ্বারা কোন বস্তুর বেগের পরিবর্তন হ'লে বস্তুর গতিশক্তির যে পরিবর্তন হয়, তা বলের দ্বারা কৃত কার্যের সমান। [*Tripura H.S. 1981*]

3. 100 gm. ভর বিশিষ্ট একটি বস্তুর ভরবেগ 2,000 gm.-cm./sec.; বস্তুটির গতিশক্তি কত? যদি বস্তুটির ঐ ভরবেগ স্থির অবস্থা থেকে 10 সেকেন্ড সময়ে অর্জিত হ'য়ে থাকে তবে কত বল প্রযুক্ত হ'য়েছিল নির্ণয় কর। [*Tripura H.S. 1981*] [2×10^4 erg., 200 dyne]

4. ভূ-পৃষ্ঠ হ'তে 10 মিটার উঁচু স্থান থেকে এক কিলোগ্রাম ভরের কোন বস্তুকে প্রতি সেকেন্ডে 200 সেন্টিমিটার বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হ'ল। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে? [*Tripura H.S. 1980*] [100 Joule]

8. একটি 60 Kg. বাক্সকে অনুভূমিক ভাবে 5 m./sec. সমবেগে নিয়ে গেলে কত কাজ করা হয়? ঘর্ষণ অগ্রাহ্য কর।

A 60 Kg. box moves with constant speed of 5 m./sec. along a horizontal surface. What is the work done? Neglect friction. [শূন্য]

9. কোন মসৃণ নততলের নতঙা 30° এবং দৈর্ঘ্য 5 m.। একটি 10 Kg. ব্লককে এই তলের নীচে থেকে উপরে তুলতে কত কাজ ক'রতে হয়?

A block of mass 10 Kg. is to be raised from the bottom to the top of a smooth inclined plane of inclination 30° and 5 m. long. How much work must be done? [245 Joule]

10. একটি ঘোড়া একটি গাড়িকে অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 60° কোণে 40 Kg. বলে টানে এবং 4 m./sec. বেগে যায়। সে প্রতি মিনিটে কত কাজ করে?

A horse pulls a cart with a force of 40 Kg. at an angle of 60° with the horizontal and moves along at a speed of 4 m./sec. How much work does he do in one minute? [$4{\cdot}8 \times 10^3$ Joule]

11. কোন বস্তুর ভরবেগ দ্বিগুণ হ'লে গতিশক্তি কত গুণ হয়?

If the momentum of a body is doubled what happens to its kinetic energy? [দ্বিগুণ]

12. 30 gm. ভরের একটি বুলেট 400 m./sec. বেগে কোন কাঠের ব্লকে 12 cm. প্রবেশ ক'রে থেমে যায়। বুলেটের উপর গড় বল কত?

A 30 gm. bullet initially travelling at 400 m./sec. penetrates 12 cm. into a wooden block and stops. What is the average force exerted on the bullet? [2×10^9 dyne]

13. স্থির অবস্থায় 30 Kg. ভরের কোন বস্তুর উপর 5 নিউটন বল প্রয়োগ করা হয়। প্রথম সেকেন্ডে কত কাজ করা হয়?

A net force of 5 newton acts on a 30 Kg. body initially at rest. What is the work done in the first second? [$\frac{5}{12}$ Joule]

14. 50 Kg. ভরের কোন গোলককে খাড়া উপর দিকে 200 m./sec. বেগে ছোড়া হয়। ইহা 1500 m. উঁচুতে ওঠে। ঘর্ষণ অতিক্রম ক'রতে কত শক্তি ব্যয়িত হয়?

A 50 Kg. sphere is projected vertically upward with a speed of 200 m./sec. It rises to a height of 1500 metres. How much energy was used up in overcoming friction. [$2{\cdot}65 \times 10^5$ Joules]

15. একটি বস্তু স্থির অবস্থা থেকে কোন মসৃণ পথ বরাবর গড়িয়ে পড়ে। এই পথ r ব্যাসার্ধের বৃত্তের এক চতুর্থাংশ। পথের তলদেশে বস্তুর গতিবেগ কত?

A body slides from rest down a smooth track which is a quadrant of a circle of radius r. What is the speed at the bottom? [$\sqrt{2gr}$]

16. 39·2 m. দৈর্ঘ্যের কোন দোলকের পিণ্ডকে লম্ব রেখা থেকে 60° কোণে সরিয়ে ছেড়ে দেওয়া হয়। পিণ্ড যখন ইহার নিম্নতম বিন্দু দিয়ে যায় তখন ইহার গতিবেগ কত?

A pendulum bob on a 39·2 m. string is displaced 60° from the vertical and then released. What is the speed of the bob as it passes through the lowest point in its path. [19·6 m./sec.]

17. কোন মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের উপর একটি সুষম চেন আছে। ইহার দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{5}$ অংশ টেবিলের কিনারায় ঝুলছে। চেনের ভর m ও দৈর্ঘ্য l হ'লে ঝুলন্ত অংশকে টেবিলে টেনে তুলতে কত কাজ ক'রতে হয়?

A uniform chain of mass m and length l is held on a smooth table with one fifth of its length hanging over the edge. How much work is required to pull the hanging part back on the table? $\left[\frac{mgl}{50}\right]$

18. কোন ব্যক্তির গতিবেগ 1 m/sec. বৃদ্ধি পেলে তার গতিশক্তি দ্বিগুণ হয়। তার প্রাথমিক গতিবেগ কত?

If a man speeds up by 1 m./sec. his kinetic energy is doubled. What was his original speed? [2·41 m /sec.]

19. কোন বস্তু 10 m. উচ্চতা থেকে মেঝের উপর প'ড়ে 8 m. উচ্চতায় প্রতিক্ষিপ্ত হয়। মেঝে স্পর্শ করার ফলে ইহার গতিশক্তির কত অংশ অপচয়িত হয়? বায়ুর বাধা অগ্রাহ্য কর।

A body falling from a height of 10 m. rebounds from a floor and rises to a height of 8 ft. What fraction of its energy is lost in the impact? Assume air resistance to be negligible. [$\frac{1}{5}$ গুণ]

20. 25 Kg. ভরের একটি বস্তু স্থির অবস্থা থেকে কোন নততল বরাবর পড়ে। নততলের দৈর্ঘ্য 8 m. এবং উচ্চতা 5 m.। নততলের নীচে বস্তুর বেগ 4 m/sec. হ'লে ঘর্ষণ বল কত?

A body of mass 25 Kg. starts from rest and slides down an inclined plane 8 m. long and 5 m. high. It is found to move at the bottom with a speed of 4 m./sec. What is the force of friction? [128·13 newton]

21. 980 gm. ভরের কোন কাঠের ব্লককে 15 m. লম্বা দাঁড় দিয়ে ঝোলানো হয়। 20 gm. ভরের একটি বুলেট কোন বন্দুক থেকে 600 m/sec. বেগে নিক্ষিপ্ত হ'য়ে ঐ ব্লকে প্রবেশ ক'রে থেকে যায়। ব্লক কত উচ্চতায় ওঠে ?

A 20 gm. bullet fired from a gun with a speed of 600 m./sec. embeds itself in a 980 gm. block of wood suspended by 15 m. long cord. How high the block rises ? [7·4 m.]

22. একটি মোটর 1200 rpm. গতি বেগে 4·4 lb-ft. টর্ক সরবরাহ করে। ইহা কত ক্ষমতা উৎপন্ন করে ?

A motor running at a rate of 1200 rpm. can supply a torque of 4·4 lb-ft. What power does it develop ? [1 H. P.]

23. কোন মসৃণ তলে অবস্থিত 10 Kg. ভরের একটি রোলারের উপর 50 নিউটন বল প্রয়োগ করা হয়। বল ক্রিয়া করার সময় রোলার 10 m. যায়। রোলারের উপর কত কাজ করা হয় ? রোলারের গতিশক্তি কত ?

A force of 50 newton acts on a 10 Kg. roller initially at rest on a smooth surface. The roller travels 10 m. while the force acts. What is the work done on the roller ? What is its kinetic energy ? [500 Joule ; 500 Joule]

24. একজন কুলি অনুভূমিক তলে এক জায়গা থেকে অপর জায়গায় ভার বহন করে। সে কি ভারের উপর কোন কাজ করে ?

A coolie carries a load from one place to another on a horizontal surface. Has he done any work on the load ? [না]

25. একটি জলাধার থেকে 27·8 ft. উচ্চে একটি ট্যাঙ্কে জল পাম্প ক'রে তুলতে হবে। ট্যাঙ্কের তলদেশের মাপ 5 ft. × 5 ft.। ট্যাঙ্কে 4·4 ft. গভীর জল পাম্প ক'রে তুলতে কত কাজ ক'রতে হয় ? পাম্পের ক্ষমতা $\frac{1}{2}$ কিলোওয়াট হ'লে সময় কত লাগবে ? [*Jt. Extrance 1976*]
[$2{\cdot}06 \times 10^5$ ফুট পাউণ্ড ; 17 মি. 18 সে.]

26. 10 Kg. ভরের উপর একটি ঊর্ধ্বমুখী বল (F = 196 নিউটন) প্রয়োগ ক'রে ইহাকে 10 মিটার ঊর্ধ্বে তোলা হয়। বল F দ্বারা কৃত কার্য ও অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কৃত কার্য হিসেব কর। এক্ষেত্রে F বল দ্বারা কৃত কার্য অর্জিত মহাকর্ষীয় স্থিতিশক্তির চেয়ে বেশি। হিসেব করে দেখাও যে, এক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্র বজায় থাকে। [*Jt. Extrance 1978*] [1960 জুল, 980 জুল]

27. 12 cm. বাহুবিশিষ্ট ঠিক একই রকমের 20 খানা পাথরের ঘনক প'ড়ে আছে। ঘনকগুলিকে একটির উপর আর একটি রেখে সাজাতে কত কাজ ক'রতে হবে ? পাথরের ঘনত্ব 2·5 gm./c c.।
[457·2 Joule]

28. একটি বস্তুর গতিশক্তি 20 Joule। ইহার গতির বিরুদ্ধে 1 megadyne (1 megadyne $=10^6$ dyne) বল প্রয়োগ করা হ'ল। বস্তুটি গতিহীন হবার আগে কত দূরত্ব যায় ? [20 cm.]

29. 1650 lb. ওজনের একটি লৌহখণ্ডকে একটি ক্রেন 4 হর্স পাওয়ার ক্ষমতা প্রয়োগ ক'রে কত দ্রুততায় উচ্চে তুলবে। [*H. S. 1966*] [1·33 ft./sec.]

30. 300 ft. উঁচুতে অবস্থিত একটি জলাধারে জল ঢালার জন্য 10 H.P. এঞ্জিন ব্যবহার করা হ'ল। এঞ্জিনের কর্মদক্ষতা 80% হ'লে প্রতি মিনিটে জলাধারে কত জল ঢালা হয় নির্ণয় কর।
[*H. S. 1962*] [880 lb.]

31. 200 gm. ওজনের একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 20 m. উঁচু একটি স্থান থেকে 200 cm./sec. বেগে ঊর্ধ্বে উৎক্ষেপ করা হ'ল। ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার আগে উহার গতিশক্তি কত হবে ?
[398×10^6 erg (প্রায়)]

32. সমতলভূমিতে একটি মোটর গাড়ি 40 Km./hr. বেগে যায়। গতির বিরুদ্ধে রাস্তায় বাধা গাড়ির ওজনের 20% ; সমদ্রুতি বজায় রাখার জন্য গাড়ির ক্ষমতা H. P. তে নির্ণয় কর। গাড়ির ওজন=1000 Kg.। [29·2 H.P.]

33. একটি বস্তুর বেগ 5 cm./sec. থেকে 20 cm /sec. এ পরিবর্তিত হ'তে সময় লাগে 5 sec.। বস্তুর ভর 2 Kg. হ'লে বস্তুর উপর প্রদত্ত বল এবং ঐ সময়ে বল দ্বারা কৃত কার্য নির্ণয় কর। [375×10^3 erg ; 6×10^3 dyne]

34. m ভরের একটি বুলেট v অনুভূমিক বেগে এসে M ভরের একটি কাঠের ব্লকে প্রবেশ করে। ইহার দরুন বুলেট সহ ব্লক চলতে থাকে। দেখাও যে, সংঘর্ষের পর বুলেটের গতিশক্তির $\frac{m}{M+m}$ অংশ যান্ত্রিক শক্তিরূপে বজায় থাকে। বাকি শক্তির কি হয় ? [প্রধানত তাপশক্তি]

35. প্রমাণ কর যে m ভরের একটি অবাধে পতনশীল বস্তু $\frac{1}{2}mg^2(2t-1)$ পরিমাণ স্থিতিশক্তি হারায়।

36. 40 gm. ভরের একটি দোলক পিণ্ডকে একপাশে এরূপভাবে টানা হ'ল যে সুতো টান টান অবস্থায় থাকে এবং পিণ্ড দোলনের সর্বনিম্ন বিন্দু থেকে খাড়া 5 ft. উঁচুতে ওঠে। সর্বনিম্ন বিন্দুতে উহার গতিশক্তি কত ? [196×10^3 erg]

37. একটি সুষম দণ্ডের ওজন 3 Kg. ও দৈর্ঘ্য 4 m.। ইহার এক প্রান্ত হ'তে 1·5 m. দূরে ইহার ভারকেন্দ্র অবস্থিত। ইহার অপর প্রান্তে 8 Kg. ভার বাঁধা হয়। দণ্ডটি ভূ-পৃষ্ঠের উপর অনুভূমিক অবস্থায় আছে। ইহাকে এমন ভাবে উল্লম্ব অবস্থায় আনা হয় যাতে ইহার 8 Kg. ভার বাঁধা প্রান্ত উল্লম্ব অবস্থায় ঊর্ধ্বে থাকে। তাহ'লে দণ্ডটিকে এই অবস্থায় আনতে কত কাজ করতে হয় ? [357·7 জুল]

38. একটি সুষম ইঁটের সাইজ 6 cm × 8 cm × 10 cm. ও উহার ভর 2·5 Kg.। ইহা ভূ-পৃষ্ঠে এরূপভাবে আছে যে উহার দীর্ঘতম তল ভূমির উপর অবস্থিত। ইহাকে এক প্রান্তে দাঁড় করাতে কত কাজ ক'রতে হয় ? [0·49 জুল]

পদার্থের সাধারণ ধর্ম
(General Properties Of Matter)

প্রথম পরিচ্ছেদ

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ
(GRAVITATION & GRAVITY)

1.1. সূচনা ঃ

সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ ও নক্ষত্রগুলি চিরদিন বিজ্ঞানীদের দৃষ্টি আকর্ষণ ক'রে আসছে। টাইকো ব্রেই তিরিশ বছর ধ'রে মহাজাগতিক বস্তুর গতি পর্যবেক্ষণ করেন। তাঁর সংগৃহীত তথ্য বিশ্লেষণ ক'রে এবং নিজেও অনুরূপ আরো তথ্য সংগ্রহ ক'রে জন্ কেপলার গ্রহগুলির গতি সম্পর্কে তিনটি সূত্র দেন। এই সূত্রগুলি নিম্নরূপ ঃ—

প্রথম সূত্র ঃ সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলি উপবৃত্তাকার পথে ঘোরে। সূর্য ঐ পথের একটি ফোকাসে (Focus) অবস্থিত।

All planets move in elliptical orbits having the sun as one focus. (*the law of orbits*)

দ্বিতীয় সূত্র ঃ সূর্য ও গ্রহ সংযোগকারী সরল রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্র বর্ণনা করে।

A line joining any planet to the sun sweeps out equal areas in equal times (*the law of areas*).

তৃতীয় সূত্র ঃ সূর্যের চারপাশে গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ, সূর্য থেকে উহার গড় দূরত্বের ঘন মানের সমানুপাতিক।

The square of the period of any planet about the sun is proportional to the cube of the planet's mean distance from the sun. (*the law of periods*)

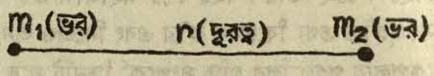
দুর্ভাগ্যবশত, বস্তুর জড়তা সম্পর্কে কেপলারের কোন ধারণা ছিল না। তাই গ্রহগুলির ঘোরার কারণ তিনি ব্যাখ্যা ক'রতে পারেন নি। বিজ্ঞানী নিউটন কেপলারের সূত্রগুলি থেকে বুঝতে পারেন যে (i) দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী গ্রহের উপর ক্রিয়াশীল বল কেন্দ্রাভিমুখী, সূর্যের দিকে ক্রিয়ারত। সূর্যই গ্রহগুলিকে উপবৃত্তাকার পথে ঘোরায়। (ii) কেপলারের প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্র থেকে দেখানো যায় যে, গ্রহের উপর ক্রিয়াশীল বল সূর্য থেকে গ্রহের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। (iii) এই সূত্রগুলি থেকে আরও দেখানো যায় যে, এই বল গ্রহ ও সূর্যের ভর দ্বয়ের গুণফলের সমানুপাতিক।

এই সব সূত্র, নানান পরীক্ষালব্ধ ফলাফল, যুক্তি-তর্ক ও অনুমান থেকে 1687 খ্রীষ্টাব্দে নিউটন মহাকর্ষ সূত্র প্রতিষ্ঠা করেন।

1.2. নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র (Newton's law of Gravitation) ঃ

এই বিশ্বের যে কোন দুই কণা ইহাদের সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলের মান কণা দ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং ইহাদের পারস্পরিক দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। [Every particle of matter in the universe attracts every other particle at all distances, in the line joining them, with a force which varies directly as the product of their masses and inversely as the square of the distance between them.]

ধরা যাক্ m_1, m_2 = কণা-দ্বয়ের ভর,



চিত্র 1

r = উহাদের পারস্পরিক দূরত্ব,

F = উহাদের পারস্পরিক আকর্ষণ বলের মান।

তাহ'লে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী,

$F \propto m_1 m_2$ এবং $F \propto \frac{1}{r^2}$ ।

অর্থাৎ $F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$, অথবা $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ … … …(i)

এই Gকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলা হয়।

আবার $m_1 = m_2 = 1$ gm. এবং $r = 1$ cm. হ'লে $F = G$ হয়। অর্থাৎ দু'টি এক গ্রাম ভরের কণাকে এক সেন্টিমিটার দূরে রাখলে উহারা পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তাই G এর মান। 1930 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী Heyl Gএর মান নির্ণয় করেন। এই মান $(6{\cdot}669 \pm 0{\cdot}004) \times 10^{-8}$ সি. জি. এস্ একক।

(i) নং সমীকরণ নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রের গাণিতিকরূপ। প্রথম কণার উপর দ্বিতীয় কণার বল $\vec{F}_{12}$ এবং দ্বিতীয় কণার উপর প্রথম কণার বল $\vec{F}_{21}$ হ'লে $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ । অর্থাৎ এই বল দু'টির মান সমান কিন্তু দিক্ বিপরীত।

1.3. মহাকর্ষীয় বলের কয়েকটি ধর্ম ঃ

(i) দুই কণার পারস্পরিক আকর্ষণ বল উহাদের সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করায় মহাকর্ষীয় বল কেন্দ্রগ, অতএব সংরক্ষী।

(ii) বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক বল আকর্ষক বা বিকর্ষক হ'তে পারে। কিন্তু মহাকর্ষীয় বল সম প্রকৃতির দু'ই ভরের পারস্পরিক আকর্ষণ বল।

(iii) বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক বল মাধ্যমের উপর নির্ভর করে। কিন্তু মহাকর্ষীয় বল মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না।

(iv) কণা দু'টি কোন্ অণু বা পরমাণু দ্বারা গঠিত, উহারা কঠিন, তরল বা বায়বীয়, বা উহাদের উষ্ণতা কত এ সব কোন কিছুর উপর মহাকর্ষ নির্ভর করে না। কণার উপর চাপ কিংবা বৈদ্যুতিক বা চৌম্বক বলক্ষেত্রে কণার অবস্থান মহাকর্ষকে প্রভাবিত করে না।

(v) মহাকর্ষ সূত্র মহাজাগতিক দূরত্ব থেকে পার্থিব দু'ই কণার দূরত্বেও প্রযোজ্য। তাই Gকে **সর্বজনীন** ধ্রুবক বলা হয়।

আণবিক দূরত্বের কাছাকাছি (10^{-8}cm) বোধহয় এই সূত্রের ব্যতিক্রম ঘটে। সঠিক সীমা জানা নেই।

জেনে রাখবে যে, মহাকর্ষ বিশ্বের গতীয় স্থিতিশীলতার একটি প্রধান কারণ হ'লেও ইহার উৎপত্তির কারণ এখনও জানা যায় নি।

Gএর একক : (i) নং সমীকরণ থেকে, $G=\dfrac{F.r^2}{m_1 m_2}$।

কাজেই Gএর **মাত্রা সমীকরণ,**

$[G]=[F]\,[r^2]/[m_1]\,[m_2]=[MLT^{-2}]\,[L^2]/[M^2]=[L^3T^{-2}M^{-1}]$

সুতরাং, সি জি এস্ পদ্ধতিতে Gএর একক, $cm^3\ sec^{-2}gm^{-1}$

বা, $cm^3/sec^2\ gm$

এম্ কে এস্ পদ্ধতিতে Gএর একক, $metre^3.sec^{-2}.Kg^{-1}$ বা $m^3/sec^2.Kg$.

1.4. মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্র (Gravitational field) ঃ

মহাকর্ষের মূল বক্তব্য একটি বস্তু অপর বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে। আমরা ইচ্ছা ক'রলে ভাবতে পারি যে, ইহা দুই বস্তুর পারস্পরিক ক্রিয়া (interaction)। ইহাকে **দূর থেকে ক্রিয়া** (*action at a distance*) বলা চলে। কারণ বস্তু দু'টি স্পর্শ না ক'রে দূর থেকে একে অপরকে আকর্ষণ করে। আবার অন্য ভাবে আমরা মনে ক'রতে পারি যে, একটি কণা উহার চারপাশের স্থানকে কোনভাবে রূপান্তরিত ক'রে মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্র সৃষ্টি করে। এই বলক্ষেত্র তখন ইহাতে অবস্থিত অপর কণার উপর মহাকর্ষীয় বল প্রয়োগ করে। এই ভাবনা অনুযায়ী প্রথমে আমাদের একটি বস্তুর দ্বারা উৎপন্ন বলক্ষেত্র নির্ণয় ক'রতে হয় এবং তারপর ঐ বলক্ষেত্রে অবস্থিত কোন কণার উপর প্রযুক্ত বল নির্ণয় ক'রতে হয়। নিউটনের সময়ে এই বলক্ষেত্রের ধারণা ছিল না। পরবর্তীকালে তাড়িৎ চুম্বকীয় তথ্যের বিশ্লেষণের জন্য ফ্যারাডে এই বলক্ষেত্রের অবতারণা করেন। মহাকর্ষের বেলাতেও ইহা প্রয়োগ করা হয়। পদার্থ বিদ্যার সব তত্ত্বেই এই **বলক্ষেত্রের ধারণা** খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

মহাকর্ষীয় বল যে অঞ্চলে ক্রিয়া করে তাকে **মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্র** বলা হয়। মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের মান সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় না। কাজেই ইহা একটি স্থাণু ক্ষেত্র (Stationary field)।

1.5. মহাকর্ষীয় বলের তীব্রতা (Intensity of Gravitation) ঃ

মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে অবস্থিত এক একক ভরের কণার উপর ক্রিয়াশীল বলকে ঐ বলক্ষেত্রের তীব্রতা বলে।

1.6. মহাকর্ষীয় বলের বিভব (Gravitational Potential) ঃ

এক একক ভরের কণাকে অনন্ত দূরত্ব থেকে মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে যে কার্য করা হয় তাকে ঐ বিন্দুতে **মহাকর্ষীয় বিভব** বলে।

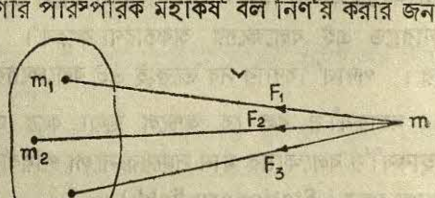
অন্যভাবে বলা যায়—মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের কোন বিন্দু থেকে একক ভরের কণাকে অনন্ত দূরত্বে পাঠাতে মহাকর্ষীয় বল যে কার্য করে তাই ঐ বিন্দুতে **মহাকর্ষীয় বিভব**।

স্থিতিশক্তির সহিত সম্পর্ক বিচার ক'রে বলা যায়—**একক ভরের স্থিতিশক্তিই মহাকর্ষীয় বিভব।**

1.7. বিস্তৃত বস্তুর বেলায় মহাকর্ষীয় আকর্ষণ (Gravitational attraction of extended bodies) ঃ

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রের $\left(F=G\frac{m_1 m_2}{r^2}\right)$ সাহায্যে দু'ই কণার পারস্পরিক বল নির্ণয় করা যায়। দু'টি বিস্তৃত বস্তুর পারস্পরিক দূরত্ব উহাদের মাত্রার (dimension) চেয়ে খুব বেশি হ'লে বস্তুদ্বয়কে কণারূপে ধরা যায় এবং মহাকর্ষ সূত্রের সাহায্যে ইহাদের পারস্পরিক মহাকর্ষ বল নির্ণয় করা যায়। কিন্তু দূরত্বের তুলনায় বস্তু দু'টির মাত্রা অগ্রাহ্য করা না গেলে ইহাদের পারস্পরিক মহাকর্ষ বল নির্ণয় করা খুবই কঠিন হ'য়ে পড়ে। এক্ষেত্রে প্রত্যেক বস্তুকে বিন্দু ভরে বিভক্ত ক'রতে হয় এবং তারপর প্রত্যেক জোড়া বিন্দু ভরের পারস্পরিক আকর্ষণ নির্ণয় ক'রতে হয়। এই সব পারস্পরিক আকর্ষণ বলগুলির ভেক্টর যোগফলই বস্তুদ্বয়ের পারস্পরিক মহাকর্ষ বল।

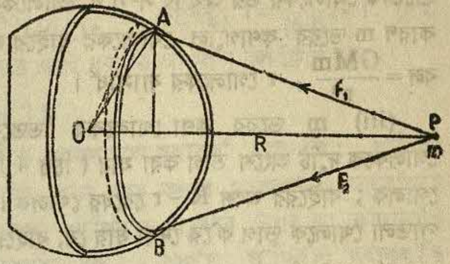
কোন বিস্তৃত বস্তু ও একটি কণার পারস্পরিক মহাকর্ষ বল নির্ণয় করার জন্য প্রথমে বিস্তৃত বস্তুকে m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভরের কণায় বিভক্ত ক'রতে হয় (চিত্র 2)। তারপর ঐ কণার সঙ্গে m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভর বিশিষ্ট প্রত্যেকটি কণার পারস্পরিক আকর্ষণ নির্ণয় ক'রতে হয়। এই সব পারস্পরিক আকর্ষণ বলগুলির ভেক্টর যোগফলই ঐ বিস্তৃত বস্তু ও কণার মধ্যে পারস্পরিক মহাকর্ষ বল। নীচে এ সম্পর্কে বিশদভাবে আলোচনা করা হ'ল।



চিত্র 2

* (1) **পাতলা গোল খোলক** (*Thin spherical shell*) ঃ ধরা যাক, একটি

পাতলা গোল খোলকের বেধ উহার ব্যাসার্ধের তুলনায় কম। খোলকের বাইরের কোন বিন্দু Pতে m ভরের কণার উপর উহার আকর্ষণ বল নির্ণয় ক'রতে হবে (চিত্র 3)। আমরা ধ'রে নেব যে খোলকটি অসংখ্য কণা (Particle) দ্বারা গঠিত। প্রত্যেকটি কণা P বিন্দুতে যে বল প্রয়োগ করে তা ঐ কণার ভরের সমানুপাতিক ও দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। এই আকর্ষণ বল P বিন্দু ও কণার সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে। তারপর আমরা খোলকের সব কণার জন্য P বিন্দুতে অবস্থিত m ভরের কণার উপর লব্ধি বল নির্ণয় ক'রব।



চিত্র 3

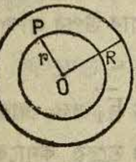
খোলকের A বিন্দুতে অবস্থিত কণা m ভরের কণাকে $\vec{F_1}$ বল দ্বারা আকর্ষণ করে। B বিন্দুতে অবস্থিত সমভরের অপর একটি কণা m ভরের কণাকে $\vec{F_2}$ বল-দ্বারা আকর্ষণ করে। m ভরের কণার উপর এই দু'ই বলের লব্ধি, $\vec{F_1}+\vec{F_2}$। লক্ষ্য করা যায় যে, $\vec{F_1}$ ও $\vec{F_2}$ বল দুটির উল্লম্ব উপাংশগুলি একে অপরকে বিনষ্ট করে এবং অনুভূমিক উপাংশগুলি পরস্পর সমান হয়। গোল খোলককে অনুরূপ অসংখ্য কণাযুগলে ভাগ ক'রে আমরা দেখব যে, m ভরের কণার উপর তির্যক বলগুলি (Transverse forces) জোড়ায় জোড়ায় নষ্ট হ'য়ে যায়। সুতরাং m ভরের কণার উপর খোলকের আকর্ষণ নির্ণয় ক'রতে হ'লে কেবলমাত্র অনুভূমিক উপাংশ গুলির ভেক্টর যোগ নিলেই হয়। খোলকের ভর M ও উহার কেন্দ্র থেকে P বিন্দুর দূরত্ব R হ'লে গাণিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ করা যায় যে, এই আকর্ষণ বল, $G\frac{Mm}{R^2}$। আবার খোলকের কেন্দ্রে খোলকের পরিবর্তে M ভরের একটি কণা থাকলে উহার জন্য P বিন্দুতে আকর্ষণ বল একই হ'ত। তাই **খোলকের ভরকে উহার কেন্দ্রে সংহত** ধরা চলে।

* (2) **নিরেট গোলক :**

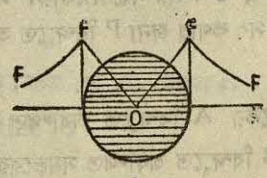
(i) একটি নিরেট গোলক বহুসংখ্যক সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলকদ্বারা গঠিত ভাবা যায়। যদি প্রত্যেক খোলক সমঘনত্বের হয় (এমন কি বিভিন্ন খোলকের ঘনত্ব বিভিন্ন হ'লেও) তাহ'লে নিরেট গোলকের বেলাতেও ঐ একই ফল পাওয়া যায়। সুতরাং সূর্য, চন্দ্র, পৃথিবীর ন্যায় বস্তুকে গোলক ধরা গেলে মহাকর্ষীয় ব্যাপারে ইহাদের **বাইরের বস্তুর তুলনায়** ইহাদিগকে কণা ভাবা যেতে পারে। অবশ্য বস্তু গুলিকে গোলক হ'তে হবে এবং গোলকের উপরিভাগের ঘনত্বকে ধ্রুবক হ'তে হবে অথবা ব্যাসার্ধের অপেক্ষক (Function) হ'তে হবে।

(ii) m ভরের কণা নিরেট গোলকের বাইরে না থেকে উহার পৃষ্ঠে থাকলেও প্রত্যেক খোলকের ভর অর্থাৎ সম্পূর্ণ গোলকের ভর উহার কেন্দ্রে সংহত ধরা যায়। কারণ m ভরের কণাগুলি খোলকের বাইরে অবস্থিত। সুতরাং এক্ষেত্রেও আকর্ষণ বল $=\frac{GMm}{r^2}$, r গোলকের ব্যাসার্ধ।

(iii) m ভরের কণা গোলকের ভিতরে P বিন্দুতে অবস্থিত হ'লে একটি গোলককে দুটি অংশে ভাগ করা যায় (চিত্র 4)। ভিতরের অংশ r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক ; বাইরের অংশ R − r বেধের খোলক। দু'ই অংশকেই সমকেন্দ্রিক বহুসংখ্যক পাতলা খোলকে ভাগ ক'রে দেখা যায় যে, বাইরের খোলকের জন্য P বিন্দুতে কোন আকর্ষণ নেই, কিন্তু r ব্যাসার্ধের গোলকের জন্য P বিন্দুতে আকর্ষণ $=\frac{GMm\ r}{R^2 .\ R}$



চিত্র 4



চিত্র 5

পৃথিবীকে সম ঘনত্বের গোলক ধ'রলে দেখা যায় যে, কোন বস্তুকে যত নীচের দিকে নামানো যায় ততই উহার ওজন ক'মতে থাকে। যে কোন স্থানে ওজন পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। পৃথিবীর **কেন্দ্রে ওজন শূন্য।**

5 নং চিত্রে নিরেট গোলকের আকর্ষণ দেখানো হ'য়েছে।

1.8. কোন বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ মহাকর্ষ সূত্র মেনে চলে ঃ

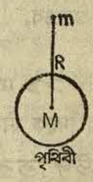
দেখা যায় যে, সূর্য এবং কোন গ্রহের আকর্ষণ উহাদের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক ও উহাদের পারস্পরিক দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। তাছাড়া ধ্রুবক G এর মান সব গ্রহের বেলায় সমান।

এখন প্রশ্ন হ'ল, পৃথিবীর আকর্ষণও ঐ একই সূত্র মেনে চলে কি না। চন্দ্রের গতির ক্ষেত্রে নিউটন ইহা পরীক্ষা ক'রেছিলেন। চন্দ্র পৃথিবীর চারপাশে বৃত্ত পথে 2·73 দিনে একবার ঘুরে আসে। চন্দ্রকে বৃত্ত পথে ঘোরানোর জন্য অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন। নিউটন ভাবতে লাগলেন, যে ধরনের বলের প্রভাবে আপেল ভু-পৃষ্ঠে পড়ে চন্দ্রকেও ঠিক সেই ধরনের বল বৃত্তপথে ঘোরায় কিনা। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চন্দ্রের দূরত্ব পৃথিবীর ব্যাসার্ধের প্রায় 60 গুণ। মহাকর্ষ সূত্র প্রযোজ্য হ'লে পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য পৃথিবীর দিকে চন্দ্রের ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের কাছাকাছি কোন অবাধে পতনশীল বস্তুর ত্বরণের $\frac{1}{(60)^2}$ গুণ হওয়া উচিত। কারণ অবাধে পতনশীল বস্তুর ত্বরণ $g=G\frac{M}{R^2}$, M = পৃথিবীর ভর ও R = পৃথিবীর

ব্যাসার্ধ। আবার চন্দ্রের ত্বরণ $f = G\frac{M}{(60R)^2}$। কাজেই, $f = \frac{1}{(60)^2}g$। দেখা যায় ঠিক তাই হয়। অর্থাৎ উভয় ক্ষেত্রে একই ধরনের আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে।

1.9. অভিকর্ষ (Gravity) ঃ

দুই মহাজাগতিক বস্তুর পারস্পরিক আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলা হয়। পৃথিবী ও উহার পৃষ্ঠের উপর বা কাছাকাছি কোন বস্তু কণার পারস্পরিক আকর্ষণকে **অভিকর্ষ** বলা হয়। সুতরাং অভিকর্ষ পৃথিবীর পৃষ্ঠের উপর বা কাছাকাছি কোন বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল। অর্থাৎ **পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণকে অভিকর্ষ বলে।** যদিও পৃথিবী সমসত্ত্ব ও গোলাকার নয়, তবুও সাধারণ ভাবে পৃথিবীকে সমসত্ত্ব গোলক ধরা হয়। অধিকাংশ গণনাই পৃথিবী পৃষ্ঠ বা উহার বাইরের কোন বিন্দুর তুলনায় করা হয়। কাজেই পৃথিবীর ভর কে উহার কেন্দ্রে সংহত ধরা চলে। এই ভর প্রায় $6{\cdot}1 \times 10^{27}$ গ্রাম। যে কোন পার্থিব বস্তুর ভর ইহার চেয়ে অনেক কম। তাই পৃথিবী ও উহার পৃষ্ঠের কাছাকাছি কোন বস্তুর পারস্পরিক আকর্ষণের জন্য বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হয়। এবিষয়ে নীচে আলোচনা করা হ'য়েছে।



চিত্র 6

ধরা যাক, পৃথিবীর ভর = M ; বস্তুর ভর = m ; পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব = R (চিত্র 6); তাহ'লে, অভিকর্ষজ বল $F = G\frac{Mm}{R^2}$। $M >> m$ হওয়ায় এই অভিকর্ষজ বলের জন্য সব বস্তুই পৃথিবী পৃষ্ঠে পড়ে।

1.10. অভিকর্ষজ ত্বরণ (Acceleration due to gravity) ঃ

নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী কোন বস্তুর উপর বল ক্রিয়া ক'রলে ঐ বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টি হয়। সুতরাং, **অভিকর্ষজ বলের ক্রিয়ায় পৃথিবী পৃষ্ঠের দিকে পতনশীল সব বস্তুরই ত্বরণ থাকে। এই ত্বরণকেই অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।** 'g' অক্ষর দ্বারা এই ত্বরণ সূচিত করা হয়।

ধরা যাক, m ভরের কোন বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরে আছে। পৃথিবীর ভর M উহার কেন্দ্রে সংহত ধরা যায়। সুতরাং অভিকর্ষজ বল $= G\frac{Mm}{r^2}$

এই বলের ক্রিয়ায় বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠের দিকে ত্বরণ সহ পড়ে। এই ত্বরণের মান 'g' হ'লে নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী বস্তুর উপর বল = ভর × ত্বরণ = mg।

সুতরাং, $mg = G\frac{Mm}{r^2}$; অতএব, $g = G\frac{M}{r^2}$

G ও M ধ্রুবক হওয়ায় $g \propto \frac{1}{r^2}$। অর্থাৎ কোন স্থানে 'g' এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ঐ স্থানের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে 'g' এর মান বিভিন্ন। এ বিষয়ে পরে আলোচনা করা হবে।

উপরের আলোচনায় বলা হ'য়েছে যে, বস্তু অভিকর্ষজ বলের ক্রিয়ায় পৃথিবী পৃষ্ঠের দিকে পড়ে। প্রশ্ন উঠতে পারে যে, মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী পৃথিবীর উপর বস্তুর আকর্ষণ ও বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ পরস্পর সমান। তাহ'লে পৃথিবী বস্তুর দিকে না যেয়ে বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠে পড়ে কেন? অবশ্য আগের আলোচনায় আমরা জেনেছি যে, পৃথিবীর ভর বস্তুর ভর অপেক্ষা অনেক বেশি হওয়ার জন্য এমন হয়। তবু ব্যাপারটা একটু পরিষ্কার ক'রে বোঝা যাক্। বস্তু পৃথিবীর দিকে যে ত্বরণ নিয়ে পড়ে, অর্থাৎ বস্তুর ত্বরণ $= \frac{\text{বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল}}{\text{বস্তুর ভর}} = \frac{GMm}{r^2 m} = \frac{GM}{r^2}$

পৃথিবী বস্তুর দিকে যে ত্বরণ নিয়ে যায় অর্থাৎ

$$\text{পৃথিবীর ত্বরণ} = \frac{\text{পৃথিবীর উপর ক্রিয়াশীল বল}}{\text{পৃথিবীর ভর}} = \frac{GMm}{r^2.M} = \frac{Gm}{r^2}$$

$$\text{অতএব,}\quad \frac{\text{বস্তুর ত্বরণ}}{\text{পৃথিবীর ত্বরণ}} = \frac{M}{m}$$

$M >> m$, হওয়ায় বস্তুর ত্বরণ $>>$ পৃথিবীর ত্বরণ। এই কারণেই পৃথিবী বস্তুর দিকে যায় না, বস্তুই পৃথিবীর দিকে পড়ে।

উদাহরণ (Examples)

1. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}37 \times 10^8$ **cm.** এবং ঘনত্ব $7{\cdot}86$ gm./c.c, হ'লে ইহার পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হয়? $G = 6{\cdot}58 \times 10^{-8}$ সি জি এস· একক।

সমাধান : পৃথিবীর ভর M, ঘনত্ব D এবং ব্যাসার্ধ r হ'লে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হয় $g = \frac{GM}{r^2} = \frac{G.\frac{4}{3}\pi r^3 D}{r^2} = \frac{4}{3}G\pi r D$

$$= \tfrac{4}{3} \times 6{\cdot}58 \times 10^{-8} \times 3{\cdot}14 \times 6{\cdot}37 \times 10^8 \times 7{\cdot}86 = 1380 \text{ cm./sec}^2$$

2. দু'টি 1Kg. ভরের গোলকের কেন্দ্রদ্বয়ের পারস্পারিক দূরত্ব 20 cm. হ'লে উহাদের পারস্পারিক আকর্ষণ বল কত হয়? [$g = 980$ cm./sec². পৃথিবীর ভর $= 4 \times 10^{27}$ gm এবং ব্যাসার্ধ $= 6 \times 10^8$cm.]

সমাধান : আমরা জানি যে, $g = \frac{GM}{r^2} \quad \therefore \quad G = \frac{gr^2}{M}$।

এখানে, $g = 980$ cm./sec², $r = 6 \times 10^8$ cm., $M = 4 \times 10^{27}$ gm.।

$$\therefore \quad G = \frac{980 \times (6 \times 10^8)^2}{4 \times 10^{27}} = 8{\cdot}82 \times 10^{-8} \text{ সি. জি. এস্. একক।}$$

প্রত্যেক গোলকের ভর $= 1$ Kg $= 1000$ gm.।

গোলক দু'টির পারস্পরিক আকর্ষণ বল

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = 8{\cdot}82 \times 10^{-8} \times \frac{1000 \times 1000}{20 \times 20}$$

$$= 2{\cdot}21 \times 10^{-4} \text{ dyne}$$

1.11. বস্তুর ভর (Mass of a body) ঃ

কোন বস্তুতে যে পরিমাণ পদার্থ থাকে তাকে বস্তুর ভর ব'ললে ভর সম্পর্কে ধারণা অস্পষ্ট থেকে যায়। বস্তুর ভরের সংজ্ঞা দু'ভাবে দেওয়া যায় ঃ—(i) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী দু'ই কণার পারস্পরিক আকর্ষণ বল উহাদের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক। কাজেই বলা যায় যে, পদার্থের সেই বিশেষ ধর্ম'ই ভর যার সাহায্যে এই বিশ্বের প্রত্যেক কণা অপর কণার উপর আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। পদার্থের এই ধর্মকে **মহাকর্ষীয় ভর** বলা যায়। (ii) নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী ভরকে বস্তুর অপর এক বিশেষ ধর্মরূপে বিবেচনা করা যায়। এই সূত্রানুযায়ী বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করার জন্য বাইরে থেকে বল (যা মহাকর্ষীর নাও হ'তে পারে) প্রয়োগ ক'রতে হয়। সমান পরিমাণ বল বিভিন্ন বস্তুতে ক্রিয়া ক'রে যে সব ত্বরণ উৎপন্ন করে তাদের তুলনা ক'রে বস্তুর ভর নির্ণয় করা যায়—ত্বরণ যত বেশি হয় বস্তুর ভরও তত কম হয়। বস্তুর এই ভরকে **জড়তা ভর** (*inertial mass*) বলা যায়। ভরের ধর্মগুলিকে পরীক্ষার সাহায্যে প্রতিষ্ঠিত করা হয়। একই বস্তুকে দু'ই সমান অংশে ভাগ ক'রে দেখা যায় যে, ঐ বস্তুর ভর যে কোন একটি অংশের ভরের দ্বিগুণ হয়। কাজেই ভর Additive quantity। বিভিন্ন পদার্থ দিয়ে তৈরী বস্তুর বেলায় এই Additivity নীতি প্রযোজ্য হয়। মনে রাখবে যে, মহাকর্ষীয় ভর ও জড়তা ভর পরস্পর সমান। নিউটনীয় বলবিদ্যায় কোন বস্তুর ভর গতির সাথে পরিবর্তিত হয় না। দেখা যায় যে, অভিকর্ষজ বল কোন বস্তুর ভরের সমানুপাতিক। তাই **শূন্যস্থানে অবাধ অবতরণের সময় সব বস্তুই সমান ত্বরণ নিয়ে পড়ে।**

1.12. বস্তুর ওজন (Weight of a body) ঃ

যে অভিকর্ষজ বলের ক্রিয়ায় কোন বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হয় তাকে বস্তুর ওজন বলে।

মহাকর্ষ সূত্র থেকে আমরা জানি যে, কোন বস্তুর ভর বাড়লে উহার উপর অভিকর্ষজ বলের মান বাড়ে। তাই বলা যায় যে, কোন স্থানে কোন বস্তুর ওজন ঐ বস্তুর ভরের সমানুপাতিক। আবার, নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী, বল = ভর × ত্বরণ। সুতরাং, কোন বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল = বস্তুর ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ।

অর্থাৎ, **বস্তুর ওজন = বস্তুর ভর** (m) × **অভিকর্ষজ ত্বরণ** (g) = mg

1.13. ভর ও ওজনের পার্থক্য (Distinction between mass and weight) ঃ

যদিও বস্তুর ওজন উহার ভরের সমানুপাতিক তথাপি ভর ও ওজন সমার্থক নয়। ইহাদের পার্থক্য নীচে বলা হ'ল ঃ—

(i) ভর ব'লতে কোন বস্তুর জড়তা বোঝায়। আর বস্তু যে বলে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে **আকর্ষিত** হয় তাই বস্তুর ওজন।

(ii) বস্তুর ভরকে কোন স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ দ্বারা গুণ ক'রলে ঐ স্থানে বস্তুর ওজন পাওয়া যায়। সুতরাং ভর ও ওজন কোন মতেই এক হ'তে পারে না।

(iii) পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে 'g'-র মান বিভিন্ন হওয়ায় কোন বস্তুর ওজনও বিভিন্ন হয়। কিন্তু বস্তুকে যেখানেই নিয়ে যাওয়া হোক না কেন, ইহার ভর একই থাকে।

(iv) বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ বল হওয়ায় ইহার মান ও দিক দুইই আছে। সুতরাং ওজন **ভেক্টর** রাশি। কিন্তু ভরের শুধুমাত্র মান থাকায় ইহা **স্কেলার** রাশি।

1.14. বলের অভিকর্ষীয় একক (Gravitational unit of force) ঃ

এক একক ভরের কোন বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে যে অভিকর্ষজ বল দ্বারা আকর্ষিত হয় তাকে অভিকর্ষীয় একক বলে।

সি. জি. এস্ পদ্ধতিতে এই এককের নাম **গ্রাম-ভার**। এক গ্রাম ভরের কোন বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে যে বলে আকর্ষিত হয় তাই গ্রাম-ভার।

গ্রাম-ভার $= 1 \times g = g$ ডাইন।

এফ্ পি এস্ পদ্ধতিতে বলের অভিকর্ষীয় একককে **পাউন্ড-ভার** বলে।

এক পাউন্ড ভরের কোন বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে যে বলে আকর্ষিত হয়, তাই পাউন্ড-ভার।

1 পাউন্ড-ভার $= 1 \times g = g$ পাউন্ডাল।

সুতরাং বলের অভিকর্ষীয় একক $= g \times$ বলের পরম একক।

এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে বলের মহাকর্ষীয় এককের নাম কিলোগ্রাম বল (Kilogram-force বা Kg-wt.)

এক কিলোগ্রাম ভর বিশিষ্ট বস্তু যে বলের দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হয় তাকে **কিলোগ্রাম বল** বলে।

কাজেই, এক কিলোগ্রাম বল $= 1$ কিলোগ্রাম $\times g = g$ নিউটন $= 9{\cdot}8$ নিউটন।

ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে 'g' এর মান বিভিন্ন হওয়ায় বলের অভিকর্ষীয় একক সব স্থানে সমান নয়।

1.15. অবাধে পতনশীল বস্তুর সূত্র (Laws of freely falling bodies) ঃ

যখন কোন বস্তু স্থির অবস্থা থেকে কেবলমাত্র অভিকর্ষজ বলের ক্রিয়ায় অবাধে পড়ে তখন ঐ বস্তুর গতি নীচের সূত্রগুলি অনুযায়ী হয়—

প্রথম সূত্র ঃ শূন্য স্থানে (Vacuum) সব বস্তুই স্থির অবস্থা থেকে, সমান দ্রুততায় নীচে পড়ে। (In vacuum all bodies starting from rest, fall with equal rapidity.)

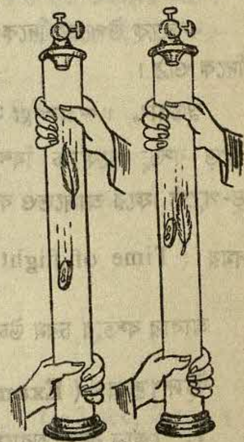
দ্বিতীয় সূত্র ঃ কোন নির্দিষ্ট সময়ে অবাধে পতনশীল বস্তুর বেগ ঐ সময়ের সাথে সমানুপাতিক। (The velocity acquired by a falling body in a given time is directly proportional to the time.)

তৃতীয় সূত্র ঃ কোন নির্দিষ্ট সময়ে অবাধে পতনশীল বস্তুর দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সাথে সমানুপাতিক। (The space traversed by a falling body in a given time is directly proportional to the square of the time.)

সূত্রের ব্যাখ্যা ঃ

প্রথম সূত্র ঃ এই সূত্রটি ব্যতিক্রম ব'লে মনে হ'তে পারে। আমাদের মনে হয় যে, একই উচ্চতা থেকে কোন ভারী বস্তু কোন হাল্কা বস্তুর চেয়ে অনেক তাড়াতাড়ি নীচে প'ড়ে। বিজ্ঞানী গ্যালিলিওর আগে লোকে বিশ্বাস ক'রত যে, ভারী বস্তু হাল্কা বস্তুর চেয়ে তাড়াতাড়ি নীচে পড়ে। কিন্তু 1589 খ্রীষ্টাব্দে গ্যালিলিও পিসা শহরের 180 ফুট উঁচু হেলানো মিনারের ছাদ থেকে বিভিন্ন ধরনের ভারী বস্তু ফেলে প্রমাণ করেন যে, বস্তুগুলি প্রায় একই সময়ে ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে। সময়ের সামান্য তফাৎ বায়ুর বাধার জন্য হয়। অর্থাৎ বায়ু না থাকলে সব বস্তুই সমান দ্রুততায় নীচে পড়ে। পাম্প আবিষ্কার হওয়ার পরে নিউটন বায়ু শূন্য স্থানে গিনি ও পালকের পরীক্ষা দ্বারা গ্যালিলিওর সূত্রগুলির সত্যতা নিরূপণ করেন।

গিনি ও পালকের পরীক্ষা ঃ প্রায় এক মিটার লম্বা কাচ নলের মধ্যে একটি গিনি (ভারী বস্তু) ও একটি পালক (হাল্কা বস্তু) রাখা হয়। নলের একমুখ ছিপি দিয়ে বন্ধ করা হয় এবং অপর মুখের সঙ্গে স্টপ কর্কের সাহায্যে বায়ু-নিষ্কাশন যন্ত্র আটকানো হয়। নলের বায়ু এই যন্ত্রের সাহায্যে বার করা হয় এবং স্টপ-কক্ বন্ধ করা হয়। নলকে হঠাৎ উল্টোলে দেখা যায় যে, গিনি ও পালক একসঙ্গে পড়ে এবং নলের অপর প্রান্তে একই সঙ্গে যায়। স্টপ-কক্ খুলে নলে আবার বায়ু প্রবেশ করিয়ে নলকে উল্টোলে দেখা যায় যে, গিনি ও পালক একসঙ্গে পড়ে না এবং গিনি পালকের চেয়ে তাড়াতাড়ি নলের অপর প্রান্তে যায়। কাজেই, প্রমাণিত হয় যে, বাধা না পেলে ভারী ও হাল্কা বস্তু সমান দ্রুততায় নীচে পড়ে।



চিত্র 7

দ্বিতীয় সূত্র ঃ কোন বস্তু 't' সময় ধ'রে প'ড়লে এবং ঐ সময়ের শেষে উহার বেগ 'v' হ'লে দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী $v \propto t$ হয়। অর্থাৎ প্রথম সেকেন্ডে বেগ v হ'লে দ্বিতীয় সেকেন্ডে বেগ 2v, তৃতীয় সেকেন্ডে 3v, চতুর্থ সেকেন্ডে 4v ইত্যাদি।

তৃতীয় সূত্র ঃ কোন বস্তু 't' সময় ধ'রে প'ড়লে এবং ঐ সময়ের শেষে 'h' উচ্চতা নামলে তৃতীয় সূত্রানুযায়ী $h \propto t^2$ হয়। অর্থাৎ প্রথম সেকেন্ডে কোন বস্তু S ফুট নামলে দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ইত্যাদি সেকেন্ডে যথাক্রমে 4S, 9S, 16S ফুট নামে।

পড়ার জন্য প্রয়োজনীয় সময় ও দূরত্ব পরিমাপ করা হ'লে দ্বিতীয় ও তৃতীয় সূত্রও উপরের পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করা যায়।

কোন উচ্চতা থেকে বস্তুর অবাধ গতি :

যখন কোন বস্তু নীচের দিকে প'ড়ে তখন অভিকর্ষের জন্য ঐ বস্তুর ত্বরণ হয় 'g'। ঐ বস্তুর প্রাথমিক বেগ u হ'লে t সেকেন্ড পরে উহার বেগ, $v=u+gt$।

t সেকেন্ড পরে বস্তু h দূরত্ব নামলে,

$$h=ut+\frac{1}{2}gt^2 \text{ এবং } v^2=u^2+2gh.$$

বস্তুর প্রাথমিক বেগ না থাকলে, $u=0$ হয় এবং

$v=gt$ অর্থাৎ $v\propto t$ হয় (দ্বিতীয় সূত্র)।

আবার, $h=\frac{1}{2}gt^2$ অর্থাৎ $h\propto t^2$ (তৃতীয় সূত্র)।

h কেবলমাত্র t এর উপর নির্ভর করে কিন্তু m এর উপর নির্ভর করে না। কাজেই সমান সময়ে সব বস্তুই সমান দূরত্ব নামে।

বস্তু নীচের দিকে না নেমে যদি উপরের দিকে ওঠে তাহ'লে 'g' এর মান ঋণাত্মক হয় এবং

$$v=u-gt,$$
$$h=ut-\frac{1}{2}gt^2,$$
$$v^2=u^2-2gh$$

বস্তুকে উপরের দিকে ছুঁড়লে **বস্তুর বেগ শূন্য না হওয়া পর্যন্ত** উহা উপরের দিকে ওঠে।

সুতরাং, $v=u-gt$ সূত্রে v এর মান শূন্য ধ'রলে $t=\frac{u}{g}$ হয়। অর্থাৎ $\frac{u}{g}$ সময় পড়ে বস্তু সর্বোচ্চ বিন্দুতে যায়। আবার দেখা যায় যে, সর্বোচ্চ বিন্দু থেকে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতেও বস্তুর $\frac{u}{g}$ সময় লাগে। সুতরাং যাওয়া আসায় বস্তুর মোট সময় (Time of flight) $=\frac{u}{g}+\frac{u}{g}=\frac{2u}{g}$।

আবার বস্তুর চরম উচ্চতা h হ'লে, $0=u^2-2gh$। অর্থাৎ $h=\frac{u^2}{2g}$।

উদাহরণ (Examples) :

1. কোন বস্তু অবাধে খাড়া উচ্চতা থেকে পড়ে। 1·00 সেকেন্ড পরে বস্তুর অবস্থান এবং বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : বস্তু যে বিন্দু থেকে পড়ে তাকে মূলবিন্দু ধরা যাক্‌। আমরা বস্তুর প্রাথমিক বেগ এবং ত্বরণ জানি। সময় দেওয়া আছে। সুতরাং অবস্থান নির্ণয়ের সূত্র হয়,

$h=ut+\frac{1}{2}gt^2$; তাহ'লে $u=0$, $g=32$ ft/sec² এবং $t=1{\cdot}00$ sec.।

অতএব, $h=0+\frac{1}{2}\times32\times(1{\cdot}00)^2=+16{\cdot}0$ ft.।

আবার দ্রুতি নির্ণয়ের জন্য সূত্র হয়, $v=u+gt$।

অতএব, $v=u+gt=0+32\times(1{\cdot}00)=+32$ ft/sec.।

2. 121 ft. উচ্চতায় পাঠাতে কোন বস্তুকে কত বেগে উপর দিকে ছুঁড়তে হয়? কোন্ সময়ে বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 112 ft. উপরে থাকে? দু'টি উত্তরের কারণ ব্যাখ্যা কর।

সমাধান : 121 ft উপরে মুহূর্তের জন্য বস্তুর বেগ শূন্য হয়।

এক্ষেত্রে, $v=0$, $g=32$ ft/sec^2 এবং $h=121$ ft.।

বস্তু উপর দিকে ওঠায়, $v^2=u^2-2gh$, বা, $0=u^2-2gh$,

বা, $u^2=2gh=2\times32\times121$, $\therefore$ $u=88{\cdot}0$ ft/sec.।

আবার আমরা জানি, $h=ut-\frac{1}{2}gt^2$, বা, $112=88t-\frac{1}{2}\times32\times t^2$,

বা, $14=11t-2t^2$, বা, $2t^2-11t+14=0$,

বা, $(2t-7)(t-2)=0$, বা, $t=2$ sec, $\frac{7}{2}$ sec.।

দু'টি উত্তরের কারণ, বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে ওঠার সময় একবার 112 ft উপরে থাকে এবং সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে অবাধে পড়ার সময় আর একবার 112 ft. উপরে থাকে।

3. কোন পাথর খণ্ডকে ভূপৃষ্ঠ থেকে উপর দিকে 80 ft/sec. বেগে ছোঁড়া হ'ল। সর্বোচ্চ বিন্দুতে পৌঁছাতে কত সময় লাগে? পাথর খণ্ড কত উচ্চতায় ওঠে? কত সময়ে পাথর খন্ড ভূপৃষ্ঠ থেকে 96 ft. উপরে থাকে? এই অবস্থানে পাথর-খণ্ডের বেগ কত?

সমাধান : সর্বোচ্চ বিন্দুতে $v=0$। এক্ষেত্রে, $u=80$ ft/sec.।

অতএব, $v=u-gt$ সূত্র অনুযায়ী

$$t=\frac{u-v}{g}=\frac{(80-0)}{32}=2{\cdot}5 \text{ sec.}$$।

আবার, $v^2=u^2-2gh$ হওয়ায়,

$$h=\frac{u^2-v^2}{2g}=\frac{(80)^2-0}{2\times32}=100 \text{ ft.}$$।

আবার আমরা জানি যে, $h=ut-\frac{1}{2}gt^2$

$\frac{1}{2}\times32\times t^2-80\times t+96=0$

অথবা, $t^2-5t+6=0$, $\therefore$ $(t-3)(t-2)=0$, $\therefore$ $t=3$ sec, 2 sec।

$t=2$ sec সময়ে বস্তু উপরে ওঠে। তখন ইহার বেগ

$v=u-gt=80-32\times2=16$ ft/sec.।

$t=3$ sec সময়ে বস্তু নীচের দিকে পড়ে তখন ইহার বেগ

$v=u-gt=80-32\times3=-16$ ft/sec.

4. একটি বিমান 60 মাইল/ঘণ্টা বেগে অনুভূমিক ভাবে উড়ে যায়। 1936 ft. উচ্চতায় ঐ বিমান থেকে একটি বোমা ফেলা হয়। বোমা কোথায় এবং কত সময়ে ভূপৃষ্ঠে প'ড়বে?

সমাধান : বিমানের অনুভূমিক বেগ $=\dfrac{60\times1760\times3}{60\times60}=88$ ft/sec.।

বোমা ভূপৃষ্ঠের দিকে 32 ft/sec² ত্বরণ নিয়ে পড়ে এবং অনুভূমিক ভাবে 88 ft/sec বেগে যায়।

ধরা যাক, বোমার প'ড়তে সময় লাগে t sec.। তাহ'লে $h = \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র অনুযায়ী $1936 = \frac{1}{2} \times 32 \times t^2$, $\therefore$ $t = 11$ sec.।

বোমার অনুভূমিক দূরত্ব $= 11 \times 88 = 968$ ft.।

সুতরাং বোমাকে যে বিন্দু থেকে ফেলা হ'য়েছিল ইহা সেই বিন্দুর খাড়া নীচে অবস্থিত ভূপৃষ্ঠের উপরিস্থিত বিন্দু থেকে 968 ft দূরে পড়ে।

5. 500 ft. উঁচু পিলারের উপর থেকে যে মুহূর্তে একটি বলকে ফেলা হয় ঠিক সেই মুহূর্তে অপর একটি বলকে 200 ft/sec বেগে উপর দিকে ছোঁড়া হয়। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় এবং কখন বল দু'টির সাক্ষাৎ ঘটে?

সমাধান: ধরা যাক, t সেকেন্ড পরে বল দু'টির সাক্ষাৎ ঘটে।

প্রথম বলের ক্ষেত্রে $u = 0$, $g = 32$ ft/sec², $h = ?$

আমরা জানি, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 32t^2 = 16t^2$।

দ্বিতীয় বলের ক্ষেত্রে, $u = 200$ ft/sec., উচ্চতা $= 500 - h$, $g = 32$ ft/sec²।

অতএব, $500 - h = 200t - \frac{1}{2} \times 32 \times t^2 = 200t - 16t^2$।

অথবা, $500 - 16t^2 = 200t - 16t^2$; $\therefore$ $t = \frac{5}{2}$ sec.।

$\therefore$ $h = 16 \times (\frac{5}{2})^2 = 16 \times \frac{25}{4} = 100$ ft.।

অতএব, ভূপৃষ্ঠ থেকে $(500 - 100)$ ft $= 400$ ft উচ্চতায় বল দু'টির সাক্ষাৎ ঘটে।

6. কোন রকেটকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপর দিকে 10 metre/sec² ত্বরণে ছোঁড়া হয়। একমিনিটে রকেটের জ্বালানি নিঃশেষিত হয় এবং ইহা উপর দিকে উঠতে থাকে। রকেটের সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হয়? *(I. I. T. '75)*

সমাধান: 1 মিনিটে রকেটের বেগ $v = u + ft = 0 + 10 \times 60 = 600$ metre/sec. হয়। এই সময়ে রকেটের উচ্চতা $S = ut + \frac{1}{2}ft^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times 60 \times 60 = 18000$ metre।

তারপর রকেট $-g = -9{\cdot}8$ metre/sec² বেগে উঠতে থাকে। উপর দিকে বেগ শূন্য না হওয়া পর্যন্ত রকেট উপর দিকে ওঠে। ধরা যাক ইহা আরও h ft. উপরে ওঠে।

তাহ'লে, $0 = v^2 - 2gh$। অতএব, $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{600 \times 600}{2 \times 9{\cdot}8} = 18400$ metre।

অতএব, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে রকেটের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$S + h = 18000 + 18400 = 36400$ metre $= 36{\cdot}4$ Km.।

7. 10 gm. ভরের কোন কাঠের ব্লককে 100 metre উঁচু একটি পাহাড়ের উপর থেকে ফেলা হয়। ঐ একই সময়ে 10 gm. ভরের একটি বুলেটকে পাহাড়ের নীচে থেকে 100 metre/sec. বেগে উপর দিকে ছোঁড়া হয়। কোথায় এবং কত সময় পরে ইহাদের সাক্ষাৎ ঘটে? যদি বুলেট ব্লককে আঘাত ক'রে ব্লকের মধ্যে থেকে যায় তবে ইহা প'ড়তে শুরু করার আগে পাহাড়ের উপরে কত দূর উঠবে? *(I. I. T. '73)*

সমাধান ঃ ধরা যাক ইহাদের t sec পড়ে সাক্ষাৎ ঘটে। বুলেট ও ব্লক মোট যায় 100 metre। ব্লক S_1 দূরত্ব গেলে, $S_1 = ut + \frac{1}{2}gt^2$। অতএব, $S_1 = 0 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times t^2 = 4{\cdot}9t^2$। বুলেট S_2 দূরত্ব গেলে, $S_2 = ut - \frac{1}{2}gt^2 = 100\,t - \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times t^2 = 100\,t - 4{\cdot}9\,t^2$। আবার, $S_1 + S_2 = 100$।

অতএব, $4{\cdot}9t^2 + 100\,t - 4{\cdot}9t^2 = 100$; অথবা, $t = 1$ sec.। বুলেট যখন ব্লককে আঘাত করে তখন ব্লকের বেগ $v_1 = u + gt = 0 + 9{\cdot}8 \times 1 = 9{\cdot}8$ metre/sec. (নীচের দিকে)। বুলেটের বেগ $v_2 = 100 - gt = 100 - 9{\cdot}8 = 90{\cdot}2$ metre/sec. (উপর দিকে)। ধরা যাক, বেগ উপর দিকে ধনাত্মক এবং নীচের দিকে ঋণাত্মক। যদি ব্লক ও বুলেটের সম্মিলিত ভরের বেগ v হয় তাহ'লে ভরবেগ নিত্যতা সূত্রানুযায়ী $(10 + 10)\,v = 10 \times 90{\cdot}2 - 10 \times 9{\cdot}8$; অথবা, $2v = 80{\cdot}4$। অথবা, $v = 40{\cdot}2$ metre/sec. (উপর দিকে)। সংঘর্ষ বিন্দু থেকে উপর দিকে h উচ্চতা গেলে, $2gh = v^2$, অথবা $h = \frac{40{\cdot}2 \times 40{\cdot}2}{2 \times 9{\cdot}8} = 82{\cdot}45$ metre। অতএব, পাহাড়ের উপরে উচ্চতা $= 82{\cdot}45 - 4{\cdot}9 = 77{\cdot}55$ metre

[$\because$ ব্লক, $S_1 = 4{\cdot}9t^2 = 4{\cdot}9$m নীচে পড়ে]

8. কোন বাড়ির ছাদ থেকে একটি বলকে ফেলা হয় এবং অপর একটি বলকে একই সময়ে অনুভূমিকভাবে ছোঁড়া হয়। কোন্ বল প্রথমে ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায় ? *(I. I. T. '74)*

সমাধান ঃ প্রথম বলের অনুভূমিক দিকে এবং উল্লম্ব দিকে প্রাথমিকবেগ শূন্য। ধরা যাক, বাড়ির ছাদের উচ্চতা h। তাহ'লে $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$। অতএব, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$। দ্বিতীয় বলের অনুভূমিক বেগ v কিন্তু উল্লম্ব বেগ শূন্য। h উচ্চতা পড়ার জন্য দ্বিতীয় বল t_1 সময় নিলে, $h = ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 = 0 + \frac{1}{2}gt_1^2$। অতএব, $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$। অতএব, $t = t_1$। কাজেই, উভয় বল একই সময়ে ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায়।

1.16. অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন (Variation in g) ঃ

আমরা জানি যে, পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের তীব্রতাই অভিকর্ষজ ত্বরণ। আবার অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = G\frac{M}{r^2}$, M ও r যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ এবং G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক।

G ও M ধ্রুবক হওয়ায় $g \propto \frac{1}{r^2}$। অর্থাৎ কোন স্থানে 'g' এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ঐ স্থানের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। সাধারণত বলা হয় যে, কোন বস্তু নির্দিষ্ট অভিকর্ষজ ত্বরণ নিয়ে পৃথিবীর দিকে পড়ে। কিন্তু ইহা ঠিক সত্য নয়। কারণ বস্তু যত ভূ-পৃষ্ঠের কাছে আসে ততই r এর মান কম হয়। সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর মান বাড়ে। কিন্তু সাধারণত 'g' এর মানের এই সামান্য বৃদ্ধি অগ্রাহ্য করা হয়।

পৃথিবীর আকার ঠিক গোলাকার নয় এবং পৃথিবীর ঘনত্বও সব স্থানে সমান নয়। কাজেই, ভূ-পৃষ্ঠের এক স্থান থেকে অপর স্থানে গেলেও 'g' এর মানের পরিবর্তন ঘটে। পৃথিবীর ঘোরার জন্য 'g' এর মানের পরিবর্তন সব থেকে বেশি হয়।

পরীক্ষা লব্ধ 'g' এর মান = পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য 'g' এর মান − পৃথিবীর ঘোরার জন্য অপকেন্দ্র ত্বরণ।

(*i*) **উচ্চতার সাথে 'g' এর পরিবর্তন** (*Variation of 'g' with height*) :

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান = g ; ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান = g_1 ।

$$\text{তা'হলে } g = G\frac{M}{r^2} \qquad \text{এবং } g_1 = G\frac{M}{(r+h)^2}$$

$$\text{অতএব, } \frac{g}{g_1} = \frac{(r+h)^2}{r^2} = \left(1+\frac{2h}{r}\right)$$

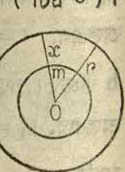
$$\therefore\ g_1 = \frac{g}{1+\frac{2h}{r}} = g\left(1+\frac{2h}{r}\right)^{-1} = g\left(1-\frac{2h}{r}\right) \qquad \cdots(1)$$

[r এর তুলনায় h কম ব'লে]

বস্তু h উচ্চতায় শূন্যে অবস্থিত হ'লে (1) নং সমীকরণ প্রযোজ্য হয়।

(*ii*) **পৃথিবীর অভ্যন্তরে 'g' এর পরিবর্তন** (*Variation of g with depth*) :

ধরা যাক, পৃথিবীর ভিতরে x দূরে 'm' ভরের কোন বস্তু আছে (চিত্র 8)। পৃথিবীর কেন্দ্র O এবং উহার ব্যাসার্ধ r। O কে কেন্দ্র ক'রে $(r-x)$ ব্যাসার্ধের গোলক আঁকলে ইহা পৃথিবীকে দু'ই অংশে ভাগ করে। এক অংশ $(r-x)$ ব্যাসার্ধের গোলক এবং অপর অংশ x বেধের বলয় (shell)। গাণিতিক পদ্ধতিতে দেখানো যায় যে, এই বলয়ের জন্য বস্তুর উপর কোন বল ক্রিয়া করে না। কাজেই, বস্তুর উপর শুধুমাত্র $(r-x)$ ব্যাসার্ধের গোলকের জন্য অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করে। এই বল,



চিত্র 8

$$F = G.\frac{\frac{4}{3}\pi(r-x)^3 Dm}{(r-x)^2}\ ; \ D = \text{পৃথিবীর গড় ঘনত্ব}$$

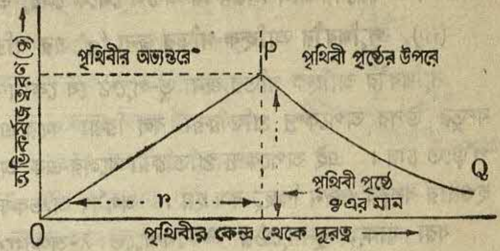
$$\therefore\ F = G.\frac{4}{3}\pi\,(r-x)\,Dm$$

অতএব ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_1 = \frac{F}{m} = G\tfrac{4}{3}\pi D(r-x)\cdots\cdots\cdots(2)$$

অর্থাৎ পৃথিবীর ভিতরে যত যাওয়া যায় ততই $(r-x)$ এর মান কমে। তাই g_1 এর মান কমে। আবার পৃথিবীর কেন্দ্রে $x=r$ হওয়ায় $g_1 = 0$ হয়। অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য।

(1) ও (2) নম্বর সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে উঠলে বা পৃথিবীর ভিতরে গেলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কমে। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে যত ভূ-পৃষ্ঠের দিকে আসা যায় ততই g এর মান বাড়তে থাকে। ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান সবথেকে বেশি হয়। **ভূ-পৃষ্ঠের কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ঐ স্থানের দূরত্বের ব্যস্তানুপাতিক।** লেখচিত্রে (চিত্র 9) পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সঙ্গে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠ পর্যন্ত g এর মান দূরত্ব বৃদ্ধির সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। লেখচিত্রের এই অংশ মূল বিন্দুগামী সরলরেখা (OP)। তারপর ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে ওঠা যায় ততই দূরত্বের সঙ্গে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান অধিবৃত্তাকার রেখা PQ বরাবর কমতে থাকে।



চিত্র 9

উদাহরণ (Example)

দেখাও যে খনির 5 মাইল গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবী পৃষ্ঠে ইহার মানের $\frac{799}{800}$ গুণ। পৃথিবীর ঘনত্ব সর্বত্র সমান এবং ব্যাসার্ধ 4000 মাইল।

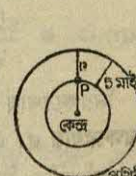
সমাধান ঃ ধরা যাক, পৃথিবীর ভর = M, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক = G,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = r, পৃথিবীর ঘনত্ব = D

তাহ'লে পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান

$$g=\frac{GM}{r^2}=\frac{G.\frac{4}{3}\pi r^3 D}{r^2}=\frac{4}{3}G\pi r D$$

$$=\frac{4}{3}G\pi\times 4000\times D\text{।}$$



চিত্র 10

খনির 5 মাইল গভীরে P বিন্দুতে (চিত্র 10) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g_1 নির্ণয় ক'রতে হবে। এই P বিন্দু পৃথিবীকে দুই অংশে ভাগ করে। উপরের 5 মাইল পুরু বলয়ের ভরের জন্য g_1 এর মান প্রভাবিত হয় না।

$$\text{সুতরাং, } g_1=\frac{G\frac{4}{3}\pi(r-5)^3 D}{(r-5)^2}=\frac{4}{3}G.\pi(r-5)D$$

$$=\frac{4}{3}G\pi(4000-5)D=\frac{4}{3}G\pi\times 3995\times D\text{।}$$

$$\frac{g_1}{g}=\frac{3995}{4000}=\frac{799}{800}\text{।}$$

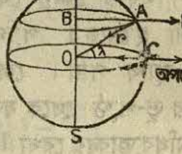
(*iii*) **অক্ষাংশের সহিত 'g' এর পরিবর্তন ঃ—**

অক্ষাংশের সহিত পৃথিবীর ব্যাসার্ধের মান খুব সামান্য পরিমাণে কমে। ফলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান **নিরক্ষীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলে বাড়ে।**

(*iv*) **পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য 'g' এর পরিবর্তন ঃ—**

পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য ভু-পৃষ্ঠে যে কোন বস্তু বৃত্ত পথে ঘোরে। ইহাতে বস্তুর উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করে এবং বস্তু ভু-পৃষ্ঠ থেকে ছিটকে প'ড়তে চায়। এই অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলের এক অংশ অভিকর্ষজ বলের বিপরীত হওয়ায় বস্তুর ওজন কিছু কম হয়। অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কিছু কমে।

ধরা যাক, ভু-পৃষ্ঠের A বিন্দুতে λ-অক্ষাংশে 'm' ভরের কোন বস্তু আছে (চিত্র 11)। পৃথিবীর কেন্দ্র O, ব্যাসার্ধ r এবং NS অক্ষের চারপাশে পৃথিবীর কৌণিক বেগ ω। পৃথিবী NS এর চারপাশে ঘোরায় বস্তুও বৃত্ত পথে ঘোরে। এই বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ $= r\cos\lambda$। বস্তুর উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল $= m\omega^2 r \cos\lambda$। এই অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল AF বরাবর ক্রিয়া করে। পৃথিবীর আকর্ষণের দরুন বস্তুর উপর বল (mg) AO বরাবর ক্রিয়া করে। AO বরাবর বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলের উপাংশ $= -m\omega^2 r \cos\lambda . \cos\lambda = -m\omega^2 r \cos^2\lambda$। সুতরাং A বিন্দুতে



চিত্র 11

$$\text{বস্তুর আপাত ওজন} = mg - m\omega^2 r \cos^2\lambda = mg\left(1 - \frac{\omega^2 r \cos^2\lambda}{g}\right)$$
$$= mg_1$$
$$\text{যেখানে, } g_1 = g\left(1 - \frac{\omega^2 r \cos^2\lambda}{g}\right) = g - \omega^2 r \cos^2\lambda$$

সুতরাং g_1 এর মান অক্ষাংশের উপর নির্ভর করে।

নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0°$ ও মেরুতে $\lambda = 90°$। তাই পৃথিবীর আহ্নিক গতির দরুন **নিরক্ষরেখায় g_1 এর মান সবথেকে কম** এবং **মেরুতে সব থেকে বেশি হয়।**

পৃথিবীর নিরক্ষীয় অঞ্চল কিছুটা স্ফীত এবং মেরু অঞ্চল কিছুটা চাপা হওয়ায় পৃথিবীর আকৃতি ও আহ্নিক গতির মিলিত পরিণাম হিসেবে ভু-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিমাণ,

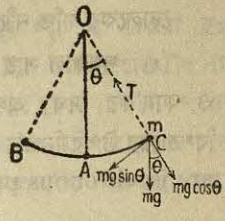
$$g = g_0[1 + 0{\cdot}00530 \sin^2\lambda],$$

g_0 = নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 978{\cdot}032$ cm/sec².

1.17. সরল দোলক (Simple pendulum) ঃ

কোন স্থির বিন্দু থেকে ভারহীন, অপ্রসার্য ও নমনীয় সুতো দ্বারা ঝুলন্ত এবং ঐ স্থির বিন্দুর উপর ঘর্ষণ শূন্যভাবে উলম্বসমতলে দুলতে সক্ষম কোন বিন্দু ভরকে **সরল দোলক** বলা হয়।

এই সব শর্ত মেনে কোন দোলক তৈরী করা সম্ভব নয়। কারণ, আমরা বিন্দু ভর পাই না, ভারহীন স্থিতিস্থাপক সুতো পাই না, আবার কোন বিন্দুতে ঘর্ষণকে একেবারে দূর ক'রতে পারি না। তাই পিতলের ছোট গোল বলকে সুতো দিয়ে কোন আংটা থেকে ঝুলিয়ে পরীক্ষাগারে সরল দোলক তৈরী করা হয়। এই দোলককে একদিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে ইহা সরল দোল গতিতে দুলতে থাকে। সুতোর দৈর্ঘ্যের তুলনায় পিণ্ডের ব্যাসার্ধ ক্ষুদ্র হওয়ায় এবং সুতোর টান কম বেশিতে ইহার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন নগণ্য হওয়ায় ইহাকে সরল দোলক ধরা চলে।



চিত্র 12

ধরা যাক্, OA সরল দোলক BAC পথে দোলে (চিত্র 12)। বিন্দু ভর A দোলকের **পিণ্ড** এবং O **বিলম্ব বিন্দু**। O-বিন্দু থেকে পিণ্ডের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে দোলকের **কার্যকর দৈর্ঘ্য** বলে। সাধারণত পিণ্ড গোলক হওয়ায় ইহার কেন্দ্রই হয় **ভারকেন্দ্র**। কাজেই, সুতোর দৈর্ঘ্য 'l' ও পিণ্ডের ব্যাসার্ধ r হ'লে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$। পিণ্ড B-বিন্দু থেকে C বিন্দুতে গিয়ে পুনরায় B বিন্দুতে ফিরে এলে বলা হয় দোলক একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। একটি **পূর্ণ দোলন** সম্পন্ন ক'রতে যে সময় লাগে তাকে দোলকের দোলন কাল বলে।

A বিন্দু পিণ্ডের স্থির **অবস্থান**। এই অবস্থান থেকে পিণ্ডের চরম সরণ AB বা ACকে **বিস্তার** বলে।

এক সেকেন্ডে দোলক যত বার পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে তাকে **কম্পাঙ্ক** বলে।

দোলকের দোলন কাল T ও কম্পাঙ্ক n হ'লে, $nT = 1$, অথবা, $n = \frac{1}{T}$।

1.18. সরল দোলকের গতি (Motion of a simple pendulum) :

ধরা যাক্, পিণ্ডের ভর $= m$; দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য $= L$

পিণ্ড A বিন্দুতে যখন স্থির থাকে তখন পিণ্ডের ওজন সুতোর টানের সমান হয় (চিত্র 12)। পিণ্ডকে OC অবস্থানে নিয়ে গেলে ইহার সরণ হয় $\angle AOC = \theta$। পিণ্ডের ওজন (mg) নীচের দিকে ক্রিয়া ক'রে। এই ওজনের উপাংশ $mg \cos\theta$ সুতোর টানের সমান ও বিপরীতমুখী হওয়ায় প্রশমিত হয়। CAB পথের স্পর্শক বরাবর অপর উপাংশ $mg \sin\theta$ ক্রিয়া ক'রে পিণ্ডকে স্থির অবস্থায় ফিরিয়ে আনতে চায়।

সুতরাং কোন মুহূর্তে পিণ্ডের ত্বরণ $= \frac{g}{L} \times$ সরণ ; g ও L ধ্রুবক হওয়ায়, ত্বরণ $\propto$ সরণ হয়।

সুতরাং পিণ্ডের গতি সরল দোল গতি। প্রমাণ করা যায় যে, দোলকের দোলন কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$।

1.19. সরল দোলকের সূত্র (Laws of simple pendulum) ঃ

দোলকের গতি নীচের সূত্রগুলি অনুযায়ী হয়। ইহাদের দোলকের সূত্র বলে।

(*i*) **সমকাল সূত্র** (*Law of isochronism*) ঃ বিস্তার 4 ডিগ্রীর বেশি না হ'লে ও কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে দোলকের দোলন কাল সর্বদা সমান থাকে— বিস্তারের উপর নির্ভর করে না। (The oscillations of a simple pendulum are isochronous provided the amplitudes are within 4°.)

বায়ুর বাধা, ঘর্ষণ ইত্যাদির জন্য দোলকের বিস্তার ক্রমশ ক'মতে থাকে এবং পিণ্ড স্থির অবস্থায় আসে। দোলকের বিস্তার ক্রমশ ক'মলেও ইহার দোলন কাল সর্বদা সমান থাকে।

(*ii*) **দৈর্ঘ্যের সূত্র** (*Law of length*) ঃ বিস্তার 4 ডিগ্রীর বেশি না হ'লে কোন স্থানে দোলকের দোলন কাল ইহার কার্যকর দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক হয়। অর্থাৎ $T \propto \sqrt{L}$ যখন g ধ্রুবক। (The period of oscillation of a simple pendulum varies directly as the square root of its effective length i. e. $T \propto \sqrt{L}$ provided the amplitude is within 4°.)

অতএব, কোন স্থানে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য চারগুণ বাড়লে ইহার দোলন কাল দ্বিগুণ বাড়ে, ইত্যাদি।

(*iii*) **অভিকর্ষজ ত্বরণের সূত্র** (*Law of acceleration due to gravity*) ঃ কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোন স্থানে দোলকের দোলন কাল অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক হয়। অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ যখন L ধ্রুবক। (The period of oscillation of a simple pendulum is inversely proportional to the square root of the acceleration due to gravity at the place of observation i. e. $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$.)

অতএব, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ক'মলে দোলকের দোলনকাল বাড়ে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বাড়লে দোলন কাল কমে।

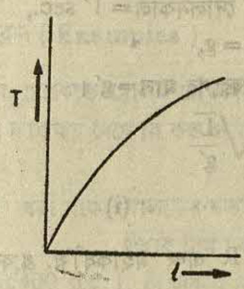
(*iv*) **ভরের সূত্র** (*Law of mass*) ঃ কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোন স্থানে দোলকের দোলন কাল ইহার পিণ্ডের ভর বা উপাদানের উপর নির্ভর করে না। (The period of oscillation of a simple pendulum is independent of the mass or the material of the bob provided the effective length remains the same.)

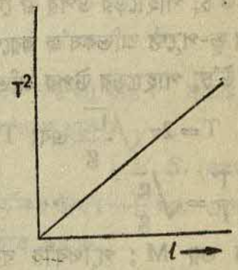
অতএব, পিণ্ড বড় বা ছোট হোক, লোহা কিংবা পিতলের হোক, কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে, বিস্তার কম হ'লে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মান অপরিবর্তিত থাকলে দোলকের দোলন কাল অপরিবর্তিত থাকে।

সূত্রগুলির সত্যতা নিরূপণ (*Experimental verification of the laws*) :

প্রথম সূত্র : পরীক্ষাগারে সরল দোলক তৈরি ক'রে দুলিয়ে দেওয়া হয়। একটি স্টপ্-ঘড়ির সাহায্যে দোলকের 25 বার পূর্ণ দোলনের জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় করা হয়। এই সময়কে 25 দিয়ে ভাগ ক'রলে দোলকের দোলন কাল পাওয়া যায়। বিস্তার 4° এর মধ্যে রেখে দোলককে বিভিন্ন বিস্তারে দুলিয়ে প্রতি ক্ষেত্রে দোলন কাল নির্ণয় করা হয়। দেখা যায় যে, এই দোলনকালগুলি পরস্পর সমান। অতএব, প্রথম সূত্র প্রমাণিত হয়।

দ্বিতীয় সূত্র : সরল দোলক তৈরি ক'রে সুতোর দৈর্ঘ্যের সঙ্গে পিণ্ডের ব্যাসার্ধ যোগ ক'রলে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়। দোলককে দুলিয়ে আগের মত ইহার দোলন কাল নির্ণয় করা হয়। সুতোর দৈর্ঘ্য কয়েকবার পরিবর্তন ক'রে





চিত্র 13 (a) (b)

প্রত্যেকবার দোলন কাল নির্ণয় করা হয়। দেখা যায় যে, প্রত্যেক কার্যকর দৈর্ঘ্যের (l) বর্গমূলকে ইহার আনুষঙ্গিক দোলন কাল দিয়ে ভাগ ক'রলে ভাগফল প্রতিক্ষেত্রে সমান হয়। অর্থাৎ $\frac{\sqrt{l}}{T}=$ ধ্রুবক। l-T লেখ আঁকলে অধিবৃত্তাকার রেখা [চিত্র 13 (a)] পাওয়া যায়। আবার T^2 বনাম l এর লেখচিত্র একটি সরলরেখা [চিত্র 13 (b)]। অতএব, দ্বিতীয় সূত্র প্রমাণিত হয়।

তৃতীয় সূত্র : কোন সরল দোলককে বিভিন্ন স্থানে নিয়ে গিয়ে প্রত্যেক স্থানে ইহার দোলন কাল নির্ণয় করা হয়। প্রত্যেক স্থানের দোলন কালকে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূল দিয়ে গুণ ক'রলে দেখা যয়ে যে, গুণফল প্রতি ক্ষেত্রে সমান হয়। অর্থাৎ $T\times\sqrt{g}=$ ধ্রুবক, অথবা $T\propto\frac{1}{\sqrt{g}}$। অতএব, তৃতীয় সূত্র প্রমাণিত হয়।

চতুর্থ সূত্র : বিভিন্ন ভরের ও বিভিন্ন উপাদানের কয়েকটি পিণ্ড নিয়ে কতকগুলি সরল দোলক এমন ভাবে তৈরি করা হয় যেন উহাদের কার্যকর দৈর্ঘ্য সমান হয়। দোলকগুলির দোলনকাল নির্ণয় ক'রলে দেখা যায় যে, প্রত্যেক ক্ষেত্রে দোলনকাল সমান। অতএব, চতুর্থ সূত্র প্রমাণিত হয়।

1.20. সরল দোলকের সাহায্যে 'g' এর মান নির্ণয় ঃ

আমরা জানি যে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, T = সরল দোলকের দোলন কাল ;

L = দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য ; g = পরীক্ষাগারে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান।

অতএব, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$; অথবা, $g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}$ ।

সুতরাং, কার্যকর দৈর্ঘ্য L ও দোলন কাল T নির্ণয় ক'রলে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর মান পাওয়া যায়।

1.21. সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় ঃ

ধরা যাক, কোন স্থানে সরল দোলকের দোলন কাল $= T$ sec.,

H cm. উঁচু পাহাড়ের উপর ঐ দোলকের দোলনকাল $= T'$ sec.,

ঐ স্থানে ভু-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $= g$,

H cm. উঁচু পাহাড়ের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $= g'$।

তাহ'লে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ এবং $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$

$$\therefore \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

পৃথিবীর ভর M ; পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G হ'লে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী,

$$g = \frac{GM}{R^2} \text{ এবং } g' = \frac{GM}{(R+H)^2} \text{ ।}$$

কাজেই, $\frac{g}{g'} = \frac{(R+H)^2}{R^2} = \left(1+\frac{H}{R}\right)^2$; সুতরাং, $\sqrt{\frac{g}{g'}} = 1 + \frac{H}{R}$ ... (ii)

অতএব, (i) ও (ii) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী,

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{H}{R}$$

কাজেই, T ও T' এর মান নির্ণয় ক'রলে এবং R এর মান জানা থাকলে সহজেই H এর মান পাওয়া যায়।

1.22. সেকেণ্ড দোলক (Second's pendulum) ঃ

যে সরল দোলকের দোলন কাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য ঃ এক্ষেত্রে $T = 2$ sec.।

$g = 981$ cm./sec^2 ধ'রলে, $L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{981 \times 2 \times 2}{4 \times 3{\cdot}14 \times 3{\cdot}14}$ cm.

$= 99{\cdot}492$ cm.

এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে $g = 32$ ft/sec^2 হওয়ায়,

$$L = \frac{32 \times 2 \times 2}{4 \times 3{\cdot}14 \times 3{\cdot}14} \text{ ft.} = 3{\cdot}245 \text{ ft.}$$

1.23. দোলকের দোলন কালের পরিবর্তন ঃ

(i) একটি দোলককে নিরক্ষরেখা থেকে মেরুতে নিয়ে গেলে ইহার দোলনকাল কমে। কারণ নিরক্ষরেখা অপেক্ষা মেরু অঞ্চলে 'g' এর মান বেশি। 'g' এর মান বাড়ায় দোলনকাল কমে। অর্থাৎ ঘড়ি 'ফাস্ট' যায়।

(ii) পাহাড়ের উপর 'g' এর মান কম হওয়ায় দোলকের দোলন কাল বাড়ে। অর্থাৎ ঘড়ি স্লো যায়।

(iii) খনির নীচে 'g' এর মান কম হওয়ায় দোলকের দোলনকাল বাড়ে। অর্থাৎ ঘড়ি স্লো যায়।

(iv) শীত গ্রীষ্মে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয়। তাই ঘড়ির দোলনকালও বেশি কম হয়।

উদাহরণ (Examples)

1. কোন সেকেন্ড দোলক প্রতিদিন 5 সেকেন্ড স্লো যায়। সঠিক সময় দিতে হ'লে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের কত পরিবর্তন ক'রতে হবে ?

[*H. S.* (new) *1981*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, দোলকের বর্তমান কার্যকর দৈর্ঘ্য = L cm. এবং উহার দৈর্ঘ্য কমাতে হবে x cm.

1 দিন = 86400 sec.। দোলক 5 সেকেন্ড স্লো যাওয়ায় 86400 − 5 = 86395 বার দিনে ইহা স্পন্দিত হয় অর্থাৎ প্রতিদিন দোলক 86395 অর্ধদোলন বা $\frac{86395}{2}$ পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। সুতরাং,

ঐ দোলকের দোলন কাল $= \frac{86400 \times 2}{86395} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$।

অথবা, $\left(\frac{86400}{86395}\right)^2 = \pi^2 \frac{L}{g}$ ... ... (i)

ত্রুটি দূর ক'রলে, $2 = 2\pi\sqrt{\frac{(L-x)}{g}}$

অথবা, $1 = \pi^2 \times \frac{L-x}{g}$ ... ... (ii)

(i) নম্বর সমীকরণ থেকে (ii) নম্বর সমীকরণ বিয়োগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$$\pi^2 \times \frac{x}{g} = \left(\frac{86400}{86395}\right)^2 - 1 = \left(1 + \frac{5}{86395}\right)^2 - 1$$

$$= \left(1 + \frac{10}{86395} + \cdots\right) - 1 = \frac{10}{86395} \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \quad x = \frac{10}{86395} \times \frac{g}{\pi^2} = \frac{10}{86395} \times \frac{981}{(3{\cdot}14)^2} = 0{\cdot}0115 \text{ cm (প্রায়)}।$$

2. পর্বতের পাদদেশে কোন সেকেন্ড দোলক নির্ভুল সময় দেয়, কিন্তু পর্বত শিখরে উহা প্রতিদিন 10 সেকেন্ড স্লো যায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 21×10^6 ft হ'লে পর্বতের উচ্চতা কত ?

সমাধান ঃ আমরা জানি, $\frac{T'}{T} = 1 + \frac{H}{R}$ ।

এক্ষেত্রে, $T = 2$ sec ; $R = 21 \times 10^6$ ft.

এবং $T' = \frac{86400 \times 2}{(86400 - 10)} = \frac{86400 \times 2}{86390}$ sec.

অতএব, $\frac{T'}{T} = \frac{\frac{86400 \times 2}{86390}}{2} = \frac{86400 \times 2}{86390 \times 2} = 1 + \frac{H}{21 \times 10^6}$

$\therefore \quad H = \left(\frac{86400}{86390} - 1\right) \times 21 \times 10^6$ ft. $= \frac{10}{86390} \times 21 \times 10^6$ ft.

$= 2431$ ft. (প্রায়) ।

3. কোন সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 1 metre এবং ইহার পিণ্ডের ভর 10 gm. । সুতোকে অনুভূমিক অবস্থায় এনে পিণ্ডকে ছেড়ে দেওয়া হয়। যখন পিণ্ড ইহার পথের নিম্নতম বিন্দুতে তখন ইহার গতিশক্তি কত ? সুতোর টান কত ? *(I. I. T. '73)*

সমাধান ঃ যখন পিণ্ড নিম্নতম বিন্দুতে যায় তখন ইহা নীচের দিকে 1 মিটার বা 100 cm. পড়ে। ইহার গতিশক্তি = স্থিতিশক্তির হ্রাস ।

অতএব, $\frac{1}{2}mv^2 = mgh = 10 \times 980 \times 100 = 980000$ erg ···(i)

নিম্নতম বিন্দুতে দড়ির টান পিণ্ডের ভরের সমান হয় এবং ইহা অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করে। অতএব, সুতোর টান $= mg + \frac{mv^2}{r}$

$= 10 \times 980 + \frac{2 \times 980000}{100}$ [(i) নং সমীকরণের সাহায্যে]

$= 29400$ dyne. ।

4. বেলুনের সাহায্যে একটি সেকেণ্ড দোলককে ভূ-পৃষ্ঠের উপরে পাঠানো হয়। বেলুনের সর্বোচ্চ অবস্থানে দেখা যায় যে, দোলক দিনে 400 sec. স্লো যায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6450 Km. হ'লে বেলুনের উচ্চতা নির্ণয় কর। *[Jt. Entrance '78]*

সমাধান ঃ আমরা জানি 1 দিন = 86400 সেকেন্ড। দোলক দিনে 400 সেকেন্ড স্লো যাওয়ায় ইহা (86400 - 400) = 86000 বার অর্ধ দোলন সম্পন্ন করে। কাজেই বেলুনের সর্বোচ্চ অবস্থানে দোলকের দোলনকার $T' = \frac{86400 \times 2}{86000}$ sec ।

আবার $T' = 2\pi\sqrt{l/g'}$, l দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য এবং g' বেলুনের সর্বোচ্চ অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান। ভূ-পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলন কাল 2 সেকেন্ড হওয়ায়, $2 = 2\pi\sqrt{l/g}$, g = ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান। অতএব, $\frac{864}{860} = \sqrt{g/g'}$ ।

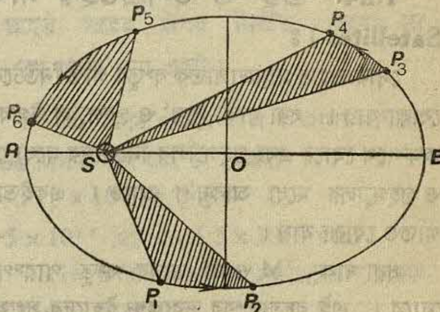
আবার, পৃথিবীর ভর M, ব্যাসার্ধ R ও মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G হ'লে, $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ h ভূ-পৃষ্ঠ থেকে বেলুনের সর্বোচ্চ উচ্চতা। আবার, $g = \frac{GM}{R^2}$। অতএব, $\frac{g}{g'} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$। অতএব, $\frac{864}{860} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R}$।

$$\therefore \frac{h}{R} = \frac{864}{860} - 1 = \frac{4}{860} = \frac{1}{215}$$

অথবা, $h = \frac{R}{215} = \frac{6450}{215} = 30$ Km.

কেপলারের সূত্রগুলির ব্যাখ্যা ঃ

প্রথম সূত্র ঃ এই সূত্র অনুযায়ী গ্রহগুলির প্রত্যেকের কক্ষপথ উপবৃত্তাকার হয়। 14 নং চিত্রে এইরূপ কক্ষপথ দেখানো হ'য়েছে। অবশ্য বুধ ও প্লুটো গ্রহ ছাড়া অন্যান্য গ্রহের কক্ষপথের উৎকেন্দ্রতা 0·1 এর চেয়ে কম হওয়ায় সেগুলিকে মোটামুটিভাবে বৃত্তাকার ধরা যায়।



চিত্র 14

গ্রহের সূর্য অভিমুখী ত্বরণ সূর্য থেকে ইহার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক হওয়ায় ইহার কক্ষপথ উপবৃত্তাকার হয়।

কোন গ্রহের ভর m হ'লে ইহার উপর বল $F = K\frac{m}{r^2}$, K = ধ্রুব রাশি।

দ্বিতীয় সূত্র ঃ এই সূত্র গ্রহের গতির প্রাথমিক ধর্ম প্রকাশ করে। 14নং চিত্রে সূর্যের অবস্থান S। একটি গ্রহ সমান সময় অবকাশে ইহার কক্ষপথের P_1P_2, P_3P_4 ও P_5P_6 অংশ যায়। এই অংশগুলি সূর্যে অর্থাৎ S বিন্দুতে যথাক্রমে SP_1P_2, SP_3P_4 ও SP_5P_6 ক্ষেত্রফল উৎপন্ন করে। কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী এই ক্ষেত্রফলগুলি সমান। অনুসূর (Perihelion) অবস্থানে অর্থাৎ সূর্যের নিকটতম বিন্দু (A)তে গ্রহের দ্রুতি সবচেয়ে বেশি হয়। অনুরূপভাবে অপসূর (aphelion) অবস্থান Bতে গ্রহের দ্রুতি সবচেয়ে কম হয়।

গ্রহের গতি এই দ্বিতীয় সূত্র মেনে চলার অর্থ এই যে, গ্রহের উপর ক্রিয়াশীল বল সর্বদা সূর্যের দিকে ক্রিয়া করে। এইরূপ বলকে **কেন্দ্রমুখী বল** (*central force*) বলে।

তৃতীয় সূত্র ঃ এই সূত্র থেকে গ্রহের আবর্তনকাল ও ইহার কক্ষপথের আকারের সম্পর্ক পাওয়া যায়। কক্ষপথ বৃত্তাকার ধ'রে নিলে তৃতীয় সূত্রটি সহজেই প্রমাণ করা যায়। এরূপ ক্ষেত্রে গ্রহের দ্রুতি সর্বদা সমান থাকে।

কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r, গ্রহ ও সূর্যের ভর যথাক্রমে m ও M এবং গ্রহের রৈখিক দ্রুতি v হ'লে,

$\frac{mv^2}{r} = G\frac{mM}{r^2}$ হয়, কারণ গ্রহের উপর সূর্যের আকর্ষণ বলই অভিকেন্দ্র বল হিসেবে কাজ করে।

কাজেই, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$।

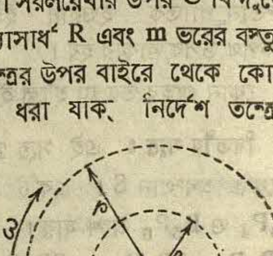
আবার, আবর্তন কাল $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} r^{\frac{3}{2}}$।

অতএব, $T^2 \propto r^3$, কেননা G ও M ধ্রুবক। তৃতীয় সূত্রের গাণিতিক অর্থ এই যে, যে কোন গ্রহের উপর ক্রিয়াশীল বল ইহার ভরের সমানুপাতিক।

1.24. গ্রহ ও উপগ্রহের গতি (Motion of Planets and Satellites) ঃ

সৌরজগতে মহাজাগতিক বস্তুর গতি নিউটনের গতিসূত্র ও মহাকর্ষ সূত্রের সাহায্যে বোঝা যায়। ধরা যাক, সূর্য ও গ্রহগুলি উপবৃত্তাকার কক্ষপথের পরিবর্তে বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘোরে এবং গ্রহগুলির নিজেদের মধ্যে কোন আকর্ষণ নেই। কেবলমাত্র সূর্য ও গ্রহগুলির মধ্যে আকর্ষণ আছে। একইভাবে কোন গ্রহের চারপাশে উপগ্রহের গতিও বোঝা যায়।

ধরা যাক, M ও m ভরের বস্তু পারস্পরিক মহাকর্ষীয় আকর্ষণে বৃত্তপথে ঘোরে। এই বস্তুতন্ত্রের ভরকেন্দ্র ইহাদের সংযোগকারী সরলরেখার উপর C বিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র 15)। M ভরের বস্তুর পথের ব্যাসার্ধ R এবং m ভরের বস্তুর পথের ব্যাসার্ধ r হ'লে $mr = MR$ হয়। এই বস্তুতন্ত্রের উপর বাইরে থেকে কোন বল ক্রিয়া না ক'রলে ভরকেন্দ্রের কোন ত্বরণ থাকে না। ধরা যাক নির্দেশ তন্ত্রের মূল বিন্দু C। প্রত্যেক বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বলের জন্য ইহার অভিকেন্দ্র ত্বরণ থাকে। ফলে বস্তু দু'টি আপন আপন পথে একই কৌণিক বেগে (ω) ঘোরে। এই মহাকর্ষীয় বলগুলি ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া যুগল হওয়ায়, অভিকেন্দ্র বলগুলি সমান ও বিপরীতমুখী হয়। অর্থাৎ, $m\omega^2 r$ (m ভরের বস্তুর উপর M ভরের বস্তুর অভিকেন্দ্র বল) নিশ্চিতই $M\omega^2 R$ (M ভরের বস্তুর উপর m ভরের বস্তুর অভিকেন্দ্র বল) এর সমান হয়। কারণ, $mr = MR$ হওয়ায় $m\omega^2 r = M\omega^2 R$।



চিত্র 15

সুতরাং, প্রত্যেক বস্তুর উপর মহাকর্ষীয় বলকে ইহাদের বৃত্তপথে ঘোরানোর জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের সমান হ'তে হয়। অর্থাৎ,

$$\frac{GMm}{(R+r)^2} = m\omega^2 r \cdots\cdots(i)$$

একটি বস্তুর ভর অপর বস্তুর ভরের চেয়ে অনেক বেশি হ'লে (যেমন সূর্যের ভর উহার যে-কোন গ্রহের ভরের চেয়ে অনেক বেশি) ভরকেন্দ্র থেকে ঐ বেশি ভরের বস্তুর দূরত্ব কম ভরের বস্তুর দূরত্বের চেয়ে অনেক কম হয়। সুতরাং R-কে r এর তুলনায় কম মানের জন্য অগ্রাহ্য করা যায়। অতএব (i) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায়,

$GM_s = \omega^2 r^3$, $M_s = M =$ সূর্যের ভর।

পর্যায়কালকে T ধ'রলে $\omega = \frac{2\pi}{T}$ এবং $GM_s = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$ ... ... (ii)

এই সমীকরণই গ্রহের গতির মোটামুটি **মূল** (*basic*) **সমীকরণ**।

(ii) **নম্বর সমীকরণের গুরুত্ব ঃ**

(1) এই সমীকরণের সাহায্যে গ্রহের গতি সংক্রান্ত সূত্র পাওয়া যায়। কারণ, (ii) নম্বর সমীকরণকে লেখা যায়, $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_s} r^3$

লক্ষ্য করা যায় যে, T^2 গ্রহের ভরের উপর নির্ভর করে না এবং $\frac{4\pi^2}{GM_s}$ ধ্রুবক। অর্থাৎ ইহার মান সব গ্রহের জন্য একই।

(2) কোন গ্রহের পথের ব্যাসার্ধ r এবং ইহার পর্যায় কাল T জানা থাকলে (ii) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে সূর্যের ভর নির্ণয় করা যায়। যেমন,

পৃথিবীর পর্যায় কাল = 365 দিন = $3{\cdot}15 \times 10^7$ সেকেন্ড।

পৃথিবীর বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ $r = 1{\cdot}5 \times 10^{11}$ মিটার = $1{\cdot}5 \times 10^{13}$ cm.

$G = 6{\cdot}669 \times 10^{-8}$ সি. জি. এস. একক

সুতরাং $M_s = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{(4\pi^2)(1{\cdot}5 \times 10^{13})^3}{6{\cdot}669 \times 10^{-8} \times (3{\cdot}15 \times 10^7)^2}$ gm.

$\cong 2{\cdot}0 \times 10^{30}$ Kgm.

অনুরূপভাবে, চন্দ্রের পথের ব্যাসার্ধ এবং উহার পর্যায় কাল জানা থাকলে (ii) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে পৃথিবীর ভর নির্ণয় করা যায়।

(3) সূর্যের ভর M_s এবং যে কোন গ্রহের পর্যায় কাল T জানা থাকলে ঐ গ্রহের বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ r (ii) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

(4) বর্তমানে কৃত্রিম উপগ্রহ তৈরি ক'রে পৃথিবীর চারপাশে ঘোরানো হচ্ছে। (ii) নম্বর সমীকরণে M_s এর পরিবর্তে পৃথিবীর ভর M_e ধ'রলে এই সব কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল এবং পৃথিবী থেকে উহাদের দূরত্বের সম্পর্ক এই সমীকরণের সাহায্যে পাওয়া যায়।

সহজেই বোঝা যায় যে, পৃথিবীর চারপাশে কোন বস্তুকে ঘুরতে হ'লে ঐ বস্তুকে খুব দ্রুত গতিতে ঘুরতে হয়। কারণ দ্রুতগতিতে না ঘুরলে ঐ বস্তু পৃথিবীর আকর্ষণে পৃথিবী পৃষ্ঠে এসে পড়ে। আবার বায়ুমণ্ডলে দ্রুত গতিতে কোন বস্তু ঘুরলে বায়ুর সঙ্গে ঘর্ষণের দরুন উহার বেগ ক'মে যায় এবং ঘর্ষণের জন্য উৎপন্ন তাপে বস্তু ধ্বংস হয়। সুতরাং, পৃথিবীর চারপাশে বস্তুর গতিকে অন্তত বেশ

কিছুকাল বজায় থাকতে হ'লে বস্তুকে বায়ুমণ্ডলের বাইরে পৃথিবীর চারপাশে ঘুরতে হয়। বস্তুর রৈখিক বেগ v ($v = r\omega$) হ'লে এবং পৃথিবীর ভর M হ'লে দেখানো যায় যে,

(a) যদি $v^2 < \frac{GM}{r}$ (অর্থাৎ v এর মান 4·9 মাইল / সেকেণ্ডের চেয়ে কম হ'লে) হয় তাহ'লে বস্তুর পথ হয় উপবৃত্তাকার এবং বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠে এসে পড়ে।

(b) যদি $v^2 = GM/r$ (অর্থাৎ v = 4·9 মাইল/সেকেন্ড) হয় তাহ'লে বস্তু বৃত্ত পথে পৃথিবীর চারপাশে ঘোরে।

(c) $v^2 > \frac{GM}{r}$ হয় কিন্তু $\frac{2GM}{r}$ এর চেয়ে কম হয় তাহ'লে বস্তু পৃথিবীর বাইরে উপবৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীর চারপাশে ঘোরে। পৃথিবীর কেন্দ্র ঐ পথের এক ফোকাসে অবস্থিত থাকে।

(d) যদি $v^2 > \frac{2GM}{r}$ হয় তাহ'লে বস্তু পরাবৃত্তাকার পথে পৃথিবী থেকে চ'লে যায়।

(e) যদি $v^2 = \frac{2GM}{r}$ হয় (অর্থাৎ v = 6·96 মাইল/সেকেন্ড) তাহ'লে বস্তু অধিবৃত্তাকার পথে ঘোরে এবং পৃথিবী থেকে চ'লে যায়। পৃথিবীর আকর্ষণ বস্তুকে ধ'রে রাখতে পারে না। বস্তুর এই বেগ vকে **মুক্তি বেগ** (*Escape velocity*) বলে। পৃথিবী যখন খুব গরম অবস্থায় ছিল তখন হাইড্রোজেন এবং হিলিয়াম অণুর বেগ খুব বেশি ছিল। ফলে এই অণুগুলি পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল থেকে ক্রমশ চ'লে যায়। তাই পৃথিবীর বায়ুমণ্ডলে হাইড্রোজেন ও হিলিয়াম বিশেষ নেই বললেই চলে। পৃথিবীর তুলনায় চন্দ্র ও বুধের ভর অনেক কম। সুতরাং ইহাদের আকর্ষণ বলও অনেক কম। এই কারণে চন্দ্র ও বুধে কোন গ্যাসীয় মণ্ডল নেই। পরীক্ষার সাহায্যে ইহা প্রমাণিত হ'য়েছে। প্রত্যেক উপগ্রহের বেলাতেই এই ঘটনার সত্যতা প্রমাণিত হয়।

মুক্তি বেগ (*Escape velocity*): যে ন্যূনতম বেগে কোন বস্তুকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে উপর দিকে ছুঁড়লে উহা আর পৃথিবী পৃষ্ঠে ফিরে আসে না তাকে মুক্তিবেগ বলে। ইহার মান, $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$। আবার $g = \frac{GM}{r^2}$ হওয়ায় মুক্তি বেগ $v = \sqrt{2gr}$।

* ক্যালকুলাস পদ্ধতি

মুক্তি বেগ (*Velocity of escape*): ধরা যাক, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে x দূরে m ভরের কোন বস্তু আছে। এই দূরত্ব x পৃথিবীর ব্যাসার্ধ r এর চেয়ে বেশি হ'লে পৃথিবী বস্তুকে $f = \frac{GMm}{x^2}$ বলে নিজের কেন্দ্রের দিকে টানে, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক এবং M = পৃথিবীর ভর। এই আকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে বস্তুর dx সরণ হ'লে

কৃত কার্য = fdx। কাজেই, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে বস্তুকে পৃথিবীর আকর্ষণের বাইরে নিয়ে যেতে কার্য সম্পন্ন ক'রতে হয়,

$$W = \int_r^\infty fdx = \int_r^\infty \frac{GMm}{x^2}dx = GMm\left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\right]_r^\infty = \frac{GMm}{r}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে বাইরের দিকে কোন বস্তুকে W এর চেয়ে বেশি গতিশক্তি দিলে ঐ বস্তু আর পৃথিবী পৃষ্ঠে ফিরে আসবে না। কাজেই, ন্যূনতম মুক্তি বেগ v_0 হ'লে,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{GMm}{r}$$।

অথবা, $v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2gr}$ $[\because\ gr^2 = GM]$

লক্ষ্য কর যে, কোন বস্তু অসীম দূরত্ব থেকে পৃথিবী পৃষ্ঠে প'ড়লে ঐ বস্তুও v_0 বেগ লাভ করে।

উদাহরণ (Examples)

পৃথিবীর ভর $5{\cdot}97\times10^{27}$gm., ব্যাসার্ধ $6{\cdot}37\times10^{8}$cm. এবং $G = 6{\cdot}66\times10^{-8}$ সি জি. এস্. একক হ'লে পৃথিবী থেকে কোন বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, মুক্তি বেগ $= \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

এখানে $G = 6{\cdot}66\times10^{-8}$ সি. জি. এস. একক

$M = 5{\cdot}97\times10^{27}$ gm. এবং $r = 6{\cdot}37\times10^{8}$ cm.।

অতএব, মুক্তি বেগ $= \sqrt{\frac{2\times6{\cdot}66\times10^{-8}\times5{\cdot}97\times10^{27}}{6{\cdot}37\times10^{8}}}$

$= 1{\cdot}118\times10^{-6}$cm/sec.।

1-25. পৃথিবীর ভর ও গড় ঘনত্ব (Mass and Mean density of the earth) ঃ

পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য পৃথিবী পৃষ্ঠে কোন বস্তুর ত্বরণ হয় 'g'। বস্তুর ভর m হ'লে ইহার উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হয় mg।

ধরা যাক, M = পৃথিবীর ভর, r = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক। তাহ'লে নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুযায়ী, $\frac{GMm}{r^2} = mg$।

আবার, $g = 981$ cm./sec^2, $G = 6{\cdot}67\times10^{-8}$ সি. জি এস্ একক,

এবং $r = 6{\cdot}367\times10^{6}$ cm.

অতএব, $M = \frac{g.\,r^2}{G} = \frac{981\times(6{\cdot}367\times10^{6})^2}{6{\cdot}67\times10^{-8}} = 5{\cdot}96\times10^{27}$ gm.।

পৃথিবীকে গোলক ধ'রলে এবং ইহার গড় ঘনত্বকে D ধ'রলে $M = \frac{4}{3}\pi r^3 D$।
সুতরাং,

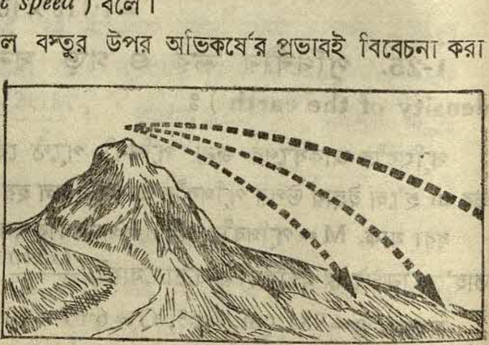
$$D = \frac{3M}{4\pi r^3} = \frac{3 \times 5{\cdot}96 \times 10^{27}}{4 \times 3{\cdot}14 \times (6{\cdot}367 \times 10^6)^3} = 5{\cdot}5 \text{ gm/cm}^3.$$

কৃত্রিম উপগ্রহ (*Artificial satellite*) :

আমরা জানি যে, একটি বলকে উপর দিকে ছুঁড়লে ইহার গতি ক্রমশ কমতে থাকে ও ইহা ভু-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। এই গতি কমার প্রধান কারণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ বল এবং আর একটি কারণ বায়ুমণ্ডলের ঘর্ষণজনিত বল। এই দুই বাধা অতিক্রম ক'রতে পারলে কোন বস্তু মহাশূন্যে যেতে পারে। বায়ুমণ্ডলের ঘনত্ব উপরের দিকে দ্রুত কমতে থাকে। কাজেই কয়েক শ' মাইল উপরে বায়ুর বাধা তেমন কাজে করে না, শুধুমাত্র অভিকর্ষজ বলই কাজ করে।

ধরা যাক, কোন পর্বতের চূড়া থেকে একটি বস্তুকে অনুভূমিকভাবে ছোঁড়া হ'ল। বস্তুর বেগের তুলনায়, বায়ুর ঘর্ষণ জনিত বল নগণ্য হ'লে ইহার উপর শুধুমাত্র অভিকর্ষজ বল কাজ করে। দেখা যায় যে, বস্তুটি একটি বক্রপথে ভু পৃষ্ঠে পড়ে (চিত্র 16)। বস্তুটির বেগ দ্বিগুণ ক'রলে ইহার পথের বক্রতা (curvature) অনেক কমে যায় ও ইহা অনেকটা পথ অতিক্রম ক'রে ভু-পৃষ্ঠে পড়ে। এইভাবে বস্তুর বেগ ক্রমশ বাড়ানো হ'লে এমন এক অবস্থা আসে যখন বস্তুর পথের বক্রতা ও ভু-পৃষ্ঠের উপরিতলের বক্রতা সমান হয়। তখন বস্তু আর ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে না, পৃথিবীর চারপাশে অবিরত ঘুরতে থাকে অর্থাৎ ইহা পৃথিবীর একটি **কৃত্রিম উপগ্রহে** পরিণত হয়। ন্যূনতম যে বেগে একটি বস্তুকে ছুঁড়লে ইহা পৃথিবীর চারপাশে ঘুরতে থাকে তাকে **প্রথম চক্রবেগ** (*first cosmic speed*) বলে। এই বেগের চেয়ে বেশি বেগে কোন বস্তু গতিশীল হ'লে এবং বায়ুর বাধা না থাকলে ইহা পৃথিবীর অভিকর্ষ ছাড়িয়ে মহাশূন্যে চলে যায়। এই বেগকে **মুক্তি বেগ** (*escape velocity*) বলে। পৃথিবীর উপরিভাগে মুক্তিবেগ সেকেন্ডে 112 কিলোমিটার বা প্রায় 7 মাইল। ইহাকে **দ্বিতীয় চক্রবেগও** (*second cosmic speed*) বলে।

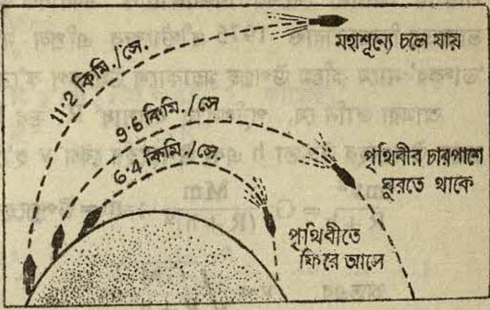
উপরের আলোচনায় গতিশীল বস্তুর উপর অভিকর্ষের প্রভাবই বিবেচনা করা হ'য়েছে। কিন্তু সূর্যও বস্তুকে আকর্ষণ করে। হিসেব ক'রে দেখা যায় যে, সূর্য ও পৃথিবীর বন্ধন মুক্তো হওয়ার জন্য বস্তুর বেগকে অন্তত সেকেন্ডে 16·7 কিলোমিটার বা 10 মাইলের কিছু বেশি হওয়া প্রয়োজন। এই বেগকে **তৃতীয় চক্রবেগ** বলে।



চিত্র 16

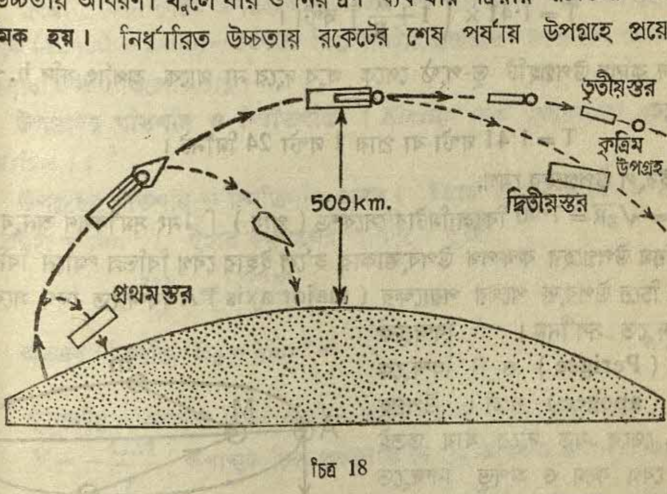
বস্তু প্রথম চক্রবেগে গতিশীল হ'লে ইহা পৃথিবীর চারপাশে বৃত্তপথে ঘুরতে

থাকে। বস্তুর বেগ যদি প্রথম চক্রবেগের চেয়ে বেশি কিন্তু মুক্তি বেগের চেয়ে কম হয় তাহ'লে ইহার পথ উপবৃত্ত হয় এবং ইহা ভু-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। বস্তুর বেগ মুক্তি বেগের সমান হ'লে ইহা পরাবৃত্ত পথে যায় ও মহাশূন্যে চলে যায়। বস্তুর বেগ মুক্তি বেগের চেয়ে বেশি হ'লে ইহা অধিবৃত্তপথে যায় ও অনন্তের দিকে যাত্রা করে (চিত্র 17)।



চিত্র 17

রকেটের সাহায্যে কৃত্রিম উপগ্রহকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় নিয়ে গিয়ে কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর প্রথম চক্রবেগে নিক্ষেপ ক'রলে ইহা স্থায়ী কক্ষপথে চলতে থাকে (চিত্র 18)। ইহার জন্য সাধারণত বহুপর্যায়ী রকেট ব্যবহৃত হয়। রকেটের সামনের দিকে শঙ্কু-আকৃতি বিশিষ্ট আবরণীর মধ্যে উপগ্রহ থাকে। **বায়ুমণ্ডলের বাধা যাতে কম হয়** সেজন্য রকেট প্রথমে সোজা উপরে উঠতে থাকে। বায়ুমণ্ডল পার হবার প্রায় 150 মাইল উচ্চতায় আবরণী খুলে যায় ও নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থার ক্রিয়ায় **রকেটের গতি ক্রমশ অনুভূমিক হয়।** নির্ধারিত উচ্চতায় রকেটের শেষ পর্যায় উপগ্রহে প্রয়োজনীয়



চিত্র 18

স্পর্শক বেগ সঞ্চার করে ও ইহা কক্ষপথে স্থাপিত হয়। 1957 সালের 4 th অক্টোবর সোভিয়েট রাশিয়া প্রথম যে **স্পুটনিক** (*sputnik*) নামে উপগ্রহ পাঠিয়েছিল তাতে তিনটি রকেট পর পর জ্ব'লে ইহাকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলেছিল। প্রথম স্তরে ইহার বেগ হ'য়েছিল 4,000 মাইল/ঘণ্টা, দ্বিতীয় স্তরে 12,000 মাইল/ঘণ্টা ও তৃতীয় স্তরে 18,000 মাইল/ঘণ্টা। এই স্পুটনিক নিরক্ষরেখার সাথে 65° কোণে পৃথিবী প্রদক্ষিণ ক'রেছিল। ইহার বেগ ছিল ঘণ্টায় 17,000 থেকে 18,000

মাইল। পৃথিবীর চার পাশে একবার ঘুরতে ইহার সময় লেগেছিল মাত্র 96 মিনিট। তারপর অন্যান্য দেশের বিজ্ঞানীরাও একাধিক কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপ ক'রেছেন। ভারতের বিজ্ঞানীরাও 1975 খ্রীষ্টাব্দের এপ্রিল মাসে 'আর্যভট্ট' ও 1980 খ্রীষ্টাব্দে 'ভাস্কর' নামে কৃত্রিম উপগ্রহ মহাকাশে উৎক্ষেপ ক'রেছেন।

আমরা জানি যে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R, ভর M, মহাকর্ষ ধ্রুবক G ও ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহের উচ্চতা h এবং উপগ্রহের বেগ v হ'লে,

$$\frac{mv^2}{R+h}=G.\frac{Mm}{(R+h)^2}\ ;\ m=\text{উপগ্রহের ভর}$$

$$\text{অতএব}.\quad v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে}\ \ g=\frac{GM}{R^2}\ \text{হওয়ায়},\ v=R\sqrt{\frac{g}{R+h}}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\text{ইহার আবর্তন কাল},\ T=\frac{2\pi(R+h)}{v}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{\frac{3}{2}}$$

R = 6370 কিলোমিটার, g = 980 সে.মি/সে.^{2} বসালে,

$$T=1{\cdot}41\times\left(1+\frac{h}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\text{ঘণ্টা।}$$

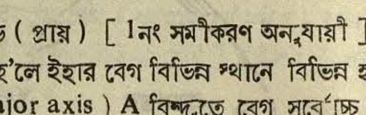
যদি কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে খুব দূরে না থাকে অর্থাৎ যদি $h << R$ হয়, তবে,

$$T=1{\cdot}41\ \text{ঘণ্টা বা প্রায় 1 ঘণ্টা 24 মিনিট।}$$

এইরূপ উপগ্রহের বেগ,

$v=\sqrt{gR}=7{\cdot}90$ কিলোমিটার/সেকেন্ড (প্রায়) [1নং সমীকরণ অনুযায়ী]।

কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষপথ উপবৃত্তাকার হ'লে ইহার বেগ বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হয় 19 নং চিত্রে উপবৃত্ত পথের পরাক্ষের (major axis) A বিন্দুতে বেগ সর্বোচ্চ ও B বিন্দুতে সর্বনিম্ন। A বিন্দুকে অনুভূ (Perigee) ও B বিন্দুকে অপভূ (apogee) বলে। উপগ্রহ অনুভূ থেকে যত দূরে যায় ততই ইহার বেগ কমে ও অপভূ বিন্দুতে ইহা সর্বনিম্ন হয়। কক্ষপথের অপর অর্ধে উপগ্রহ যত গ্রহের নিকটবর্তী হয় ততই মহাকর্ষ বল ইহার বেগ বাড়াতে থাকে যতক্ষণ না ইহা অনুভূ-তে পৌঁছে সর্বোচ্চ বেগ পায়।



চিত্র 19

পার্কিং কক্ষপথ (*Parking orbit*) : ধরা যাক, পৃথিবীর সহিত সমকেন্দ্রিক ভাবে নিরক্ষ তলে m ভর বিশিষ্ট একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারপাশে ঘুরছে।

পৃথিবী ও কৃত্রিম উপগ্রহের ঘূর্ণন অভিমুখ একই। উপগ্রহের পথের ব্যাসার্ধ r ও বেগ v হ'লে,

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{GMm}{r^2}$$

আবার পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হ'লে $GM=gR^2$। কাজেই,

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{mgR^2}{r^2}, \text{ বা, } v^2=\frac{gR^2}{r}$$

কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল T হ'লে $v=\frac{2\pi r}{T}$।

অতএব, $$\frac{4\pi^2r^2}{T^2}=\frac{gR^2}{r}, \text{ বা, } T^2=\frac{4\pi^2r^3}{gR^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

উপগ্রহের আবর্তন কাল যদি পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে আবর্তন কালের অর্থাৎ 24 ঘণ্টার সমান হয় তাহ'লে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে ইহাকে এক স্থানে স্থির অবস্থায় দেখা যায়। এইরূপ কক্ষপথকে **ভূ-সমলয় কক্ষপথ** বা পার্কিং কক্ষপথ বলে।

(2) নং সমীকরণে T = 24 ঘণ্টা বসালে, পার্কিং কক্ষপথের ব্যাসার্ধ

$$r=\left(\frac{T^2gR^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}=42400 \text{ কিলোমিটার (প্রায়)।}$$

সুতরাং, কোন কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-সমলয় কক্ষপথে ঘোরানোর জন্য ইহাকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে (42400 − 6400) = 36000 কিলোমিটার উচ্চতায় তুলতে হয়, কেননা পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 কিলোমিটার।

উপগ্রহের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি (*Kinetic and potential energy of a satellite*) **:**

উপগ্রহের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি আছে। ইহার ভর m ও বেগ v হ'লে, ইহার গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2$। ইহার কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r হ'লে

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{GMm}{r^2}\text{।}$$

অতএব গতিশক্তি, $$E_K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{2r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

পৃথিবীর অভিকর্ষজ বিভব অসীমে শূন্য ধ'রলে ইহার কেন্দ্র থেকে r দূরে বিভব,

$V=-\frac{GM}{r}$ [ঋণাত্মক চিহ্ন প্রকাশ ক'রে যে, অভিকর্ষজ বল আকর্ষণ বল]

কাজেই, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরে উপগ্রহের স্থিতিশক্তি, E_P = বিভব (V) × উপগ্রহের ভর $(m)=-\frac{GMm}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$

(3) ও (4) নং সমীকরণ থেকে বোঝা যায় যে, উপগ্রহের স্থিতিশক্তি ইহার গতিশক্তির দ্বিগুণ কিন্তু ঋণাত্মক। আবার উপগ্রহের মোট শক্তি,

$$E=E_K+E_P=\frac{GMm}{2r}-\frac{GMm}{r}=-\frac{GMm}{2r} \quad \ldots \quad \ldots \quad (5)$$

উপগ্রহের পথের ব্যাসার্ধ r থেকে কমে r_1 হ'লে উপগ্রহের মোট শক্তি $= -\frac{GMm}{2r_1}$ কিন্তু $-\frac{GMm}{2r_1} < -\frac{GMm}{2r}$, বা, $\frac{GMm}{2r_1} > \frac{GMm}{2r}$

অর্থাৎ কৃত্রিম উপগ্রহের পথের ব্যাসার্ধ কমলে ইহার গতিশক্তি তথা বেগ বৃদ্ধি পায়। উপগ্রহের কক্ষান্তরের জন্য স্থিতিশক্তির হ্রাস গতিশক্তির বৃদ্ধির দ্বিগুণ হওয়ায় এরূপ হয়। নিউক্লিয়াসের চারপাশে পরিক্রমারত ইলেকট্রনের বেলাতেও দেখা যায় যে, ইহার কক্ষান্তর ঘটলে ইহার গতিশক্তি বাড়ে কিন্তু স্থিতিশক্তি কমে।

কৃত্রিম উপগ্রহের উপযোগিতা (*Uses of artificial Satellites*) **:** ইহার কয়েকটি উপযোগিতার কথা নীচে বলা হ'ল :

(1) ঊর্ধ্ব বায়ুমণ্ডলের চাপ ও উষ্ণতা নির্ণয়।

(2) আবহাওয়া সম্পর্কিত নিরীক্ষণ ও পূর্বাভাস।

(3) রেডিও ও টেলিভিসনের দ্বারা যোগাযোগ ব্যবস্থায় রীলে-স্টেশন রূপে ক্রিয়া। ভূ-সমলয় কক্ষে রিলে উপগ্রহ স্থাপন ক'রে পৃথিবীর একস্থানে অনুষ্ঠিত খেলাধূলা ইত্যাদি অন্যস্থানে সরাসরি টেলিভিসনে দেখানো হয়।

(4) পৃথিবীর আকার ও আকৃতি সম্পর্কিত সমীক্ষা।

(5) সামরিক ও প্রতিরক্ষামূলক নজরদারী।

(6) মহাজাগতিক রশ্মি, এক্স-রশ্মি, গামা রশ্মি ইত্যাদির উৎস সংক্রান্ত ও জ্যোতির্বিজ্ঞানের বিভিন্ন বিষয়ে গবেষণা।

(7) তারামণ্ডল, আহিত কণিকার ভ্যান অ্যালেন বেষ্টনী, সৌরকিরণের ক্রিয়া ইত্যাদি সংক্রান্ত তথ্য সংগ্রহ।

উদাহরণ (**Examples**) :

1. কোন কৃত্রিম উপগ্রহ 900 Km. দূরে থেকে পৃথিবীর চারপাশে ঘোরে। উপগ্রহের ন্যূনতম বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 Km. পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{27}$ gm. এবং $G = 6{\cdot}66 \times 10^{-8}$ সি. জি. এস. একক।

সমাধান : ধরা যাক্, উপগ্রহের ভর = m ; উপগ্রহের বেগ = v,
পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে উপগ্রহের দূরত্ব = R

∴ উপগ্রহের উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বল $= \frac{mv^2}{R}$।

উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল = mg।

যেহেতু উপগ্রহ পৃথিবীর চারপাশে ঘোরে, অতএব,

$$\frac{mv^2}{R} = mg = \frac{m.G.M}{R^2} \quad \therefore \; v = \sqrt{\frac{GM}{R}}\,।$$

$$\therefore \; v = \sqrt{\frac{6{\cdot}66 \times 10^{-8} \times 6 \times 10^{27}}{(6400+900) \times 10^5}} \text{ cm./sec} = 7{\cdot}39 \times 10^5 \text{ cm./sec.}$$

$$\text{উপগ্রহের পর্যায়কাল} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \times 3{\cdot}14 \times 7300 \times 10^5}{7{\cdot}39 \times 10^5} \text{ sec.}$$

= 1 ঘণ্টা 45 মিনিট (প্রায়)।

2. কোন কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠের কোন ব্যক্তি সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় থাকে। ঐ কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা কত? উহার গতির অভিমুখ কি? অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 980 cm./sec^2 এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4\times10^8$ cm.। [*I. I. T. '73*]

সমাধান ঃ পৃথিবী পৃষ্ঠের কোন ব্যক্তির কাছে কৃত্রিম উপগ্রহ স্থির অবস্থায় থাকে যদি,

(i) নিরক্ষীয় তলে উপগ্রহের কক্ষপথ বৃত্তাকার হয়,

(ii) উপগ্রহ পশ্চিম থেকে পূবে ঘোরে,

(iii) উপগ্রহ এমন উচ্চতায় যে ইহার কৌণিক বেগ পৃথিবীর কৌণিক বেগের সমান হয়। ধরা যাক, ভু-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহের উচ্চতা h cm.। অতএব ইহার পথের ব্যাসার্ধ $= R+h$, R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান h উচ্চতায় g_1 এবং ভু-পৃষ্ঠে g হ'লে

$$\frac{g_1}{g}=\frac{R^2}{(R+h)^2}\text{। অতএব, } g_1=\frac{R^2g}{(R+h)^2}\text{।}$$

উপগ্রহের গতিবেগ v হ'লে $mg_1=\dfrac{mv^2}{R+h}$।

অথবা $$v=\sqrt{(R+h)g_1}=\sqrt{(R+h)\frac{R^2g}{(R+h)^2}}=\frac{R\sqrt{g}}{(R+h)^{\frac{1}{2}}}\text{।}$$

অতএব, কৌণিক বেগ $$\omega=\frac{v}{R+h}=\frac{R\sqrt{g}}{(R+h)^{\frac{3}{2}}}\text{।}$$

পৃথিবীর কৌণিক বেগ $=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{24\times3600}$ radian/sec.।

উভয় কৌণিক বেগ সমান হয়। কাজেই,

$$\frac{R\sqrt{g}}{(R+h)^{\frac{3}{2}}}=\frac{2\pi}{24\times3600}\text{।}$$

অতএব, $$(R+h)^{\frac{3}{2}}=\frac{6{\cdot}4\times10^8\times\sqrt{980}\times24\times3600}{2\pi}$$

$\therefore\ R+h=4{\cdot}23\times10^9$ cm.।

$\therefore\ h=4{\cdot}23\times10^9-6{\cdot}4\times10^8=35{\cdot}9\times10^8$ cm.।

3. দেখাও যে, কোন গ্রহের চারপাশে বৃত্তপথে ঘূরন্ত কোন কৃত্রিম উপগ্রহের ন্যূনতম পর্যায়কাল ঐ গ্রহের গড় ঘনত্ব দ্বারা নির্ণয় করা যায়। [*Jt. Entrance '75*]

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, কৃত্রিম উপগ্রহের ক্ষেত্রে,

$$m\omega^2r=G\frac{Mm}{r^2}\text{ এবং } \omega=\frac{2\pi}{T}\text{।}$$

অতএব, $$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=G.\frac{M}{r^3}$$

সুতরাং, $$\frac{1}{T^2}=G.\frac{M}{4\pi^2r^3}=G.\frac{M}{\frac{4\pi r^3}{3}}\times\frac{1}{3\pi}=G\frac{\rho}{3\pi},\quad \rho=\text{গ্রহের গড় ঘনত্ব।}$$

কাজেই উপগ্রহের পর্যায় কাল (T) গ্রহের গড় ঘনত্ব দ্বারা নির্ণয় করা যায়।

4. সূর্য থেকে পৃথিবীর বর্তমান দূরত্ব অর্ধেক হ'লে কত দিনে এক বৎসর হবে ?

সমাধান : ধরা যাক, সূর্য থেকে পৃথিবীর বর্তমান দূরত্ব $=R$। সূর্যের ভর M ও পৃথিবীর ভর m হ'লে মহাকর্ষীয় বল $=G\dfrac{mM}{R^2}$ এবং অভিকেন্দ্র বল $=\dfrac{mv^2}{R}$, যখন $v=$ সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর আবর্তন বেগ। কাজেই, $\dfrac{mv^2}{R}=G\dfrac{mM}{R^2}$; অথবা, $v^2=\dfrac{GM}{R}$। কিন্তু সূর্যের চারপাশে একবার ঘুরতে পৃথিবীর T সময় লাগলে, $v=\dfrac{2\pi R}{T}$

অতএব, $\dfrac{4\pi^2R^2}{T^2}=\dfrac{GM}{R}$; অথবা, $T^2=\dfrac{4\pi^2R^3}{GM}$ ... ... (i)

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব $\dfrac{R}{2}$ হ'লে যদি T এর মান T' হয় তাহ'লে,

$$T'^2=\frac{4\pi^2(R/2)^3}{GM} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \text{(ii)}$$

(ii) নং সমীকরণকে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ ক'রলে

$$\left(\frac{T^1}{T}\right)^2=\left(\frac{4\pi^2R^3}{8MG}\right)\times\left(\frac{MG}{4\pi^2R^3}\right)=\frac{1}{8}$$

$$\therefore \quad T'=\frac{365}{2\sqrt{2}}=129 \text{ দিন, কারণ } T=365 \text{ দিন।}$$

5. পৃথিবী থেকে চন্দ্রের দূরত্ব নির্ণয় কর। পৃথিবীর চারপাশে চন্দ্রের আবর্তন কাল 28 দিন, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4\times10^3$ Km. এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9{\cdot}81$ m/sec^2।

সমাধান : ধরা যাক, পৃথিবী থেকে চন্দ্রের দূরত্ব $=r$। চন্দ্রের কৌণিক বেগ ω হ'লে $mr\omega^2=\dfrac{GMm}{r^2}$ যখন $M=$ পৃথিবীর ভর ও $m=$ চন্দ্রের ভর।

অতএব, $r^3=\dfrac{GM}{\omega^2}=GM\left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2$ যখন $T=$ চন্দ্রের আবর্তন কাল।

পৃথিবী পৃষ্ঠে কোন বস্তুর ভর m_1 হ'লে $m_1g=G\dfrac{Mm_1}{R^2}$ যখন $R=$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

অতএব, $GM=R^2g.$

কাজেই, $r^3=R^2g\left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2=(6{\cdot}4\times10^6)^2\times9{\cdot}81\times(28\times24\times3600)/4\pi^2$

অতএব, $r=3{\cdot}9\times10^8m.$

1·26. বস্তুর ভারহীন অবস্থা বা ওজন শূন্যতা (Weightlessness of a body) :

আমরা কোন মঞ্চের উপর দাঁড়ালে মঞ্চের প্রতিক্রিয়ার জন্য ওজন অনুভব করি।

ধরা যাক্ কোন ব্যক্তি ভূ-পৃষ্ঠের উপর স্থির হ'য়ে দাঁড়িয়ে আছে। নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী ব্যক্তি তার ওজনের সমান বল ভূ-পৃষ্ঠের উপর প্রয়োগ করে ও ভূ-পৃষ্ঠও ব্যক্তির উপর ঐ বলের সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া প্রয়োগ করে। ইহাতে ব্যক্তি ওজন অনুভব করে। যখন কো'ন ব্যক্তি লিফ্‌টে চ'ড়ে নীচের দিকে নামে তখন তার ওজন কিছুটা কম মনে হয়, কেননা ব্যক্তির পায়ের উপর লিফ্‌টের প্লাটফরম্ কম 'ঘাত' (Thrust) প্রয়োগ করে। **লিফ্‌ট অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান ত্বরণ নিয়ে নীচে নামলে ব্যক্তি কোন ওজনই অনুভব করে না।**

পৃথিবীর চারপাশে বৃত্ত পথে v বেগে ঘূর্ণন্ত একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কথা আলোচনা করা যাক। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ঐ পথের দূরত্ব r হ'লে ও ঐ কৃত্রিম উপগ্রহের মধ্যে অবস্থিত কোন ব্যক্তির ভর m হ'লে ঐ ব্যক্তির উপর অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া $\frac{mv^2}{r}$। এই প্রতিক্রিয়া বলের জন্য ব্যক্তি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরে চ'লে যেতে চায়। ব্যক্তির উপর অপর ক্রিয়াশীল বল, পৃথিবীর আকর্ষণ। ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 'g' হ'লে ব্যক্তির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল, mg। এই 'mg' বলের ক্রিয়ায় ব্যক্তি পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হয়। যদি $\frac{mv^2}{r} = mg$ হয় তাহ'লে ব্যক্তি কোন ওজন অনুভব করে না। এই অবস্থায় ব্যক্তি কিংকর্তব্যবিমূঢ় হ'য়ে পড়ে। তার মনে হয় যে সে ভাসছে। বস্তুর সমান ঘনত্বের তরলে ইহার ভাসনের সাথে এই অবস্থার তুলনা করা যায়।

বর্তমানে কৃত্রিম উপগ্রহকে স্পিন (spin) করিয়ে এই অবস্থা থেকে নিষ্কৃতি পাবার ব্যবস্থা করা হয়, কেননা এরূপ ক'রলে লব্ধ অভিকেন্দ্র বলের দরুন ওজন অনুভব করা যায়।

1.26. চলন্ত লিফ্‌টে প্রতিক্রিয়া (Reaction on a moving lift) ঃ

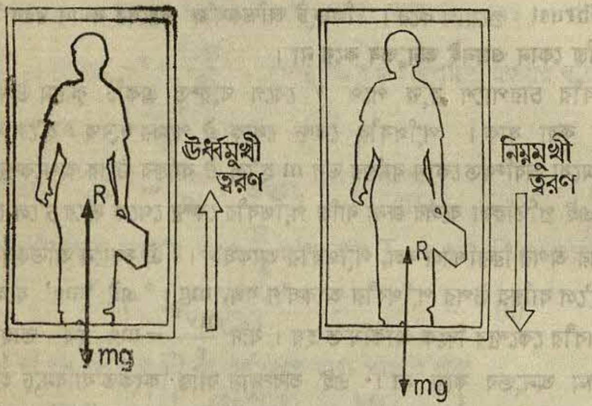
ধরা যাক্, কোন ব্যক্তি লিফ্‌টের উপর দাঁড়িয়ে আছে। লিফ্‌ট **স্থির অবস্থায়** থাকলে অথবা উপরে বা নীচের দিকে **সমবেগে** নামলে লিফ্‌টের প্লাটফরমে প্রতিক্রিয়া বল ব্যক্তির ওজনের সমান হয়। কিন্তু লিফ্‌টের **ত্বরণ** থাকলে ঐ প্রতিক্রিয়া বল ব্যক্তির ওজনের সঙ্গে সমান হয় না। ব্যাপারটা পরিষ্কার ক'রে বোঝা যাক্। ধরা যাক্

ব্যক্তির ভর = m, লিফ্‌টের ত্বরণ = f,

প্লাটফরম্ ও ব্যক্তির মধ্যে প্রতিক্রিয়া বল = R।

(i) যখন লিফ্‌ট উপরের দিকে ওঠে তখন ব্যক্তির উপর লিফ্‌টের প্রতিক্রিয়া বল 'R' ব্যক্তির ওজন 'mg' এর চেয়ে বেশি হয়। তাই লিফ্‌ট ত্বরণ নিয়ে উপরে ওঠে। সুতরাং নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী, $R - mg = mf$। অথবা, $R = m(g+f) = mg\left(1+\frac{f}{g}\right)$। এই অবস্থায় ব্যক্তি নিজেকে তার ওজনের $\frac{f}{g}$ গুণ বেশি ভারী মনে করে।

(ii) যখন লিফ্‌ট নীচের দিকে নামে তখন ব্যক্তির উপর লিফ্‌টের প্রতিক্রিয়া বল 'R' ব্যক্তির ওজন 'mg' এর চেয়ে কম হয়। তাই লিফ্‌ট ত্বরণ নিয়ে নীচে নামে। সুতরাং নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী, $mg - R = mf$। অথবা $R = mg - mf = mg\left(1 - \frac{f}{g}\right)$।



চিত্র 20

এই অবস্থায়, ব্যক্তি নিজেকে তার ওজনের $\frac{f}{g}$ গুণ হালকা মনে করে।

$g = f$ হ'লে ব্যক্তি নিজেকে ভার হীন মনে করে। **এই কারণে উপর থেকে নীচে লাফ দিলে শূন্যে থাককালীন মানুষের ওজন শূন্য হয়।**

(iii) লিফ্‌ট স্থির অবস্থায় থাকলে বা সমবেগে উপরদিকে অথবা নীচের দিকে চললে $f = 0$ হয়। কাজেই $R = mg$। অর্থাৎ এই অবস্থায় প্রতিক্রিয়া ব্যক্তির ওজনের সমান হয়।

(iv) যদি লিফ্‌ট অভিকর্ষজ ত্বরণের (g) চেয়ে বেশি ত্বরণ (f′) নিয়ে নীচের দিকে নামে তাহ'লে লিফ্‌ট চলার মুহূর্তে ব্যক্তির নিম্নাভিমুখী ত্বরণের (g) চেয়ে লিফ্‌টের নিম্নাভিমুখী ত্বরণ (f′) বেশি হওয়ায় সে লিফ্‌টের মেঝে স্পর্শ ক'রে থাকে না, কিছুটা উপরে থাকে। যত সময় যায় ততই ব্যক্তি লিফ্‌টের মধ্যে উপরদিকে উঠতে থাকে ও কালক্রমে তার মাথা লিফটের ছাদ স্পর্শ করে। এই অবস্থায় লিফটের ছাদ ব্যক্তির উপর R প্রতিক্রিয়া আরোপ ক'রলে,

$$R + mg = mf'$$

বা, $$R = m(f' - g)$$

নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী ব্যক্তি ছাদের উপর খাড়া উপর দিকে $m(f' - g)$ বল প্রয়োগ করে। ইহা স্বাভাবিক অবস্থার বিপরীত, কেননা স্বাভাবিক অবস্থায় ব্যক্তির ওজন লিফ্‌টের মেঝের উপর খাড়া নীচের দিকে ক্রিয়া করে। তাই কেহ কেহ এই ঘটনাকে **"অতি ওজন শূন্যতা"** বলেন ; যদিও এরূপ বলার সার্থকতা বোঝা যায় না।

উদাহরণ (Examples)

168 পাউন্ড ওজনের এক ব্যক্তি লিফ্‌টের উপর দাঁড়িয়ে আছে। লিফ্‌টের প্লাটফরম ব্যক্তির উপর কত বল প্রয়োগ করে যখন (i) লিফ্‌ট স্থির, (ii) লিফট্‌ $32\ ft/sec^2$ ত্বরণ নিয়ে উপরে ওঠে, (iii) লিফ্‌ট সমবেগে উপরে ওঠে (iv) লিফ্‌ট মন্দন নিয়ে উপরে ওঠে।

সমাধান ঃ (i) স্থির অবস্থায় লিফ্‌টের প্রতিক্রিয়া বল = ব্যক্তির ওজন

$= 168$ lb.।

(ii) লিফ্‌ট ত্বরণ নিয়ে উপরে উঠলে, $R = m(g+f) = 168(32+32)$

$$= 168 \times 64 \text{ Poundal} = \frac{168 \times 64}{32} = 336 \text{ lb}$$

(iii) লিফ্‌ট সমবেগে উপরে উঠলে ত্বরণ $f = 0$ হয়। অতএব $R = mg =$ ব্যক্তির ওজন $= 168$ পাউন্ড।

(i v) লিফ্‌ট মন্দন নিয়ে উঠলে $R = m(g-f)$

$$= 168(32-16) = 168 \times 16 \text{ Poundal.} = \frac{168 \times 16}{32} = 84 \text{ lb.}$$।

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. একটি ঘরে বিভিন্ন বস্তুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ দেখা যায় না কেন ?

ছোট বস্তুর বেলায় মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল খুব কম মানের হয়। আবার ঘর্ষণ বলও ক্রিয়া করে। তাই ঘরে বিভিন্ন বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ দেখা যায় না।

2. বৃত্ত পথে ঘুরন্ত উপগ্রহে অবস্থিত একটি জলপূর্ণ পাত্রে একটি কর্ককে ডুবিয়ে ছেড়ে দিলে ইহা কি ভেসে উঠবে ?

কৃত্রিম উপগ্রহে সব কিছুই ভারহীন হওয়ায় কর্কের উপর কোন ঊর্ধ্ব ঘাত থাকে না। কাজেই, কর্ককে যেখানে ছাড়া হয় সেখানেই থাকে।

3. দু'টি বলের সাইজ সমান কিন্তু একটির ভর অপরটির চেয়ে বেশি। উভয় বলের উপর বায়ুর বাধা সমান হ'লে দেখাও যে, উভয় বলকে একই উচ্চতা থেকে একই সঙ্গে ফেললে বেশি ভরের বল প্রথমে ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায়।

উভয়ের ক্ষেত্রে নিম্নমুখী ত্বরণ (g)-এর মান সমান। আবার উভয়ের উপর বায়ুর বাধা বল F সমান। বায়ুর বাধাজনিত ত্বরণ $f = \frac{F}{\text{বস্তুর ভর}}$। কাজেই, বেশি ভরের বস্তুর নিম্নমুখী লব্ধি ত্বরণ ($g-f$) বেশি হয় এবং ইহা প্রথমে ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায়।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর। এই সূত্রটিকে সর্বজনীন বলা হয় কেন? মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান সি. জি. এস্ ও এম্. কে. এস্ পদ্ধতিতে লেখ। মহাকর্ষের ধারণা থেকে ব্যাখ্যা করা সম্ভব হ'য়েছে এমন কয়েকটি ঘটনা উল্লেখ কর।

State and explain Newton's law of gravitation. Why the law is termed universal? Write down the value of the constant of gravitation in C. G. S and M. K. S systems. Name some of the phenomena which are being explained from the concept of gravitation.

2. দু'টি বিস্তৃত বস্তুর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ কিরূপে নির্ণয় করা যায়? দু'টি সমসত্ত্ব গোলকের ক্ষেত্রে এই আকর্ষণের মান ও দিক্ নির্দেশ কর। সমসত্ত্ব গোলকের অভ্যন্তরস্থ কোন বস্তুর উপর গোলকের আকর্ষণ কত হয়?

How the gravitational attraction between two extended bodies may be determined? Determine the magnitude and direction of the force of attraction between two homogeneous spheres. What is the force of attraction upon a body inside a homogeneous sphere?

3. মহাকর্ষ ও অভিকর্ষের পার্থক্য লেখ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ এবং মহাকর্ষ ধ্রুবকের সাহায্যে নির্ণয় কর। পর্বতের উপরে ও খনির নীচে কিভাবে g-এর মান পরিবর্তিত হয়? প্রতি ক্ষেত্রে g-এর পরিবর্তিত মান নির্ণয় কর।

Distinguish between 'gravity' and 'gravitation'. Determine the value of g on the surface of the earth in terms of the mass and radius of the earth and the universal constant of gravitation. How does the value of g change at the top of a mountain and at the bottom of a mine? Calculate the altered value of g in each case.

4. অভিকর্ষজ ত্বরণের মান থেকে পৃথিবীর ভর ও গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। কোন গ্রহের ব্যাসার্ধ অর্ধেক হ'লে ইহার পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ কতগুণ কমে বা বাড়ে?

Determine the mass and mean density of earth from the acceleration due to gravity. How many times the acceleration due to gravity on the surface of a planet decreases or increases if its radius becomes half?

5. বস্তুর ভর ও ওজনের পার্থক্য কি? সাধারণ তুলায় বস্তুর ভর না ওজন মাপা হয়? স্প্রিং তুলায় কি মাপা হয়?

Distinguish between mass and weight of a body? Whether mass or weight is determined by a common balanae? Which one is determined by a spring balance?

6. বস্তুর অবাধ পতনের সূত্রগুলি লেখ। গিনি ও পালকের পরীক্ষার বর্ণনা দাও। এই পরীক্ষা থেকে কি সিদ্ধান্ত করা যায়?

State the laws of falling bodies. Describe guinea-feather experiment. What inference can be drawn from this experiment?

7. সরল দোলক ব'লতে কি বোঝায় ? পরীক্ষাগারে কিভাবে সরল দোলক তৈরী করা হয় ? সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, কৌণিক বিস্তার, দোলনকাল ও কম্পাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায় ? সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য সম্পর্ক নির্দেশক সমীকরণ লেখ।

What is a simple pendulum ? How simple pendulum is constructed in the laboratory ? What do you understand by effective length ; angular amplitude, time period and frequency of a simple pendulum ? Write down the equation relating acceleration due to gravity, effective length and time period of a simple pendulum.

8. সরল দোলকের সূত্রগুলি লেখ। পরীক্ষার সাহায্যে এই সূত্রগুলির সত্যতা কিভাবে নিরূপণ করা যায় ? সেকেন্ড দোলক কাকে বলে ? এই দোলকের সাহায্যে কিভাবে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় করা যায় ?

State the laws of simple pendulum. How the laws can be verified experimentally ? What is second's pendulum ? How with the help of this pendulum acceleration due to gravity at a place may be determined ?

9. কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে ? একটি উপগ্রহ বৃত্তপথে পৃথিবীর চারপাশে ঘোরে। ভূ-পৃষ্ঠের g ও কক্ষপথের ব্যাসের সাহায্যে উপগ্রহটির দ্রুতি ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। ভারহীনতা কাকে বলে ? কৃত্রিম উপগ্রহে কখন এবং কেন ভারহীন অবস্থা অনুভূত হয় ?

What is an artificial satellite ? A satellite is rotating arround the earth in circular orbit. Find the speed and timeperiod of the saet ellite interms of acceleration due to gravity on the surface of the earth and the diameter of its path. What is weightlessness ? When and why weightlessness is being felt in an artificial satellite ?

10. মুক্তি বেগ কি ? ইহা গ্রহের ভর, গড় ঘনত্ব বা ব্যাসার্ধের উপর কিভাবে নির্ভর করে ?

What is escape velocity ? How does it depend upon mass, mean density or radius of the planet ?

11. 'পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য'—প্রমাণ কর। [*Tripura H.S. 1979*]

12. সেকেন্ড দোলক কাকে বলে ? [*Tripura H.S. 1980*]

13. একটি ফাঁপা গোলকীয় দোলক পিণ্ডের ভিতরে যদি জল (a) সম্পূর্ণভাবে ভর্তি করা যায়, (b) অর্ধেকটা ভর্তি করা যায়, তবে দোলন কালের কোন পরিবর্তন হইবে কি ? ব্যাখ্যা কর। [*Tripura H.S, 1979*]

14. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(i) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান দু' কিলোমিটার উঁচু পর্বত শৃঙ্গ অপেক্ষা দু' কিলোমিটার উঁচুতে ভাসমান বেলুনে কম হয় কেন ?

(ii) 2 মিটার উচ্চলম্ফন পৃথিবীতে শক্ত কিন্তু চন্দ্রে সহজ কেন ?

(iii) বায়ুতে মুদ্রা ও পালক একসঙ্গে পড়ে না কিন্তু দু'টি মুদ্রা একসঙ্গে পড়ে কেন ?

(iv) দু'টি চুম্বক বা দু'টি আহিত বস্তুর মধ্যে বলের হিসেব করার সময় ইহাদের মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ হিসেব করা হয় না কেন ?

(v) সরল দোলক তৈরী ক'রতে সাধারণত ক্ষুদ্র অথচ ভারী পিণ্ড ব্যবহার করা হয় কেন ?

(vi) অতি ক্ষুদ্র গ্রহে বা উপগ্রহে সাধারণত বায়ুমণ্ডল থাকে না কেন ?

(vii) ঊর্ধ্ব এবং নিম্ন গতিতে কোন বস্তুর ত্বরণ থাকবেই ?

(viii) একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে কি আকাশের কোন স্থানে স্থির অবস্থায় রাখা যায় ?

(ix) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে অতি শক্তিশালী কামান দ্বারা গোলা ছুঁড়ে কখনই গোলাকে কক্ষপথে স্থাপন করা সম্ভব হয় না কেন ?

Answer the following questions :

(i) Why acceleration due to gravity in a balloon floating at a height of 2 Km. has a value less than its value at the top of a 2 Km. high mountain ?

(ii) Why is it easier to have a jump 2 m. high on the surface of the moon than that on the surface of the earth ?

(iii) A coin and a feather do not fall simultaneously in air but why two coins fall at the some time ?

(iv) Why is the gravitational attraction not accounted for while considering the force between two magnets or two charged bodies ?

(v) Why is in general a small but heavy bob is used in constructing a simple pendulum ?

(vi) In general thre is no atmosphere in a small planet or satellite. Why ?

(vii) Does a body during its up and down motion always possess acceleration ?

(viii) Is it possible to keep an artifical satellite stationary at a particular place of the sky ?

(ix) Why is it not possible to place the shell in an orbit by firing it from a very powerful canon on the surface of the earth ?

15. মহাকর্ষের অধীনে পতনশীল বস্তুর বেলাতে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল সর্বদা ধ্রুবক—ইহা প্রমাণ কর। [*H. S.* (new) *1979*]

16. একজন লোক এক বালতি জল হাতে নিয়ে একটি লিফ্‌টে ক'রে উপরে উঠছে। বুঝিয়ে দাও (i) লোকটি জলের বালতির উপর কোন কার্য ক'রছে কি না এবং (ii) জলের বালতির শক্তি অপরিবর্তিত থাকবে কি না ? [*H. S.* (new) *1978*]

17. সেকেণ্ড দোলক কাকে বলে ? যেখানে $g=980$ cm./sec2 সেখানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য হিসেব কর। কিভাবে ইহার সাহায্যে g এর মান নির্ণয় ক'রবে ? [*H. S.* (new) *1980*]

18. নিম্নলিখিত ক্ষেত্রগুলিতে কোনও সরল দোলকের পর্যায়কাল বেশি হয়, কম হয় অথবা সমান থাকে কিনা যুক্তিসহ উত্তর দাও : (i) ইহাকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে পর্বত শিখরে নিয়ে যাওয়া হয়, (ii) ইহাকে কোন খনির তলদেশে নিয়ে যাওয়া হয়, (iii) ইহার পিণ্ডের ব্যাস বাড়ানো হয়, (iv) ইহার পিণ্ডের ব্যাস অপরিবর্তিত রেখে ভর বাড়ানো হয় ? [*H. S.* (new) *1980, '78*]

19. মেরু অঞ্চলে না নিরক্ষীয় অঞ্চলে এক পাউণ্ডে বেশি চিনি পাওয়া যায় ?

20. পৃথিবী থেকে চাঁদে নিয়ে গেলে কোন বস্তুর ওজনের পরিবর্তন কত হয় ? বস্তুর ভরের কি কোন পরিবর্তন হয় ?

21. একজন জ্যোতির্বিদ্ কি কি মাপলে একটি গ্রহের ভর নির্ণয় ক'রতে পারবেন ?

22. নভোযানের ভিতর হাঁটতে গেলে কি অসুবিধা হয় ? লাফালে কি হয় ? জল খেতে গেলে কি অসুবিধা হয় ?

23. কোন গ্রহের ভর বাড়লে ইহার উপরিস্থিত বস্তুর উপর ইহার আকর্ষণ বাড়ে। কিন্তু গ্রহের কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব বাড়ায় আকর্ষণ কমে। যাথার্থ্য কি হবে ?

24. নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে দোলন কালের পরিবর্তন কারণ সহ উল্লেখ কর :

(i) পিণ্ড ফাঁপা হ'লে, (ii) ফাঁপা পিণ্ডকে সম্পূর্ণ তরল ভর্তি ক'রলে, (iii) ফাঁপা পিণ্ডের অর্ধেক তরল ভর্তি ক'রলে, (iv) উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রলে, (v) দোলককে সঙ্গে নিয়ে লিফ্‌টে 'g' ত্বরণ সহ উপর দিকে উঠলে।

25. কোন লিফ্‌টের ভিতরে একটি দোলক রাখা হয়। লিফ্‌ট সম বেগে উপর দিকে উঠলে দোলকের দোলন কালের কি পরিবর্তন হয় ? লিফ্‌ট সম ত্বরণে উপর দিকে উঠলে এবং নীচের দিকে নামলে ঐ দোলকের দোলন কালের কিরূপ পরিবর্তন হয় ?

[**সংকেত :** (i) সমবেগে লিফ্‌ট উপর দিকে উঠলে লিফ্‌টের বেগের জন্য দোলকের দোলন কালের কোন পরিবর্তন হয় না। কারণ, সমবেগে চলন্ত বস্তুর কোন ত্বরণ থাকে না। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা বৃদ্ধির ফলে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান কমে। কাজেই দোলন কাল বাড়ে।

(ii) লিফ্‌টের সমত্বরণ f হ'লে লিফ্‌ট যখন উপর দিকে ওঠে তখন দোলকের ত্বরণ $(g-f)$। কাজেই, লিফ্‌টের ত্বরণের জন্য g এর মান কমে। আবার উচ্চতা বাড়ার জন্যও g এর মান কমে। সুতরাং, দোলকের দোলনকাল বাড়ে।

(iii) লিফ্‌ট f সমত্বরণে নীচের দিকে নামলে দোলকের ত্বরণ হয় $(g+f)$। কাজেই লিফ্‌টের ত্বরণের জন্য g এর মান বাড়ে। আবার নীচের দিকে নামার জন্যও g এর মান বাড়ে। সুতরাং দোলকের দোলন কাল কমে]।

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. কোন গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক-তৃতীয়াংশ। ঐ গ্রহে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য কত হবে? [*Tripura H.S. 1980*] [33·16 cm. (প্রায়)]

2. নিম্নে প্রদত্ত তথ্যগুলির সাহায্যে সূর্যের ভর নির্ণয় কর :
পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব $=1{\cdot}49\times10^{13}$ cm., $G=6{\cdot}66\times10^{-8}$ সি. জি. এস্‌ একক এবং 1 বৎসর=365 দিন। [*Tripura H.S. 1981*] [$2{\cdot}0\times10^{30}$ Kg. (প্রায়)]

3. একক দূরত্বে অবস্থিত দু'টি একক ভরের মধ্যে ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বলকে বলের একক হিসেবে ধ'রলে G অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান কি হবে? 1 ডাইন বলের মানই বা কি হবে?
[*Jt. Entrance 1976*] [1 ; $1{\cdot}5\times10^{7}$]

4. (a) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রগুলি লেখ। (b) মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের সি. জি. এস্‌ পদ্ধতিতে একক কি? (c) পৃথিবী থেকে 400 Km. উঁচুতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর কেন্দ্রবিন্দুকে কেন্দ্র ক'রে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করে। ইহার গতিবেগ নির্ণয় কর? দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ= 6000 Km. এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ=980 cm/sec^2।

(a) State Newton's law of universal gravitation. (b) What is the unit of universal gravitational constant in C. G. S. system? (c) An artificial satellite revolves round the centre of the earth in a circular orbit at a height of 400 Km. above the surface of the earth. Assuming radius of the earth to be 6000 Km. and value of g at the earth's surface to be 980 cm./sec^2, calculate the velocity of the satellite. [*H. S.* (new) *1981*] [7 Km./sec.]

5. পৃথিবী পৃষ্ঠে এক ব্যক্তির ওজন 60 Kg.। কত উচ্চতায় উহার ওজন 30 Kg. হয়?

A man weighs 60 Kg. at earth's surface. At what height his weight will become 30 Kg.? Radius of the earth is 6400 Km. [2560 Km.]

6. পৃথিবী পৃষ্ঠের কত নীচে কোন ব্যক্তির ওজন অর্ধেক হয়? পৃথিবীকে সমসত্ত্ব গোলক ধ'রে নাও।

At what depth below earth's surface a man will weigh half as much as at the surface of the earth? Assume earth to be a uniform sphere.
[3200 Km. (প্রায়)]

7. যদি এমন কোন গ্রহ থাকত যার ভর ও ব্যাসার্ধ উভয়েই পৃথিবীর দ্বিগুণ, তাহ'লে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হ'ত ?

If there were a planet with mass and radius both double those of earth, what would be the acceleration due to gravity at the surface of the planet ? [4·9 m/sec²]

8. চন্দ্রের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ গুণ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{5}$ গুণ। চন্দ্র ও পৃথিবীর ভরের অনুপাত কত ?

Moon has a radius $\frac{1}{4}$ th that of the earth and acceleration due to gravity at its surface is $\frac{1}{5}$ th that at earth's surface. What is the ratio of the mass of the moon and that of the earth ? [1 : 80]

9. মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0·1 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{2}$ গুণ। ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে 1 Kg. ভরের ওজন কত হয় ?

Mars has a mass 0·1 times that of the earth and radius half as great. What would be the weight of a body of mass 1 Kg at the surface of the Mars ? [0·4 Kg.]

10. পৃথিবীর কোন কৃত্রিম উপগ্রহ থেকে বোমা ফেললে ঐ বোমা কি পৃথিবী পৃষ্ঠে পৌঁছায় ? বায়ুর বাধা অগ্রাহ্য কর।

An artificial earth satellite releases a bomb. Neglecting the effect of air resistance, does the bomb ever strike the earth ? [না, ইহা উপগ্রহের সঙ্গে চলে]

11. যদি বায়ুর বাধা অগ্রাহ্য করা হয় তাহ'লে কক্ষপথে থাকার জন্য একটি ঘূর্ণন্ত উপগ্রহের কি শক্তির প্রয়োজন হয় ?

If the air resistance is neglected, does a revolving satellite require any energy to keep it in the orbit ? [না, কারণ কৃতকার্য শূন্য]

12. পৃথিবী পৃষ্ঠে কোন ব্যক্তির ওজন 50 Kg.। পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহে তার ওজন কত হয় ?

A man weighs 50 Kg. at earth's surface. What would be his weight in an earth's satellite ? [শূন্য]

13. দু'টি কৃত্রিম উপগ্রহ বিভিন্ন উচ্চতায় বৃত্তপথে পৃথিবীর চারপাশে ঘোরে। কোন্ উপগ্রহের গতিবেগ বেশি হয় ?

Two artificial earth satellites are moving round the earth at different heights in circular orbits. Which one has greater orbiting velocity ? [কম উচ্চতার উপগ্রহ]

14. কোন বস্তুর মুক্তি বেগ কি ইহার ভরের উপর নির্ভর করে ? ঐ বস্তুর উৎক্ষেপণ উচ্চতার উপর কি নির্ভর করে ? চন্দ্রের পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ কত ? চন্দ্রের ব্যাসার্ধ 1600 Km.।

Does the escape velocity of a body depend on the mass of the body ? The height from which it is projected ? What is the escape velocity on the surface of the moon ? [না, হ্যাঁ, 2·24 Km./sec.]

15. পৃথিবী পৃষ্ঠের কোন বস্তুর উপর পৃথিবী ও সূর্যের আকর্ষণ বেলা বারটায় পরস্পর বিপরীত দিকে, কিন্তু রাত বারটায় একই দিকে। তাহ'লে রাত বারটায় কি ঐ বস্তু বেশি ভারী হয় ?

At noon the attraction of the earth and the sun on a body at earth's surface are in opposite directions, but at midnight these are in the same direction. Does a body become heavier at midnight ? [না, পৃথিবী সূর্যের উপগ্রহ হওয়ায় পৃথিবী পৃষ্ঠে কোন বস্তুর ওজন সূর্যের আকর্ষণের উপর নির্ভর করে না]

16. সূর্য থেকে মঙ্গল গ্রহের দূরত্ব পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্বের 1·524 গুণ। কত বৎসরে মঙ্গল গ্রহ সূর্যের চারপাশে একবার ঘুরে আসে ?

The mean distance of mars from the sun is 1·524 times that of the earth from the sun. In how many years does the mars make one revolution about the sun ?
[1·88 বৎসর]

17. 200 gm. ও 800 gm. ভরের দু'টি বস্তু পরস্পর থেকে 30 cm. দূরে অবস্থিত। এই দুই ভরের জন্য কোন্ বিন্দুতে অভিকর্ষের প্রাবল্য শূন্য হয় ?

Masses of 200 and 800 gm. are 30 cm. apart. At which point the intensity of gravitational field due to the masses would be zero ? [10 cm.]

18. 100 Kg. ভরের কোন রকেটকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে মহাশূন্যে পাঠাতে কত শক্তির প্রয়োজন হয় ?

How much energy must be imparted to a 100 Kg. rocket to carry it from the earth's surface into free space ? [$6{\cdot}25 \times 10^9$ Joule]

19. পৃথিবী যদি আপন অক্ষের উপর না ঘোরে তাহ'লে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নিরক্ষরেখায় কত বাড়বে ? মেরুতে কত বাড়বে ?

If the earth stops rotation about its own axis, by how much would the acceleration due to gravity increase at the equator ? At the poles ?
[3·4 cm./sec^2 ; শূন্য]

20. পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ অর্ধেক হ'লে ঐ পথে ইহার গতিবেগ কত হয় ?

If the orbital radius of the earth were half as much as the present value, what would be its orbital speed ? [42 Km./sec.]

21. পৃথিবীর ভর দ্বিগুণ হ'লে এবং চন্দ্র ও পৃথিবীর পারস্পরিক দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকলে পৃথিবীর চারপাশে একবার ঘুরতে চন্দ্রের কত সময় লাগত ?

If the mass of earth were twice as much as at the present, what would have been the time period of moon revolving at the same distance at present ?
[$14\sqrt{2}$ দিন]

22. একটি বল 1 m. উচ্চতা থেকে অবাধে প'ড়লে ইহা স্থির অবস্থায় আসার আগে কত দূরত্ব যায় ? স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক 0·1।

Find the total distance travelled by a ball dropped from a height 1 m., before it comes to rest. The co-efficient of restitution is 0·1. [1·02 m.]

23. তিনটি অনুরূপ বস্তু *A*, *B* ও *C* কে কোন স্তম্ভের উপর থেকে *v* বেগে ছোঁড়া হয়। *A* কে খাড়া উপর দিকে, *B* কে খাড়া নীচের দিকে এবং *C* কে অনুভূমিকভাবে ছোঁড়া হয়। কোন্ বস্তু বেশি বেগে ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায় ? বায়ুর বাধা অগ্রাহ্য কর।

Three identical bodies *A*, *B* and *C* are thrown from the top of a tower with the same speed. *A* vertically upward, *B* vertically down ward and *C* horizontally. Which one hits the ground with greater speed ? Neglect air resistance.
[সমান দ্রুততায়]

24. দু'টি সুউচ্চ বাড়ি পরস্পর থেকে 200 ft. দূরে অবস্থিত। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি বাড়ির জানালা 500 ft. উপরে এবং অপর বাড়ির জানালা 50 ft. উপরে অবস্থিত। প্রথম বাড়ির জানালা থেকে একটি বলকে কত বেগে অনুভূমিকভাবে ছুঁড়লে ইহা দ্বিতীয় বাড়ির জানালায় প্রবেশ করে ?

Two tall buildings are 200 ft. apart. With what speed must a ball be thrown horizontally from a window 500 ft. above the ground in one building so that it will enter a window 50 ft. above the ground in the other ? [37·6 ft./sec.]

25. একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে ছোঁড়ার 4 sec. পরে ইহা ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। বায়ুর বাধা অগ্রাহ্য করা গেলে বস্তু সর্বোচ্চ বিন্দুতে কত সময়ে পেঁছায় ? এই বিন্দুর উচ্চতা কত ?

A body hits the ground 4 sec. after it is projected from the ground. If air resistance is negligible, when is the body at the top of its trajectory ? What is the height of the body there ? [2 sec, 19·5 m.]

26. পৃথিবীর ভর $=5{\cdot}97\times10^{27}$ gm., ব্যাসার্ধ $=6{\cdot}37\times10^{8}$ cm., $G=6{\cdot}66\times10^{-8}$ সি. জি. এস্. একক হ'লে 'মুক্তি বেগ' কত হয় ? [$1{\cdot}118\times10^{6}$ cm/sec.]

27. মঙ্গল গ্রহের গড় ব্যাস 4200 মাইল এবং পৃথিবীর গড় ব্যাস 7900 মাইল। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0·107 গুণ। মঙ্গল গ্রহের গড় ঘনত্ব পৃথিবীর গড় ঘনত্বের সঙ্গে কিরূপে তুলনা ক'রবে ? মঙ্গল গ্রহে 'g' এর মান কত ? মঙ্গল গ্রহে 'মুক্তি বেগ' কত ? [$4{\cdot}9\times10^{-4}$ (প্রায়); পৃথিবী থেকে মুক্তি বেগের ·0178 গুণ (প্রায়) ; পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের 0·003 গুণ (প্রায়)]

28. কোন অবাধে পতনশীল বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে পড়ার আগের সেকেণ্ডে 80 ফুট যায়। কত উচ্চতা থেকে বস্তু পড়ে ? [144 ft.]

29. কোন বস্তু h দূরত্ব উঠতে t_1 sec. সময় নেয়। তার পর t_2 সেকেণ্ডে ইহা ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায়। প্রমাণ কর $h=\frac{1}{2}gt_1t_2$।

30. কোন পিলারের উপর থেকে এক খণ্ড পাথর যখন x দূরত্ব নীচে নামে ঠিক সেই সময় স্তম্ভের শীর্ষ থেকে y দূরত্ব নীচে আর একটি পাথর খণ্ড ফেলা হয়। পাথর খণ্ড দু'টি স্থির অবস্থা থেকে প'ড়তে থাকলে এবং একই সময়ে ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছালে প্রমাণ কর যে, স্তম্ভের উচ্চতা হয় $\frac{(x+y)^2}{4x}$।

31. সেকেণ্ডে 32 ft. বেগে একটি বেলুন উপর দিকে ওঠে। ঐ বেলুন থেকে একখণ্ড পাথর ফেলা হয়। পাথর 10 sec. এ ভূ-পৃষ্ঠে পেঁছায়। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পাথরকে ফেলা হয় ? ঐ পাথর ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় ওঠে ? [1280 ft., 1296 ft.]

32. কোন বস্তুকে 80 ft./sec. বেগে উপর দিকে ছোঁড়া হয়। কত সময় ধ'রে বস্তু উপরে উঠবে ? ইহার সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হয় ? কখন ইহার বেগ সেকেণ্ডে 40 ft. হয় ? [2·5 sec. ; 100 ft., 1·5 sec.]

33. কোন সেকেণ্ড দোলকের 1% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ক'রলে ইহা দিনে কত সেকেণ্ড 'স্লো' যায় ? [430 sec.]

34. কোন স্থানে ($g=980$ cm/sec^2)। একটি সরল দোলক 30 সেকেণ্ডে 20 বার পূর্ণ দোলন সম্পন্ন ক'রলে ইহার কার্যকর দৈর্ঘ্য কত ? [55·84 cm.]

35. একটি সেকেণ্ড দোলক প্রতিদিন 9 sec. 'স্লো' যায়। দোলকের দৈর্ঘ্যের কত পরিবর্তন ক'রলে ইহা ঠিক সময় দেয় ? [0·0207 cms.]

36. ভূ-পৃষ্ঠের উপরিস্থিত কোন বিন্দু থেকে পৃথিবীর কোন ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ পথ তৈরী করা হয়। দেখাও যে, ঐ সুড়ঙ্গ পথে কোন বস্তুকে ফেলা হ'লে উহার গতি হয় সরল দোলগতি। সকল ঘর্ষণ বল অগ্রাহ্য কর এবং পৃথিবী সম-ঘনত্বের ধ'রে নাও। দেখাও যে, ঐ বস্তু পৃথিবীর বিপরীত পৃষ্ঠে 42·1 মিনিটে পেঁছায়। পৃথিবীর ঘনত্ব 5·51 gm/cm^3 এবং $G=6{\cdot}67\times10^{-8}$ সি. জি. এস. একক।

[**সংকেত ঃ** পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরে কোন বস্তুর উপর আকর্ষণ বল r ব্যাসার্ধের গোলকের ভরের জন্য হয়। পৃথিবীর ঘনত্ব ρ হ'লে এই গোলকের ভর $M=\rho\frac{4}{3}\pi r^3$। গোলকের ভরকে ইহার কেন্দ্রে সংহত ধরা চলে। কাজেই, m ভরের বস্তুর উপর বল $F=-\frac{GMm}{r^2}$। ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে, এই বল আকর্ষণ বল এবং ইহা পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী। সুতরাং, $F=-G.\frac{\rho.4\pi r^3 m}{3r^2}$

$$=-\left(G\rho.\frac{4\pi m}{3}\right)r=-Kr, \quad K=G\rho\cdot\frac{4\pi m}{3}=\text{ধ্রুবক।}$$

কাজেই, বল সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী। ইহাই সরল দোলগতির বৈশিষ্ট্য। সরল দোল গতির পর্যায়কাল হয়,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}=2\pi\sqrt{\frac{3m}{G\rho 4\pi m}}=\sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}}=\sqrt{\frac{3\times 3\cdot 14}{5\cdot 51\times 6\cdot 67\times 10^{-8}}}$$

$=5050$ sec. $=84\cdot 2$ min.। সুতরাং, বস্তুর সময় লাগে $\frac{84\cdot 2}{2}=42\cdot 1$ min.।]

[লক্ষ্য কর যে, বস্তুর ভরের উপর এই সময় নির্ভর করে না।]

37. ভূ-কেন্দ্র থেকে কত উপরে উঠলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের $\frac{1}{9}$ হবে? পৃথিবীকে 6300 Km. ব্যাসার্ধের গোলক হিসেবে ধ'রে নাও। [189×10^2 Km.]

38. প্রমাণ কর যে, পৃথিবীর খুব নিকট দিয়ে পৃথিবীকে পরিক্রমা করার জন্য বস্তুর নিম্নতম বেগ v এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে ঐ কণার মুক্তি বেগ V এর অনুপাত $\frac{1}{\sqrt{2}}$।

39. কত বেগে একটি বস্তুকে উৎক্ষেপ ক'রলে উহা পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে এবং ভূ-পৃষ্ঠের 300 মাইল উপরে থেকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ ক'রবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $=3960$ মাইল; $g=32$ ft./sec^2. [4·7 mile/sec.]

40. 10 gm/c.c. ঘনত্বের একটি গ্রহের চারপাশে একটি ক্ষুদ্র উপগ্রহ ঘুরছে। উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ গ্রহের ব্যাসার্ধের চেয়ে সামান্য বেশি। উপগ্রহের পর্যায়কাল নির্ণয় কর। $G=6\cdot 6\times 10^{-8}$ C. G. S. units. [*Jt. Extrance 1971*] [1 hr. 26 min.]

41. ভূ-পৃষ্ঠের কত উপরে একটি উপগ্রহ পৃথিবী পরিক্রমা ক'রলে উহাকে পৃথিবী থেকে সর্বদা একই স্থানে দেখা যাবে? উপগ্রহের কক্ষপথ বৃত্তাকার ধ'রে নাও। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $=6400$ Km; $g=9\cdot 8$ m/sec^2.। [36×10^3 Km.]

42. একই সময়ে দু'টি পাথর খণ্ডকে ঊর্ধ্বে উৎক্ষেপ করা হ'ল। একটি অপরটির চেয়ে 224 ft. বেশি উপরে উঠল এবং ভূমি স্পর্শ করতে 2 সেকেন্ড সময় বেশি নিল। পাথর খণ্ডদ্বয়ের উৎক্ষেপ বেগ কত? [240 ft/sec ; 208 ft/sec.]

43. একটি মিনারের শীর্ষ থেকে 30 m/sec. বেগে একটি পাথর খণ্ডকে খাড়া উপর দিকে ছোঁড়া হ'ল। 4 sec. পরে আর একটি পাথর খণ্ডকে নীচের দিকে ফেলা হ'ল। পাথর দু'টি একই সঙ্গে ভূ-পৃষ্ঠে এলে মিনারের উচ্চতা ও দ্বিতীয় পাথরের পতনকাল নির্ণয় কর। [80 m ; 4 sec.]

44. ঊর্ধ্বে উড্ডীয়মান একটি বেলুন ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 100 ft. উপরে উঠলে বেলুন থেকে একটি পাথরখণ্ড ফেলা হয়। 6 সেকেন্ড পরে পাথরখণ্ডটি ভূ-পৃষ্ঠে স্পর্শ করে। বেলুনের বেগ কত? [79·33 ft/sec.]

45. ভূ-পৃষ্ঠের দু'টি স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g_1 ও g_2। একই উচ্চতা থেকে ঐ দুই স্থানে একটি পাথর খণ্ড প'ড়লে দ্বিতীয় স্থানে উহার প'ড়তে t সময় কম লাগে এবং ভূ-পৃষ্ঠে পড়বার বেগ u পরিমাণ বেশি হয়। প্রমাণ কর $u=t\sqrt{g_1 g_2}$।

46. একটি গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ 196 cm./sec^2। পৃথিবীতে 2 মিটার উচ্চতা থেকে লাফ দেওয়া নিরাপদ হ'লে ঐ গ্রহে নিরাপদ উচ্চতা কত হবে? [*I. I. T. 1972*] [10 m.]

47. L দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক একটি ঘরের ছাদ থেকে ঝোলানো আছে। ইহার দোলন কাল T_1; ইহার দৈর্ঘ্য l পরিমাণ কমালে দোলন কাল হয় T_2। প্রমাণ কর $g=\frac{4\pi^2 l}{T_1^2-T_2^2}$।

48. একটি গ্রহের ভর ও ব্যাস পৃথিবীর ভরের এবং ব্যাসের 4 গুণ। পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সরল দোলক সেকেণ্ড দোলক হ'লে ঐ গ্রহে উহার দোলন কাল কত হবে? [8 sec.]

49. প্রমাণ কর যে, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h অভ্যন্তরে একটি সরল দোলকের দোলন কাল $\sqrt{R-h}$ এর ব্যস্তানুপাতিক; R=পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

50. ভূ-পৃষ্ঠে একটি দোলক ঘড়ি ঠিক সময় দেয়। উহাকে বেলুনে ক'রে 10 ft/sec^2 স্থির ত্বরণে উপর দিকে ওঠালে উহা স্লো যাবে না ফাস্ট যাবে? প্রতি মিনিটে কত যাবে?

[ফাস্ট; 9 sec.]

51. X স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 112 cm. কিন্তু Y স্থানে 96 cm.। কোন বস্তুকে Y স্থান থেকে X স্থানে আনলে উহার ওজনের বৃদ্ধি কত হবে? [$\frac{1}{6}$ গুণ]

পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্ম (ELASTIC PROPERTIES OF MATTER)

2.1. স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) ঃ

স্থিতিস্থাপকতা পদার্থের **এক বিশেষ ধর্ম। এই ধর্মের দরূন বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়েরই পরিবর্তন ক'রতে চেষ্টাকারী বলকে বস্তু বাধা দেয় এবং ঐ বল অপসারিত হ'লে বস্তু নিজের আকার বা আয়তন ফিরে পায়।** (*The property of matter by virtue of which matter resists the action of a force or of a system of forces tending to change its shape or size and returns to its original shape or size after the deforming force has been removed, is called elasticity.*) যেমন একটি ইস্পাতের স্প্রিংকে টানলে ইহা লম্বায় বাড়ে। টান অপসারণ ক'রলে ইহা আগের দৈর্ঘ্য ফিরে পায়। টান দেবার ফলে স্প্রিংয়ের আকারের পরিবর্তন হওয়ায় ইহার ভিতরে প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব ঘটে। আবার টান অপসারণ ক'রলে এই প্রতিক্রিয়া বলের দরূন বস্তু নিজের আকার ফিরে পায়। বস্তুর এই ধর্মকেই **স্থিতিস্থাপকতা** বলে। সব বস্তুরই এই ধর্ম কম বা বেশি আছে।

অবশ্য সব অবস্থাতেই প্রযুক্ত বল অপসারণ ক'রলে বস্তু নিজের আকার বা আয়তন সম্পূর্ণরূপে ফিরে পায় না। বস্তু নিজের আকার বা আয়তন সম্পূর্ণ ফিরে পেলে ইহাকে **'পূর্ণ স্থিতিস্থাপক'** (*Perfectly elastic*) বলা হয়। আর যদি প্রযুক্ত বল অপসারণের পর বস্তু পরিবর্তিত আকার বা আয়তনে থেকে যায় তাহ'লে ইহাকে **'পূর্ণ নমনীয়'** (*Perfectly plastic*) বলা হয়। আবার কোন কোন ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল অপসারণের পর বস্তু নিজের আকার বা আয়তন ফিরে পেতে কিছু সময় নেয়। বস্তুর এইরূপ আচরণকে **'স্থিতিস্থাপক-শৈথিল্য'** (*Elastic hysteresis*) বলা হয়। যেমন, কাচ। বাইরে থেকে যে কোন পরিমাণ বল কোন বস্তুর উপর প্রয়োগ ক'রলে সাম্য অবস্থায় যদি ইহার আকার বা আয়তনের কোন পরিবর্তন না হয় তাহ'লে ঐ **বস্তুকে একান্ত দৃঢ়** (*Perfectly rigid*) বলা হয়।

কোন বস্তুর সব অংশ একই উপাদানে গঠিত হ'লে ঐ বস্তুকে **'সমসত্ত্ব'** বলা হয়। সব দিকে ঐ বস্তুর ধর্ম একই হ'লে উহাকে **'সমদৈশিক'**ও বলা হয়। বিভিন্ন দিকে ধর্মের বিভিন্নতা থাকলে বস্তুকে **'অসম দৈশিক'** বলা হয়। যেমন, অধিকাংশ কেলাস অসমদৈশিক। **আমরা কেবলমাত্র সমসত্ত্ব, সমদৈশিক বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা আলোচনা ক'রব।** এই আলোচনাকালে আমরা মনে রাখব যে, প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় সমগ্র বস্তুর কোন সরণ হয় না, কেবলমাত্র উহার বিভিন্ন অংশের মধ্যে আপেক্ষিক সরণ হয়। অর্থাৎ বস্তু **সাম্য অবস্থায় আছে ব'লে ধরা হবে।**

কোন বলের ক্রিয়ায় কোন বস্তুর আকার বা আয়তনের পরিবর্তন হ'লে ঐ বস্তুকে **বিকৃত বস্তু** বলা হয়। ঐ আকার বা আয়তনের পরিবর্তনকে **বিকার** (*Deformation*) বলা হয়।

2·2. কয়েকটি সংজ্ঞা ঃ

বিকৃতি (*Strain*) ঃ কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল বা বলশ্রেণী সাম্য অবস্থায় বস্তুর বিভিন্ন অংশগুলির মধ্যে আপেক্ষিক সরণ ঘটায়। ইহাতে বস্তুর আকার বা আয়তনের পরিবর্তন হয়। এই পরিবর্তনকে **বিকৃতি** বলে।

বস্তুর প্রতি একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় তাই বিকৃতির পরিমাণ। (*When the shape or size of a body changes under the action of a force or of a sytem of forces ; the body is said to be strained. The change in shape or size that it undergoes is its deformation and the fractional deformation or the relative change so produced is called its strain.*) বিভিন্ন রকমের বিকৃতি মাপার পদ্ধতি পরে আলোচনা করা হবে।

পীড়ন (*Stress*) ঃ বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের প্রভাবে কোন বস্তু যখন বিকৃত হয় তখন স্থিতিস্থাপকতা গুণের দরুন বস্তুর ভিতরে প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব হয়। এই প্রতিক্রিয়া বল বাইরের বলকে বাধা দিতে চেষ্টা করে এবং বাইরের বল অপসারিত হ'লে বিকৃত বস্তুকে আগের অবস্থায় ফিরিয়ে আনতে চেষ্টা করে। বস্তুর ভিতরে উদ্ভূত এই প্রতিক্রিয়া বলকে **পীড়ন** বলে। (When a body is strained, forces of reaction are brought into play within the body. These forces, which resist the deformation and tend to restore the body to its original form and dimensions when the deforming force is removed, constitute a stress.)

পীড়ন বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের প্রতিক্রিয়া হওয়ায় নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী বাইরের বল ও পীড়ন সমান এবং বিপরীত হয়। তাই **একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা পীড়নের পরিমাপ করা হয়** (*Stress is measured by the force per unit area which exists in the strained material.*)

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}\,।$$

ক্ষেত্রের অবস্থান ও দিক্ বিন্যাসের (orientation) উপর পীড়ন নির্ভর করে। কোন বিকৃত বস্তুর মধ্যে একটি তল কল্পনা ক'রলে ইহা বস্তুকে দুই অংশে ভাগ করে। প্রত্যেক অংশ সাম্য অবস্থায় থাকায়, কল্পিত তল ভেদ ক'রে এক অংশ অপর অংশের উপর বল প্রয়োগ করে। এই বল তলের উপর লম্বের সঙ্গে যে কোন কোণে থাকতে পারে। এই বল $\mathbf{F}$ কে তলের উপর লম্ব বরাবর F_n ও তল বরাবর F_t উপাংশে ভাগ করা যায়। কল্পিত তলের ক্ষেত্রফল A হ'লে $\frac{F_n}{A}$ কে **'লম্ব পীড়ন'** (*Normal Stress*) এবং $\frac{F_t}{A}$ কে **'স্পার্শক পীড়ন'** (*Tangential Stress*) বলা হয়।

ক্ষেত্রের মান ও দিক্-বিন্যাস ঠিক রেখে ক্ষেত্রকে বস্তুর ভিতরে বিভিন্ন স্থানে নিলেও যদি উহার উপর ক্রিয়াশীল বলের মান অপরিবর্তিত থাকে তাহ'লে পীড়নকে **সম পীড়ন (homogeneous) বলা হয়।** এরূপ না হ'লে পীড়ন অসম হয়।

পীড়নের ন্যায় বিকৃতিও সম ও অসম হ'তে পারে।

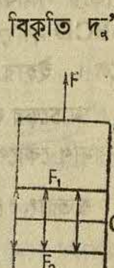
2.3. মৌলিক পীড়ন ও বিকৃতি (Primary stresses and strains) ঃ

মৌলিক পীড়ন ও মৌলিক বিকৃতি তিন ধরনের। যথা—(i) **অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি।** (ii) **আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতি** (iii) **মোচড় পীড়ন ও মোচড় বিকৃতি।**

অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (*Longitudinal stress and Longitudinal strain*) ঃ বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় যদি কোন বস্তুর শুধু মাত্র দৈর্ঘ্যের হ্রাস বা বৃদ্ধি হয় তাহ'লে এই হ্রাস বা বৃদ্ধিকে **অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি** বলে। এই অবস্থায় পীড়নকে **অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন** বলে।

ধরা যাক্, L দৈর্ঘ্যের ও সম প্রস্থচ্ছেদের AB একটি তার (চিত্র 21)। এই তারের দুই প্রান্তে বিপরীতমুখী (F,F) বল প্রয়োগ ক'রলে তারের দৈর্ঘ্য বাড়তে থাকে। তাই আভ্যন্তরীণ বলও ক্রিয়া করে। যতক্ষণ না এই আভ্যন্তরীণ বল বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের সঙ্গে সাম্য অবস্থায় আসে ততক্ষণ দৈর্ঘ্য বাড়ে। সাম্য অবস্থায় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l হ'লে $\frac{l}{L}$ কে অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি বলা হয়। অর্থাৎ

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$$ । কাজেই, প্রাথমিক দৈর্ঘ্যের তুলনায় দৈর্ঘ্যের আনুপাতিক পরিবর্তনকেই অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে। বিকৃতি দুই দৈর্ঘ্যের অনুপাত হওয়ায়, ইহা একটি সংখ্যা মাত্র। সুতরাং ইহার কোন একক নেই।



চিত্র 21

ধরা যাক্, AB তারের C একটি তল। এই তল তারকে দুই অংশে ভাগ করে। এই দুই অংশ AC ও CB। AC অংশ সাম্য অবস্থায় থাকায় A বিন্দুতে $\vec{F}$ বল C তলের উপর ক্রিয়াশীল নিম্নমুখী আভ্যন্তরীণ বল $\vec{F_2}$ দ্বারা প্রশমিত হয়। আবার CB অংশ সাম্য অবস্থায় থাকায় B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল $\vec{F}$ বল C-তলের উপর ক্রিয়াশীল ঊর্ধ্বমুখী আভ্যন্তরীণ বল $\vec{F_1}$ দ্বারা প্রশমিত হয়। সুতরাং সাম্য অবস্থায় $|\vec{F}| = |\vec{F_1}| = |\vec{F_2}|$ হয়। এই আভ্যন্তরীণ বলগুলিই পীড়ন। এই আভ্যন্তরীণ বলগুলি দৈর্ঘ্য পরিবর্তনে বাধা দেয় এবং বাইরের বল সরিয়ে নিলে তারকে প্রাথমিক দৈর্ঘ্যে ফিরিয়ে নিয়ে যায়। বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল তারের সব স্থানে সমানভাবে ক্রিয়া ক'রলে প্রস্থচ্ছেদের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে এই বলের মান সমান হয়। তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হ'লে

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{\text{মোট প্রযুক্ত বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}$$ ।

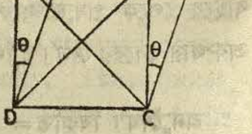
সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে পীড়নের একক $dyne/cm^2$.।

আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতি (*Volume stress and Volume strain*) ঃ বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের প্রভাবে কোন বস্তুর যদি আকারের পরিবর্তন না হ'য়ে শুধুমাত্র উহার আয়তনের হ্রাস বা বৃদ্ধি হয় তাহ'লে এই হ্রাস বা বৃদ্ধিকে **আয়তন বিকৃতি** বলা হয়। এই অবস্থায় পীড়নকে **আয়তন পীড়ন** বলে।

V আয়তনের কোন বস্তুর উপর চারদিক থেকে লম্বভাবে F বল প্রয়োগ ক'রলে উহার আয়তনের পরিবর্তন হয়। এই আয়তন পরিবর্তন v হ'লে এবং বস্তুর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হ'লে

আয়তন বিকৃতি $= v/V$ এবং আয়তন পীড়ন $= F/A$।

মোচড় পীড়ন ও মোচড় বিকৃতি (*Shear stress and Shear strain*) ঃ মোচড় বিকৃতি শুধুমাত্র নির্দিষ্ট আকারের কঠিন বস্তুর বেলায় ঘটে। মোচড় বিকৃতির দরুন স্থিতিস্থাপক বস্তুর আয়তনের কোন পরিবর্তন হয় না, শুধুমাত্র উহার আকারের পরিবর্তন হয়।



চিত্র 22

ধরা যাক, ABCD ঘনকের ছেদের DC বাহুকে স্থির রেখে উহার বিপরীত বাহু AB এর সমান্তরালে স্পার্শক বল F প্রয়োগ করা হয় (চিত্র 22)। এই বলের ক্রিয়ায় ABCD এর আকার পরিবর্তিত হয়ে A′B′CD হয়। সুতরাং ABCD বর্গক্ষেত্র রম্বসে (Rhombus) পরিণত হয়। এই বিকৃতিকে **মোচড় বিকৃতি** বলে। ইহার পরিমাণ $\theta = \angle ADA'$।

মোচড়ের জন্য প্রযুক্ত বলের অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত কোন রেখার যে পরিমাণ কোণে (রেডিয়ান মাপে) সরণ ঘটে তাকে **মোচড় বিকৃতি** বলে।

সুতরাং, মোচড় বিকৃতি $\theta = \tan\theta = \dfrac{AA'}{AD}$ [যেহেতু θ এর মান খুব কম]

$$= \frac{\text{দুই তলের আপেক্ষিক সরণ}}{\text{ঐ দুই তলের পারস্পরিক দূরত্ব}}$$

= সরণের নতি (gradient)।

এই বিকৃতিও বিশুদ্ধ সংখ্যা। ঘনকের তলের ক্ষেত্রফল A হ'লে, মোচড় পীড়ন $= F/A$।

2.4. রাবার ও ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক ধর্মের তুলনা ঃ

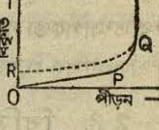
সংজ্ঞা অনুযায়ী দুই বস্তুতে সমান বিকৃতি উৎপন্ন ক'রতে গেলে যে বস্তুর বেলায় বেশি বল প্রয়োগ ক'রতে হয় সেই বস্তু বেশি স্থিতিস্থাপক হয়। যেমন, একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদের একটি রাবারের ও আর একটি ইস্পাতের তারের একই পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ক'রতে গেলে দেখা যায় যে, রাবারের চেয়ে ইস্পাতে বেশি বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। সুতরাং ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক।

2.5. স্থিতিস্থাপক সীমা (Elastic limit) ঃ

যে সর্বোচ্চ পরিমাণ পীড়ন কোন বস্তু ধারণ ক'রতে পারে এবং এই পীড়ন অপসারণ ক'রলে বস্তু নিজের আকার বা আয়তনে ফিরে যায় তাকে ঐ বস্তুর **স্থিতিস্থাপক সীমা** বলে।

পীড়ন ও বিকৃতির সম্পর্ক ঃ ধরা যাক্, একটি তার কোন শক্ত স্থান থেকে ঝোলানো আছে। তারের নীচের প্রান্তে আটকানো একটি পাত্রে ওজন রাখা যায়। যত বেশি ওজন রাখা হয় তত বেশি তারের দৈঘ্য বৃদ্ধি হয়। ওজন একটি বিশেষ মানের বেশি না হ'লে ওজন তুলে নিলে তার নিজের দৈর্ঘ্যে ফিরে যায়। প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বলের এই বিশেষ মানকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে। এই সীমা বিভিন্ন পদার্থের বেলায় বিভিন্ন হয়। যদি প্রযুক্ত ওজন ঐ বিশেষ মানের বেশি হয় তাহ'লে ঐ ওজন অপসারণ ক'রলে বিকৃত বস্তু আগের অবস্থায় ফিরে যায় না। কিছু বিকৃতি থেকে যায়। তাকে **'স্থায়ী বিকৃতি** (*Permanent set*) বলে। যদি ওজন ক্রমশ বাড়ানো যায় তাহ'লে এমন এক অবস্থা আসে যখন বস্তু আর ওজন সহ্য ক'রতে পারে না, ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে পড়ে যায়। এই অবস্থায় প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলকে **'ভঞ্জক পীড়ন'** (Breaking stress) বলে। নীচে পীড়ন ও বিকৃতির লেখচিত্র দেখান হ'য়েছে (চিত্র 23)।

লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, পীড়নের মান যতক্ষণ কম থাকে ততক্ষণ বিকৃতি পীড়নের সমানুপাতিক হয়। এই কারণে লেখচিত্রের OP অংশ সরলরেখা। এই অংশে পীড়নের মান কমিয়ে শূন্য ক'রলে বিকৃতিও শূন্য হয়। P বিন্দুতে পীড়নের মান যত তার থেকে পীড়ন বাড়ালে দেখা যায় যে, PQ আর সরলরেখা হয় না এবং PQ এর নতি (slope) OP এর নতি থেকে বেশি হয়। Q থেকে পীড়নের মান কমিয়ে শূন্য ক'রলে বিকৃতি পীড়ন রেখা QR হয়। এক্ষেত্রে দেখা যায় যে, পীড়ন অপসারিত হ'লেও OR পরিমাণ স্থায়ী বিকৃতি থেকে যায়।



চিত্র 23

OPQ লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, পীড়ন ক্রমশ বাড়ানো হ'লে আমরা এমন এক অবস্থায় পেঁছাই যে, পীড়নের মান আর সামান্য একটু বাড়ালে অনেক বেশি বিকৃতি ঘটে এবং লেখ চিত্র বিকৃতি অক্ষের সঙ্গে প্রায় সমান্তরাল হয়।

আমরা জানি যে, বস্তুর উপর বিভিন্ন ধরনের পীড়ন ক্রিয়া করে। এই সব পীড়ন ইহাদের অনুরূপ বিকৃতি উৎপন্ন করে। কিন্তু সব ধরনের পীড়নের জন্যই পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্ক 23 নং লেখাচিত্রের ন্যায় হয়। একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত বিকৃতি পীড়নের সমানুপাতিক হয়। এই সীমা চিত্রে P বিন্দু। লেখচিত্রে P বিন্দুর পরের অংশে স্থায়ী বিকৃতি ঘটে। 23 নং লেখচিত্রে এই স্থায়ী বৃদ্ধি PQ দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে। P বিন্দুতে পীড়নের মানই **স্থিতিথাপক সীমা**। Q বিন্দুতে পীড়নের মানকে **'পরাভব বিন্দু'** (*yield point*) বলে।

2.6. আদর্শ স্থিতিস্থাপক বস্তু ঃ

একটি বস্তুর কোন স্থানে পীড়ন স্থানীয় বিকৃতির দ্বারা বা বিকৃতি স্থানীয় পীড়ন দ্বারা নির্ণয় করা গেলে ঐ বস্তুকে **আদর্শ স্থিতিস্থাপক বস্তু** বলা হয়। পীড়ন **'স্থিতিস্থাপক সীমা'** পেরিয়ে না গেলে যে কোন বস্তুই আদর্শ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে।

2.7. হুকের সূত্র (Hooke's law) ঃ

1678 খ্রীষ্টাব্দে রবার্ট হুক স্থিতিস্থাপকতার মৌলিক সূত্র দেন। এই সূত্রটি নিম্নরূপ ঃ—

স্থিতিস্থাপক সীমা পর্যন্ত পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পরের সমানুপাতিক হয়। (*Up to about the elastic limit, stresses are proportional to their corresponding strains*)

সুতরাং, পীড়ন $\propto$ বিকৃতি

অথবা, $\dfrac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = **ধ্রুবক** (স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে)।

এই ধ্রুবককে বস্তুর উপাদানের **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক** (*modulus of elasticity*) বলে।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক পদার্থ ও পীড়নের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। তাছাড়া উষ্ণতা ও বস্তুর প্রকৃতি ইহাকে কিছুটা প্রভাবিত করে। সাধারণত উষ্ণতা বাড়লে স্থিতিস্থাপকতা কমে। নির্দিষ্ট পীড়নে কোন বস্তুর বিকৃতি যত কম হয় তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তত বেশি হয় অর্থাৎ বস্তু তত দৃঢ় হয়।

2.8. বিভিন্ন প্রকার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ঃ

সমসত্ত্ব সমদৈশিক পদার্থের বিভিন্ন ধরনের বিকৃতি অনুযায়ী স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কও বিভিন্ন ধরনের হয়—

(i) **ইয়ং গুণাঙ্ক** (*Young's modulus*)

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে **ইয়ং গুণাঙ্ক** বলে। (Young's modulus is the ratio between the longitudinal stress and the longitudinal strain within elastic limit.) অর্থাৎ,

ইয়ং গুণাঙ্ক = $\dfrac{\textbf{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\textbf{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ (স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে)

আমরা জানি যে, অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন = F/A এবং অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি = $l\,/\,L$।

সুতরাং, ইয়ং গুণাঙ্ক = $\dfrac{F/A}{l/L}$।

ইয়ং গুণাঙ্ককে সাধারণত Y দ্বারা সূচিত করা হয়।

সি. জি. এস. পদ্ধতিতে F/A এর পরম একক dyne / cm^2 এবং l/L একটি সংখ্যা মাত্র। সুতরাং Y এর একক dyne / cm^2। এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে Y এর একক lb. wt / sq. inch অথবা ton wt. / sq. inch।

"তামার 'ইয়ং গুণাঙ্ক $1{\cdot}26 \times 10^{12}$ dyne/cm^2"—ইহার অর্থ, একটি তামার তারে এক একক অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি উৎপন্ন ক'রতে হ'লে উহার প্রস্থচ্ছেদের প্রত্যেক বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফলে $1{\cdot}26 \times 10^{12}$ dyne বল প্রয়োগ ক'রতে হয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 628 cm দীর্ঘ এবং 2 mm ব্যসের কোন ইস্পাতের তারের 1 mm. দৈর্ঘ্য বাড়াতে কত কিলোগ্রাম ওজন প্রয়োজন? ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{12}$ সি. জি. এস্. একক এবং $g = 980$ সি. জি. এস. একক।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $Y = \dfrac{4MgL}{\pi d^2 l}$।

আবার, $g = 980$ সি. জি. এস. একক ; $L = 628$ cm, $l = 1$ mm. $= 0{\cdot}1$ cm, $d = 2$ mm. $= 0{\cdot}2$ cm., $Y = 2 \times 20^{12}$ সি. জি. এস. একক।

$$\therefore \quad 2 \times 10^{12} = \frac{4 \times M \times 980 \times 628}{3{\cdot}14 \times (0{\cdot}2)^2 \times 0{\cdot}1}$$ ।

$$\therefore \quad M = \frac{2 \times 10^{12} \times 3{\cdot}14 \times (0{\cdot}2)^2 \times 0{\cdot}1}{4 \times 980 \times 628} \text{ gm} = 10{\cdot}21 \text{ Kg}$$ ।

2. একটি ইন্ডিয়া রাবার ঘনকের বাহু 7 cm.। ইহার এক তল দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ করা হয় এবং বিপরীত তলে 200 Kg. wt স্পার্শ বল প্রয়োগ করা হয়। কত মোচড় পীড়ন সৃষ্টি হয়? বিকৃত তল কত দূরত্বে সরে যায়। ইন্ডিয়া রাবারের মোচড় গুণাঙ্ক 2×10^7 dyne/cm^2।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে ঘনকের বাহু $l = 7$ cm. ;

প্রযুক্ত বল $F = 200 \times 1000 \times 980$ dyne,

$\eta = 2 \times 10^7$ dyne/cm^2 ও ক্ষেত্রফল $= 49$ sq. cm.।

আমরা জানি যে, $\eta = \dfrac{F}{A\theta}$; অতএব, $\theta = \dfrac{F}{A\eta} = \dfrac{200 \times 1000 \times 980}{49 \times 2 \times 10^7} = 0{\cdot}2$ rad.

কিন্তু $\theta = \dfrac{l}{L}$ হওয়ায় $l = \theta \times L = 0{\cdot}2 \times 7 = 1{\cdot}4$ cm.

3. একটি ইস্পাত তারের ব্যাস 1 mm, ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{11} newton/m^2 ও সর্বোচ্চ বিকৃতি $\frac{1}{1000}$। ইহার উপর সর্বোচ্চ কত ভার প্রয়োগ করা হয়?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে,

$$\frac{\text{সর্বোচ্চ পীড়ন}}{\text{সর্বোচ্চ বিকৃতি}} = 2 \times 10^{11} \text{ newton / m}^2$$

অতএব, সর্বোচ্চ পীড়ন $=\frac{2\times10^{11}\times1}{1000}=2\times10^{8}$ newton / m^2

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{\pi(0\cdot1)^2\times10^{-4}}{4}m^2$; পীড়ন $=\frac{\text{ভার}}{A}$

অতএব, ভার = পীড়ন × A $=2\times10^8\times\frac{\pi(0\cdot1)^2\times10^{-4}}{4}=157$ newton.

4. 10 মিটার দীর্ঘ একটি রাবার তারের একপ্রান্ত বন্ধ অবস্থায় উল্লম্বভাবে ঝোলে। ইহা নিজের ভারে দৈর্ঘ্যে কতটা বাড়ে ? রাবারের ঘনত্ব 1·5 gm./c.c. ও ইয়ং গুণাঙ্ক 5×10^6 wt.-gm/cm^2।

সমাধান ঃ তারের ভারকেন্দ্র বন্ধপ্রান্ত থেকে 5m দূরে অবস্থিত। ইহার ওজন ইহার ভারকেন্দ্রে ক্রিয়া করে।

নিম্নাভিমুখী বল = তারের ওজন (Mg) = আয়তন × ঘনত্ব × অভিকর্ষজ ত্বরণ
$=10\times100\times A\times1\cdot5\times980$

[A = তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল]

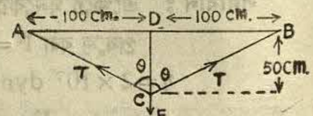
তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় করার জন্য ইহার প্রাথমিক দৈর্ঘ্যকে 5 m ধ'রতে হবে।

আবার, $Y=5\times10^6$ gm-wt/$cm^2=5\times10^6\times980$ dyne/cm^2.

আমরা জানি যে, $Y=\frac{MgL}{Al}$

অতএব, $l=\frac{MgL}{AY}=\frac{10\times100\times A\times1\cdot5\times980\times5\times100}{A\times5\times10^6\times980}$
$=0\cdot15$ cm.

5. 2 m দীর্ঘ ও 0·8 mm ব্যাস বিশিষ্ট একটি ইস্পাত তার ইহার দুই প্রান্তে বন্ধ অবস্থায় অনুভূমিকভাবে বিস্তৃত আছে। ইহার মধ্যবিন্দুতে ভার চাপালে ঐ বিন্দু 50 cm নেমে যায়। ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{12} ডাইন/সে মি.^{2} হ'লে কত ভার চাপানো হয় ?



চিত্র 24

সমাধান ঃ তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = 200 cm.
ও ব্যাস = 0·08 cm.।

∴ ব্যাসার্ধ r = 0·04 cm.

△BCD থেকে $CB=\sqrt{BD^2+DC^2}$
$=\sqrt{(100)^2+(50)^2}=112\cdot5$ cm. (প্রায়)

BD অংশের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $=CB-BD=112\cdot5-100=12\cdot5$ cm.

তারের টান T হ'লে,

$2T\cos\theta=F$, বা, $T=\frac{F}{2\cos\theta}=\frac{F}{2}\times\frac{CB}{DC}=\frac{F}{2}\times\frac{112\cdot5}{50}$

[∵ DC = 50 cm.]

আবার, $Y=\frac{T/A}{l/L}=\frac{F\times 112\cdot5}{2\times\pi r^2}\times\frac{100}{12\cdot5}$

অতএব, $F=\frac{2\times\pi\times(0\cdot04)^2\times12\cdot5\times2\times10^{12}}{112\cdot5\times100}=23\cdot2\times10^6$ ডাইন

6. একটি ইস্পাত তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.। ইহার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ক'রতে কত বলের প্রয়োজন ? ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{12} ডাইন/সে.মি.^{2}।

সমাধান : তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য L হ'লে চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য 2L হয়। কাজেই.

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $=2L-L=L$

অতএব, $2\times10^{12}=\frac{F\times L}{1\times L}=F$

সুতরাং প্রয়োজনীয় বল, $F=2\times10^{12}$ ডাইন।

7. 600 cm. লম্বা এবং 1 sq. mm প্রস্থচ্ছেদের কোন তারের এক প্রান্ত থেকে 20 কিলোগ্রাম ভর ঝোলানো আছে। ভর সরিয়ে নিলে তারের দৈর্ঘ্য 599·5 cm. হয়। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি যে, $Y=\frac{4MgL}{\pi d^2 l}=\frac{MgL}{(\pi d^2/4)\times l}$

আবার, $L=599\cdot5$ cm., $M=20$ Kg $=20\times10^3$ gm., $g=981$ cm./sec^2., $\pi d^2/4=1$ sq. mm. $=0\cdot01$ sq. cm., $l=600$ cm. $-599\cdot5$ cm $=0\cdot5$ cm.,

অতএব, $Y=\frac{20\times10^3\times981\times599\cdot5}{0\cdot01\times0\cdot5}=2\cdot35\times10^{12}$ dyne/cm^2.

8. 120 ইঞ্চি লম্বা এবং 0·125 বর্গ ইঞ্চি প্রস্থচ্ছেদের কোন তারের একপ্রান্তে 450 পাউন্ড ভর প্রযুক্ত হ'লে তারের 0·015 ইঞ্চি দৈর্ঘ্য বাড়ে। পীড়ন, বিকৃতি এবং তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান : বল $=450$ lb $\times32$ ft/sec$^2=450\times32$ poundal,

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $=0\cdot125$ sq. inch।

$$\text{পীড়ন}=\frac{\text{বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}=\frac{450\times52}{0\cdot125}=11\cdot52\times10^4 \text{ poundal/sq. inch}$$

$$\text{বিকৃতি}=\frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}}=\frac{\cdot015}{120}=0\cdot000125=1\cdot25\times10^{-4}$$

$$\therefore \text{ ইয়ং গুণাঙ্ক}=\frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}=\frac{11\cdot52\times10^4}{1\cdot25\times10^{-4}}$$

$$=9\cdot216\times10^8 \text{ poundal/sq. inch}$$

(ii) **আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক (*Bulk Modulus*) :**

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাতকে **'আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক'** বলে। (*Bulk modulus is the ratio between the volume stress and the volume strain within elastic limit.*) অর্থাৎ

$$\textbf{আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক}=\frac{\textbf{আয়তন পীড়ন}}{\textbf{আয়তন বিকৃতি}} \text{ (স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে)}$$

আমরা জানি যে, আয়তন পীড়ন $=\frac{F}{A}$ এবং আয়তন বিকৃতি $=\frac{v}{V}$।

সুতরাং, আয়তন-বিকৃতি গুণাংক $=\frac{F/A}{v/V}$

এই আয়তন-বিকৃতি গুণাংককে সাধারণত K দ্বারা সূচিত করা হয়। এই 'K' এর একক সি. জি. এস পদ্ধতিতে dyne/cm² এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে lbs-wt./sq inch অথবা tons-wt./sq. inch। 'K এর বিপরীত রাশি $\frac{1}{K}$ কে সংনম্যতা (compressibilty) বলে। অর্থাৎ, সংনম্যতা $\frac{1}{K}=\frac{v/V}{F/A}$।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 72 cm পারদ চাপে 1 লিটার আদর্শ গ্যাস আছে। সমোষ্ণ পদ্ধতিতে সংনমিত ক'রে ইহার আয়তন 900 c.c. করা হয়। ইহার পীড়ন, বিকৃতি ও সমোষ্ণ স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = 1000$ c.c., চূড়ান্ত আয়তন $V_2 = 900$ c.c., প্রাথমিক চাপ $P_1 = 72 \times 13{\cdot}6 \times 980 =$ ডাইন ও চূড়ান্ত চাপ $P_2 = \ ?$

আমরা জানি যে, সমোষ্ণ পদ্ধতিতে, $P_1V_1 = P_2V_2$

$$\therefore\ P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2} = \frac{72 \times 13{\cdot}6 \times 980 \times 1000}{900} \text{ dyne/cm}^2 \text{।}$$

$\therefore$ আয়তন পীড়ন = প্রযুক্ত চাপ $= P_2 - P_1 = 10{\cdot}6 \times 10^4$ dyne/cm².

আয়তন পরিবর্তন = 100 c.c.। কাজেই, আয়তন বিকৃতি $=\frac{100}{1000} = 0{\cdot}1$

$$\text{সমোষ্ণ স্থিতিস্থাপকতা} = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{10{\cdot}6 \times 10^4}{0{\cdot}1} = 10{\cdot}6 \times 10^5 \text{ dyne/cm}^2$$

2. একটি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 2·4 cm। ইহার প্রত্যেক তলে লম্বভাবে বল প্রযুক্ত হওয়ায় ইহার উপর 4 Kg. wt/sq. cm. চাপ পড়ে ও ইহার আয়তন 6 c.c. কমে যায়। ঘনকের উপাদানের আয়তন গুণাংক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, আয়তন গুণাংক $K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{PV}{v}$

$$= \frac{4 \times 10^3 \times 981 \times (2{\cdot}4)^3}{6} = 0{\cdot}93 \times 10^7 \text{ dyne/cm}^2 \text{।}$$

(iii) দৃঢ়তা বা কৃন্তন গুণাংক (*Rigidity modulus*) ঃ

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে মোচড় পীড়ন ও মোচড় বিকৃতির অনুপাতকে **দৃঢ়তা গুণাংক** বলে। (Modulus of rigidity is the ratio between the shear stress and the shear strain within elastic limit). অর্থাৎ,

$$\text{দৃঢ়তা গুণাংক} = \frac{\text{মোচড় পীড়ন}}{\text{মোচড় বিকৃতি}} \text{ (স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে)।}$$

আমরা জানি যে, মোচড় পীড়ন = F/A এবং মোচড় বিকৃতি = θ (রেডিয়ান মাপে)।

সুতরাং দৃঢ়তা গুণাঙ্ক $= \frac{F/A}{\theta}$

এই দৃঢ়তা গুণাঙ্ককে সাধারণত η দ্বারা সূচিত করা হয়। সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে এই 'η' এর একক dyne/cm^2 এবং এফ্. পি এস্ পদ্ধতিতে lb-wt/sq. inch অথবা tons-wt/sq. inch।

2.9. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্রা (Dimension of elastic moduli) :

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত। আবার বিকৃতি একটি বিশুদ্ধ সংখ্যা। সুতরাং স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্রা ও পীড়নের মাত্রা অভিন্ন। এই পীড়নের মাত্রা

$$[\text{পীড়ন}] = \frac{[\text{বল}]}{[\text{ক্ষেত্রফল}]} = \frac{[\text{ভর} \times \text{ত্বরণ}]}{[\text{ক্ষেত্রফল}]}$$

$$= \frac{\left[\text{ভর} \times \frac{\text{দৈর্ঘ্য}}{(\text{সেকেন্ড})^2}\right]}{[\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{দৈর্ঘ্য}]} = \frac{\left[M \times \frac{L}{T^2}\right]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}]$$

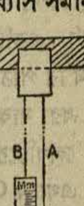
সুতরাং, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্রাও $[ML^{-1}T^{-2}]$।

পীড়নের একক : সি. জি. এস্., এম্. কে. এস্. এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে পীড়নের একক যথাক্রমে ডাইন সে.মি.^{2}, নিউটন/মি.^{2} এবং পাউন্ড ওজন/ইঞ্চি^{2}। নিউটন/মি.^{2} কে **পাস্ক্যাল** (Pascal) বলে।

2.10. পরীক্ষার সাহায্যে ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় :

ভার্নিয়ার পদ্ধতি (*Vernier method* :

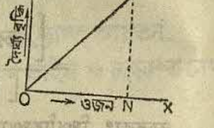
একই ধাতুর দু'টি তার A ও B নেওয়া হয় (চিত্র 25)। ইহাদের ব্যাস সমান। কোন দৃঢ় অবলম্বন থেকে তারদ্বয়কে পাশাপাশি ঝোলান হয়। A পরীক্ষাধীন তার (experimental wire) ও B সূচক তার (reference wire)। B তারের নীচের দিকে মিলিমিটার স্কেল (S) আটকানো থাকে। ইহার নীচের প্রান্তে একটি হুকে নির্দিষ্ট ওজন (W) রাখা হয়। ইহাতে B তার টান টান থাকে ও কোথাও কোঁচ পড়ে না। পরীক্ষাধীন তার A এর সাথে ভার্নিয়ার স্কেল (V) যুক্ত থাকে। এই স্কেল (V) মূল স্কেলের (S) গা বেয়ে ওঠা নামা ক'রতে পারে। A তারের মুক্ত প্রান্তে একটি হুক আটকানো থাকে। এই হুকে কিছু ওজন (সাধারণত 2 কিলোগ্রাম) রেখে A তারকে টান টান ক'রে রাখা হয়। ইহাতে A তারের কোথাও কোঁচ পড়ে না। এই অবস্থায় মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়। ইহাই প্রাথমিক পাঠ।



চিত্র 25

এবার A তারের হুকে এক কিলোগ্রাম ওজন চাপিয়ে কয়েক মিনিট অপেক্ষা করা হয়।

তারপর মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়। এইভাবে পর পর কয়েকবার এক কিলোগ্রাম ক'রে ওজন বৃদ্ধি ক'রে প্রত্যেক বারে মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়। লক্ষ্য রাখতে হয় যে, A তারের হুকে চাপানো ওজন যেন ইহার উপাদানের স্থিতিস্থাপক সীমা ছাড়িয়ে না যায়। এইবার এক একটি ক'রে এক কিলোগ্রাম ওজন নামিয়ে রেখে প্রত্যেক বারে পাঠ নেওয়া হয়। ইহার দরুন এক কিলোগ্রাম ওজনের জন্য দু'বার পাঠ পাওয়া যায়, দু' কিলোগ্রাম ওজনের জন্য দু'বার পাঠ পাওয়া যায়, তিন কিলোগ্রাম ওজনের জন্য দু' বার পাঠ পাওয়া যায় ইত্যাদি। সাধারণত প্রতি ক্ষেত্রে দু'বার পাঠের মানই সমান হয়—সামান্য তফাৎ হ'লে এই দুই পাঠের গড় নির্ণয় করা হয়। এই প্রত্যেক গড় পাঠ থেকে প্রাথমিক পাঠ বিয়োগ ক'রলে এক কিলোগ্রামের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, দু' কিলোগ্রামের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, তিন কিলোগ্রামের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ইত্যাদি পাওয়া যায়। ওজনগুলিকে X-অক্ষ বরাবর ও দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি গুলিকে Y-অক্ষ বরাবর নিয়ে লেখ অংকন ক'রলে মূল বিন্দুগামী সরলরেখা OQ (চিত্র 26) পাওয়া যায়। কাজেই, পীড়ন ও বিকৃতি সমানুপাতিক হয়। সুতরাং এই পরীক্ষাকে আমরা **হুকের সূত্রের পরীক্ষা মূলক প্রমাণ** ব'লে মনে ক'রতে পারি। OQ সরলরেখার উপর যে কোন একটি বিন্দু (P) থেকে X-অক্ষের উপর PN লম্ব টেনে বলা যায় যে, ON ওজনের জন্য দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি PN।



চিত্র 2

A তারের হুক থেকে সব ওজন সরিয়ে কয়েক মিনিট পরে স্ক্রু-গেজের সাহায্যে A তারের বিভিন্ন স্থানে ও প্রত্যেক স্থানে সমকোণ ক'রে দু'বার ব্যাস নির্ণয় করা হয়। তারপর তারের গড় ব্যাস নির্ণয় করা হয়। A তার যে বিন্দু থেকে ঝোলানো আছে সেই বিন্দু থেকে ভার্নিয়ার স্কেলের উপরিভাগ যে বিন্দুতে আবদ্ধ সেই বিন্দু পর্যন্ত দৈর্ঘ্য একটি লম্বা সোজা দণ্ডের সাহায্যে ঠিক ক'রে মিটার স্কেলের সাহায্যে ঐ দৈর্ঘ্যের পাঠ নেওয়া হয়। এই দৈর্ঘ্যই তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য।

ধরা যাক, তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = L, তারের গড় ব্যাস = d

লেখচিত্রে PN দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = l, এবং ON ওজন = mg

এখানে ON ওজনের 'ভর' m ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g।

$$\therefore \text{ অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{mg}{\pi d^2/4} = \frac{4mg}{\pi d^2} \text{ ; অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

$$\text{কাজেই, ইয়ং গুণাংক } Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{4mg/\pi d^2}{l/L} = \frac{4mgL}{\pi d^2 l}$$

এই সমীকরণের '=' চিহ্নের ডান দিকের সব রাশির মান জানা থাকায় 'Y' এর মান সহজেই নির্ণয় করা যায়। লক্ষ্য করা যায় যে, d-এর ঘাত দুই। সুতরাং d-এর মাপ বিশেষ সতর্কতার সঙ্গে নেওয়া প্রয়োজন।

মন্তব্য ঃ (i) A ও B তার একই অবলম্বন থেকে ঝোলানো হয়। ইহাতে অবলম্বনের যে কোন রকম পরাভব (yielding) দু'ই তারকেই সমভাবে প্রভাবিত করে।

(ii) তারদ্বয় একই ধাতুর হওয়ায় উষ্ণতা পরিবর্তনে ইহারা সমান ভাবে প্রভাবিত হয়। সুতরাং (i) ও (ii) নং কারণের জন্য মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেল সমান ভাবে প্রভাবিত হয় ও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয়ে ত্রুটি হয় না।

2.11. পোয়াস'র অনুপাত (Poisson's ratio) ঃ

বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের প্রভাবে কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য বাড়ার সংগে সংগেই উহার প্রস্থের সংকোচন হয়। কোন তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য 'L' ও উহার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি '*l*' হ'লে,

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}।$$

অনুরূপভাবে, তারের প্রাথমিক ব্যাস 'D' এবং ব্যাসের হ্রাস '*d*' হ'লে,

$$\text{প্রস্থ বিকৃতি (Lateral Strain)} = \frac{d}{D}।$$

প্রস্থ বিকৃতি ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত ধ্রুবক হয়। এই ধ্রুবককে পোয়াস'র অনুপাত বলে। অর্থাৎ,

$$\text{পোয়াস'র অনুপাত} = \frac{\text{প্রস্থ বিকৃতি}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \text{ (স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে)}$$

$$\text{Poisson's ratio} = \frac{\text{Lateral strain}}{\text{Longitudinal strain}} \text{ (Within elastic limit)}$$

পোয়াস'র অনুপাতকে সাধারণত 'σ' দ্বারা সূচিত করা হয়। এই σ একটি সংখ্যা নির্দেশ করে। ইহার মান -1 এবং $+\frac{1}{2}$ এর মধ্যে থাকে।

$$\text{আবার,} \quad \sigma = \frac{\text{প্রস্থ বিকৃতি}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$\text{অতএব, প্রস্থ বিকৃতি} = \sigma \times \text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} \qquad \cdots \quad (i)$$

$$\text{আবার,} \quad Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন (F/A)}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$\therefore \quad \text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন (F/A)}}{Y}$$

$\therefore$ (i) নম্বর সমীকরণ থেকে,

$$\text{প্রস্থ বিকৃতি} = \sigma \times \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন (F/A)}}{Y} = \frac{\sigma \times F}{A \times Y}$$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এক একক হ'লে প্রস্থ বিকৃতি $= \frac{\sigma F}{Y}$।

উদাহরণ (**Example**) :

3 মিটার লম্বা কোন তামার তারের ব্যাস 1 mm.। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $12{\cdot}5 \times 10^{11}$ dyne/cm². । তারের এক প্রান্তে 10 কিলোগ্রাম ওজন চাপালে দৈর্ঘ্য কত বাড়ে? পোয়াসঁর অনুপাত 0·26 হ'লে প্রস্থের সঙ্কোচন নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি যে, $Y = \frac{4MgL}{\pi D^2 l}$; আবার, $M = 10$ Kg $= 10 \times 10^3$gm. ; $g = 981$ cm./sec² ; $L = 3$ মিটার $= 300$ cm. ; $Y = 12{\cdot}5 \times 10^{11}$ dyne/cm² ; $D = 1$ mm. $= 0{\cdot}1$ cm.

$$\therefore\ l = \text{দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি} = \frac{4MgL}{Y.\pi.D^2} = \frac{4 \times 10 \times 10^3 \times 981 \times 300}{12{\cdot}5 \times 10^{11} \times 3{\cdot}14 \times (0{\cdot}1)^2} = 0{\cdot}2997 \text{ cm.}$$

আবার পোয়াসঁর অনুপাত $\sigma = \frac{\text{প্রস্থ বিকৃতি}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$; $\therefore\ 0{\cdot}26 = \frac{\text{প্রস্থ বিকৃতি}}{l/L}$

$$\therefore\ \text{প্রস্থ বিকৃতি} = 0{\cdot}26 \times \frac{l}{L} = 0{\cdot}26 \times \frac{0{\cdot}2997}{300} = 2{\cdot}598 \times 10^{-4}\ ।$$

ব্যাসের হ্রাস 'd' হ'লে

প্রস্থ বিকৃতি $= \frac{d}{D}$ । $\therefore\ \frac{d}{D} = 2{\cdot}598 \times 10^{-4}$ ।

$$\therefore\ d = 2{\cdot}598 \times 10^{-4} \times D = 2{\cdot}598 \times 10^{-4} \times 0{\cdot}1 = 2{\cdot}598 \times 10^{-5} \text{ cm.}$$ ।

সুতরাং প্রস্থের সংকোচন $= 2{\cdot}598 \times 10^{-5}$ cm. ।

2.12. উষ্ণতা পীড়ন (Temperature stress) :

কোন বস্তুর উষ্ণতা বাড়লে উহার দৈর্ঘ্য বাড়ে। এই দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বন্ধ ক'রলে পীড়নের উদ্ভব হয়। এই পীড়নকে **উষ্ণতা পীড়ন** বলে।

ধরা যাক্ কোন দণ্ডের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য l, উষ্ণতা বৃদ্ধি t, এবং উহার উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α।

$$\therefore\ \text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি} = l\alpha t$$

এই দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বন্ধ ক'রলে যে বিকৃতি হয় তার পরিমাণ

$$= \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}} = \frac{l\alpha t}{l} = \alpha t\ ।$$

দণ্ডের উপাদানের 'ইয়ং গুণাঙ্ক' Y এবং পীড়ন F হ'লে

$$Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F}{\alpha t},\quad \therefore\ F = Y\alpha t\ ।$$

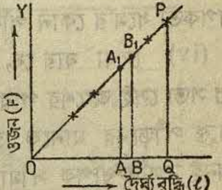
দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হ'লে উৎপন্ন বল $= F \times A = AY\alpha t$ ।

দণ্ডের এই ধর্মের সাহায্যে দালানের হেলা প্রাচীর সোজা করা যায়।

2.13. বস্তুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির দরুন ইহার প্রতি একক আয়তনে কার্যের পরিমাণ :

কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য বাড়াতে হ'লে ঐ বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলকে কাজ ক'রতে হয়। ইহার জন্য ব্যয়িত শক্তি বস্তুর মধ্যে সঞ্চিত থাকে। এই শক্তিকে বিকৃতির শক্তি বলে। প্রযুক্ত বল অপসারণ ক'রলে পীড়ন থাকে না এবং বিকৃতির শক্তি তাপশক্তিরূপে প্রকাশ পায়।

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর ওজন এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী সরলরেখা OP হয় (চিত্র 27)। বস্তুর অতি অল্প দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি AB ধ'রে A ও B থেকে কোটী (ordinate) খাড়া ক'রে ইহাদের OP সরলরেখার যথাক্রমে A_1 ও B_1 বিন্দুতে মেলানো হয়।



চিত্র 27

সহজেই দেখা যায় যে, বস্তুর উপর কৃত কার্য = প্রযুক্ত বল AA_1 × দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি $AB = AA_1 \times AB = AA_1B_1B$ ফালির (strip) ক্ষেত্রফল।

সমগ্র দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $OQ = l$ কে বহু সংখ্যক ফালিতে বিভক্ত ক'রে এবং প্রত্যেক ফালির দুই প্রান্ত থেকে কোটী খাড়া ক'রে দেখা যায় যে, বস্তুর উপর মোট কার্য = সব ফালির ক্ষেত্রফলগুলির যোগফল

= OPQ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} OQ \times PQ = \frac{1}{2} l \times F$. যখন ওজন F বস্তুর l দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটায়।

বস্তুর প্রাথমিক দৈর্ঘ্য L ও উহার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হ'লে, বস্তুর আয়তন = A × L

কার্য = বস্তুর প্রতি একক আয়তনে বিকৃতির শক্তি

$$= \frac{1}{2}.\{lF/(A \times L)\} = \frac{1}{2}.\frac{F}{A}.\frac{l}{L}. = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}।$$

2.14. স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে কয়েকটি মন্তব্য :

(i) কোন ধাতুর স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম উহার সূক্ষ্ম ভরের সঙ্গে ওতপ্রোতভাবে জড়িত। মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে পরীক্ষা ক'রে দেখা যায় যে, ধাতুগুলি সূক্ষ্ম সূক্ষ্ম কেলাস দ্বারা গঠিত। অধিকাংশ ক্ষেত্রেই এই কেলাসগুলি বিভিন্ন দিকে বিশৃঙ্খল ভাবে সজ্জিত থাকে। একটি কেলাসকে বিকৃত ক'রলে উহার কাঠিন্য (Hardness) খুব বেশি বেড়ে যায়। এই কারণে হাতুড়ি দিয়ে আঘাত ক'রলে এবং ঘোরালে (rolling) কেলাসগুলি ভেঙ্গে আরও ছোট ছোট হ'য়ে যায়। ফলে উহাদের স্থিতিস্থাপকতা বাড়ে। কিন্তু অ্যানীল (Anneal) করা হ'লে অর্থাৎ প্রথমে গরম এবং পরে ঠান্ডা করা হ'লে কেলাসগুলি একটি নির্দিষ্ট দিকে সজ্জিত হয় এবং বড় কেলাস তৈরী হয়। ফলে ইহাদের স্থিতিস্থাপকতা কমে যায়।

(ii) সুবিধামত অপদ্রব্য ধাতুর সঙ্গে মিশিয়ে দেওয়া হয়। এই অপদ্রব্য ধাতুর স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের পরিবর্তন ঘটায়। অপদ্রব্যের স্থিতিস্থাপকতা বেশি হ'লে অপদ্রব্য মিশ্রিত ধাতুর স্থিতিস্থাপকতা বিশুদ্ধ ধাতুর চেয়ে বেশি হয়, অন্যথায় কম হয়।

(iii) ধাতুর উষ্ণতা বাড়ালে উহার স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের পরিবর্তন হয়। সাধারণত উষ্ণতা বাড়ালে স্থিতিস্থাপকতা কমে এবং উষ্ণতা কমালে ইহা বাড়ে। কিন্তু ইনভার ইস্পাতের (Invar steel) বেলায় উষ্ণতা পরিবর্তনের সঙ্গে স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের কোন পরিবর্তন লক্ষ্য করা যায় না।

(iv) দেখা যায় যে, ধাতুর বেলায় পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্রের যে অংশে হুকের সূত্র সত্য সেই অংশের পরিমাণ খুব বেশি নয়। তাই নিরাপত্তার জন্য ধাতুর উপর প্রযুক্ত পীড়নের মানকে ভঞ্জক পীড়নের মানের চেয়ে অনেক কম রাখা হয় এবং কখনই স্থিতিস্থাপক সীমা ছাড়িয়ে যেতে দেওয়া হয় না। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে এই সর্বোচ্চ পরিমাণ প্রযুক্ত পীড়নকে **'কার্যকর পীড়ন'** (*working stress*) বলে। 'ভঞ্জক পীড়ন' ও 'কার্যকর পীড়নে'র অনুপাতকে নিরাপত্তা গুণক (factor of safety) বলে। অর্থাৎ,

$$\text{নিরাপত্তা গুণক} = \frac{\text{ভঞ্জক পীড়ন}}{\text{কার্যকর পীড়ন}} \text{।}$$

2.15. বিভিন্ন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের সম্পর্ক ঃ

সমসত্ত্ব, সমদৈশিক পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ বিচারে চারটি রাশি বিশেষ মূল্যবান। এই রাশিগুলি (i) ইয়ং গুণাঙ্ক (Y), (ii) আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক (K), (iii) দৃঢ়তা গুণাঙ্ক (η), এবং (iv) পোয়াসঁর অনুপাত (σ)। সমসত্ত্ব, সমদৈশিক বস্তুর বেলায় এই চারটি ধ্রুব রাশির যে কোন দু'টির মান জানা থাকলে অপর দু'টির মান নির্ণয় করা যায়।

এই চারটি ধ্রুব রাশির পারস্পরিক সম্পর্কগুলি জানা বিশেষ মূল্যবান। কারণ পদার্থ বিদ্যায়, ইঞ্জিনীয়ারিং ও ধাতুবিদ্যার ফলিত বিজ্ঞানে এই সম্পর্কগুলি খুবই কাজে লাগে।

এক সম্পর্কগুলি

$Y = 3K(1-2\sigma)\cdots\cdots(1)$ এবং $Y = 2\eta(1+\sigma)\cdots\cdots(2)$

'σ' এর প্রান্তিক মান ঃ

(1) ও (2) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে

$$2\eta(1+\sigma) = 3K(1-2\sigma)$$

$\therefore \quad \dfrac{1+\sigma}{1-2\sigma} = \dfrac{3K}{2\eta}$ । এই সমীকরণের ডানদিক সর্বদা ধনাত্মক হওয়ায় [কারণ K ও η সর্বদা ধনাত্মক] $\dfrac{1+\sigma}{1-2\sigma}$ অনুপাতকেও সর্বদা ধনাত্মক হ'তে হয়।

$\sigma < -1$ হ'লে লব ঋণাত্মক এবং হর ধনাত্মক হয়। কাজেই ঐ অনুপাতের মান ঋণাত্মক হয়। অতএব $\sigma < -1$ হ'তে পারে না। আবার, $\sigma > \frac{1}{2}$ হ'লে লব ধনাত্মক হয় কিন্তু হর ঋণাত্মক হয়। কাজেই, $\sigma > \frac{1}{2}$ হ'তে পারে না। সুতরাং σ এর মান $\frac{1}{2}$ এবং -1 এর মধ্যে হয়।

2.16. 20°C উষ্ণতায় বিভিন্ন পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান ঃ

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক 10^{11} ডাইন/সেমি² বা 10^{10} নিউটন/m²

পদার্থ	Y	K	η	σ
লোহা	21·1	17·0	8·2	0 293
ইস্পাত (নরম)	21·2	16·9	8·2	0·291
পিতল	10·1	11·2	3·7	0·350
অ্যালুমিনিয়াম	7·0	7·55	2·6	0·345
তামা	13·0	13·8	4·8	0 343
সীসা	1·61	4·6	0·56	0·44
টাংস্টেন	41·1	31·1	16·1	0·28
কাচ (ক্রাউন)	7·1	4·1	2·9	0·22
সোনা	7·8	21·7	2·7	0·44
রুপা	8·3	10·4	3·0	0·367

স্প্রিং এর বল ধ্রুবক (*Force constant of a spring*) **:**

একটি স্প্রিং-এর বেলায় প্রসার্য বল (tensile force) F ও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি x হ'লে হুকের সূত্রানুযায়ী, $F \propto x$, বা, $F = Kx$। স্প্রিং সমান ও বিপরীত বল প্রয়োগ করায় ইহার বেলায় $F = -Kx$ (ঋণাত্মক চিহ্ন প্রকাশ করে যে F ও x বিপরীতমুখী)। এই ধ্রুব রাশি K কে স্প্রিং-এর **বল ধ্রুবক** বলে। কাজেই, যে বল স্প্রিং-এর এক একক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে তাকে ইহার বল ধ্রুবক বলে। ইহার সাহায্যে স্প্রিং-এর **অনমনীয়তা** (*stiffness*) প্রকাশ করা হয়। K এর মান যত বেশি হয় স্প্রিং তত অনমনীয় হয়।

উদাহরণ। L দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক K। ইহাকে l_1 ও l_2 দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট অংশে এরূপ বিভক্ত করা হ'ল যে, $l_1 = ml_2$ (m একটি পূর্ণ সংখ্যা)। এই দুই অংশের বল ধ্রুবক যথাক্রমে K_1 ও K_2 হ'লে ইহাদের মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ এখানে, $L = l_1 + l_2 = l_1 + \frac{l_1}{m} = = l_1 \frac{(m+1)}{m} \cdots \quad \cdots$(i)

আবার, $L = ml_2 + l_2 = l_2(m+1) \cdots \quad \cdots \quad \cdots$(ii)

K এর মান L এর ব্যস্তানুপাতিক হওয়ায়, অর্থাৎ, $K \propto \frac{1}{L}$ হওয়ায় KL ধ্রুবক।

অতএব, $K_1 l_1 = KL = Kl_1\left(\frac{m+1}{m}\right)$, বা, $K_1 = \frac{K}{m}\left(m+1\right)$

অনুরূপ ভাবে, $K_2 l_2 = KL = Kl_2(m+1)$, বা, $K_2 = K(m+1)$.

স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি (*Elastic potential energy*) **ঃ** একটি বস্তু বিকৃত হ'লে ইহার উপর ক্রিয়াশীল বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ হয়। কাজেই, কাজ করা হয়। এই কাজ বস্তুতে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে।

ধীর বৃদ্ধিকালীন প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কার্যের সাহায্যে বস্তুর স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তির পরিবর্তন মাপা যায়। আবার স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা ঋণাত্মক কৃত কার্যের সাহায্যেও এই পরিবর্তন মাপা যায়। যেমন, একটি স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সময় স্থিতিস্থাপক বলের রৈখিক পরিবর্তন শূন্য থেকে $-K\triangle l$ হয়। ইহার গড় মান $= -\frac{1}{2}K\Delta l$। কাজেই, Δl সরণের দরুন কৃত কার্য $= -\frac{1}{2}K\triangle l \times \Delta l$ $= \frac{1}{2}K(\Delta l)^2$। সুতরাং, সংজ্ঞানুযায়ী, স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি,

$$E = -(-\tfrac{1}{2}K(\triangle l)^2) = \tfrac{1}{2}K(\Delta l)^2 = \tfrac{1}{2}F \times \Delta l$$

অতএব, স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times$ প্রযুক্ত বল $\times$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি। এই শক্তি বস্তুর সর্বত্র বন্টিত হয় ধরা যায়।

উদাহরণ (**Examples**) ঃ

1. অ্যালুমিনিয়ামের 'ভঞ্জক পীড়ন' 7.5×10^8 dyne/cm² এবং তামার 'ভঞ্জক পীড়ন' 22×10^8 dyne/cm². সর্বোচ্চ কত দৈর্ঘ্যের অ্যালুমিনিয়াম ও তামার তার ভেঙ্গে না প'ড়ে খাড়াভাবে ঝুলতে পারে? অ্যালুমিনিয়ামের ঘনত্ব= 2·7 gm/c.c. এবং তামার ঘনত্ব= 8·9 gm/c.c.।

সমাধান ঃ ধরা যাক্, প্রত্যেকটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল a sq. cm. এবং যথাক্রমে l_1 ও l_2 দৈর্ঘ্যের অ্যালুমিনিয়াম ও তামার তার ভেঙ্গে না প'ড়ে খাড়াভাবে ঝুলতে পারে।

(i) অ্যালুমিনিয়াম তারের আয়তন $= l_1 \times a$ c.c.।

$\therefore$ উহার ভর $= l_1 \times a \times 2.7$ gm.।

$\therefore$ উহার ওজন $= l_1 \times a \times 2.7 \times 981$ dyne।

ভঞ্জক পীড়ন $= 7.5 \times 10^8$ dyne/cm²। সুতরাং তারের উপর $7.5 \times 10^8 \times a$ dyne বল প্রয়োগ ক'রলে তার ভাঙ্গে না।

অতএব, $l_1 \times a \times 2.7 \times 981 = 7.5 \times 10^8 \times a$

$$l_1 = \frac{7.5 \times 10^8}{2.7 \times 981} = 283100 \text{ cm.}$$

(ii) অনুরূপভাবে, তামার তারের দৈর্ঘ্য,

$$l_2 = \frac{22 \times 10^8}{8.9 \times 981} = 252{,}000 \text{ cm.}$$

2. 2 মিটার দীর্ঘ এবং এক বর্গ মিলিমিটার প্রস্থচ্ছেদের কোন তারের এক প্রান্তে ওজন চাপিয়ে 1 মি.মি. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হয়। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{12} dyne/cm² হ'লে, ঐ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ক'রতে কার্যের পরিমাণ জুলে নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, কার্য $= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি $\times$ আয়তন।

আবার পীড়ন $= Y \times$ বিকৃতি।

স্থতরাং, কার্য $= \frac{1}{2} \times Y \times$ (বিকৃতি $)^2 \times$ আয়তন

$= \frac{1}{2} \times Y \times \left(\frac{l}{L}\right)^2 \times$ আয়তন।

আবার, $Y = 2 \times 10^{12}$ dyne/cm²; প্রস্থচ্ছেদ = 1 sq. mm. = ·01 sq. cm.;

$l = 1$ mm. = 0·1 cm.; L = 2 মিটার = 200 cm.।

আয়তন $= L \times$ প্রস্থচ্ছেদ $= L \times \cdot 01 = 200 \times \cdot 01$।

স্থতরাং, কার্য $= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{12} \times \left(\frac{\cdot 1}{200}\right)^2 \times 200 \times \cdot 01$

$= \frac{1}{2} \times \cdot 01 \times 2 \times 10^{12} \times \frac{\cdot 01}{200}$

$= 5 \times 10^5 \text{ erg} = \frac{5 \times 10^5}{10^7} = 0{\cdot}05$ Joule।

3. কোন দণ্ডের উষ্ণতা 10°C বাড়ানো হয়। দণ্ডের দৈর্ঘ্য বাড়া বন্ধ ক'রতে সঙ্কোচন পীড়ন কত প্রয়োগ ক'রতে হয়? $Y = 2 \times 10^{12}$ সি. জি. এস্. একক। এবং $\alpha = 1{\cdot}2 \times 10^{-5}/°C$.।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\alpha t}$।

আবার, $\alpha = 1{\cdot}2 \times 10^{-5}/°C$; $Y = 2 \times 10^{12}$ সি.জি. এস্. একক এবং $t = 10°C$

∴ অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন $= Y\alpha t = 2 \times 10^{12} \times 1{\cdot}2 \times 10^{-5} \times 10.$

$= 2{\cdot}4 \times 10^8$ dyne/cm.²

4. 25 Kg. ভরের এবং 10 cm. ব্যাসার্ধের কোন গোলককে একটি ইস্পাতের তারের একপ্রান্তে আটকানো হয়। তারের অপর প্রান্তকে কোন অবলম্বনে আটকানো হয়। ঘরের মেঝে থেকে অবলম্বনের উচ্চতা 521 cm.। গোলককে সরল দোলকের ন্যায় দোলালে ইহার নিম্নতম বিন্দু মেঝেকে স্পর্শ ক'রে দোলে। নিম্নতম বিন্দুতে গোলকের বেগ নির্ণয় কর। *(I. I. T. '72)*

ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $= 20 \times 10^{11}$ dyne/cm.²; ইস্পাতের তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = 500 cm.; উহার ব্যাসার্ধ = 0·05 cm.।

সমাধান ঃ গোলক যখন দোলে তখন ইস্পাতের তারে টান পড়ে। নিম্নতম বিন্দুতে এই টান T গোলকের ভর mg কে প্রশমিত করে এবং $\frac{mv^2}{r}$ পরিমাণ অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করে। অতএব,

$T = mg + \frac{mv^2}{r}$ (i) যেখানে m গোলকের ভর, v নিম্নতম বিন্দুতে গোলকের বেগ এবং r গোলকের বৃত্ত পথের ব্যাসার্ধ। এই টানের জন্যই তারের দৈর্ঘ্য বাড়ে। গোলকের ব্যাস 20 cm.; অবলম্বনের উচ্চতা 521 cm. ও তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য 500 cm. হওয়ায় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $l = 521 - 520 = 1$ cm.। এবং $r = 521 - 10 = 511$ cm.

আবার, ইয়ং গুণাঙ্ক $Y = \frac{\text{প্রযুক্ত বল/প্রস্থচ্ছেদ}}{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি/প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}}$

অতএব, $20 \times 10^{11} = \frac{T}{\pi \times (0 \cdot 05)^2} \times \frac{500}{1}$

অথবা, $T = \frac{20 \times 10^{11} \times \pi \times 25 \times 10^{-4}}{500}$ dyne (ii)

(i) ও (ii) সমীকরণ থেকে

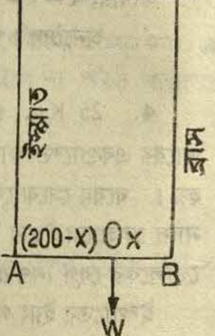
$$\frac{20 \times 10^{11} \times \pi \times 25 \times 10^{-4}}{500} = 5 \times 10^3 \left(980 + \frac{v^2}{511} \right)$$

কাজেই, v = 375 cm./sec.।

5. 200 cm. দৈর্ঘ্যের কোন হালকা রডকে দু'টি সমান দৈর্ঘ্যের খাড়া তার দিয়ে ঘরের সিলিং থেকে অনুভূমিক ভাবে ঝোলানো হয়। একটি তার ইস্পাতের তৈরী এবং ইহার প্রস্থচ্ছেদ 0·1 sq. cm.। অপর তার ব্রাসের তৈরী এবং ইহার প্রস্থচ্ছেদ 0·2 sq. cm.। রডের কোন্ বিন্দু থেকে ওজন ঝোলালে উভয় তারে (i) সমান পীড়ন উৎপন্ন হয়? (ii) সমান বিকৃতি উৎপন্ন হয়? [*I. I. T. '74*]

ব্রাসের ইয়ং গুণাঙ্ক $= 10 \times 10^{11}$ dyne/sq. cm., ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $= 20 \times 10^{11}$ dyne/sq. cm.

সমাধান : (i) ধরা যাক, ইস্পাতের তারে বল F_1 এবং ব্রাসের তারে বল F_2। তাহ'লে ইস্পাতের তারে পীড়ন $= F_1/0 \cdot 1$ এবং ব্রাসের তারে পীড়ন $= F_2/0 \cdot 2$। কাজেই $F_1/F_2 = 1/2$।



চিত্র 28

ধরা যাক, AB রডের B প্রান্ত থেকে x দূরে O বিন্দুতে W ওজন চাপানো হয়; তাহ'লে OB $= x$ cm.। A বিন্দুতে বল W_1 এবং B বিন্দুতে বল W_2 হ'লে এবং O বিন্দুর উপর বলের ভ্রামক নিলে,

$$W_1 \times (200 - x) = W_2 \times x \text{।}$$

অতএব, $\frac{W_1}{W_2} = \frac{x}{200 - x} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$

কাজেই, $x = 66\frac{2}{3}$ cm.।

(ii) আমরা জানি যে, ইয়ং গুণাঙ্ক $Y = \frac{F}{a} \div$ বিকৃতি।

অতএব, বিকৃতি $= \frac{F}{a \times Y}$। ইস্পাতের তারে বল যখন F' এবং ব্রাসের তারে বল যখন F'' তখন উভয় তারে বিকৃতি সমান হ'লে,

$\frac{F'}{a_1 Y_1} = \frac{F''}{a_2 Y_2}$; a_1, a_2 এবং Y_1, Y_2 যথাক্রমে ইস্পাতের ও ব্রাসের তারের প্রস্থচ্ছেদ ও ইয়ং গুণাঙ্ক।

অতএব, $\frac{F'}{F''} = \frac{a_1 Y_1}{a_2 Y_2} = \frac{0 \cdot 1 \times 20 \times 10^{11}}{0 \cdot 2 \times 10 \times 10^{11}} = 1$।

অতএব, $F' = F''$। কাজেই, W কে AB রডের মাঝখানে রাখলে উভয় তারে সমান বল পড়ে।

6. কোন l দৈর্ঘ্যের এবং A প্রস্থচ্ছেদের ভরহীন তারের একপ্রান্তে বিন্দু ভর m ঝোলানো হয়। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y হ'লে উল্লম্বরেখা বরাবর সরল দোলগতির জন্য কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [*I. I. T. '78*]

সমাধান : বল F এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l' হ'লে

$$\text{বল ধ্রুবক } K = \frac{F}{l'} \text{ এবং কম্পাঙ্ক} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}\,।$$

$$\text{আমরা জানি, যে, } Y = \frac{F}{A} \cdot \frac{l}{l'}\,। \quad \text{অতএব, } \frac{F}{l'} = \frac{YA}{l} = K\,।$$

$$\text{কাজেই, কম্পাঙ্ক} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{YA}{ml}}\,।$$

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. স্থিতিস্থাপকতা ব'লতে কি বোঝায়? সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক, সম্পূর্ণ দৃঢ় ও সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক বস্তু কাকে বলা যায়? কোন্ কোন্ উপাদান মোটামুটি এই তিন শ্রেণীর অন্তর্গত?

What is elasticity? What do you mean by perfectly elastic, perfectly rigid and perfectly non elastic body? What materials approximately belong to these categories?

2. পীড়ন, বিকৃতি ও ইয়ং গুণাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। তারের আকারের কোন বস্তুর অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ক্রমশ বাড়লে ইহার বিকৃতির কিরূপ পরিবর্তন হয় সংক্ষেপে বিবৃত কর।

Define stress, strain and Young's modulus. State briefly how does strain change when stress on the material in the form of a wire increases continuously.

3. পীড়ন, বিকৃতি ও স্থিতিস্থাপক সীমার সংজ্ঞা দাও। ইস্পাত অপেক্ষা রাবার বেশি স্থিতিস্থাপক? তোমার উত্তর ব্যাখ্যা কর।

সি. জি. এস্‌ পদ্ধতিতে ইয়ং গুণাঙ্কের একক নির্ণয় কর।

Define the term 'stress', 'strain' and elastic limit. Is rubber more elastic than steel ? Explain your answer.

Derive the unit in which Young's modulus should be expressed in C. G. S system.

4. হুকের সূত্র কি ? পরীক্ষা দ্বারা কিভাবে এই সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করা যায় ? কোন্‌টি অধিকতর মৌলিক—পীড়ন না বিকৃতি ?

State Hooke's law. How is the law verified experimentally ? Which one is more fundamental—stress or strain ?

5. অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও ইয়ং গুণাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। তারের আকারের কোন পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক কিভাবে নির্ণয় করা যায় ?

Define longitudinal stress and Young's modulus. How will you determine Young's modulus of a material in the form of a wire ?

6. আয়তন বিকৃতি, আয়তন পীড়ন ও আয়তন গুণাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায় ? কোন গ্যাস $PV=$ ধ্রুবক, সূত্র মানলে দেখাও যে, ইহার আয়তন গুণাঙ্ক P এর সমান হয়।

What do you mean by 'volume strain', 'volume stress' and 'Bulk modulus' ?

Show that if a gas obeys the law $PV=$constant, its Bulk modulus is equal to P.

7. মোচড় পীড়ন, মোচড় বিকৃতি ও দৃঢ়তা গুণাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। সংক্ষিপ্ত টীকা লেখ—স্থিতিস্থাপক সীমা, ভঙ্গকে পীড়ন, স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি, পরাভব বিন্দু ও পোয়াসঁর অনুপাত।

Define 'shearing stress', 'shearing strain' and 'modulus of rigidity'.

Write short notes on—elastic limit, breaking stress, elastic fatigue, yield point and Poisson's ratio.

8. নিম্নলিখিত উক্তিগুলির সার্থকতা বিচার কর—

(i) স্থিতিস্থাপকতা কঠিন ও তরলের বিশেষ ধর্ম, (ii) গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক খুব বেশি কারণ ইহার আয়তনের খুব বেশি পরিবর্তন ঘটানোর জন্য অল্প পরিমাণ বলের প্রয়োজন হয়। (iii) দৃঢ়তা গুণাঙ্ক কঠিন পদার্থের বিশেষ ধর্ম। (iv) K, η, Y, σ—স্বতন্ত্র চারটি রাশি। (v) কোন বস্তুকেই সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বা সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক বলা হয় না। (vi) তারের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় ক'রতে মূল-স্কেলকে ভূমির সঙ্গে যুক্ত না ক'রে সহায়ক তার থেকে ঝোলানো হয়।

Comment on the following statements :—

(i) Elasticity is a special property of solids and liquids. (ii) Bulk modulus is very high for gases, since small forces are necessary to produce a large change in their volumes. (iii) Modulus of rigidity is a special property of solids. (iv) K, η, Y, σ—four independent quantities, (v) Nobody is prefectly elastic or perfectly in elastic. (vi) During the determination of Young's modulus of a wire, the main scale instead of being connected to the earth is being suspended from a reference wire.

9. (a) পরীক্ষাগারে ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায় ? (b) ইয়ং গুণাঙ্ক, আয়তন বিকার গুণাঙ্ক, কৃন্তন গুণাঙ্ক ও পোয়াসোঁর অনুপাত কাকে বলে স্পষ্টভাবে ব্যাখ্যা কর। [*Tripura H.S. 1981*]

10. সংজ্ঞা লেখ : ইয়ং গুণাঙ্ক, আয়তন গুণাঙ্ক, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক। উহাদের একক লিখ।

[*Tripura H.S. 1978*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. (a) বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা ব'লতে কি বোঝায় তা বল। (b) কাঠিন্য গুণাঙ্ক ও পোয়সঁ'র অনুপাতের সংজ্ঞা লেখ।

(c) 1 m লম্বা ও 1 mm ব্যাসার্ধের একটি উল্লম্ব তারের একপ্রান্তে 10 Kg. ভর ঝুলন্ত আছে। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2\cdot0\times10^{12}$ dyne/cm^2 হ'লে ঝুলন্ত ওজন ব্যতীত তারটির দৈর্ঘ্য বার কর।

(a) Explain what is meant by elesticity of matter. (b) Define rigidity modulus and Poisson's ratio.

(c) A mass of 10 Kg. is suspended from a vertical wire of radius 1 mm. The length of the wire becomes 1 metre. If Young's modulus of the material of the wire be $2\cdot0\times10^{12}$ dynes/cm^2, find the length of the wire without load.

[*H. S.* (new) *1981*] [99·5 cm. (প্রায়)]

2. 2 মিটার দীর্ঘ এবং 1 মিলিমিটার ব্যাসের একটি লোহার তারের একপ্রান্তে একটি 8 কিলোগ্রাম ওজন ঝুলিয়ে দেওয়া হয়। লোহার ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{12} dyne/cm^2 হ'লে তারের দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি কত হবে? ($g=981$ cm/sec^2) [*Tripura H.S. 1980*] [1 mm]

3. একটি সমব্যাস সম্পন্ন ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 250 cm., ভর 16 gm., ঘনত্ব 7·9 gm/cc.; ইহার 1·8 mm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ক'রতে যদি 12 Kg ভরের প্রয়োজন হয় তাহ'লে ইহার ইয়ং গুণাঙ্ক কত হবে? [*Tripura H.S. 1978*] [$1\cdot99\times10^{12}$ dyne/cm^2]

4. 10 সেন্টিমিটার বাহু বিশিষ্ট একটি অ্যালুমিনিয়াম ঘনককে 75×10^{10} dyne স্পর্শক বলের সাহায্যে পীড়নের ফলে নিম্নতলের সাপেক্ষে উপরিতলের 0·03 cm. সরণ ঘটল। অ্যালুমিনিয়ামের কৃন্তন-গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [*Tripura H. S, 1981*] $2\cdot5\times10^{11}$ dyne/cm^2]

5. 220 cm. দীর্ঘ ও 1 mm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি খাড়া তারের একপ্রান্ত থেকে 5 Kg. ভার ঝোলালে তারটির 0 07 cm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয়। তারের উপাদানে ইয়ং গুণাঙ্ক কত?
($g=1000$ cm/sec^2 ও $\pi=22/8$) [*Jt. Entrance 1976*] [5×10^{11} ডাইন/সে.মি.^{2}]

6. ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 19×10^{10} newton/m^2। C. G. S পদ্ধতিতে ইহার মান কত?
The Young's modulus for steel is 19×10^{10} newton/m^2. What is its value in C. G. S. system? [19×10^{11} dyne/cm^2.]

7. 2 মিটার দৈর্ঘ্যের এবং 2 mm. ব্যাসের কোন ইস্পাতের তার থেকে 5 Kg. ভার ঝোলানো হয়। তারের পীড়ন কত হয়? ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 19×10^{10} newton/m^2 হ'লে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত হয়?

From a steel wire of 2 m. length and 2 mm. diameter is suspended a load of 5 Kg. What is the stress in the wire? If Young's modulus for steel is 9×10^{10} newton/m^2, what is the elongation of the wire? [$15\cdot6\times10^6$ newton/m^2 ; $1\cdot64\times10^{-4}$m.]

8. কোন ইস্পাতের তার থেকে ভার ঝুলিয়ে ইহার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা যায় কি?

Is it possible to double the length of a steel wire by suspending a weight from it? [না]

9. একটি ইস্পাতের দণ্ডের দৈর্ঘ্য 6 m. এবং আয়তাকার প্রস্থচ্ছেদ 5·0 cm. × 2·5 cm.। ইহার একপ্রান্তে $1·78 \times 10^6$ newton বল ক্রিয়া করে এবং অপর প্রান্ত আটকানো। দণ্ডের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত হয়?

A steel bar 6 m. long and of rectangular cross section 5·0 × 2·5 cm. supports a load of $1·78 \times 10^6$ newton. How much is the bar stretched? Y for steel is 20×10^{10} newton/m². [$4·272 \times 10^{-2}$m]

10. F বল কোন তারের 1 mm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটায়। ইহার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 2 mm. ক'রতে কত বলের প্রয়োজন হয়?

A certain force F increses the length of a given wire by 1 mm. What force is required to increase its length by 2 mm? [2F]

11. একই দৈর্ঘ্য ও উপাদানের দুটি তারকে সমান বল দ্বারা বাড়ানো হয়। তারদ্বয়ের ব্যাসার্ধ 1 : 2 অনুপাতের হ'লে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অনুপাত কত হয়?

Two wires of the same length and material are stretched with the same force. If the radii of the wires are in the ratio 1 : 2, what is the ratio of elongations produced? [4 : 1]

12. বিভিন্ন উপাদানের দু'টি তারের ইয়ং গুণাঙ্ক Y_1 ও Y_2 এবং ইহাদের ব্যাস সমান। তারদ্বয়ের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি সমান হ'লে ইহাদের প্রাথমিক দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত হয়?

Two wires of Young's moduli Y_1, Y_2 and of same diameter are stretched with the same forces. If the elongation produced in the wires are also same, what is the ratio of their original lengths? [$Y_1 : Y_2$]

13. একখণ্ড তারকে ভাঙতে F বলের প্রয়োজন হয়। একই উপাদানের (i) একটি দ্বিগুণ লম্বা তারকে ভাঙতে কত বলের প্রয়োজন হয়? (ii) একটি দ্বিগুণ ব্যাসের তারকে ভাঙতে কত বলের প্রয়োজন হয়?

A certain force F is required to break a piece of wire. What force is required to break a wire made of the same material which is (i) twice as long and (ii) twice as large in diameter but of same length? [(i) F, (ii) 4F]

14. অ্যালুমিনিয়ামের একটি ঘনকের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 10 cm.। ইহার উপর 10^6 newton মোচড় বল প্রয়োগ করা হয়। ঘনকের উপর তল নীচের তলের তুলনায় 0·03 cm. সরে যায়। মোচড় পীড়ন, মোচড় বিকৃতি ও দৃঢ়তা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

A cube of aluminium, 10 cm. on a side, is subjected to a shearing force of 10^6 newton. The top face of the cube is displaced 0·03 cm. with respect to the bottom. Calculate the shearing stress, the shearing strain and the rigidity modulus. [10^8 newton/m², 0·003, $3·3 \times 10^{10}$ newton/m²]

15. বিভিন্ন উপাদানের দু'টি তারকে একটি দণ্ডের দুই প্রান্তে বেঁধে দণ্ডকে অনুভূমিকভাবে ঝোলানো হয়। দণ্ডের মাঝখানে একটি m ভরের বস্তু রাখা হয়। তারদ্বয়ের ব্যাসের অনুপাত কত হ'লে m ভরের বস্তু অপসারিত হ'লেও দণ্ডটি অনুভূমিক থাকে? তারদ্বয়ের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y_1 ও Y_2 ধ'রে নাও।

Two wires of different materials support an object of mass m suspended from the centre of a horizontal bar with its ends connected to the two wires. What must be the ratio of the diameters of the wires so that the bar may remain horizontal when the object is removed? Suppose the Youngs modulus of the materials of the two wires be Y_1, Y_2. $\left[\dfrac{d_1}{d_2} = \sqrt{\dfrac{Y_2}{Y_1}}\right]$

16. একটি লম্বা তার খাড়াভাবে ঝুলছে। তারের মুক্ত প্রান্তে 8 gm-cm. টর্ক প্রযুক্ত হ'লে ইহা 30° কোণে সরে যায়। এই অবস্থায় তারের স্থিতিশক্তি কত?

A long wire hangs vertically with its upper end clamped. When a torque of 8 gm-cm. is applied to the free end, it is twisted through an angle of 30°. What is the potential energy of the twisted wire? [2·092 gm-cm.]

17. 10 cm. বাহু বিশিষ্ট তামার একটি ঘনকের উপর 7×10^6 newton/m² উদস্থৈতিক চাপ পড়লে ইহার আয়তন হ্রাস নির্ণয় কর। তামার আয়তন গুণাঙ্ক $5{\cdot}1\times10^{10}$ newton/m²।

Compute the volume contraction of a solid copper cube, 10 cm. on an edge, when subjected to a hydrostatic pressure of 7×10^6 newton/m². The bulk modulus of copper is $5{\cdot}1\times10^{10}$ newton/m². [$1{\cdot}4\times10^{-7} m^3$]

18. 300 cm. দীর্ঘ এবং 3 cm. ব্যাসার্ধের একটি হাল্কা দণ্ডকে এক প্রান্ত থেকে ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে 1200 Kg. ভরের একটি বস্তু চাপানো হয়। দণ্ডের পোয়াসঁর অনুপাত এবং ইয়ং গুণাঙ্ক যথাক্রমে 0·3 এবং 2×10^{12} dyne/cm² হ'লে, পার্শ্বীয় বিকৃতি কত হয়? $g=980$ cm./sec².

[*H. S.* (new) *1980*] [$0{\cdot}62\times10^{-5}$]

19. 10 মিটার লম্বা কোন তারের বিকৃতি 0·001% হ'লে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত? ঐ তারের প্রস্থচ্ছেদ 2 sq. mm, হ'লে এবং 1 Kg. ওজন দ্বারা তারকে টানা হ'লে ইহার পীড়ন dyne/cm² এ কত হয়? [0·1 mm. ; 49×10^6 dyne/cm²]

20. 100 cm. দৈর্ঘ্যের এবং 0·4 cm. ব্যাসের কোন তারের এক প্রান্তে 25 Kg. ভর চাপালে দৈর্ঘ্য হয় 102 cm.। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক কত? [$9{\cdot}75\times10^9$ dyne/sq. cm.]

21. দুই প্রান্তে ঠেকা দেওয়া কোন তক্তার মাঝখান থেকে 50 পাউন্ড ওজন চাপালে তক্তা 3 ইঞ্চি বেঁকে যায়। 75 পাউন্ড ওজন চাপালে কত ইঞ্চি বেঁকে যায়? 3·5 ইঞ্চি বেঁকাতে কত ওজন দরকার হয়? [4·5 inch ; 87·5 lb.]

22. সিলভারের ইয়ং গুণাঙ্ক $7{\cdot}25\times10^{11}$ dyne/cm² এবং আয়তন গুণাঙ্ক 11×10^{11} dyne/cm² হ'লে পোয়াসঁর অনুপাত ও দৃঢ়তা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[$2{\cdot}607\times10^{11}$ dyne/cm² ; 0·39]

23. এক লিটার গ্লিসারিনের উপর 10^4 gm/cm² চাপ দিলে গ্লিসারিনের আয়তন 0·24 c.c. কমে। গ্লিসারিনের আয়তন গুণাঙ্ক কত? [$4{\cdot}76\times10^7$ gm/cm²]

24. 100 inches দৈর্ঘ্যের এবং 1 inch ব্যাসের কোন দণ্ডের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক 3×10^6 lb/sq. inch এবং পোয়াসঁর অনুপাত 0·3। ওজন 10^3 lb হ'লে ব্যাস বরাবর বিকৃতি কত হয়?

[$12{\cdot}7\times10^{-6}$]

25. 50 cm. দীর্ঘ এবং 1 sq. mm. প্রস্থচ্ছেদের কোন তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $1{\cdot}24\times10^{12}$ dyne/cm²। তারের দৈর্ঘ্য 1 mm. বাড়াতে কত কাজ ক'রতে হয়? [0·124 Joule]

26. 1 mm. ব্যাসার্ধের একটি তারের এক প্রান্ত থেকে 40 Kg. ভর চাপানো হয়, যদি তারটি হঠাৎ ছিঁড়ে যায় তবে তারের উষ্ণতার কি পরিবর্তন হবে? তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক 12×10^{11} dyne/cm²; তারের উপাদানের ঘনত্ব 9 gm/c.c.; আঃ তাপ 0·1 ও $J=4{\cdot}2\times10^7$ ergs/cal।

[0·0036°C]

27. একটি পিতলের তারের ব্যাসার্ধ একটি ইস্পাতের তারের দ্বিগুণ। পিতলের তারের এক প্রান্ত ইস্পাতের তারের একপ্রান্তের সাথে যুক্ত করা হ'ল যাতে উভয় তারে একই অনুদৈর্ঘ্য বল প্রয়োগ করা যায়। পিতলের তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 1% হ'লে ইস্পাতের তারের শতকরা দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত হবে? ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক পিতলের সমান ধ'রে নাও। [4%]

28. 1 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদ যুক্ত একটি ইস্পাত দণ্ডের উভয় প্রান্ত ক্ল্যাম্প দ্বারা দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং প্রসারণের কোন সম্ভাবনা নেই। ঐ দণ্ডের প্রাথমিক উষ্ণতা 0°C ; উহার উষ্ণতা বাড়িয়ে 40°C করা হ'লে ক্ল্যাম্পে কত বল প্রযুক্ত হবে? ইস্পাতের $Y=2{\cdot}1\times10^{12}$ dyne/cm² ও $\alpha=1{\cdot}1\times10^{-5}$/°C। [$92{\cdot}4\times10^{8}$ dyne]

29. 1 mm. ব্যাসের এবং 3·14 m দৈর্ঘ্যের একটি তারকে ওজন দ্বারা টান ক'রলে 0·195 cm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয়। তারের পোয়াসন গুণাঙ্ক 0·5 হ'লে ঐ তারের ব্যাসের হ্রাস কত হবে? [$3{\cdot}72\times10^{-5}$ cm. (প্রায়)]

30. 10 cm. বাহুবিশিষ্ট একটি অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের সর্বনিম্নতল দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ রেখে সর্বোচ্চতলে স্পর্শক বরাবর $7{\cdot}5\times10^{10}$ dyne বল প্রয়োগ করার দরুন সর্বনিম্ন তলের তুলনায় সর্বোচ্চ তলের 0 03 cm. সরণ ঘটে। অ্যালুমিনিয়ামের দৃঢ়তা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[*Tripura H. S. 1981*] [$2{\cdot}5\times10^{11}$ dyne/cm²]

31. 3 cm. বাহুবিশিষ্ট অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের বিপরীত তলে সমান ও বিপরীত স্পার্শক বল প্রয়োগ ক'রলে 0 02° মোচড় কোণ সৃষ্টি করা হ'ল। অ্যালুমিনিয়ামের দৃঢ়তা গুণাঙ্ক 7×10^{11} dyne/cm² হ'লে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর। [22×10^{8} dyne.]

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

উদস্থিতিবিদ্যা
(HYDROSTATICS)

3.1. আগের পরিচ্ছেদগুলিতে আমরা বলের অধীনে কঠিন বস্তুর গতি ও সাম্য অবস্থা আলোচনা ক'রেছি। কিন্তু বস্তু তরল বা গ্যাস হ'তে পারে। সাম্য অবস্থায় তরলের বলবিদ্যাকে **উদস্থিতিবিদ্যা** বলে। তরলের গতি সংক্রান্ত বলবিদ্যাকে **উদগতিবিদ্যা** বলে। অনুরূপভাবে গ্যাসের বলবিদ্যাকে গ্যাসীয় স্থিতিবিদ্যা (Aerostatics) এবং গ্যাসীয় গতিবিদ্যা বলে।

3.2. ঘনত্ব (Density) :

প্রত্যেক বস্তুই পদার্থ দিয়ে তৈরি। সুতরাং প্রত্যেক বস্তুরই ভর আছে। **বস্তু সমসত্ত্ব হ'লে বস্তুর প্রতি একক আয়তনের ভরকে উহার ঘনত্ব বলে।** (*The density of a homogeneous substance is its mass contained in unit volume.*) আবার প্রত্যেক বস্তুকে (কঠিন, তরল বা গ্যাস) পৃথিবী আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণের জন্য প্রত্যেক বস্তুর ওজন থাকে। সুতরাং **ঘনত্ব পদার্থের সাধারণ ধর্ম।** সমসত্ত্ব প্রবাহীর (Fluid) ঘনত্ব চাপ, উষ্ণতা ইত্যাদির উপর নির্ভর করে। কোন পদার্থের v আয়তনের ভর m হ'লে ইহার ঘনত্ব $\rho = \frac{m}{v}$। বস্তু সমসত্ত্ব না হ'লে, গড় ঘনত্ব $= \frac{\text{মোট ভর}}{\text{মোট আয়তন}}$। যেমন পৃথিবী অসমসত্ত্ব হওয়ায় ইহার মোট ভরকে মোট আয়তন দিয়ে ভাগ ক'রে ইহার গড় ঘনত্ব 5·52 gm/c.c. পাওয়া যায়।

ঘনত্বের একক (*Units of density*) : সি· জি· এস্·, এম্· কে· এস্· ও এফ্· পি· এস্· পদ্ধতিতে ঘনত্বের একক যথাক্রমে গ্রাম/সে· মি·^{3}, কি· গ্রা·/মি·^{3} ও পাউন্ড/ফুট^3। এই তিন পদ্ধতিতে জলের ঘনত্ব যথাক্রমে 1 gm/c. c., 10^3Kg./m^3. ও 62·5 lb/ft^3। কাজেই ঘনত্বের সংখ্যা এককের পদ্ধতির উপর নির্ভর করে।

উদাহরণ (Examples) :

1. (a) m_1 ভরের কোন তরলকে m_2 ভরের অপর একটি তরলের সঙ্গে মেশানো হয়। তরল দু'টির ঘনত্ব যথাক্রমে d_1 ও d_2 হ'লে মিশ্রণের ঘনত্ব কত হয় ?

(b) তামার খাদ মেশানো একখণ্ড সোনার ভর 100 gm. এবং ঘনত্ব 16 gm/c.c.। সোনার ঘনত্ব 19 gm./c.c. এবং তামার ঘনত্ব 9 gm./c.c. হ'লে ঐ খণ্ডে সোনার পরিমাণ কত ?

সমাধান ঃ (a) মিশ্রণের মোট ভর $= m_1 + m_2$ এবং ইহার ঘনত্ব d।

মিশ্রণের মোট আয়তন = প্রথম তরলের আয়তন + দ্বিতীয় তরলের আয়তন।

$$\therefore \quad \frac{m_1+m_2}{d} = \frac{m_1}{d_1} + \frac{m_2}{d_2} = \frac{m_1d_2+m_2d_1}{d_1d_2}$$

$$\therefore \quad d = \frac{d_1d_2(m_1+m_2)}{m_1d_2+m_2d_1}\text{।}$$

(b) ধরা যাক, বিশুদ্ধ সোনার ভর $= W$ gm.।

তাহ'লে তামার ভর $=(100 - W)$ gm.

খাদ মিশ্রিত সোনার খণ্ডের আয়তন $= \frac{100}{16}$ c.c.।

সোনার আয়তন $= \frac{W}{19}$ c.c. এবং তামার আয়তন $= \frac{100-W}{9}$ c.c.।

$$\therefore \quad \frac{100}{16} = \frac{W}{19} + \frac{100-W}{9} = \frac{9W+1900-19W}{171} = \frac{1900-10W}{171}$$

$$\therefore \quad W = \frac{16\times 1900 - 171\times 100}{160} = \frac{1330}{16} = 83{\cdot}125 \text{ gm.}$$

2. দু'ই বস্তুকে তুলাদণ্ডের দুই প্রান্ত থেকে ঝুলিয়ে জলে ডোবালে তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে। একটি বস্তুর ওজন 28 gm. ও ঘনত্ব 5·6 gm/c.c.। অপর বস্তুর ওজন 36 gm. হ'লে ইহার ঘনত্ব কত ?

সমাধান ঃ ধরা যাক ঘনত্ব $= d$ gm/c.c.।

প্রশ্নানুযায়ী, জলে নিমজ্জিত অবস্থায় বস্তু দ্বয়ের আপাত ওজন সমান। আবার

প্রথম বস্তুর আয়তন $= \frac{28}{5{\cdot}6}$ c.c. $= 5$ c.c.।

প্রথম বস্তুর আপাত ওজন = (বায়ুতে ওজন) - (অপসারিত জলের ওজন) $=(28-5)$ gm. $= 23$ gm.

দ্বিতীয় বস্তুর আয়তন $= \frac{36}{d}$ c.c.।

$\therefore$ দ্বিতীয় বস্তুর আপাত ওজন $= \left(36 - \frac{36}{d}\right)$gm.

$\therefore \quad 36 - \frac{36}{d} = 23$; অথবা, $\frac{36}{d} = 13$; অথবা $d = \frac{36}{13} = 2{\cdot}77$ gm/c.c.।

3. কোন ফাঁপা গোলকের বাইরের এবং ভিতরের ব্যাস যথাক্রমে 12 cm. ও 8 cm.। গোলক 1·03 gm/c.c. ঘনত্বের তরলে ভাসে। গোলকের উপাদানের ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ গোলকের বাইরের এবং ভিতরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6 cm. এবং 4 cm.।

$\therefore$ গোলকের বাইরের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$ c.c.।

গোলকের ভিতরের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(4)^3$ c.c.

$\therefore$ গোলকের উপাদানের আয়তন $=\frac{4}{3}\pi(6)^3$ c.c. $-\frac{4}{3}\pi(4)^3$ c.c.
$=\frac{4}{3}\pi\times 152$ c.c.।

ধরা যাক্, গোলকের উপাদানের ঘনত্ব $=d$ gm./c.c.

কাজেই, গোলকের ভর = আয়তন × ঘনত্ব $=\frac{4}{3}\pi\times 152\times d$।

গোলক তরলে ভাসায়,

অপসারিত তরলের ভর = গোলকের বাইরের আয়তনের সম আয়তন তরলের ভর
$=\frac{4}{3}\pi 6^3\times 1\cdot 03$ gm.।

ভাসনের শর্তানুযায়ী, গোলকের ভর = অপসারিত তরলের ভর।

অতএব, $\frac{4}{3}\pi\times 152\times d=\frac{4}{3}\pi(6)^3\times 1\cdot 03$।

$$\therefore\quad d=\frac{216\times 1\cdot 03}{152}=1\cdot 46 \text{ gm./c.c. (প্রায়)}$$

3·3. আপেক্ষিক গুরুত্ব (Specific gravity) :

সম আয়তন বিভিন্ন বস্তুর ভর বিভিন্ন হয়। যেমন সমান আয়তনের একটি কাঠের ঘনকের চেয়ে লোহার ঘনকে বেশি ভর থাকে। অর্থাৎ লোহার ঘনক কাঠের ঘনকের চেয়ে অনেক বেশি ভারী হয়। আবার এক ঘন সেন্টিমিটার সোনা এক ঘন সেন্টিমিটার তামার চেয়ে ভারী। কোন পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব ব'লতে বোঝায় যে, ঐ পদার্থ নির্দিষ্ট মানের সম আয়তন কোন পদার্থের চেয়ে কতগুণ ভারী।

কোন বস্তুর যে কোন আয়তনের ওজন এবং কোন নির্দিষ্ট মানের সমআয়তন বস্তুর ওজনের অনুপাতকে ঐ বস্তুর উপাদানের আপেক্ষিক গুরুত্ব বলে। (*The specific gravity of a substance is the ratio of the weight of any volume of the substance to the weight of an equal volume of some standard substance.*) কঠিন ও তরলের বেলায় ঐ নির্দিষ্ট মানের বস্তু 4°C উষ্ণতায় জল এবং গ্যাসের বেলায় ঐ নির্দিষ্ট মানের বস্তু প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় হাইড্রোজেন গ্যাস।

কঠিন বা তরল পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্বকে S ব'ললে,

$$S=\frac{\text{বস্তুর } V \text{ আয়তনের ওজন}}{4^\circ\text{C উষ্ণতায় } V \text{ আয়তন জলের ওজন}}$$

$$=\frac{\text{বস্তুর } V \text{ আয়তনের ভর}}{4^\circ\text{C উষ্ণতায় } V \text{ আয়তন জলের ভর}}$$

$$=\frac{\text{বস্তুর এক একক আয়তনের ভর}}{4^\circ\text{C উষ্ণতায় এক একক আয়তন জলের ভর}}$$

$$\text{অতএব, } S=\frac{\text{বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব}}{4^\circ\text{C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব}}\text{।}$$

সুতরাং, আপেক্ষিক গুরুত্ব দু'ই ঘনত্বের অনুপাত বা ভাগফল। এই কারণে অনেক সময় আপেক্ষিক গুরুত্বকে **আপেক্ষিক ঘনত্ব** (*relative density*)-ও বলা হয়। আপেক্ষিক গুরুত্ব দুই ঘনত্বের অনুপাত হওয়ায়, ইহা বিশুদ্ধ সংখ্যা ; ইহার কোন একক বা মাত্রা নেই।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব = 1 gm/c.c।

$$\text{সুতরাং,}\quad S=\frac{\text{বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব}}{1}=\text{বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব।}$$

কাজেই, এই পদ্ধতিতে **বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব এবং আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান**। এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব = 62·5 lb/cu. ft.।

$$\text{সুতরাং,}\quad S=\frac{\text{বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব}}{62\cdot5}$$

অথবা, $S\times62\cdot5$ = **বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব।**

সুতরাং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে আপেক্ষিক গুরুত্বকে 62·5 দিয়ে গুণ ক'রলে গুণফলই হয় বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব।

3.4. ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্বের তুলনা ঃ

(i) আপেক্ষিক গুরুত্ব একটি বিশুদ্ধ সংখ্যা ; ইহার কোন একক বা মাত্রা নেই। কিন্তু ঘনত্বের একক ও মাত্রা আছে।

(ii) সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান হয়। যেমন লোহার আপেক্ষিক গুরুত্ব 7·2 হ'লে লোহার ঘনত্ব হয় 7·2 gm/c.c.

(iii) এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ঘনত্বের মান এবং আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান নয়। এই পদ্ধতিতে ঘনত্বকে 62·5 দিয়ে ভাগ ক'রলে আপেক্ষিক গুরুত্ব পাওয়া যায়। যেমন, লোহার ঘনত্ব 7·2 × 62·5 lb./cu. ft.। কিন্তু লোহার আপেক্ষিক গুরুত্ব $=\dfrac{7\cdot2\times62\cdot5}{62\cdot5}=7\cdot2$।

3.5. উষ্ণতা সংশোধন (Temperature correction) ঃ

পরীক্ষাগারে আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয় করার সময় আমরা ঘরের উষ্ণতায় জল নিয়ে কাজ করি। সুতরাং, পরীক্ষালব্ধ মানে কিছু ত্রুটি থেকে যায়। এই ত্রুটি সংশোধন ক'রতে হয়। আমরা জানি যে,

$$S=\frac{\text{বস্তুর } V \text{ আয়তনের ভর}}{4^\circ\text{C উষ্ণতায় জলের } V \text{ আয়তনের ভর}};\ \text{অতএব,}$$

$$S=\frac{\text{বস্তুর } V \text{ আয়তনের ভর}}{t^\circ\text{C উষ্ণতায় জলের } V \text{ আয়তনের ভর}}\times\frac{t^\circ\text{C উষ্ণতায় জলের } V \text{ আয়তনের ভর}}{4^\circ\text{C উষ্ণতায় জলের } V \text{ আয়তনের ভর}}$$

= নির্ণীত আপেক্ষিক গুরুত্ব × t°C উষ্ণতায় জলের আপেক্ষিক গুরুত্ব।

3·6. সাধারণ উষ্ণতায় বিভিন্ন পদার্থের ঘনত্ব ঃ

পদার্থ	ঘনত্ব gm/c.c.	পদার্থ	ঘনত্ব gm/c.c.	পদার্থ	ঘনত্ব gm/c.c.
অ্যালুমিনিয়াম	2·7	সীসা	11·34	বায়ু	$1{\cdot}293 \times 10^{-3}$
পিতল	8·44—8·70	মোম	0·9	কার্বন ডাইঅক্সাইড	$1{\cdot}997 \times 10^{-3}$
তামা	8·89	প্যারাফিন তেল	0·8	হাইড্রোজেন	$0{\cdot}090 \times 10^{-3}$
কাচ	2·4 – 2·8	কর্ক	0·4	হিলিয়াম	$0{\cdot}178 \times 10^{-3}$
বরফ	0·917	ইস্পাত	7·8	নাইট্রোজেন	$1{\cdot}251 \times 10^{-3}$
লোহা	7·9	টাংস্টেন	19·3	অক্সিজেন	$1{\cdot}429 \times 10^{-3}$
সোনা	19·3	দস্তা	7·1		
পারদ	13·595				
জল (4°C)	1·000				

উদাহরণ (Example) ঃ

কোন কর্কের বায়ুতে ওজন 19 gm. এবং একখণ্ড সিলভারের বায়ুতে ওজন 63 gm.। কর্ক ও সিলভারের খণ্ডকে এক সঙ্গে বেঁধে জলের উপর রাখলে উহারা ভাসে। সিলভারের আপেক্ষিক গুরুত্ব 10·5 হ'লে কর্কের আপেক্ষিক গুরুত্ব কত হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক্ কর্কের আপেক্ষিক গুরুত্ব $=S$

সিলভার ও কর্কের মোট ভর $=(63+19)$ gm. $=82$ gm.

সুতরাং, অপসারিত জলের ভর $=82$ gm.

সিলভার ও কর্কের মোট আয়তন $=\left(\frac{19}{S}+\frac{63}{10\cdot5}\right)$ c.c.

$\therefore$ অপসারিত জলের ভর $=\left(\frac{19}{S}+\frac{63}{10\cdot5}\right)$ gm.

$$\frac{19}{S}+\frac{63}{10\cdot5}=82 \text{ । } \therefore \frac{19}{S}=82-\frac{63}{10\cdot5}=\frac{82\times10\cdot5-63}{10\cdot5}=\frac{798}{10\cdot5}$$

$$\therefore S=\frac{19\times10\cdot5}{798}=0\cdot25 \text{ ।}$$

3.7. আর্কিমিডিসের নীতি (Archimedes' principle) ঃ

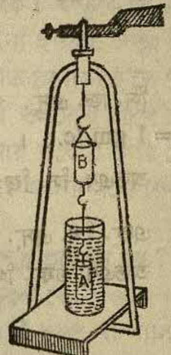
কোন বস্তুকে স্থির তরল বা গ্যাসে আংশিক অথবা পূর্ণ নিমজ্জিত ক'রলে ঐ বস্তুর ওজনের আপাত হ্রাস হয়। এই হ্রাস বস্তু যে আয়তনের তরল বা গ্যাস অপসারিত করে তার ওজনের সমান হয়। (*When a body is immersed either wholly or partly in a fluid at rest, it appears to loose a part of its weight, which is equal to the weight of the fluid displaced.*)

জলের তলায় কোন বস্তুকে ধ'রলে বস্তু কিছুটা হাল্কা মনে হয়। যেমন জলের তলায় ইঁটকে ধ'রলে বেশ হাল্কা মনে হয়। তার কারণ, ইঁট যে পরিমাণ জল অপসরণ করে ইঁটের ওজনও সেই পরিমাণ কমে যায়। আর্কিমিডিস্ প্রথম এই ঘটনা লক্ষ্য করেন।

3.8. পরীক্ষার সাহায্যে আর্কিমিডিসের নীতির সত্যতা নিরূপণ (Verification of Archimedes' principle) ঃ

29 নং চিত্রে A একটি চোঙ এবং B একটি একমুখ খোলা ফাঁপা চোঙ। A চোঙকে B চোঙের মধ্যে আঁট ভাবে বসানো যায়। অর্থাৎ A চোঙের বাইরের আয়তন B চোঙের ভিতরের আয়তনের সমান। কোন তুলাদণ্ডের বাম বাহু থেকে B কে ঝোলানো হয় এবং B এর নীচের আংটা থেকে A কে ঝোলানো হয়। ডানদিকের তুলাপাত্রে ওজন চাপিয়ে তুলাদণ্ড অনুভূমিক করা হয়। তারপর বামদিকের তুলাপাত্রের উপর আড়াআড়িভাবে একটি কাঠের সেতু রাখা হয়। ঐ সেতুর উপর

একটি খালি বীকার রেখে A চোঙকে বীকারের মধ্যে ঝুলতে দেওয়া হয়। বীকারের মধ্যে জল ঢেলে A কে পূর্ণ নিমজ্জিত করা হয়। লক্ষ্য রাখতে হবে যে A চোঙ যেন বীকারের গায়ে না ঠেকে এবং বীকার যেন তুলা পাত্রকে স্পর্শ না করে। A চোঙকে বীকারের জলে ডোবানোর সঙ্গে সঙ্গেই দেখা যায় যে, তুলাদণ্ড আর অনুভূমিক নেই—ডানদিকের তুলাপাত্র ভারী হ'য়ে নীচের দিকে নেমে গেছে। কাজেই, প্রমাণিত হয় যে, A চোঙকে জলে ডোবালে ইহার ওজন কমে। এবার ফাঁপা চোঙ B এর মধ্যে জল ঢেলে B কে পূর্ণ করা হয়। এই সময় দেখা যায় যে, তুলাদণ্ড আবার অনুভূমিক হ'য়েছে। আমরা জানি যে, A চোঙের বাইরের আয়তন B চোঙের ভিতরের আয়তনের সমান। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, A চোঙকে জলে ডোবালে উহার ওজনের আপাত হ্রাস হয় এবং এই হ্রাস A চোঙের সমআয়তন জলের ওজনের সমান হয়। অন্য যে কোন তরল নিয়েও পরীক্ষাটি করা যায়। সুতরাং, পরীক্ষার সাহায্যে আর্কিমিডিসের নীতি প্রমাণ করা যায়।



চিত্র 29

3.9. আর্কিমিডিসের নীতির ব্যবহারিক প্রয়োগ (Practical application of Archimedes' principle) :

এই নীতির সাহায্যে আমরা,

(i) যে কোন আকারের কঠিন বস্তুর আয়তন

(ii) বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব এবং

(iii) সংকর ধাতুতে উভয় ধাতুর পরিমাণ নির্ণয় ক'রতে পারি :

(i) যে কোন আকারের কঠিন বস্তুর আয়তন নির্ণয় :

এক্ষেত্রে এমন একটি তরল নিতে হয় যার ঘনত্ব বস্তুর গড় ঘনত্বের চেয়ে কম এবং বস্তু ঐ তরলে দ্রবীভূত হয় না বা ইহার সাথে রাসায়নিক বিক্রিয়া ঘটায় না।

ধরা যাক্, বস্তুর বায়ুতে ওজন $= W_1$ gm ,

তরলে পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় বস্তুর ওজন $= W_2$ gm.,

তরলের ঘনত্ব $= \rho$ gm./c.c.,

অতএব, অপসারিত তরলের ভর $= (W_1 - W_2)$ gm.

সুতরাং, অপসারিত তরলের আয়তন $= \dfrac{W_1 - W_2}{\rho}$ c.c = বস্তুর আয়তন।

বায়ুতে এবং পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় জলে বস্তুর ওজন নির্ণয় ক'রলে বস্তুর আয়তন হয়,

$\dfrac{W_1 - W_2}{\rho} = (W_1 - W_2)$ c.c.। কারণ জলের ঘনত্ব মোটামুটি ভাবে 1 gm/c.c.।

(ii) **বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব নির্ণয় :**

আমরা জানি যে, বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব

$$= \frac{\text{বস্তুর ভর}}{\text{বস্তুর আয়তন}} = \frac{W_1}{(W_1 - W_2)/\rho} = \frac{\rho W_1}{(W_1 - W_2)}$$

[কারণ বস্তুর আয়তন $= (W_1 - W_2)/\rho$]

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে জলের ঘনত্বকে সাধারণত 1 gm./c.c. ধরা হয় অর্থাৎ $\rho = 1$ gm./c.c ।

অতএব, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব $= \frac{W_1}{W_1 - W_2}$ gm/c.c.

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে জলের ঘনত্বকে সাধারণত 62·5 lb/cu. ft. ধরা হয়।

অতএব, এফ্. পি এস্, পদ্ধতিতে বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব

$$= \frac{W_1 \times 62.5}{W_1 - W_2} \text{ lb/cu.ft.}$$

ঘনত্ব নির্ণয় ক'রে কোন ধাতুর বিশুদ্ধতা জানা যায়। যেমন, একখণ্ড সোনা খাঁটি কিনা পরীক্ষা করার জন্য এই পদ্ধতিতে সোনার ঘনত্ব নির্ণয় করা যায়। যদি দেখা যায় যে, এই ঘনত্ব খাঁটি সোনার ঘনত্ব 19·32 gm/c.c. এর সমান হয় তাহ'লে ঐ খণ্ডটি বিশুদ্ধ সোনার তৈরী। আর তা না হ'লে ঐ খণ্ড বিশুদ্ধ সোনার তৈরী নয়—খাদ মেশানো আছে।

(iii) **সংকর ধাতুতে উভয় ধাতুর পরিমাণ নির্ণয়** (*Determination of the amounts of two metals in an alloy*) **:**

A ও B ধাতুর সংকর ধাতব খণ্ডকে প্রথমে বায়ুতে ও পরে জলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন করা হয়।

ধরা যাক্,

সংকর ধাতব খণ্ডের বায়ুতে ওজন $= W_1$ গ্রাম

" " " জলে ওজন $= W_2$ গ্রাম

সুতরাং, আর্কিমিডিসের নীতি অনুযায়ী, সংকর ধাতব খণ্ডের আয়তন $= (W_1 - W_2)$ c.c. এই খণ্ডে A ধাতুর পরিমাণ x গ্রাম হ'লে B ধাতুর পরিমাণ $= (W_1 - x)$। A ও B ধাতুর ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_1 ও ρ_2 হ'লে,

$$\frac{x}{\rho_1} + \frac{W_1 - x}{\rho_2} = W_1 - W_2$$

$$\text{বা,} \quad x\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right) = W_1 - W_2 - \frac{W_1}{\rho_2}$$

$$\text{বা,} \quad x = \left(W_1 - W_2 - \frac{W_1}{\rho_2}\right) \times \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1}$$

কাজেই, W_1, W_2, ρ_1 ও ρ_2 এর মান জানা থাকলে সংকর ধাতব খণ্ডে A ও B এর পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. বৃত্ত পথে ঘূরন্ত উপগ্রহে আর্কিমিডিসের সূত্র কি প্রযোজ্য হয় ?

বৃত্ত পথে ঘূরন্ত উপগ্রহে সবকিছুই ভারহীন অবস্থায় থাকে। বস্তুকে যে তরলে বা গ্যাসে নিমজ্জিত করা হয় তার ওজন এবং বস্তুর ওজন শূন্য হওয়ায় বস্তুর উপর প্লবতার মানও শূন্য হয়। কাজেই এক্ষেত্রে আর্কিমিডিসের নীতি প্রযোজ্য হ'তে পারে না। যেমন, কৃত্রিম উপগ্রহে কোন কর্ককে জলপূর্ণ পাত্রের তলদেশে রেখে ছেড়ে দিলে কর্ক ভেসে ওঠে না। কারণ প্লবতার মান শূন্য হওয়ায় কর্কের উপর কোন ঊর্ধ্বঘাত পড়ে না। কাজেই কর্ক ভেসে ওঠে না। কর্ককে জলের মধ্যে যেখানে ছাড়া হয় সেখানেই থাকে।

2. অবাধে পতনশীল বস্তুর বেলায় কি আর্কিমিডিসের সূত্র প্রযোজ্য হয় ?

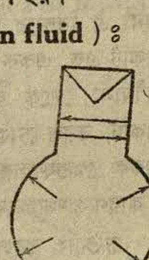
কৃত্রিম উপগ্রহে অবস্থিত বস্তুর ন্যায় অবাধে পতনশীল বস্তুরও কোন ওজন থাকে না। তরল বা গ্যাসে নিমজ্জিত অবস্থায় কোন বস্তু যখন ঐ তরল বা গ্যাস সহ অবাধে অভিকর্ষজ ত্বরণের প্রভাবে নীচে নামতে থাকে তখন বস্তু ও ঐ তরল বা গ্যাস উভয়েরই ওজন শূন্য হয়। তাই বস্তুর উপর প্লবতার মানও শূন্য হয়। কাজেই, এক্ষেত্রেও আর্কিমিডিসের নীতি প্রযোজ্য হয় না। তাছাড়া আমরা জানি যে, অবাধে পড়ার সময় সকল বস্তুই সমান সময়ে সমান দূরত্ব যায়। কাজেই, তরল বা গ্যাস এবং ইহাতে নিমজ্জিত বস্তুর মধ্যে কোন আপেক্ষিক গতিবেগ থাকতে পারে না। তাই এক্ষেত্রে আর্কিমিডিসের নীতি প্রযোজ্য হয় না।

3.10. প্রবাহী (Fluid) ঃ

বলবিদ্যায় পদার্থকে কঠিন এবং প্রবাহী এই দুইভাগে ভাগ করা হয়। প্রবাহিত হতে পারে এরূপ পদার্থকে **প্রবাহী** বলে। প্রবাহীর নিজের কোন আকার নেই, ধারক পাত্রের আকারই ইহার আকার। কাজেই, প্রবাহী ব'লতে আমরা তরল ও গ্যাস উভয়কেই বুঝি। অবশ্য গ্যাস ও তরলের অনেক পার্থক্য আছে। যেমন, **তরলের নির্দিষ্ট আয়তন আছে, কিন্তু গ্যাসের কোন আয়তন নেই। তরলের সংনম্যতা (*compressibility*) খুবই কম, কিন্তু গ্যাসকে খুব সহজেই সংকুচিত করা যায়। আবার তরলের প্রসারণ খুব কম হয় কিন্তু গ্যাসের প্রসারণ খুব বেশি হয়।**

3.11. প্রবাহীর অভ্যন্তরে চাপ (Pressure in fluid) ঃ

দেওয়ালে এবং তলায় ছিদ্র আছে এরূপ কোন পাত্রে প্রবাহী রাখলে দেখা যায় যে, ইহা সব ছিদ্র দিয়েই বেরিয়ে আসে (চিত্র 30)। প্রত্যেক ছিদ্রের মুখ চাক্তি দিয়ে বন্ধ ক'রলে ঐ প্রবাহ বন্ধ হয়। কিন্তু দেখা যায় যে, প্রত্যেক চাক্তিকে স্থির রাখতে গেলে উহাদের উপর বাইরে থেকে প্রবাহের বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। সুতরাং বোঝা যায় যে, পাত্রের ভিতরে প্রবাহী ঐ পাত্রের দেওয়ালে বল প্রয়োগ করে। আরো দেখা যায় যে, এই বল দেওয়ালের গায়ে **প্রত্যেক বিন্দুতে লম্বভাবে ক্রিয়া করে। কোন তলে প্রবাহী যে মোট বল প্রয়োগ করে তাকে ঘাত (*thrust*) বলে।**


চিত্র 30

এই ঘাত পাত্রের দেওয়ালে বাধা পায়।

প্রবাহীর চাপ ঃ কোন তলে স্থির অবস্থায় থেকে প্রবাহী সেই তলের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে অভিলম্ব বল প্রয়োগ করে তাকে **প্রবাহীর চাপ** বলে। (The pressure of a fluid at rest is the normal force exerted by the fluid on unit area of a surface with which it is in contact.)

ঐ তলের **দুই সমান ক্ষেত্রফলের উপর ঘাত সমান হ'লে চাপ সম হয়।**

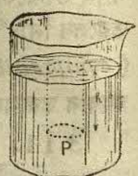
কোন তলের ক্ষেত্রফল A এবং প্রবাহীর অভিলম্ব ঘাত F হ'লে চাপ $P = F/A$। তলের উপর ঘাত সর্বত্র সমান না হ'লে F/A হয় গড় চাপ।

কোন বিন্দুতে প্রবাহীর চাপ ঃ কোন বিন্দুর চারপাশে এক একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রবাহী যে অভিলম্ব বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ বিন্দুতে প্রাবাহীর চাপ বলে। (*The presseure at a point due to a fluid is the normal force exerted by the fluid on unit area containing that point.*

চাপ সম না হ'লে কোন বিন্দুতে চাপ নির্ণয় ক'রতে হ'লে ঐ বিন্দুর সন্নিহিত তলে অতি ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফল ΔA কল্পনা ক'রতে হয়। এই ক্ষেত্রফলের উপর অভিলম্ব বল ΔF হ'লে চাপ $P = \frac{\Delta F}{\Delta A}$।

3.12. স্থির তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে চাপের পরিমাণ নির্ণয় (Determination of pressure at a point in a liquid) ঃ

ধরা যাক্, কোন পাত্রে খানিকটা তরল আছে। ঐ তরলের মধ্যে h গভীরতায় P একটি বিন্দু (চিত্র 31)। এই P বিন্দুতে তরলের চাপ নির্ণয় ক'রতে হবে। আমরা মনে ক'রতে পারি যে, তরল কতকগুলি অনুভূমিক স্তরে বিভক্ত। তাহ'লে প্রত্যেক স্তরে ইহার উপরের স্তরগুলির ওজন পড়ে। সুতরাং তরলের কোন বিন্দুতে চাপ ঐ বিন্দুর গভীরতার সমানুপাতিক হয়। আবার তরলের ওজন ইহার ঘনত্বের উপর নির্ভর করায় ঐ চাপ তরলের ঘনত্বের উপরও নির্ভর করে। দেখা যায় যে, স্থির তরলের কোন বিন্দুর চারপাশে চাপ সমান। সুতরাং P বিন্দুতে চাপ নির্ণয় করার জন্য ঐ বিন্দুর চারপাশে তরলের উপর তলের সামান্তরালে একটি এক একক ক্ষেত্রফল কল্পনা করা হয়। ঐ ক্ষেত্রফলের সীমানা থেকে কতকগুলি লম্ব তরলের উপরতল পর্যন্ত টানলে একটি তরল চোঙ পাওয়া যায়। এই তরল চোঙের ওজনই হয় P বিন্দুর চারপাশে একক ক্ষেত্রফলের উপর তরলের অভিলম্ব বল। তরল চোঙের আয়তন $= h \times 1$ (কারণ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1)।



চিত্র 31

সুতরাং, তরল চোঙের ভর $= h \times 1 \times d$ [d = তরলের ঘনত্ব]

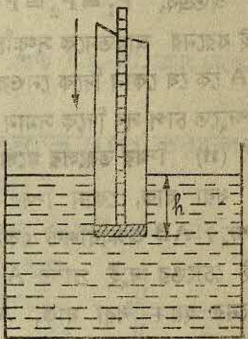
এবং ওজন $= h \times d \times g$ [g = অভিকর্ষজ ত্বরণ]।

সুতরাং, **P বিন্দুতে চাপ = hdg**

কাজেই, স্থির তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে চাপ ঐ বিন্দুর গভীরতা ও তরলের ঘনত্বের সমানুপাতিক হয়।

*** বিকল্প পদ্ধতি ঃ** a প্রস্থচ্ছেদের কোন ধাতব চোঙ কল্পনা করা যাক (চিত্র 32)। এই চোঙের সঙ্গে একটি ভারহীন পিস্টন আটকানো হয়। এই চোঙকে ρ ঘনত্বের তরলে নিমজ্জিত করা হয়।

পিস্টনের নীচে তরলের জন্য পিস্টনের উপর ঊর্ধ্বঘাত F হ'লে পিস্টনকে একই স্থানে ধ'রে রাখার জন্য ইহার উপর নীচের দিকে F বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। পিস্টনকে নীচের দিকে x দূরত্ব সরালে ইহার উপর কৃত কার্য হয় $F.x$। নীচের দিকে পিস্টনের এই গতির জন্য $x.a$ আয়তনের তরল চোঙ থেকে বেরিয়ে যায়। এই নির্গত তরলের ভর $xa\rho$ এবং ইহার ওজন $xa\rho g$; g অভিকর্ষজ ত্বরণ।



চিত্র 32

ইহার দরুন তরল পাত্রে তরলের লেভেল কিছুটা উপর দিকে ওঠে। কাজেই বলা যায় যে, $xa\rho g$ ওজনের তরল উপর দিকে h দূরত্ব ওঠে। অন্যভাবে বলা যায় যে, তরলের স্থিতিশক্তি বাড়ে $xa\rho gh$। এই স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পিস্টনের উপর কৃত কার্যের সমান হয়। কাজেই,

$$F \cdot x = xa\rho gh \text{। অথবা, } \frac{F}{a} = h\rho g$$

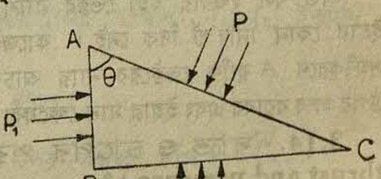
অর্থাৎ h গভীরতায় তরলের চাপ $= h\rho g$।

($\therefore$ F/a = বল/ক্ষেত্রফল = চাপ)

একটা কথা বলা প্রয়োজন যে, গভীরতা অপরিবর্তিত থাকলে ধাতব চোঙ হেলানো অবস্থায় থাকলেও উপরের আলোচনা প্রযোজ্য হয়। কাজেই দেখা যায় যে, তরল স্তম্ভের চাপ কেবলমাত্র উহার গভীরতা এবং ঘনত্বের উপর নির্ভর করে। কিন্তু তরল পাত্রের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না।

3.13. তরল চাপের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of liquid pressure) ঃ

(i) **স্থির তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে সব দিকে চাপ সমান ঃ** ধরা যাক, কোন পাত্রে তরল আছে। AB, BC, ও CA কাল্পনিক তল দিয়ে আবদ্ধ ঐ তরলের সাম্য অবস্থা বিবেচনা করা যাক (চিত্র 33)। ধরা যাক, AB তলের উপর চাপ P_1, BC তলের উপর চাপ P_2 এবং AC তলের উপর চাপ P। AB, BC ও CA কাল্পনিক তল দিয়ে আবদ্ধ তরলের আয়তন এতই কম যে



চিত্র 33

প্রত্যেক তলে চাপ সব জায়গায় সমান ধরা যায় এবং ঐ তরলের ওজন অগ্রাহ্য করা

যায়। ধরা যাক AC, তলের ক্ষেত্রফল S ও $\angle CAB = \theta$ এবং AB ও BC পরস্পরের সংগে লম্ব। তাহ'লে AC তলের উপর বল $= P.S$। এই বলকে BC এবং AB বরাবর উপাংশে ভাগ ক'রলে লেখা যায়

$$P.S \cos\theta = P_1 \times S \cos\theta \text{ এবং } PS \sin\theta = P_2 \times S \sin\theta$$

অতএব, $P_1 = P_2 = P$।

এই ধরনের আয়তনকে সংকুচিত ক'রে বিন্দুতে পরিণত করা যায় এবং AB, BC ও CA কে যে কোন দিকে নেওয়া যায়। কাজেই, কোন স্থির তরলের ভিতরে কোন বিন্দুতে চাপ সব দিকে সমান।

(ii) **স্থির তরলের মধ্যে কোন অনুভূমিক লেভেলে সব বিন্দুতে চাপ সমান ঃ**

ধরা যাক, কোন স্থির তরলের মধ্যে একই অনুভূমিক লেভেলে A ও B দু'ই বিন্দু। AB অক্ষবিশিষ্ট একটি অনুভূমিক তরল চোঙ কল্পনা করা যাক (চিত্র 34)। এই চোঙের দুই প্রান্ত A ও B বিন্দু দিয়ে যায়। ইহার প্রস্থচ্ছেদ S খুবই কম মানের হয়। ধরা যাক, A ও B বিন্দুতে চাপ P_1 ও P_2। এই চাপ P_1 ও P_2 AB রেখা বরাবর ক্রিয়া করে। কাজেই, A বিন্দুতে ঘাত $P_1.S$ ক্রিয়া করে AB বরাবর এবং B বিন্দুতে ঘাত $P_2.S$ ক্রিয়া করে BA বরাবর। তরল চোঙের বক্রপৃষ্ঠে অভিলম্বভাবে ক্রিয়াশীল ঘাতের AB বরাবর কোন উপাংশ নেই। আবার AB তরল চোঙ সাম্য অবস্থায় থাকায় $P_1.S = P_2.S$, অথবা $P_1 = P_2$। সুতরাং, স্থিরতলের মধ্যে কোন অনুভূমিক লেভেলে সব বিন্দুতে চাপ সমান।



চিত্র 34

আমরা জানি যে, প্রবাহীর চাপের দরুন কোন তলের উপর যে অভিলম্ব বল ক্রিয়া করে তাকে প্রবাহীর ঘাত বলে। কোন বিন্দুর চারপাশে ক্ষুদ্র তলের ক্ষেত্রফল A এবং ঐ বিন্দুতে প্রবাহীর চাপ P হ'লে উহার উপর ঘাত $F = P.A$ ··· ··· ··· ··· (i)

ঘাত বল হওয়ায় ইহা ভেক্টর রাশি। চাপ সব দিকে সমানভাবে ক্রিয়া করায় ইহার কোন নির্দিষ্ট দিক নেই। কাজেই চাপ স্কেলার রাশি। তাহ'লে (i) নং সমীকরণে A রাশি ভেক্টরের ন্যায় আচরণ করে। এই ভেক্টরের দিক ক্ষেত্রফলের উপর লম্ব বরাবর এবং ইহার মান ক্ষেত্রফল A।

3.14. ঘাত ও চাপের পরম একক (Absolute units of thrust and pressure) ঃ

(i) সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঘাতের একক dyne এবং চাপের একক $dyne/cm^2$.

(ii) এফ. পি. এস্. পদ্ধতিতে ঘাতের একক poundal এবং চাপের একক poundal/sq. ft.।

(iii) এস্‌. আই. পদ্ধতিতে ঘাতের একক newton এবং চাপের একক newton/(metre)^2।

3.15. ঘাত ও চাপের অভিকর্ষীয় একক ঃ

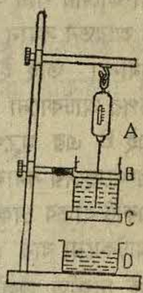
(i) সি. জি. এস্‌. পদ্ধতিতে ঘাতের অভিকর্ষীয় একক gm.-wt. এবং চাপের অভিকর্ষীয় একক gm.-wt./sq. cm.।

(ii) এফ্‌. পি. এস্‌. পদ্ধতিতে ঘাতের অভিকর্ষীয় একক lb.-wt. এবং চাপের একক lb-wt/sq. ft.।

(iii) এস্‌. আই. পদ্ধতিতে ঘাতের অভিকর্ষীয় একক Kg.-wt. এবং চাপের একক Kg.-wt/(metre)^2

3.16. স্থির তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে 'চাপ তরলের ঘনত্বের সমানুপাতিক' প্রমাণের পরীক্ষা ঃ

35 নং চিত্রে A স্প্রিং তুলা ও B দুমুখ খোলা কাচনল এবং C ধাতব চাকতি। এই চাকতির সাহায্যে B নলের নীচের খোলা মুখ তরল নিরুদ্ধ-ভাবে বন্ধ করা যায়। স্প্রিং তুলা ও B কাচ নলকে অবলম্বনের সাহায্যে পরপর ঝুলিয়ে রাখা হয় (35 নং চিত্র দেখ)। একটি সুতোর এক প্রান্ত চাকতির সঙ্গে বেঁধে চাকতিকে B নলের নীচে রেখে সুতোকে ঐ নলের ভিতর দিয়ে নিয়ে গিয়ে ইহার অপর প্রান্ত স্প্রিং তুলার হুকের সঙ্গে আটকানো হয়। সুতোর দৈর্ঘ্য এমন নেওয়া হয় যেন স্প্রিং-এর টানে চাকতি B নলের মুখে আঁটভাবে আটকিয়ে থাকে। চাকতির নীচে বীকার (D) রাখা হয়।



চিত্র 35

জানা ঘনত্বের কয়েক ধরনের তরল নেওয়া হয়। যে কোন ধরনের তরল B নলের মধ্যে ধীরে ধীরে **নির্দিষ্ট উচ্চতা** পর্যন্ত ঢালা হয়। এবার স্প্রিং তুলাকে আস্তে আস্তে নামিয়ে এমন জায়গায় আনা হয় যাতে তরল চাকতির ফাঁক দিয়ে ঠিক বেরিয়ে আসে। এই অবস্থায় স্প্রিং তুলার পাঠ নেওয়া হয়। এই পাঠ থেকে চাকতির **ওজন** বিয়োগ ক'রলে বিয়োগফলই হয় চাকতির উপর ঐ নির্দিষ্ট উচ্চতা পর্যন্ত তরলের মোট ঘাত। ধরা যাক্‌, এই বিয়োগফল W_1 gm-wt.। অনুরূপভাবে, অপর তরল গুলিকে একে একে B নলে ঐ **নির্দিষ্ট উচ্চতা** পর্যন্ত ঢেলে চাকতির উপর তরলের মোট ঘাত W_2, W_3 ইত্যাদি নির্ণয় করা হয়। তরলগুলির ঘনত্ব d_1, d_2, d_3 ইত্যাদি হ'লে দেখা যায় যে,

$$\frac{W_1}{d_1}=\frac{W_2}{d_2}=\frac{W_3}{d_3}=\cdots\cdots \text{ ধ্রুবক।}$$

চাকতির মুখের ক্ষেত্রফল A হ'লে চাকতির উপর তরলের চাপ $P=\frac{W}{A}$।

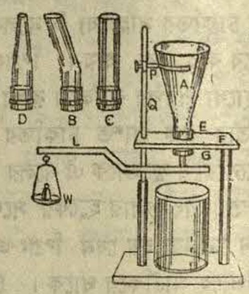
প্রত্যেক তরলের বেলায় একই B নল ব্যবহৃত হওয়ায় A ধ্রুবক থাকে। সুতরাং, $P\propto W$ হয়। আবার $W\propto d$ হওয়ায় বলা যায় $P\propto d$। অর্থাৎ চাপ ∝ ঘনত্ব।

3.17. উদস্থৈতিক কূট (Hpdrostatic paradox) ঃ

যে ঘটনাকে প্রথমে অবিশ্বাস্য বলে মনে হয় তাকে কূট বলে। উদস্থিতি বিদ্যায় এরূপ ঘটনাকে উদস্থৈতিক কূট বলা হয়। কয়েকটি বিভিন্ন আকারের পাত্রে একই উচ্চতা পর্যন্ত কোন তরল ঢালা হয়। সব পাত্রের তলদেশের প্রস্থচ্ছেদ সমান। পাত্রগুলির আকার বিভিন্ন হওয়ায় ইহাদের মধ্যে তরলের পরিমাণও বিভিন্ন হয়। আমাদের মনে হয়—যে পাত্রে তরল বেশি আছে সেই পাত্রের তলদেশে বেশি ঘাত পড়ে। কিন্তু তা হয় না। কারণ কোন পাত্রের তলদেশে তরলের মোট ঘাত তরলের মোট পরিমাণের উপর নির্ভর করে না। ইহা তলদেশের ক্ষেত্রফল ও তরলের উচ্চতার উপর নির্ভর করে। তাই এই ঘটনাকে উদস্থৈতিক কূট বলা হয়। ইহা **ম্যাসনের** (*Masson*) পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করা যায়।

ম্যাসনের পরীক্ষা (*Masson*'s *experiment*) ঃ

A, B, C, D কতকগুলি দু'মুখ খোলা কাচের পাত্র (চিত্র 36)। ইহাদের পাস্কালের পাত্র বলা হয়। এই পাত্রগুলির আকার ও আয়তন সমান নয় কিন্তু ইহাদের ভূমির প্রস্থচ্ছেদ সমান। তাই ইহাদের প্রত্যেককে F পাটাতনের উপর আটকানো E প্যাঁচের সঙ্গে লাগানো যায়। এই E এর মুখের ক্ষেত্রফল পাত্রগুলির ভূমির প্রস্থচ্ছেদের সমান। লিভারদণ্ড L এর এক প্রান্তে একটি ধাতব চাকতি G আটকানো হয়। E প্যাঁচে আটকানো যায় এমন যে কোন পাত্রের তলদেশকে এই চাকতি জলনিরুদ্ধভাবে বন্ধ ক'রতে পারে।



চিত্র 36

লিভার দণ্ডের অপর প্রান্তে একটি তুলাপত্র ঝোলানো থাকে। এই তুলাপাত্রে বাটখারা রাখা যায়। P সূচককে Q দণ্ড বরাবর ওঠানো বা নামানো যায়। একটি স্ক্রুর সাহায্যে P কে যে কোন উচ্চতায় স্থির ভাবে রাখা যায়।

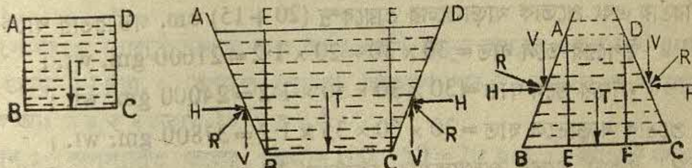
A পাত্রকে E প্যাঁচের মুখে আটকিয়ে তুলাপাত্রে সুবিধামত বাটখারা রাখা হয়। ইহাতে G চাকতি E প্যাঁচের মুখে আটকিয়ে থাকে। A পাত্রে ধীরে ধীরে জল ঢালা হয়। A পাত্রে জলের উচ্চতা যত বাড়তে থাকে ততই চাকতির উপর জলের ঘাত বাড়ে এবং এক বিশেষ উচ্চতায় চাকতি কিছুটা আলগা হ'য়ে যায়। তখন চাকতি ও প্যাঁচের ফাঁক দিয়ে জল গড়িয়ে পড়ে। P সূচকের সাহায্যে A পাত্রে জলের এই বিশেষ উচ্চতা নির্ণয় করা হয়। A পাত্রের পরিবর্তে B, C, D পাত্রগুলিকে একে একে নিয়ে পরীক্ষা করা হয়। দেখা যায় যে, A পাত্রে জলের যে উচ্চতায় জল চাকতির ফাঁক দিয়ে বেরিয়ে আসে, B, C, D, পাত্রে জলের উচ্চতাও তাই হ'লে জল চাকতির ফাঁক দিয়ে বেরিয়ে আসে।

সুতরাং প্রমাণিত হয় যে, তরলের ঘাত পাত্রের তলদেশের ক্ষেত্রফল এবং তরলের উচ্চতার উপর নির্ভর করে—মোট তরলের উপর নয়। কারণ A, B, C, D পাত্রের

আকার ও আয়তন সমান না হওয়ায় ইহাদের মধ্যে একই উচ্চতায় বিভিন্ন পরিমাণ তরল থাকে।

ব্যাখ্যা : উপরের পরীক্ষায় দেখা যায় যে, বিভিন্ন পাত্রে তরলের ভর বিভিন্ন হ'লেও সমান ঊর্ধ্বমুখী ঘাত একই তরল লেভেল ধ'রে রাখে।

37 (i) নম্বর চিত্রে ABCD একটি চোঙ। এই চোঙের দেওয়াল গুলি খাড়াভাবে অবস্থিত। দেওয়ালগুলির প্রতিক্রিয়া বল সব জায়গায় অনুভূমিক এবং এই বলের কোন উল্লম্ব উপাংশ নেই। কাজেই ভূমির উপর ঘাত শুধু মাত্র তরলের ওজনের জন্য হয়। এই ওজন আবার AB তরল স্তম্ভের উচ্চতার সংগে সমানুপাতিক। 37 (ii) নম্বর চিত্রে পাত্রের খোলামুখ অপেক্ষাকৃত চওড়া। এই পাত্রে EBCF তরল স্তম্ভ BC ভূমির উপর অবস্থিত। BC ভূমির উপর ঘাত EBCF তরল স্তম্ভের জন্য হয়। দেওয়ালের প্রতিক্রিয়া বলের উল্লম্ব উপাংশ ABE ও DCF তরল স্তম্ভ ধরে রাখে। কাজেই ABE ও DCF তরল স্তম্ভদ্বয়ের জন্য BC ভূমির উপর কোন ঘাত পড়ে না। 37 (iii) নম্বর চিত্রে BC ভূমির EF অংশের উপর ঘাত AEFD তরল স্তম্ভের ওজনের জন্য হয়। কিন্তু BC ভূমির EB ও FC অংশের উপর ঘাত অংশত উহাদের উপর অবস্থিত তরল স্তম্ভের জন্য এবং অংশত দেওয়ালের প্রতিক্রিয়া বলের



চিত্র 37 (i) (ii) (iii)

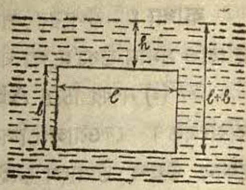
উল্লম্ব উপাংশের জন্য হয়। 37 (iii) নম্বর চিত্রের AB অথবা CD অংশ 37 (ii) নম্বর চিত্রের বিপরীত। কাজেই, AB অথবা CD দেওয়ালের প্রতিক্রিয়া বলের উল্লম্ব উপাংশ ABE ও DCF তরল স্তম্ভের ওজনের সমান। সুতরাং, BC এর উপর ঘাত BC ভূমি বিশিষ্ট সুষম তরল স্তম্ভের ওজনের জন্য হয়। কাজেই ভূমির ক্ষেত্রফল সমান হ'লে বিভিন্ন পাত্রে তরলের পরিমাণ বিভিন্ন হ'লেও সব পাত্রের ভূমির উপর একই উচ্চতায় তরল স্তম্ভের জন্য সমান ঘাত পড়ে।

3.18. তরলে লম্বভাবে নিমজ্জিত কোন তলের উপর মোট-পার্শ্বঘাত :

ধরা যাক, 'l' দৈর্ঘ্য এবং 'b' প্রস্থের একটি আয়তাকার তলকে কোন তরলে 'h' গভীরতায় লম্বভাবে নিমজ্জিত করা হয় (চিত্র 38)। এই তলের উপর মোট পার্শ্বঘাত নির্ণয় ক'রতে হবে। তল লম্বভাবে নিমজ্জিত হওয়ায় ইহার প্রত্যেক বিন্দুর গভীরতা সমান হয় না। চাপ গভীরতার সংগে সমানুপাতিক হওয়ায়, তলের বিভিন্ন বিন্দুতে চাপ বিভিন্ন হয়। তাই গড়চাপ নির্ণয় ক'রতে হয়। তরলের ঘনত্ব

'd' হ'লে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 'g' হ'লে ঐ তলের সর্বোচ্চ বিন্দুতে পার্শ্বচাপ হয় hdg [কারণ তলের সর্বোচ্চ বিন্দুর গভীরতা h]। আবার, তলের নিম্নতম বিন্দুর গভীরতা $h+b$ হওয়ায় ঐ বিন্দুর পার্শ্বচাপ হয় $(h+b)dg$।
সুতরাং, তলের উপর তরলের গড় পার্শ্ব চাপ

$$=\tfrac{1}{2}[hdg+(h+b)dg]$$
$$=\tfrac{1}{2}[2hdg+bdg]$$
$$=\tfrac{1}{2}[2h+b]dg$$



চিত্র 38

তলের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = $l \times b$।
অতএব, তলের উপর মোট পার্শ্বঘাত
= গড় পার্শ্বচাপ × ক্ষেত্রফল = $\tfrac{1}{2}(2h+b)dg \times l \times b$।

উদাহরণ (Example) :

1. 30 cm. দৈর্ঘ্যের কোন ঘনককে 1·0 gm/c.c. ঘনত্বের তরলে ডোবানো হয়। ঘনকের উপরতল তরলের 20 cm. গভীরতায় থাকলে ইহার প্রত্যেক তলে gm-wt. এ ঘাত নির্ণয় কর। (বায়ুমণ্ডলের চাপ অগ্রাহ্য কর)।

সমাধান : ঘনকের উপরের তল 20 cm. গভীরতায়, নীচের তল (20 + 30) cm. গভীরতায় এবং প্রত্যেক খাড়াতলের ভারকেন্দ্র (20 + 15) cm. গভীরতায় থাকে।

∴ উপরের তলে ঘাত $= 30 \times 30 \times 20 \times 1{\cdot}2 = 21600$ gm. wt.।

∴ নীচের তলে ঘাত $= 30 \times 30 \times 50 \times 1{\cdot}2 = 24000$ gm. wt.।

প্রত্যেক খাড়াতলে ঘাত $= 30 \times 30 \times 35 \times 1{\cdot}2 = 37800$ gm. wt.।

2. কোন নলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10 sq.cm। পারদ ভর্তি অবস্থায় এই নলের মোট ওজন 50 gm.। এই নল জলের কত গভীরতা পর্যন্ত ডুববে? কোন তরলে নলটি 1·5 cm. ডুবে গেলে ঐ তরলের ঘনত্ব কত?

সমাধান : নলের চাপ $=\frac{50}{10}=5$ gm.wt/sq.cm.।

গভীরতা $=\frac{\text{চাপ}}{\text{ঘনত্ব}}=\frac{5}{1}=5$ cm.। অতএব, নল জলে 5 cm. ডুবে যায়।

দ্বিতীয় তরলের ঘনত্ব $=\frac{\text{চাপ}}{\text{গভীরতা}}=\frac{5}{1{\cdot}5}=3{\cdot}33$ gm/c.c. (প্রায়)।

অতএব, দ্বিতীয় তরলের ঘনত্ব = 3·33 gm /c. c.।

3. 30 cm. ব্যাস ও 20 cm. উচ্চতার কোন খাড়া গোলমুখ শঙ্কু কে তরল দিয়ে পূর্ণ করা হয়। এই তরলের ঘনত্ব 1·03 gm./c.c. হ'লে তরলের ভর ও শঙ্কুর ভূমির উপর ঘাত কত?

সমাধান : শঙ্কুর আয়তন $=\tfrac{1}{3}\times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা $=\tfrac{1}{3}\times\pi r^2\times h$,
$=\tfrac{1}{3}\times\pi(15)^2\times 20$ c.c.।

∴ তরলের আয়তন $=\tfrac{1}{3}\pi\times(15)^2\times 20$ c.c.।

∴ তরলের ভর $=\tfrac{1}{3}\times 3{\cdot}14\times 15\times 15\times 20\times 1{\cdot}03=485{\cdot}13$ gm.।

শঙ্কুর ভূমির উপর ঘাত এমন তরল স্তম্ভের ওজন যার ভূমির ক্ষেত্রফল শঙ্কুর ভূমির ক্ষেত্রফলের সমান এবং উচ্চতা শঙ্কুর উচ্চতার সমান।

সুতরাং শঙ্কুর ভূমির উপর ঘাত = এই তরল স্তম্ভের ওজন $=\pi r^2 hd$ gm. wt.

$=3\cdot14\times15\times15\times20\times1\cdot03$ gm. wt.

$=14553\cdot9$ gm. wt.।

4. একটি কাঠের ব্লকের আঃ গুরুত্ব 0·6 ও ভর 90 gm.। এই ব্লকে গর্ত ক'রে 8 gm. কাঠ অপসারিত করা হয় এবং গর্তটিকে সীসা দিয়ে পূর্ণ করা হয়। এই অবস্থায় ব্লকটি জলে ডুবে যাবে না ভাসবে? সীসার ঘনত্ব 11·34 gm/c.c.।

সমাধান :

ব্লকের আয়তন $=\frac{90}{0\cdot6}=150$ c.c.। গর্তের আয়তন $=\frac{8}{0\cdot6}=\frac{40}{3}$ c.c.।

গর্ত করার পর ব্লকের ভর $=90-8=82$ gm.।

সীসার ভর $=\frac{11\cdot34\times40}{3}=151\cdot2$ gm.

কাজেই সীসা সহ ব্লকের মোট ভর $=82+151\cdot2=233\cdot2$ gm. এবং ইহার মোট আয়তন = 150 c.c.। কাজেই অপসারিত জলের ভর = 150 gm.। সুতরাং, অপসারিত জলের ভর সীসা সহ ব্লকের ভরের চেয়ে কম হয়। কাজেই, ব্লক জলে ডুবে যাবে।

5. সোনা ও অ্যালুমিনিয়াম দ্বারা তৈরি একটি বস্তুর বায়ুতে ওজন 100 gm. ও জলে ওজন 80 gm.। বস্তুতে সোনার পরিমাণ কত? সোনার ও অ্যালুমিনিয়ামের আঃ গুরুত্ব যথাক্রমে 19·3 ও 2·5।

সমাধান : অপসারিত জলের ওজন $=100-80=20$ gm.। কাজেই বস্তুর আঃ গুরুত্ব $=\frac{100}{20}=5$। বস্তুতে সোনার পরিমাণ w হ'লে অ্যালুমিনিয়ামের পরিমাণ $=100-w$। কাজেই,

$$\frac{w}{19\cdot3}+\frac{100-w}{2\cdot5}=\frac{100}{5}=20. \qquad \text{অতএব, } w=57\cdot4 \text{ gm.}$$

6. একটি জাহাজ মালপত্র সমেত সমুদ্র থেকে নদীতে গেলে x cm ডুবে যায়। ইহা নদীতে থাকা কালীন মালপত্র নামিয়ে দেওয়ায় y cm. ভেসে ওঠে। তারপর সমুদ্রে গেলে ইহা আরো z cm. ভেসে ওঠে। জাহাজের পার্শ্বদেশ জলতলের সহিত উল্লম্ব অবস্থায় থাকলে দেখাও যে, সমুদ্র জলের আপেক্ষিক গুরুত্ব $\frac{y}{z-x+y}$।

সমাধান : মালপত্র থাকাকালীন জাহাজের α cm. সমুদ্র জলের তলায় থাকলে, মালপত্র সহ নদীজলের তলায় থাকে $(\alpha+x)$ cm.। মালপত্র নামিয়ে দেওয়ার পর নদী জলের তলায় থাকে $(\alpha+x-y)$ cm ও সমুদ্র জলের তলায় থাকে $(\alpha+x-y-z)$ cm.। সমুদ্রজলের ঘনত্ব d_1 ও নদীজলের ঘনত্ব d_2 হ'লে,

$d_1\alpha=d_2(\alpha+x)$ ও $d_1(\alpha+x-y-z)=d_2(\alpha+x-y)$ এই দুই সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায়,

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{y}{z-x+y}$$

7. একটি খালি বীকার ইহার তলদেশ উপর দিকে রেখে জলে ভাসে। এই অবস্থায় ইহাকে নীচের দিকে ঠেলে নামানো হয়। দেখাও যে, একটি নির্দিষ্ট গভীরতায় বীকারের প্লবতা থাকে না ও ইহা আপনা থেকেই ডুবে যায়।

সমাধান : বীকারের আয়তন V c.c. হ'লে বায়ুমণ্ডলীয় চাপে ইহার বায়ুর আয়তনও V c.c.। ইহাকে জলের নীচে ডোবানোর সময় আবদ্ধ বায়ুর চাপ বাড়ে ও আয়তন কমে। কোন সময়ে, বীকার দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন = বীকারের মধ্যস্থিত বায়ুর আয়তন + ইহার উপাদানের আয়তন।

h গভীরতায় বীকার প্লবতা হারিয়ে ডুবে গেলে এই গভীরতায় বীকারের ওজন, W = অপসারিত জলের ওজন।

অতএব, $W=(V'+W)\times d\times 1$; d = বীকারের উপাদানের ঘনত্ব ও V' = h গভীরতায় আবদ্ধ বায়ুর আয়তন।

সুতরাং, $V'=\frac{W}{d}-W$ ....(i)

জল ব্যারোমিটারের উচ্চতা H হ'লে বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

VH (জলের উপর তলে) $=V'(H+h)$ (h গভীরতায়)

অথবা, $VH=\left(\frac{W}{d}-W\right)(H+h)$ [(i) নং সমীকরণের সাহায্যে]

অথবা, $h=\frac{HVd}{W(1-d)}-H$

8. 1200 ফুট দীর্ঘ একটি বাঁধ দিয়ে 200 ফুট গভীর জলকে আটকে রাখা হয়। বাঁধের উপর মোট পার্শ্বঘাত নির্ণয় কর।

সমাধান : বাঁধের সর্বত্র জলের গভীরতা সমান না হওয়ায় পার্শ্বচাপও সর্বত্র সমান হয় না। এই কারণে বাঁধের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বিন্দুতে পার্শ্বচাপ নির্ণয় ক'রে ইহাদের গড় নিলে গড় পার্শ্বচাপ পাওয়া যায়। এই গড় পার্শ্বচাপকে বাঁধের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ ক'রলে বাঁধের উপর মোট পার্শ্বঘাত পাওয়া যায়।

বাঁধের নিম্নতম বিন্দুর গভীরতা = 200 ft.।

∴ এই সর্বনিম্ন বিন্দুতে পার্শ্বচাপ $=200\times 62{\cdot}5$ lb/sq. ft.।

সর্বোচ্চ বিন্দুর গভীরতা = '0' ; ∴ সর্বোচ্চ বিন্দুতে পার্শ্বচাপ = '0'।

∴ গড় পার্শ্বচাপ $=\frac{200\times 62{\cdot}5+0}{2}=100\times 62{\cdot}5$ lb/sq. ft.।

∴ বাঁধের উপর মোট পার্শ্বঘাত = ক্ষেত্রফল × গড় পার্শ্বচাপ

$=(1200\times 200)\times(100\times 62{\cdot}5)$ lb. wt.

$=15{\cdot}72\times 10^{8}$ lb. wt.।

3·19. প্রবাহীর চাপ সঞ্চালন (Transmission of fluid pressure) :

দেখা যায় যে, আবদ্ধ তরলের কোন বিন্দুতে চাপের পরিবর্তন ক'রলে ইহার প্রত্যেক বিন্দুতেই সমান মানে চাপ পরিবর্তিত হয়। তরলের চাপ সঞ্চালন সম্পর্কে প্যাস্কাল নীচের সূত্র দেন।

পাস্কালের সূত্র (Pascal's Law) ঃ

কোন আবদ্ধ তরলের যে কোন অংশে চাপ প্রয়োগ ক'রলে তরল ঐ চাপ অপরিবর্তিত মাত্রায় সব দিকে সঞ্চালন করে এবং সঞ্চালিত চাপ তরল সংলগ্ন পাত্রের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে।

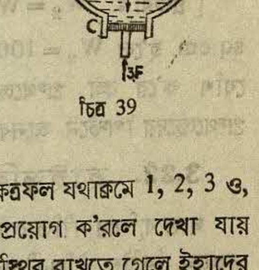
(*Pressure exerted anywhere in a mass of a confined liquid is transmitted by the liquid in all directions so as to act with undiminished force per unit area and at right angles to the surface exposed to the liquid.*)

এই সূত্র গ্যাসের বেলাতেও প্রযোজ্য হয়। তাই ইহাকে প্রবাহীর চাপ সঞ্চালন সূত্র বলে।

3.20. পাস্কালের সূত্রের পরীক্ষা (Demonstration of Pascal's law) ঃ

প্রথম পরীক্ষা ঃ একটি রাবারের বলকে ফুটো ক'রে জলভর্তি করা হয়। ঐ বলের গায়ে বিভিন্ন জায়গায় পিন দিয়ে সূক্ষ্ম সূক্ষ্ম ছিদ্র করা হয়। তারপর আঙ্গুল দিয়ে বলকে চাপ দিলে দেখা যায় যে, সূক্ষ্ম ছিদ্রগুলি দিয়ে জল লম্বভাবে বেরিয়ে আসে। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, আঙ্গুল যে চাপ দেয় জল সেই চাপকে সব দিকে সমান-ভাবে সঞ্চালিত করে।

দ্বিতীয় পরীক্ষা ঃ একটি গোলাকার পাত্র নেওয়া হয়। এই পাত্রের বিভিন্ন স্থানে চারটি ছিদ্র A, B, C, D আছে (চিত্র 39)। এই ছিদ্রগুলির মুখের ক্ষেত্রফল বিভিন্ন। এই ছিদ্রগুলিকে জলনিরোধক (water tight) পিস্টন দিয়ে বন্ধ করা হয়। পিস্টনগুলির উপর বল প্রয়োগ ক'রলে ইহারা বলের অভিমুখে যেতে পারে। পাত্রকে জলপূর্ণ করা হয়। যে কোন একটি পিস্টনে চাপ দিলে দেখা যায় যে, অন্যান্য পিস্টনগুলিও বাইরের দিকে সরে যায়। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, কোন একটি পিস্টনের উপর যে চাপ দেওয়া হয় জল সেই চাপকে সর্বদিকে সঞ্চালিত করে।

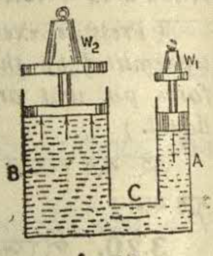


চিত্র 39

ধরা যাক A, B, C, D, পিস্টনগুলির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 1, 2, 3 ও, 4 একক। পাত্রের ভিতর দিকে A পিস্টনের উপর F বল প্রয়োগ ক'রলে দেখা যায় যে, B, C, D পিস্টনগুলিকে আপন আপন জায়গায় স্থির রাখতে গেলে ইহাদের উপর বাইরে থেকে ভিতর দিকে যথাক্রমে 2F, 3F ও 4F বল প্রয়োগ ক'রতে হয়। কাজেই বোঝা যায় যে, A পিস্টনের প্রতি এক একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলই B, C, D পিস্টনগুলির প্রতি এক একক ক্ষেত্রফলের উপর সঞ্চালিত হ'য়েছে। অর্থাৎ জল অপরিবর্তিত মাত্রায় চাপ সঞ্চালন করে। আবার, পিস্টনগুলির সরে আসার অভিমুখ লক্ষ্য ক'রলে বোঝা যায় যে, সঞ্চালিত চাপ পিস্টনগুলির উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে।

3.21. ঘাতবৃদ্ধির নীতি (Principle of multiplication of thrust) ঃ

একটি সরু চোঙ A এবং একটি মোটা চোঙ B কে পরস্পরের সঙ্গে C নল দিয়ে যুক্ত করা হয় (চিত্র 40)। উভয় চোঙকেই এক বিশেষ উচ্চতা পর্যন্ত জল পূর্ণ করা হয় এবং জল নিরোধক পিস্টন দিয়ে বন্ধ করা হয়। A চোঙের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল a হ'লে এবং ইহার পিস্টনের উপর W_1 ওজন চাপানো হ'লে ঐ পিস্টনের উপর প্রযুক্ত নিম্ন চাপ হয় W_1/a। A চোঙের জলে এই চাপ পড়ে। পাস্কালের সূত্রানুযায়ী জল এই চাপ সবদিকে অপরিবর্তিত মাত্রায় সঞ্চালিত করে। সুতরাং B চোঙের জলেও চাপ পড়ে W_1/a। অতএব, B চোঙের পিস্টনের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর সঞ্চালিত বল $= W_1/a$। B চোঙের পিস্টনের ক্ষেত্রফল b হ'লে ইহার উপর ঊর্ধ্বমুখী ঘাত = চাপ × ক্ষেত্রফল $= \frac{W_1}{a} \times b = W_1 \times \frac{b}{a}$। কাজেই, B চোঙের পিস্টন উপর দিকে ওঠে। যদি এই পিস্টনকে নিজের জায়গায় স্থির রাখার জন্য ইহার উপর W_2 ওজন চাপাতে হয় তাহ'লে, $W_2 = W_1 \times \frac{b}{a}$। কাজেই দেখা যায় যে, W_1 এর মান স্থির রেখে, a এর মান কম এবং b এর মান বেশি ক'রলে W_2 এর মান অনেক বেশি হয়। অর্থাৎ চোঙ দুটির ক্ষেত্রফল কম বেশি ক'রে কম ক্ষেত্রফলের চোঙের পিস্টনের উপর অল্প বল প্রয়োগ ক'রে বেশি ক্ষেত্রফলের চোঙের পিস্টনের উপর অনেক বেশি বল পাওয়া যায়। এইভাবে বন্ধ তরলের এক জায়গায় অল্প বল প্রয়োগ ক'রে অপর জায়গায় বহুগুণ বল পাওয়া যায়। ইহাকেই **ঘাত বৃদ্ধির নীতি** বলে।



চিত্র 40

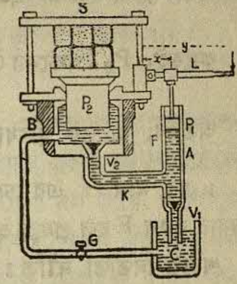
[**দ্রষ্টব্য ঃ** $W_2 = W_1 \times \frac{b}{a}$ সম্পর্কে $W_1 = 1$ Kg, a = 1 sq. cm., b = 100 sq.cm. হ'লে $W_2 = 100$ Kg হয়। সুতরাং শুধুমাত্র পিস্টন দু'টির প্রস্থচ্ছেদ কম বেশি ক'রে কম প্রস্থচ্ছেদের পিস্টনের উপর অল্প বল প্রয়োগ ক'রে বেশি প্রস্থচ্ছেদের পিস্টনে অনেক গুণ বেশি বল পাওয়া যায়।]

3.22. হাইড্রলিক প্রেস (Hydraulic Press) ঃ

ঘাত বৃদ্ধির নীতি কাজে লাগিয়ে হাইড্রলিক প্রেস তৈরী করা হয়। ব্রামা নামে একজন ব্রিটিশ ইঞ্জিনীয়ার এই যন্ত্রের উন্নতি সাধন করেন। তাই তাঁর নাম অনুযায়ী এই যন্ত্রকে অনেক সময় **ব্রামা প্রেস**ও বলা হয়।

যন্ত্রের বিবরণ ঃ 41 নং চিত্রে A এবং B লোহার চোঙ। ইহারা একটি শক্ত নল K দিয়ে পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত। B চোঙের প্রস্থচ্ছেদ A চোঙের প্রস্থচ্ছেদের চেয়ে অনেক গুণ বেশি। প্রত্যেক চোঙ জল নিরোধক পিস্টন দিয়ে বন্ধ করা থাকে। A চোঙের পিস্টন P_1 [যা লোহার নিরেট (solid) রড] কে L হাতল

দ্বারা ঐ চোঙের মধ্যে যাতায়াত করানো যায়। B চোঙের পিস্টন P_2 লোহার নিরেট র‍্যাম (Ram)। ইহার উপর একটি পাটাতন রাখা হয়। এই পাটাতনের উপরে আয়তাকার প্লেট S কে দৃঢ় ভাবে লোহার পিলারের সাহায্যে ধ'রে রাখা হয়। A এবং B চোঙে যথাক্রমে V_1 ও V_2 ভাল্‌ভ (valve) আছে। এই ভাল্‌ভগুলিকে শুধুমাত্র উপর দিকে খোলা যায়। A চোঙের নীচের অংশ C জলাধারের সঙ্গে যুক্ত। G একটি প্যাঁচকল। এই প্যাঁচকল খুলে জলকে C জলাধারে ফিরিয়ে আনা যায়।



চিত্র 41

কার্য প্রণালী ঃ L হাতল দ্বারা P_1 পিস্টনকে উপর দিকে ওঠালে A চোঙের ভিতর চাপ কমে। ইহাতে V_1 ভাল্‌ভ খুলে যায় এবং C জলাধার থেকে জল A চোঙে প্রবেশ করে। এই সময়ে V_2 ভাল্‌ভ কিন্তু বন্ধ থাকে। এবার P_1 পিস্টনকে নীচের দিকে নামালে, A চোঙে চাপ বৃদ্ধি পায়, V_1 ভাল্‌ভ বন্ধ হয় এবং V_2 ভাল্‌ভ খুলে যায়। পাস্কালের সূত্রানুযায়ী P_1 পিস্টনের চাপ, জল অপরিবর্তিত মাত্রায় চারদিকে সঞ্চালিত করে এবং P_2 পিস্টনের উপর লম্বভাবে ঐ চাপ ক্রিয়া করে। ইহাতে P_2 পিস্টন উপর দিকে ওঠে এবং পাটাতনের উপর রাখা পাট বা কাগজ বা অনুরূপ কোন বস্তু প্লেট S ও পাটাতনের মধ্যে প্রচণ্ড চাপ পায়। কাজ হ'য়ে গেলে G প্যাঁচকল খুলে B চোঙের জলকে আবার C জলাধারে ফিরিয়ে নিয়ে যাওয়া হয়।

ঘাতের পরিমাণ এবং যান্ত্রিক সুবিধা ঃ

ধরা যাক্,

A চোঙের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= a$

B চোঙের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= b$

L লিভারের মুক্ত প্রান্তে প্রযুক্ত বল $= F$

P_1 পিস্টনের উপর বল $= F_1$

P_2 পিস্টনের উপর বল $= F_2$

আলম্ব বিন্দু 'O' থেকে P_1 পিস্টনের দূরত্ব $= x$

আলম্ব বিন্দু O থেকে 'L' হাতলের মুক্তপ্রান্তের দূরত্ব $= y$

'L' একটি দ্বিতীয় শ্রেণীর লিভার। সুতরাং এই লিভারের নীতি অনুযায়ী

$$F_1 . x = F . y$$

$$\therefore F_1 = F . \frac{y}{x}$$

সুতরাং, P_1 পিস্টনের চাপ $= \frac{F_1}{a} = \frac{F}{a} . \frac{y}{x}$।

অতএব, পাস্কালের সূত্রানুযায়ী P_2 পিস্টনের উপর চাপ $=\frac{F}{a}\cdot\frac{y}{x}$

কাজেই, P_2 পিস্টনের উপর মোট ঘাত $F_2=\frac{F}{a}\cdot\frac{y}{x}\cdot b=F\cdot\frac{b}{a}\cdot\frac{y}{x}$।

অতএব, যান্ত্রিক সুবিধা $=\frac{\text{উৎপন্ন বল}}{\text{প্রযুক্ত বল}}=\frac{F_2}{F}=\frac{b}{a}\cdot\frac{y}{x}$।

y এর মান x এর চেয়ে অনেক বেশি হওয়ায় এবং a অপেক্ষা b অনেক বেশি হওয়ায় অল্প F বল প্রযুক্ত হ'লেও অনেক বেশি বল F_2 পাওয়া যায়।

শক্তির নিত্যতা নীতি ঃ হাইড্রলিক প্রেসে অল্প বল প্রয়োগ ক'রে বেশি বল পাওয়া গেলেও শক্তির নিত্যতা নীতি প্রযোজ্য হয়। ধরা যাক, P_1 পিস্টন নীচের দিকে d_1 দূরত্ব নামে এবং P_2 পিস্টন উপর দিকে d_2 দূরত্ব ওঠে। অতএব, A চোঙ থেকে বেরিয়ে যাওয়া জলের আয়তন $=ad_1$ এবং B চোঙে প্রবিষ্ট জলের আয়তন $=bd_2$। এই দুই আয়তন সমান হওয়ায়,

$$ad_1=bd_2$$

অথবা, $d_2=\frac{a}{b}d_1$।

P_1 পিস্টনের উপর কার্য $=$ বল $\times$ সরণ $=F_1d_1$।

P_2 পিস্টনের উপর কার্য $=$ বল $\times$ সরণ $=F_2d_2$।

আবার, $F_2d_2=F_2\cdot\frac{a}{b}d_1=\frac{b}{a}\cdot F_1\cdot\frac{a}{b}d_1=F_1d_1$

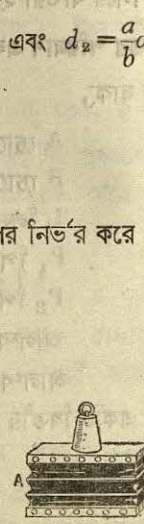
$$\left[\text{যেহেতু } F_2=\frac{b}{a}\cdot F_1 \text{ এবং } d_2=\frac{a}{b}d_1\right]$$

অতএব, P_2 পিস্টনের কার্য $=P_1$ পিস্টনের কার্য।

সুতরাং, শক্তির নিত্যতা নীতি প্রযোজ্য হয়।

3.23. উদস্থৈতিক হাপর ঃ

এই যন্ত্রের কার্যপ্রণালী পাস্কালের চাপ সঞ্চালন নীতির উপর নির্ভর করে। এই যন্ত্রে দুই আয়তাকার কাঠের পাটাতনের মাঝখানে চামড়ার হাপর (A) থাকে (চিত্র 42)। ঐ হাপরের সংগে সরু কাচনল (B) আটকানো থাকে। এই নলে অল্প পরিমাণ জল ঢেলে উপরের পাটাতনে কোন ভারী বস্তুকে ধ'রে রাখা যায়। আমরা জানি যে, জলের চাপ উহার গভীরতার উপর নির্ভর করে। সুতরাং যদিও কাচনলে অল্প পরিমাণ জল ঢালা হয়, কিন্তু নল সরু হওয়ায় ঐ নলে জলের উচ্চতা বেশ কিছুটা হয়। এই জল স্তম্ভের চাপ অনেক বেশি হয়। পাস্কালের সূত্রানুযায়ী এই চাপ সর্বদিকে



চিত্র 42

অপরিবর্তিত মাত্রায় সঞ্চালিত হয় এবং উপরের পাটাতনের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে। উপরের পাটাতনের ক্ষেত্রফল অনেক বেশি হওয়ায় ইহার উপর উৎপন্ন মোট ঊর্ধ্বমুখী ঘাতও বেশি হয়। সুতরাং, পাটাতনের উপর ভারী বস্তু রাখা যায়।

3.24. হাইড্রলিক গ্যারেজ লিফ্ট ঃ

মোটর গাড়ি-মেরামতের কারখানায় এই যন্ত্র ব্যবহৃত হয়। এই যন্ত্রকেও চাপ-সঞ্চালন নীতির উপর নির্ভর ক'রে তৈরী করা হয়। ইহাতে থাকে একটি বড় প্রস্থচ্ছেদের চোঙ এবং আর একটি ছোট প্রস্থচ্ছেদের চোঙ। এই দুই চোঙ নল দিয়ে পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত। চোঙ দু'টিকে জলপূর্ণ ক'রে জল নিরোধক পিস্টন দিয়ে বন্ধ করা হয়। বিকল মোটরগাড়ির যন্ত্রপাতি ভালভাবে দেখা ও মেরামত করার জন্য ঐ গাড়িকে বড় চোঙের পিস্টনের পাটাতনের উপর রাখা হয়। ছোট চোঙের পিস্টনের উপর অল্প বল প্রয়োগ ক'রলে এই বল জল দ্বারা অপরিবর্তিত মাত্রায় চারদিকে সঞ্চালিত হয় এবং বড় পিস্টনের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে। ইহাতে বড় পিস্টন গাড়ি সমেত সজোরে উপর দিকে ওঠে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কোন হাইড্রলিক প্রেসের ছোট পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ 5 বর্গ ইঞ্চি এবং বড় পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ 100 বর্গ ইঞ্চি। ছোট পিস্টনের উপর 20 পাউন্ড বল প্রয়োগ ক'রলে বড় পিস্টনে কত বল পাওয়া যায় ?

সমাধান ঃ ছোট পিস্টনের চাপ $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{20}{5} = 4$ lb/sq inch।

এই চাপ অপরিবর্তিত মাত্রায় বড় পিস্টনে ক্রিয়া করে।

সুতরাং, বড় পিস্টনে উৎপন্ন বল = চাপ × ক্ষেত্রফল $= 4 \times 100 = 400$ lb-wt.

2. কোন হাইড্রলিক প্রেসের দুই পিস্টনের ব্যাস 4 cm. ও 20 cm.। প্রেসের লিভারের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 10 cm. এবং 40 cm.। প্রেসের যান্ত্রিক সুবিধা কত ? ছোট পিস্টনের উপর 500 gm. wt. বল প্রয়োগ ক'রলে বড় পিস্টনে কত বল পাওয়া যায় ?

সমাধান ঃ যান্ত্রিক সুবিধা $= \frac{by}{ax}$।

b = বড় পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ $= \pi(20)^2/4 = 100\pi$. sq. cm.,

a = ছোট পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ $= \pi(4)^2/4 = 4\pi$ sq. cm.,

লিভারের বড় বাহুর দৈর্ঘ্য $y = 40$ cm.

" ছোট " " $x = 10$ cm.

∴ যান্ত্রিক সুবিধা $= \frac{100\pi}{4\pi} \times \frac{40}{10} = 100$।

ছোট পিস্টনের উপর প্রযুক্ত বল $F_1 = 500$ gm. wt.

∴ বড় পিস্টনে উৎপন্ন বল F_2 = যান্ত্রিক সুবিধা $\times F_1$

$= 100 \times 500 = 50000$ gm. wt.

3. একটি বোতলকে তেল দিয়ে পূর্ণ ক'রে কর্ক আটকানো হয়। বোতলের গলার ব্যাস $\frac{1}{2}$ inch এবং তলার ব্যাস 3 inch। কর্কের উপর 5 lb. wt. বল প্রয়োগ ক'রলে বোতলের তলায় কত ঘাত উৎপন্ন হয় ?

সমাধান : বোতলের গলার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= \pi\ (\frac{1}{4})^2$ sq. inch.,

" তলার " " $= \pi\ (\frac{3}{2})^2$ sq. inch.।

$$\therefore \text{ গলার চাপ} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{5}{\pi\ (\frac{1}{4})^2} = \frac{80}{\pi} \text{ lb-wt./sq.inch.}$$

এই চাপ অপরিবর্তিত মাত্রায় বোতলের তলায় ক্রিয়া করে। সুতরাং,

$$\text{বোতলের তলায় উৎপন্ন ঘাত} = \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{চাপ} = \pi(\tfrac{3}{2})^2 \times \frac{80}{\pi}$$

$$= \tfrac{9}{4} \times 80 = 180 \text{ lb-wt.}$$

3.25. একটি পরীক্ষা :

এই পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণিত হয় যে,

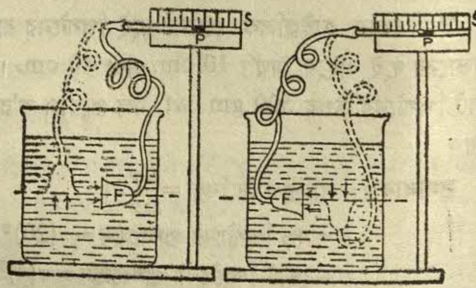
(i) তরলের ঊর্ধ্বচাপ আছে,

(ii) তরল উহার প্রত্যেক বিন্দুতে সর্বদিকে চাপ প্রয়োগ করে,

(iii) কোন বিন্দুতে তরলের চাপ, অথবা একই অনুভূমিক লেভেলের বিভিন্ন বিন্দুতে তরলের চাপ, সব দিকে সমান।

(iv) তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে চাপ ঐ বিন্দুর গভীরতার সংগে সমানুপাতিক।

একটি কাচের ফানেল (F) নেওয়া হয় (চিত্র 43)। এই ফানেলের মুখ পাতলা রাবার দিয়ে ঢেকে রাখা হ'য়। লম্বা রাবার টিউব দিয়ে ফানেলকে একটি সরু কাচ-নলের সংগে যুক্ত করা হয়। কাচনলের ভিতরে এক ফোঁটা রঙিন জল (P) রাখা হয়। এই রঙিন জলের ফোঁটা সূচকের কাজ করে। কাচ নলকে অনুভূমিক ভাবে ফ্রেমে আটকানো হয়। ঐ নলের পাশ বরাবর S স্কেল রাখা হয়। ফানেলের মুখের পাতলা রাবারের উপর আংগুল দিয়ে চাপ দিলে রঙিন জলের ফোঁটা কাচ নলের ডানদিকে সরে যায়। চাপ ছেড়ে দিলে ঐ সূচক আবার নিজের জায়গায় ফিরে আসে।



চিত্র 43

একটি গভীর পাত্র জলপূর্ণ করা হয়। ফানেলের রাবার ঢাকা মুখ নীচের দিক ক'রে জলের মধ্যে প্রবেশ করান হয়। ইহাতে সূচক ডান দিকে স'রে যায়। কারণ রাবারের ঢাকনায় জলের ঊর্ধ্বচাপ পড়ায় ফানেল ও রাবার টিউবের বায়ু সংকুচিত হয়

এবং সূচকের উপর চাপ দেয়। তাই সূচক ডানদিকে সরে। সুতরাং, প্রমাণিত হয় যে, **জল ঊর্ধ্বচাপ প্রয়োগ করে।**

জলের মধ্যে ফানেলকে যত বেশি গভীরতায় ডোবানো হয় তত বেশি সূচক ডানদিকে সরে। কাজেই, **জলের গভীরে যত যাওয়া যায় জলের চাপও ততই বাড়ে।**

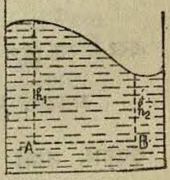
কোন নির্দিষ্ট গভীরতায় ফানেলকে রেখে সূচকের অবস্থান স্কেলের সাহায্যে জেনে নেওয়া হয়। গভীরতা ঠিক রেখে ফানেলের মুখ বিভিন্ন দিকে ঘোরালে দেখা যায় যে,

সূচক একই জায়গায় থাকে। সুতরাং **জলের মধ্যে নির্দিষ্ট গভীরতায় কোন বিন্দুর চারপাশে চাপ সমান।**

নির্দিষ্ট গভীরতায় একই অনুভূমিক লেভেলে ফানেলকে সরিয়ে নিয়ে গেলে এবং ঐ অনুভূমিক লেভেলের বিভিন্ন স্থানে ফানেলের মুখ সব দিকে ঘোড়ালে দেখা যায় যে, সূচক একই জায়গায় থাকে। সুতরাং **যে কোন অনুভূমিক লেভেলের সকল স্থানে চাপ সমান।**

3.26. স্থির তরলের মুক্ত তল অনুভূমিক (Free surface of a liquid at rest is horizontal ঃ

ধরা যাক্, d ঘনত্বের কোন তরলের মুক্ত তল অনুভূমিক নয়। তরলের মধ্যে একই অনুভূমিক তলে A ও B দুই বিন্দু (চিত্র 44)। মুক্ত তলের উচ্চতা A ও B বিন্দু থেকে যথাক্রমে h_1 ও h_2 হ'লে,



চিত্র 44

$$\text{A বিন্দুতে চাপ } P_A = h_1 dg$$
$$\text{এবং B বিন্দুতে চাপ } P_B = h_2 dg$$

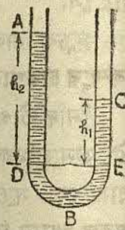
$h_1 > h_2$ হ'লে, A বিন্দুতে চাপ B বিন্দুর চেয়ে বেশি হয়। আবার, $h_1 < h_2$ হ'লে, $P_A < P_B$ হয়। এই দুই ক্ষেত্রেই তরল A থেকে B এর দিকে যায় বা B থেকে A এর দিকে আসে। অতএব, তরলকে স্থির থাকতে হ'লে A ও B বিন্দুতে চাপ সমান হ'তে হয়। অর্থাৎ $h_1 = h_2$ হয়। সুতরাং তরলের মুক্ত তল অনুভূমিক হয়। এই ধর্মের উপর নির্ভর ক'রে শহরে জল সরবরাহ করা হয়, আর্টেজীয় কুপ খনন করা হয়।

3.27. একই পাত্রে বিভিন্ন তরলের সাম্য অবস্থা (Equilibrium of different liquids in the same vessel) ঃ

পরস্পর মেশে না এবং রাসায়নিক বিক্রিয়া করে না এরূপ বিভিন্ন ঘনত্বের তরল একই পাত্রে স্থির অবস্থায় রাখলে দেখা যায় যে, ঘনত্ব অনুযায়ী তরলগুলি পরপর থাকে। অর্থাৎ, সব থেকে ভারী তরল একেবারে নীচে, তার থেকে কম ভারী তার উপরে এইভাবে তরলগুলি পাত্রে স্থির অবস্থায় থাকে। উপরের তরলের মুক্ত তল এবং যে কোন দুই তরলের বিভেদতল অনুভূমিক থাকে। একটি টেস্ট টিউবে অল্প

পরিমাণে পারদ, জল এবং কেরোসিন তেল রাখলে দেখা যায় যে, পারদ সব থেকে নীচে এবং তেল সবথেকে উপরে থাকে। টেস্ট টিউবকে ঝাঁকালে তরলগুলি পরস্পরের সঙ্গে মিশে যায় মনে হয়। কিন্তু কিছুক্ষণ স্থির অবস্থায় টেস্ট টিউবকে রাখলে তরলগুলি আবার আগের মত আলাদা আলাদা হ'য়ে সাম্য অবস্থায় থাকে।

(i) **U-নলে দুই তরলের সাম্য অবস্থা** (*Equilibrium of two different liquids in a U-tube*) ঃ কোন U-নলে পরস্পর মেশে না এবং রাসায়নিক বিক্রিয়া করে না এরূপ দুই তরলকে ঢালা হ'লে দেখা যায় যে, ঐ দুই তরলের মুক্ত তল অনুভূমিক হয় কিন্তু একই উচ্চতায় থাকে না।



চিত্র 45

45 নং চিত্রে ABC কাচের U-নল। ঐ নলে পারদ ঢালা হয়। U-নলের দুই বাহুতে পারদ একই অনুভূমিক তলে থাকে। AB বাহুতে কিছু পরিমাণ তরল (যা পারদের সঙ্গে মেশে না) ঢাললে এই বাহুর পারদতল কিছুটা নেমে যায় এবং BC বাহুর পারদ তল সমপরিমাণে উপরে উঠে যায়। ধরা যাক, সাম্য অবস্থায় দুই তরলের বিভেদ তল D-তে, তরলের মুক্ত তল A-তে ও পারদের মুক্ত তল C-তে থাকে। DE অনুভূমিক তল হওয়ায়, D-তে চাপ = E-তে চাপ

আবার, D-তে চাপ $= h_2 d_2 g$ [$h_2 =$ AD, $d_2 =$ তরলের ঘনত্ব, $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ]

এবং E-তে চাপ $= h_1 d_1 g$ [$h_1 =$ CE এবং $d_1 =$ পারদের ঘনত্ব]

অতএব, $h_1 d_1 g = h_2 d_2 g$; অথবা, $\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}$।

সুতরাং, সাম্য অবস্থায় বিভেদ তল থেকে তরল স্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতা তরল দ্বয়ের ঘনত্বের ব্যাস্তানুপাতিক হয়।

(ii) **পরস্পরের সঙ্গে মেশে এমন দুই তরলের ঘনত্বদ্বয়ের অনুপাত ঃ—**

ধরা যাক, ABC U-নলে কিছু পারদ ঢালা হয় (চিত্র 45)। পারদের মুক্ত তল নলের দু'বাহুতে একই অনুভূমিক তলে থাকে। AB বাহুতে একটি তরলের কিছু পরিমাণ ঢালা হয়। ইহার দরুন AB বাহুতে পারদের উচ্চতা কিছু কমে এবং CB বাহুতে উচ্চতা সমপরিমাণে বাড়ে। CB বাহুতে অপর একটি তরল এমন পরিমাণ ঢালা হয় যাতে নলের দুই বাহুতে পারদস্তম্ভের উচ্চতা সমান থাকে। তাহ'লে AB বাহুতে তরল স্তম্ভের চাপ = CB বাহুতে তরল স্তম্ভের চাপ।

অর্থাৎ, $h_2 d_2 g = h_1 d_1 g$

$\therefore \frac{h_2}{h_1} = \frac{d_1}{d_2}$; [$h_2 =$ AB বাহুতে তরল স্তম্ভের উচ্চতা,
$d_2 =$ AB বাহুতে তরলের ঘনত্ব,
$h_1 =$ CB বাহুতে তরল স্তম্ভের উচ্চতা,
$d_1 =$ CB বাহুতে তরলের ঘনত্ব]

[দ্রষ্টব্য : U-নলে তরলের সাম্য আলোচনায় নলের প্রস্থচ্ছেদের কোন উল্লেখ করা হয় না। কারণ, সাধারণ প্রস্থচ্ছেদের নলের বেলায় প্রাপ্ত ফল প্রস্থচ্ছেদের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু নল কৈশিক (capillary) হ'লে কৈশিক আকর্ষণের জন্য ঐ ফল ত্রুটিপূর্ণ হয়।]

উদাহরণ (Example) :

কোন U নলের এক বাহুর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 4 sq. cm. এবং অপর বাহুর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 2 sq. cm.। নলকে খাড়াভাবে রেখে কিছু পারদ ঢালা হয়। মোটা বাহুর খোলা মুখে 48 c.c. জল ঢাললে ঐ বাহুর পারদ কতটা নীচের দিকে নেমে যায় ? পারদের ঘনত্ব = 13·6 gm/c.c.।

সমাধান : যখন U-নলে শুধুমাত্র পারদ ঢালা হয় তখন পারদ ঐ নলের দুই বাহুতেই সমান উচ্চতায় একই অনুভূমিক তলে থাকে। মোটা বাহুতে জল ঢাললে মোটা বাহুর পারদ নীচের দিকে নামে এবং সরু বাহুর পারদ উপরদিকে ওঠে। ধরা যাক্ মোটা বাহুর পারদ নীচের দিকে h cm. নামে। মোটা বাহুর প্রস্থচ্ছেদ সরু বাহুর দ্বিগুণ হওয়ায় সরু বাহুতে পারদের দৈর্ঘ্য $2h$ cm. বাড়ে। সুতরাং মোটা বাহুর চেয়ে সরু বাহুতে পারদস্তম্ভের মোট দৈর্ঘ্য $= h + 2h = 3h$ cm. বেশি হয়।

আবার, মোটা বাহুতে পারদের উপর থেকে জলের উচ্চতা $= \frac{48}{4} = 12$ cm

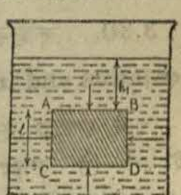
[কারণ আয়তন = প্রস্থচ্ছেদ × দৈর্ঘ্য ; ∴ দৈর্ঘ্য $= \frac{\text{আয়তন}}{\text{প্রস্থচ্ছেদ}} = \frac{48}{4}$ cm.]

U-নলে তরল পদার্থের সাম্য অবস্থায় লেখা যায়,

$\frac{12}{3h} = \frac{13 \cdot 6}{1}$ । ∴ $h = \frac{12}{3 \times 13 \cdot 6} = 0 \cdot 29$ cm. (প্রায়)।

3.28. তরলে নিমজ্জিত কোন কঠিন বস্তুর উপর মোট ঘাত (Resultant thrust on a solid body immersed in a liquid) :

ধরা যাক্ কোন কঠিন বস্তুর আয়তাকার ব্লক ABCD (চিত্র 46)। এই ব্লককে কোন তরলে নিমজ্জিত ক'রলে ব্লকের পৃষ্ঠের প্রত্যেক বিন্দুতে তরল চাপ দেয়। কোন বিন্দুতে তরলের চাপ ঐ বিন্দুর গভীরতার সমানুপাতিক হয় এবং বিন্দুর উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে। ABCD ব্লকের AC এবং BD খাড়া তলের প্রত্যেক বিন্দুতে তরলের ঘাত অনুভূমিক হয়। AC তলের কোন বিন্দুতে তরলের ঘাত, ঐ বিন্দুর সঙ্গে একই অনুভূমিক রেখায় অবস্থিত BD তলের কোন বিন্দুতে তরলের ঘাতের সমান ও বিপরীতমুখী হয়।



চিত্র 46

তাই AC ও BD তলের প্রত্যেক বিন্দুতে ক্রিয়াশীল অনুভূমিক বলগুলি পরস্পরকে

প্রশমিত (neutralise) করে এবং এই তলদ্বয়ে কোন ঘাত পড়ে না। কিন্তু AB তলের যে কোন বিন্দুতে তরলের নিম্ন চাপ $= h_1dg$।

[$h_1 =$ AB তলের গভীরতা ; $d =$ তরলের ঘনত্ব]

অতএব, AB তলের উপর নিম্নমুখী ঘাত $= Ah_1dg$।

[$A =$ AB বা CD তলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল]

CD তলের গভীরতা h_2 হ'লে ইহার উপর তরলের ঊর্ধ্বচাপ $= h_2$ গভীরতায় তরলের নিম্ন চাপ $= h_2dg$। [কারণ কোন নির্দিষ্ট গভীরতায় তরলের ঊর্ধ্বচাপ = নিম্নচাপ]

অতএব, CD তলের উপর ঊর্ধ্বমুখী ঘাত $= Ah_2dg$.

অতএব, ব্লকের উপর মোট ঊর্ধ্বমুখী ঘাত $= Ah_2dg - Ah_1dg$

$= A(h_2 - h_1)dg = Aldg$ [$l =$ ব্লকের উচ্চতা]

= ব্লক দ্বারা অপসারিত ABCD আয়তন তরলের ওজন।

এই মোট ঊর্ধ্বমুখী বলের জন্যই কোন তরলে বস্তুর ওজনের আপাত হ্রাস হয়। এই তথ্য যে কোন আকারের বস্তুর জন্য প্রযোজ্য হয় এবং বস্তু আংশিক বা পূর্ণ নিমজ্জিত থাকলেও প্রাযাজ্য হয়। অর্থাৎ সাধারণভাবে বলা যায় যে, কোন বস্তুকে আংশিক বা পূর্ণভাবে কোন স্থির তরলে নিমজ্জিত ক'রলে ইহার ওজনের আপাত হ্রাস হয় এবং এই হ্রাস বস্তু যে আয়তনের তরল অপসারিত করে তার ওজনের সমান হয়।

উপরের এই তথ্যটিকে **আর্কিমিডিসের সূত্রের তাত্ত্বিক প্রমাণ** বলা যায়।

3.29. প্লবতা (Buoyancy) ঃ

কোন বস্তুকে স্থির তরলে আংশিক বা পূর্ণভাবে নিমজ্জিত ক'রলে ঐ বস্তুর উপর ঊর্ধ্বমুখী ঘাত পড়ে। এই ঊর্ধ্বমুখী ঘাত বস্তু যে আয়তনের তরল অপসারণ করে তার ওজনের সমান হয় এবং ঐ অপসারিত তরলের ভারকেন্দ্রে ক্রিয়া করে। এই ঊর্ধ্বমুখী ঘাতকে **প্লবতা** বলে। ঐ ভারকেন্দ্রকে **প্লবতা কেন্দ্র** (*centre of buoyancy*) বলে।

3.30. বস্তুর ভাসন ও নিমজ্জনের শর্ত (Conditions of floatation and immersion of a body) ঃ

কোন বস্তুকে তরলে ডোবালে বস্তুর উপরে একসঙ্গে দুটি বল ক্রিয়া করে। এই বল—(i) বস্তুর ভারকেন্দ্রে উহার নিম্নমুখী ওজন W_1 এবং (ii) প্লবতা কেন্দ্রে ঊর্ধ্বমুখী ঘাত W_2।

W_1 এর মান W_2-এর চেয়ে বেশি হ'তে পারে, সমান হ'তে পারে বা কম হ'তে পারে। ইহার দরুন তিন রকম অবস্থার উদ্ভব হ'তে পারে।

(i) $W_1 > W_2$ হ'লে অর্থাৎ বস্তুর ওজন প্লবতার চেয়ে বেশি হ'লে বস্তু ডুবে যায়। যেমন, একখণ্ড লোহা জলে ডুবে যায়।

(ii) $W_1 = W_2$ হ'লে অর্থাৎ বস্তুর ওজন প্লবতার সমান হ'লে বস্তু তরলের মধ্যে যে কোন স্থানে স্থির হ'য়ে থাকে। যেমন সম আয়তন জল ও এ্যালকোহল মিশিয়ে মিশ্রণের মধ্যে এক ফোঁটা অলিভ তেল ফেললে ঐ তেল যে কোন স্থানে ভাসতে থাকে।

(iii) $W_1 < W_2$ হ'লে অর্থাৎ বস্তুর ওজন প্লবতার চেয়ে কম হ'লে বস্তুর কিছু অংশ তরলের মধ্যে থাকে অর্থাৎ বস্তু ভাসে। যেমন এক খণ্ড কাঠ জলে ভাসে, এক খণ্ড লোহা পারদে ভাসে। এক্ষেত্রে বস্তুর ওজন ইহার সম আয়তন তরলের ওজনের চেয়ে কম হয়।

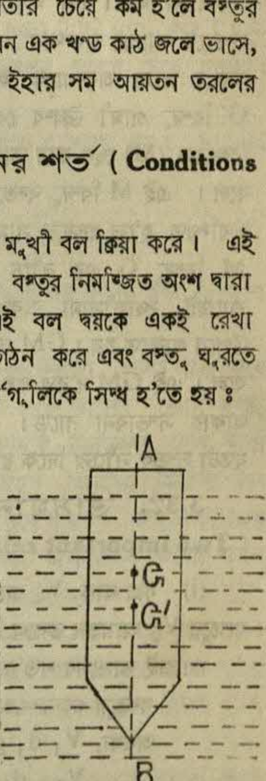
3.31. সাম্য অবস্থায় বস্তুর ভাসনের শর্ত (Conditions of equilibrium of a floating body) ঃ

ভাসমান বস্তুর উপর দুটি সম মানের এবং বিপরীত মুখী বল ক্রিয়া করে। এই বলগুলি (i) বস্তুর ওজন W_1 যা নিম্নমুখী এবং (ii) বস্তুর নিমজ্জিত অংশ দ্বারা অপসারিত তরলের ওজন W_2 যা উর্ধ্বমুখী। এই বল দ্বয়কে একই রেখা বরাবর ক্রিয়া ক'রতে হয়। তা না হ'লে ইহারা দ্বন্দ্ব গঠন করে এবং বস্তু ঘুরতে থাকে। কাজেই, ভাসমান বস্তুর সাম্যের জন্য নীচের শর্তগুলিকে সিদ্ধ হ'তে হয় ঃ

(i) **ভাসনের শর্ত** ঃ ভাসমান বস্তুর ওজনকে অপসারিত তরলের ওজনের সমান হ'তে হয়।

(2) **সাম্য অবস্থার শর্ত** ঃ বস্তুর ভারকেন্দ্র এবং প্লবতা কেন্দ্রকে একই উল্লম্ব রেখায় অবস্থিত হ'তে হয়।

47 নম্বর চিত্রে সাম্য অবস্থায় ভাসমান বস্তুকে দেখানো হ'য়েছে। এক্ষেত্রে বস্তুর ভারকেন্দ্র G এবং প্লবতা কেন্দ্র G′। সাম্য অবস্থায় বস্তুর ভারকেন্দ্র G গামী উল্লম্ব রেখা AB, প্লবতা কেন্দ্র G′ এর মধ্য দিয়ে যায়। AB রেখাকে বস্তুর কেন্দ্ররেখা (centre line) বলে।

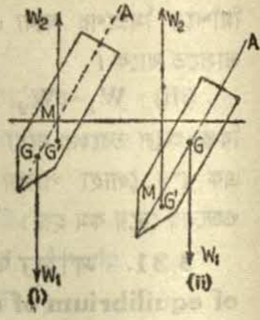


চিত্র 47

ভাসমান বস্তু **স্থায়ী, অস্থায়ী** বা **নিরপেক্ষ** সাম্য অবস্থায় থাকতে পারে। ভাসমান বস্তুকে সামান্য একটু হেলিয়ে ইহার সাম্য অবস্থার ধরন বোঝা যায়।

যদি ভাসমান বস্তুকে ইহার সাম্য অবস্থায় সামান্য হেলালে প্লবতা কেন্দ্রের অবস্থানের কোন পরিবর্তন না হয় তাহ'লে বুঝতে হবে যে, বস্তু **নিরপেক্ষ সাম্য** অবস্থায় আছে। এক্ষেত্রে বস্তুর ভার কেন্দ্র এবং প্লবতা কেন্দ্র একই উল্লম্ব রেখার উপরে থাকে।

ভাসমান বস্তুকে কোন একপাশে হেলালে সাধারণত প্লবতা কেন্দ্র নতুন অবস্থান G´[চিত্রে 48 (i) এবং (ii)] এ অবস্থিত হয়। কারণ এক্ষেত্রে যে পাশে বস্তুকে হেলানো হয় সেই পাশে বেশি তরল অপসারিত হয়। ইহাতে বস্তুর ওজন W_1 এবং প্লবতা W_2 একই উলম্ব রেখা বরাবর ক্রিয়া করে না। কাজেই দ্বন্দ্বের উদ্ভব হয়। যদি দ্বন্দ্ব বস্তুকে আগের অবস্থানে ফিরিয়ে নিয়ে যেতে চায় তাহ'লে বস্তুর সাম্য অবস্থাকে **স্থায়ী সাম্য অবস্থা** বলা হয়। কিন্তু এই দ্বন্দ্ব বস্তুকে আগের অবস্থান থেকে দূরে নিয়ে যেতে চাইলে বস্তুর সাম্য অবস্থাকে **অস্থায়ী সাম্য অবস্থা** বলা হয়। G´ বিন্দু গামী উল্লম্ব রেখা বস্তুর কেন্দ্র-রেখাকে যে বিন্দুতে (M) ছেদ করে তাকে **অনু কেন্দ্র** (*Meta centre*) বলে। এই M বিন্দু বস্তুর ভার কেন্দ্র G এর উপরে অবস্থিত হ'লে বস্তুর সাম্য অবস্থা স্থায়ী হয়। কিন্তু M বিন্দু G এর নীচে অবস্থিত হলে বস্তুর সাম্য অবস্থা অস্থায়ী হয়। কাজেই, স্থায়ীসাম্য অবস্থার জন্য অনু কেন্দ্র M কে বস্তুর ভার কেন্দ্রের উপরে থাকতে হয়। GM দূরত্বকে **অনুকেন্দ্রিক উচ্চতা** (*Meta centric height*) বলে। এই GM দূরত্ব যত বেশি হয় ততই ভাসমান বস্তুর স্থায়ী সাম্য অবস্থায় থাকার সম্ভাবনা বাড়ে। তাই জাহাজের তলদেশকে ভারী ক'রে ইহার ভারকেন্দ্রকে যতটা সম্ভব নীচের দিকে রাখা হয়।



চিত্র 48

3.32. ভাসমান বস্তুর বেলায় দুটি মূল্যবান সম্পর্ক (Two important relations for a floating body):

(i) ধরা যাক, V_1 আয়তন ও d_1 ঘনত্বের কোন বস্তু d_2 ঘনত্বের তরলে ভাসে। বস্তুর V_2 আয়তন তরলে নিমজ্জিত থাকলে অপসারিত তরলের আয়তনও হয় V_2।

কাজেই ভাসনের শর্তানুযায়ী,

বস্তুর ওজন = অপসারিত তরলের ওজন।

অথবা, $V_1 d_1 g = V_2 d_2 g$

অথবা, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{d_1}{d_2}$।

অতএব, $\frac{\text{বস্তুর নিমজ্জিত অংশের আয়তন}}{\text{বস্তুর মোট আয়তন}} = \frac{\text{বস্তুর ঘনত্ব}}{\text{তরলের ঘনত্ব}}$।

(ii) বস্তুর আয়তনের n অংশ তরলে নিমজ্জিত থাকলে,

$$\frac{V_2}{V_1} = n = \frac{d_1}{d_2}।$$

অতএব, $d_1 = nd_2$।

কাজেই, বস্তুর ঘনত্ব তরলের ঘনত্বের n গুণ।
তরলের ঘনত্ব 1 হ'লে বস্তুর ঘনত্ব $d_1 = n$।

3.33. ভাসন নীতির প্রয়োগ ও উদাহরণঃ

(i) **জলে বরফের ভাসনঃ** যদি কোন বস্তু উহার কিছুটা জলে নিমজ্জিত রেখে ভাসে তাহ'লে বস্তুর ওজন উহার সম আয়তন তরলের ওজনের চেয়ে কম হয়। সুতরাং, বরফকে জলে ভাসতে হ'লে উহার ওজনকে উহার সম আয়তন জলের ওজনের চেয়ে কম হ'তে হয়। দেখা যায় যে, 1 c.c. বরফের ওজন 0·92 gm. এবং 1 c.c. জলের ওজন প্রায় 1 gm.। অতএব, বরফ সম আয়তন জলের চেয়ে হাল্কা। কাজেই বরফ জলে ভাসে।

0°C উষ্ণতায় 11 c. c. জল জমে ঐ উষ্ণতায় 12 c. c. বরফ হয়। অতএব, ভাসনের শর্তানুযায়ী

$$\frac{\text{জলের তলায় বরফের আয়তন}}{\text{বরফের মোট আয়তন}} = \frac{11}{12}।$$

সুতরাং, একটুকরো বরফ জলে ভাসলে ইহার $\frac{11}{12}$ অংশ জলের তলায় এবং $\frac{1}{12}$ অংশ জলের উপরে থাকে।

(ii) **জলে জাহাজের ভাসনঃ** আমরা দেখি যে, এক টুকরো লোহা জলে ডুবে যায়। কিন্তু লোহার তৈরী বিরাট আকারের জাহাজ জলে ভাসে। কোন বস্তু উহার কিছুটা তরলে নিমজ্জিত রেখে ভাসে যদি বস্তুর নিমজ্জিত অংশ দ্বারা অপসারিত তরলের ওজন বস্তুর ওজনের চেয়ে বেশি হয়। লোহার টুকরোর গঠন এমন যে এই শর্ত সিদ্ধ হয় না। তাই লোহার টুকরো ডুবে যায়। কিন্তু জাহাজের তলদেশ অবতল হওয়ায় জাহাজের নিমজ্জিত অংশ দ্বারা অপসারিত জলের ওজন জাহাজের ওজনের চেয়ে অনেক বেশি হয়। তাই জাহাজ জলে ভাসে।

সমুদ্র থেকে নদীতে জাহাজ এলে জাহাজের বেশি অংশ জলের তলায় ডুবে যায়। নদী জলের ঘনত্ব সমুদ্র জলের ঘনত্বের চেয়ে কম হওয়ায় নদী জলের প্লবতা সমুদ্র জলের প্লবতার চেয়ে কম হয়। এই প্লবতা কম হওয়ার জন্য জাহাজের বেশি অংশ নদীর জলে ডুবে যায়।

জলের চেয়ে ভারী বস্তুর জলে ভাসনঃ আমরা জানি যে, লোহার টুকরো জলে ডুবে যায়। কিন্তু গঠন পাল্টে লোহার টুকরোকে জলে ভাসানো যায়। কিন্তু গঠন না পাল্টিয়েও ঐ টুকরোকে হাল্কা বস্তুর সঙ্গে বেঁধে জলে ভাসানো যায়। যেমন, এক খণ্ড কাঠের সঙ্গে লোহার টুকরোকে বেঁধে জলে ভাসানো যায়। কেননা এক্ষেত্রে কাঠ ও লোহা একসঙ্গে যে আয়তনের জল অপসারণ করে তার ওজন ইহাদের মোট ওজনের বেশি হয়। এই নীতিকে ভিত্তি ক'রে **জীবন রক্ষী** (*life belt*) বা **বয়া** তৈরী করা হয়। বায়ুপূর্ণ থলি দিয়ে জীবন-রক্ষী তৈরী করা হয়। ইহার সাহায্যে মানুষ সহজে জলে ভাসতে পারে।

(iii) **মানুষের জলে সন্তরণ ঃ** মানুষের দেহ সম আয়তন জলের চেয়ে হাল্কা হওয়ায় জলে ভাসে, কিন্তু মাথা জলের চেয়ে ভারী হওয়ায় ডুবে যায়। তাই সাঁতার কাটার সময় মানুষ হাত পা নাড়িয়ে প্রতিক্রিয়া উৎপন্ন করে এবং নিজেকে জলে ভাসিয়ে রাখে।

সমুদ্র জলের ঘনত্ব নদীজলের ঘনত্বের চেয়ে বেশি হওয়ায় সমুদ্রের জলে সাঁতার কাটার সময় শরীরের নিমজ্জিত অংশের উপর ঊর্ধ্বমুখী ঘাত বেশি পড়ে। তাই নদীজল অপেক্ষা সমুদ্রজলে সাঁতার কাটা সহজ হয়।

(iv) **কার্টেজীয় ডাইভার** (*Cartesian diver*) **ঃ কার্টেজীয় ডাইভারের সাহায্যে তরলে ভাসমান বস্তুর বিভিন্ন প্রকারের সাম্য অবস্থা, প্রবাহীর চাপ সঞ্চালন নীতি এবং গ্যাসের সংনম্যতা পরীক্ষা করা যায়।** ইহা একটি উদস্থৈতিক পুতুল। আর্কিমিডিসের নীতি পরীক্ষা করার জন্য ডেকার্টস (Descartes) এই পুতুল প্রথম তৈরী করেন। এই পুতুলের ভিতরটা ফাঁপা এবং ইহা পোর্সিলিন দিয়ে তৈরী। ইহার সঙ্গে ছোট লেজাকৃতি একমুখ খোলা নল লাগানো থাকে (চিত্র 49)। এই নলের সাহায্যে পুতুলের ভিতরের সঙ্গে বাইরের সংযোগ ঘটে। একমুখ খোলা কাচের চোঙের উপরের খানিকটা অংশ বাকি রেখে চোঙটিকে জলপূর্ণ করা হয় এবং ইহার মধ্যে পুতুলকে রাখা হয়। চোঙের খালি মুখ বায়ুনিরুদ্ধ ভাবে রাবারের সাহায্যে শক্ত ক'রে আটকানো হয়। পুতুলের খানিকটা জলপূর্ণ এবং বাকিটা বায়ুপূর্ণ। পুতুলের ভর ইহার দ্বারা অপসারিত জলের ভরের চেয়ে কম হওয়ায় পুতুল কিছুটা নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে।


চিত্র 49

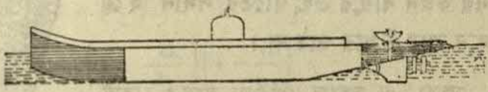
হাত দিয়ে রাবারের ঢাকনায় চাপ দিলে পুতুল জলের তলায় চলে যায়, কিন্তু হাত তুলে নিলে পুতুল আবার আগের জায়গায় ফিরে আসে। ঢাকনার উপর চাপ কম বেশি ক'রে পুতুলকে জলের মধ্যে যে কোন স্থানে স্থির অবস্থায় রাখা যায়।

ব্যাখ্যা ঃ রাবারের ঢাকনায় চাপদিলে চোঙের মধ্যস্থিত জলের উপরের বায়ু সঙ্কুচিত হয়। জল এই চাপ অপরিবর্তিত মাত্রায় পুতুলের নলের খোলা মুখ দিয়ে ইহার ভিতরের বায়ুতে সঞ্চালিত করে। ইহাতে ঐ বায়ু সঙ্কুচিত হয় এবং খানিকটা বেশি জল পুতুলের ভিতরে প্রবেশ ক'রে পুতুলকে ভারী ক'রে দেয়। তখন পুতুল ডুবে যায়। ঢাকনার উপর থেকে চাপ সরিয়ে নিলে সব জায়গায় চাপ কমে যায়। ইহার দরুন পুতুলের ভিতরের বায়ু আয়তনে প্রসারিত হয় এবং অতিরিক্ত জল বের ক'রে দেয়। এই অবস্থায় পুতুলের ওজন অপসারিত জলের ওজনের চেয়ে কম হওয়ায় পুতুল জলের উপরে ভেসে ওঠে।

রাবারের ঢাকনায় চাপ দেওয়ার দরুন পুতুল যত বেশি জলের গভীরে যায়, গভীরতা বাড়ার জন্য জলের চাপও তত বেশি হয়। পুতুলকে যদি জলের এমন নীচে

নিয়ে যাওয়া হয় যে, জলের চাপ খুব বেশি হয় এবং ঢাকনার চাপ সরিয়ে নিলেও পুতুলের ভিতরের বায়ু যথাযথ প্রসারিত হয় না, তাহ'লে চাপ অপসারণ ক'রলেও পুতুল ভেসে ওঠে না।

ডুবোজাহাজ (*Submarine*) : এই জাহাজের কার্য প্রণালী কার্টেজীয় ডাইভারের অনুরূপ। এই জাহাজ ইচ্ছামত জলের উপর ভাসতে পারে এবং জলের নীচে যেতে পারে। এই জাহাজের বিভিন্ন স্থানে কতকগুলি Ballast tanks বা প্রকোষ্ঠ



চিত্র 50

থাকে। এই প্রকোষ্ঠগুলির সঙ্গে ভাল্‌ভ আটকানো থাকে। এই ভাল্‌ভের ভিতর দিয়ে প্রকোষ্ঠের মধ্যে জল প্রবেশ করানো যায়। ডুবো জাহাজকে ডোবানোর জন্য ঐ প্রকোষ্ঠগুলি জলপূর্ণ করা হয়। ইহাতে ঐ জাহাজের ওজন ইহার সম-আয়তন জলের চেয়ে বেশি হয় এবং জাহাজ ডুবে যায়। আবার জাহাজকে ভাসাতে হ'লে পাম্পের সাহায্যে প্রকোষ্ঠগুলি থেকে জল বের ক'রে দিতে হয়। জল বের করার দরুন অপসারিত জলের চেয়ে জাহাজ হাল্কা হয় এবং জলের ওপর ভেসে ওঠে।

(v) **বেলুন** (*Balloon*) : আমরা জানি যে, তরল ও গ্যাস অনেক সময় একই রকম আচরণ করে এবং ইহাদের প্রবাহী বলে। তরলের ন্যায় কোন বস্তুকে বায়ুতে রাখলেও অপসারিত বায়ুর জন্য বস্তুর উপর ঊর্ধ্বমুখী ঘাত পড়ে। কাজেই, বায়ুর চেয়ে হাল্কা বস্তুকে বায়ুতে রাখলে বস্তু ভেসে উপরে ওঠে।

বেলুন সিল্কের কাপড়ের তৈরী ব্যাগ। ইহাকে বার্নিস লাগিয়ে বায়ুনিরুদ্ধ করা হয়। বায়ুর তুলনায় হাল্কা গ্যাস যেমন হাইড্রোজেন, হিলিয়াম, কোল গ্যাস ইত্যাদি দ্বারা বেলুনকে পূর্ণ করা হয়। বেলুনের সঙ্গে সাধারণত নীচের ব্যবস্থাগুলি থাকে :—

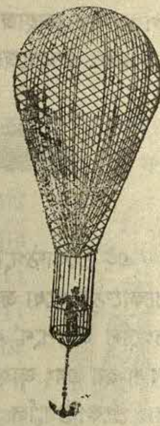
(a) **হাল্‌কা বাহক** (*light car*) : বেলুনকে দড়ির জাল দিয়ে ঘেরা হয়। এই জালের সঙ্গে সুতো দিয়ে বাহককে বাঁধা হয়। এই বাহক যাত্রীর বসার জন্য ব্যবহৃত হয়।

(b) **নিরাপত্তা ভালভ্‌** (*Safety valve*) : এই ভালভ্‌ খুলে বেলুনকে ইচ্ছামত নীচে নামানো যায়।

(c) **বালির থলি** (*Sand bags*) : এই থলি খালি ক'রে বেলুনকে বেশি উপরে উঠানো যায়, অথবা কম দ্রুততায় নীচে নামানো যায়।

(d) **প্যারাসুট** (*Parachute*) : এই প্যারাসুটের সাহায্যে বেলুন ছেড়ে নীচে নামা যায়। এই প্যারাসুট দেখতে বড় ছাতার মত।

বেলুনের মধ্যস্থিত হাইড্রোজেন বা হিলিয়াম বা কোল গ্যাস বায়ুর চেয়ে হাল্কা হওয়ায় বেলুন ফোলা অবস্থায় যে আয়তনের বায়ু অপসারণ করে তার ওজন মালপত্র-যাত্রীসহ বেলুনের ওজনের চেয়ে বেশি হয়। তাই বেলুন সহজেই উপরে ওঠে। অবশ্য মনে রাখা দরকার যে, **বেলুনের সাহায্যে খুব উঁচুতে ওঠা সম্ভব নয়। কারণ, বেলুন যত উঁচুতে ওঠে বায়ুর ঘনত্ব ও চাপ তত কমে। তাই বেলুনের উপর বায়ুর ঊর্ধ্বঘাতও কমতে থাকে এবং এক সময় বেলুনের ওজন বায়ুর ঊর্ধ্বঘাতের সমান হ'য়ে যায়। তখন বেলুন আর উপরে ওঠে না।**



চিত্র 51

কোল গ্যাস সস্তা ও সহজে পাওয়া যায়। তাই বেলুনে এই গ্যাস বেশি ব্যবহৃত হয়।

বেলুনের উত্তোলন ক্ষমতা (*Lifting power of a balloon*)ঃ ধরা যাক, বেলুনের ভিতরে গ্যাসের ওজন W_1, মালপত্র-যাত্রীসহ বেলুনের ওজন W_2 এবং ফোলা অবস্থায় বেলুন দ্বারা অপসারিত বায়ুর ওজন W_3।

তাহ'লে বেলুন উপরে ওঠে যদি $W_3 > (W_1 + W_2)$ হয়।

ধরা যাক, বেলুনের বাইরে বায়ুর ঘনত্ব $= d_1$,

ইহার মধ্যস্থিত গ্যাসের ঘনত্ব $= d_2$

এবং এই গ্যাসের আয়তন $= V$

তাহ'লে বেলুনের মধ্যস্থিত গ্যাসের ভর $= Vd_2$

বেলুন দ্বারা অপসারিত বায়ুর জন্য প্লবতা Vd_1। কাজেই, বেলুনের উত্তোলন ক্ষমতা $= V(d_1 - d_2)$। অবশ্য এই ক্ষমতার কিছুটা মালপত্র-যাত্রীসহ বেলুনের ওজন বহন করার জন্য ব্যয়িত হয়।

3.34. সাধারণ তুলায় নির্ণীত ওজনে প্লবতাজনিত ত্রুটী ঃ

বায়ুতে সাধারণ তুলায় বাটখারার সাহায্যে কোন বস্তুকে ওজন করা হ'লে প্লবতার জন্য বস্তু ও বাটখারার ওজনের আপাত হ্রাস হয়।

কোন বস্তুর ভর $= m_1$

বস্তুর ঘনত্ব $= \rho_1$

তুলাদণ্ডের অনুভূমিক অবস্থায় বাটখারার ভর $= m_2$

বাটখারার ঘনত্ব $= \rho_2$।

তাহলে বস্তুর আয়তন $=\frac{m_1}{\rho_1}$ এবং বাটখারার আয়তন $=\frac{m_2}{\rho_2}$। কাজেই, বায়ুর ঘনত্ব d হ'লে বস্তুর আপাত ওজন $W_1=m_1g-\frac{m_1}{\rho_1}dg$ এবং বাটখারার আপাত ওজন $W_2=m_2g-\frac{m_2}{\rho_2}dg$। কিন্তু $W_1=W_2$ হওয়ায়

$$m_1\left(1-\frac{d}{\rho_1}\right)=m_2\left(1-\frac{d}{\rho_2}\right)$$

কাজেই,

$$m_1=m_2\left(1-\frac{d}{\rho_2}\right)\left(1-\frac{d}{\rho_1}\right)^{-1}$$

$$=m_2\left(1-\frac{d}{\rho_2}\right)\left(1+\frac{d}{\rho_1}\right) \quad [\text{কারণ } d<\rho_1 \text{ ও } \rho_2]$$

$$=m_2\left[1-d\left(\frac{1}{\rho_2}-\frac{1}{\rho_1}\right)\right]।$$

সুতরাং m_2 থেকে $m_2d\left(\frac{1}{\rho_2}-\frac{1}{\rho_1}\right)$ রাশি বিয়োগ ক'রলে বস্তুর প্রকৃত ভর পাওয়া যায়। আবার $\rho_1=\rho_2$ হ'লে $m_1=m_2$ হয়। কিন্তু $\rho_1>\rho_2$ হ'লে বস্তুর প্রকৃত ভর আপাত ভরের চেয়ে কম হয় এবং $\rho_1<\rho_2$ হ'লে ইহা আপাত ভরের চেয়ে বেশি হয়।

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. তরল আধারের দেওয়ালের উপর উদস্থৈতিক বলের অভিমুখ কি ?

দেওয়ালের উপর উদস্থৈতিক বল লম্বভাবে ক্রিয়া করে।

2. কানায় কানায় ভর্তি এক গ্লাস জল তুলাদণ্ডের একটি স্কেল প্যানে রাখা হয়। অপর একটি সদৃশ গ্লাস কানায় কানায় জল ভর্তি ক'রে জলের উপর এক খণ্ড কাঠ ভাসিয়ে গ্লাসকে অপর স্কেল প্যানে রাখা হয়। কোন্‌টি বেশি ভারী হয় ?

প্রথম গ্লাসের চেয়ে দ্বিতীয় গ্লাসে জল কম—কারণ কাঠ কিছু জল অপসারণ করে। কিন্তু আমরা জানি যে, ভাসমান বস্তুর নিমজ্জিত অংশ যে পরিমাণ জল অপসারণ করে বস্তুর ওজন ঠিক সেই পরিমাণ হয়। কাজেই, উভয় গ্লাসের ওজন সমান হয়।

3. তুলাদণ্ডের একটি স্কেল প্যানে এক গ্লাস জল ও একটি পাথর খণ্ড রেখে তুলাদণ্ডকে অনুভূমিক করা হয়। পাথর খণ্ডকে গ্লাসের জলে রাখলে তুলাদণ্ড কি অনুভূমিক থাকে ?

আর্কিমিডিসের নীতি অনুযায়ী পাথর খণ্ডকে স্কেলপ্যান থেকে গ্লাসের জলে রাখলে ইহার ওজন কমে যায়। কিন্তু এক্ষেত্রে তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে। কারণ, পাথর খণ্ডকে গ্লাসের জলে রাখলে ইহা জল অপসারণ করে এবং জলের তল উপরে ওঠে। তাই স্কেলপ্যানের উপর অতিরিক্ত বল পড়ে। এই অতিরিক্ত বল পাথর খণ্ডের কমে যাওয়া ওজনের সমান হয়। কাজেই, তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে।

4. কোন প্লাস্টিক ব্যাগের ওজন খালি অবস্থায় এবং বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বায়ুপূর্ণ অবস্থায় সমান হয়। কেন ?

খালি অবস্থায় প্লাস্টিক ব্যাগ যে বায়ু অপসারণ করে তার আয়তন অগ্রাহ্য করা যায়। কাজেই, বায়ুর জন্য এই ব্যাগের উপর ঊর্ধ্বঘাত অগ্রাহ্য করা যায়। সুতরাং বায়ুতে ইহার ওজনকে প্রকৃত ওজন বলা চলে। ধরা যাক, এই ওজন W। মনে করা যাক, ব্যাগকে বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বায়ুপূর্ণ ক'রে ওজন ক'রলে ইহার ওজন হয় W+w; w, বায়ুমণ্ডলীয় চাপে ব্যাগের মধ্যস্থিত বায়ুর ওজন। বায়ুপূর্ণ ব্যাগকে বায়ুতে ওজন ক'রলে বায়ুর জন্য ঊর্ধ্বঘাত ব্যাগ দ্বারা অপসারিত বায়ুর ওজনের সমান হয় (বায়ুমণ্ডলীয় চাপে)। কাজেই এই ঊর্ধ্বঘাত হয় w। সুতরাং, খালি অবস্থায় বা বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বায়ুপূর্ণ অবস্থায় ব্যাগের ওজন একই থাকে এবং এই ওজন হয় W।

5. 1·2 আপেক্ষিক গুরুত্বের তরলে একটি বরফ খণ্ড ভাসছে। বরফ সম্পূর্ণ গ'লে গেলে তরলের লেভেলের কি কোন পরিবর্তন হয় ?

কোন বস্তু যখন ভাসে তখন বস্তু দ্বারা অপসারিত তরলের ওজন বস্তুর ওজনের সমান হয়। বরফের ভর m হ'লে এবং বরফ দ্বারা অপসারিত তরলের আয়তন V_1 হ'লে

$$V_1 d = m,\ d = \text{তরলের ঘনত্ব} = 1\cdot2 \text{ gm/c.c.}$$

$$\text{অতএব,}\quad V_1 = \frac{m}{d} = \frac{m}{1\cdot2} \text{ c. c.}$$

বরফ গ'লে m gm. জলে পরিণত হয়। এই m gm. জলের আয়তন $V = m$ c. c.। $V > V_1$ হওয়ায় পাত্রে তরলের লেভেল উপর দিকে ওঠে।

6. একটি বায়ুপূর্ণ বেলুনের নীচে এমনভাবে ভার বেঁধে জলে ডোবানো হয় যাতে ইহা প্রায় সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। ইহাকে নীচের দিকে সামান্য ঠেলে দিলে কি হবে ?

বেলুন প্রায় সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসতে থাকায় অপসারিত জলের ওজন ও ভার সহ বেলুনের ওজন সমান। ইহাকে নীচের দিকে সামান্য ঠেলে দিলে ইহার উপর বাইরের চাপ বেড়ে যায় ও বয়েলের সূত্রানুযায়ী ইহার আয়তন কমে। এই অবস্থায় অপসারিত জলের ওজন ভারসহ বেলুনের ওজনের চেয়ে কম হওয়ায় বেলুন ডুবে যায়।

উদাহরণ (Examples) :

1. d_1 ঘনত্বের কোন বস্তুকে d_2 ঘনত্বের কোন তরলের উপর আস্তে ছেড়ে দেওয়া হয়। তরলের গভীরতা d এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g হ'লে দেখাও যে, বস্তুর তলদেশে পৌঁছাতে $\sqrt{\dfrac{2dd_1}{g(d_1-d_2)}}$ সময় লাগে।

সমাধান ঃ ধরা যাক্‌, বস্তুর ভর $= m$; তাহ'লে বস্তুর আয়তন $= \frac{m}{d_1}$ ।

অপসারিত তরলের জন্য ঊর্ধ্বমুখী ঘাত $= \frac{m}{d_1} \times d_2 g$ ।

সুতরাং, তরলের মধ্যে বস্তুর উপর নিম্নমুখী বল $= mg - \frac{m}{d_1} d_2 g$

$$= m\left(g - \frac{d_2}{d_1} g\right) = \text{ভর} \times \text{ত্বরণ} ।$$

অতএব, তরলের মধ্যে বস্তুর নিম্নমুখী ত্বরণ

$$f = g - \frac{d_2}{d_1} g = g\left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) ।$$

বস্তু স্থির অবস্থা থেকে প'ড়তে শুরু করায়

$$d = \tfrac{1}{2} f t^2 = \tfrac{1}{2} g \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) t^2 = \tfrac{1}{2} . \frac{g}{d_1} (d_1 - d_2) t^2 ।$$

$$\therefore \quad t^2 = \frac{2dd_1}{g(d_1 - d_2)} \quad \therefore \quad t = \sqrt{\frac{2dd_1}{g(d_1 - d_2)}} ।$$

2. কোন বাড়ির উপরতলার ট্যাংকে জলের চাপ 15 lb/sq. inch এবং নীচের তলার ট্যাংকে জলের চাপ 60 lb/sq. inch হ'লে বাড়ির উচ্চতা কত ? জলের ঘনত্ব = 62·5 lb/cu. ft.

সমাধান ঃ ধরা যাক্‌, বাড়ির উচ্চতা $= H$ ft. ।

নীচের তলার ট্যাংকে জলের চাপ

= উপরতলার ট্যাংকে জলের চাপ + H ft. জল স্তম্ভের চাপ ।

অতএব, $60 = 15 + \frac{H \times 62{\cdot}5}{12 \times 12}$ । $\therefore \quad H = \frac{45 \times 12 \times 12}{62{\cdot}5} = 103{\cdot}68$ ft. ।

[কারণ, H ft. জলস্তম্ভের চাপ $= H \times 6{\cdot}25$ lb/sq. ft- $= \frac{H \times 62{\cdot}5}{12 \times 12}$ lb/sq. inch]

3. এক টুকরো মোমের আয়তন 22 c. c. । এই টুকরোকে জলে ভাসালে ইহার 2 c. c. জলের উপরে থাকে । টুকরোর ওজন ও মোমের ঘনত্ব নির্ণয় কর ।

সমাধান ঃ অপসারিত জলের আয়তন = (22 − 2) c.c. = 20 c.c. ।

∴ অপসারিত জলের ওজন = 20 gm. ।

ভাসনের শর্তানুযায়ী,

বস্তুর ওজন = অপসারিত জলের ওজন = 20 gm. ।

∴ মোমের টুকরোর ওজন = 20 gm.

অতএব, ঘনত্ব $= \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{20}{22} = 0{\cdot}909$ gm./c.c.

∴ মোমের ঘনত্ব = 0·909 gm/c.c.

4. 10 cm. ব্যাসের কোন চোঙের তলায় বাইরে থেকে 500 gm. ওজনের তামা ঝুলিয়ে জলে ভাসালে চোঙ ইহার উচ্চতার 6 cm. নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। ঐ তামা চোঙের ভিতরে রেখে চোঙকে জলে ভাসালে উহার উচ্চতার কতটা জলে নিমজ্জিত থাকে? তামার ঘনত্ব = 9 gm./c.c.।

সমাধান ঃ প্রথম ক্ষেত্রে চোঙ ও তামা উভয়েই জল অপসারণ করে। সুতরাং ভাসনের সূত্রানুযায়ী,

চোঙের ওজন + তামার জলে ওজন = চোঙ দ্বারা অপসারিত জলের ওজন + তামা দ্বারা অপসারিত জলের ওজন ... ... (i)

তামার বায়ুতে ওজন = 500 gm. এবং ঘনত্ব = 9 gm/c.c.।

$\therefore$ তামার আয়তন $= \frac{\text{ওজন}}{\text{ঘনত্ব}} = \frac{500}{9}$ c. c.।

$\therefore$ তামা দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন $= \frac{500}{9}$ c.c.।

$\therefore$ " " " " ওজন $= \frac{500}{9}$ gm.।

$\therefore$ তামার জলে ওজন = বায়ুতে ওজন − অপসারিত জলের ওজন

$= 500 \text{ gm.} - \frac{500}{9} \text{ gm.} = 500(1 - \frac{1}{9}) \text{ gm.} = 500 \times \frac{8}{9}$ gm.।

আবার, জলের তলায় চোঙের আয়তন $= \pi \times (5)^2 \times 6$ c.c.

$\therefore$ চোঙ দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন $= \pi \times (5)^2 \times 6$ c.c.।

$\therefore$,, ,, ,, ,, ওজন $= \pi \times (5)^2 \times 6$ gm.।

$\therefore$ ভাসনের সূত্রানুসারে (i) নম্বর সম্পর্ক অনুযায়ী,

চোঙের ওজন $+ 500 \times \frac{8}{9} = \pi(5)^2 \times 6 + \frac{500}{9}$।

$\therefore$ চোঙের ওজন $= (150\pi - 500 \times \frac{7}{9})$ gm. ... ...(ii)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, ধরা যাক্ চোঙের উচ্চতার x cm. জলের তলায় থাকে। এক্ষেত্রে শুধুমাত্র চোঙ জল অপসারণ করে। সুতরাং, ভাসনের সূত্রানুযায়ী,

$\pi(5)^2 \times h$ = চোঙের ওজন + তামার ওজন

$\therefore$ চোঙের ওজন $= 25\pi h$ − তামার ওজন $= 25\pi h - 500$ ... (iii)

(ii) ও (iii) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী,

$25\pi h - 500 = 150\pi - 500 \times \frac{7}{9}$।

$\therefore \quad 25\pi h = 150\pi + 500(1 - \frac{7}{9}) = 150\pi + 500 \times \frac{2}{9}$।

$\therefore \; h = \frac{150\pi + 500 \times \frac{2}{9}}{25\pi} = 7{\cdot}4$ cm. (প্রায়)।

5. 200 c. c. আয়তনের এবং 0·5 gm/c.c. ঘনত্বের কোন বস্তু জলে ভাসে। জলের উপর 0·3 ঘনত্বের তেল ঢেলে ঐ বস্তুকে ঢেকে দেওয়া হয়। এই অবস্থায় বস্তুর কত আয়তন জলের তলায় ডুবে থাকে।

সমাধান ঃ বস্তুর ওজন = আয়তন × ঘনত্ব $= 200 \times 0{\cdot}5 = 100$ gm.

ধরা যাক, বস্তুর V c.c. আয়তন জলে ডুবে থাকে। তাহ'লে $(200-V)$ c.c. আয়তন তেলে ঢেকে থাকে। অতএব, ভাসনের শর্তানুযায়ী,

$100 = V \times 1 + (200 - V) \times 0{\cdot}3$।

$\therefore \quad V = 57{\cdot}14$ c.c. (প্রায়)

6. 4 cm. বর্গের প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কোন কাঠের দণ্ডের দৈর্ঘ্য 30 cm.। ইহার এক প্রান্তে 2 c.c. সীসা লাগানো আছে। এই দণ্ডকে জলে ভাসালে দৈর্ঘ্যের 6 cm. জলের উপরে রেখে দণ্ড স্থির হ'য়ে ভাসে। সীসার ঘনত্ব 11·4 gm/c.c. হ'লে কাঠের ঘনত্ব কত ?

সমাধান : দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= 4 \times 4 = 16$ sq. cm.।

জলের ভিতরে দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= (30 - 6)$ cm. $= 24$ cm.।

$\therefore$ দণ্ড দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন $= 16 \times 24 = 384$ c.c.।

সীসার আয়তন $= 2$ c.c. $\therefore$ সীসা দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন $= 2$ c.c.।

মোট অপসারিত জলের আয়তন $= (384 + 2)$ c.c. $= 386$ c.c.।

এই অপসারিত জলের ওজন $= 386$ gm.। [জলের ঘনত্ব 1 gm /c.c. ধ'রে]

কাঠের ঘনত্ব d হ'লে কাঠের দণ্ডের ওজন $= 16 \times 30 \times d$ gm. $= 480\,d$।

সীসার ওজন $= 2 \times 11{\cdot}4 = 22{\cdot}8$.।

$\therefore$ দণ্ড ও সীসার মোট ওজন $= (480d + 22{\cdot}8)$ gm.।

$\therefore$ ভাসনের শর্তানুযায়ী, $480d + 22{\cdot}8 = 386$;

$$\therefore \quad d = \frac{363{\cdot}2}{480} = 0{\cdot}76 \text{ gm/c.c.}$$

7. V আয়তনের কোন কঠিন বস্তু তিনটি বিভিন্ন তরলে $\frac{1}{2}V$, $\frac{1}{3}V$ ও $\frac{2}{3}V$ আয়তন তরল অপসারিত ক'রে ভাসে। ঐ তিনটি তরলের সম আয়তন নিয়ে মিশ্রণ তৈরী ক'রে মিশ্রণে বস্তুকে ভাসানো হয়। বস্তু উহার আয়তনের কত অংশ এই মিশ্রণে নিমজ্জিত রেখে ভাসে ?

সমাধান : বস্তুর আয়তন $= V$; ধরা যাক, বস্তুর ঘনত্ব $= D$,

এবং তরল তিনটির ঘনত্ব যথাক্রমে d_1, d_2, d_3। তাহ'লে

ভাসনের শর্তানুযায়ী লেখা যায়,

$VD = \frac{1}{2}Vd_1 = \frac{1}{3}Vd_2 = \frac{2}{3}Vd_3$।

$\therefore \quad D = \frac{1}{2}d_1 = \frac{1}{3}d_2 = \frac{2}{3}d_3$

প্রত্যেক তরলের v আয়তন নিয়ে মিশ্রণ তৈরী কর'লে মোট আয়তন হয় $3v$।

তাহ'লে মিশ্রণের ভর $= vd_1 + vd_2 + vd_3$

$= vd_1 + v.\frac{3}{2}d_1 + v.\frac{3}{4}d_1 = \frac{13}{4}vd_1$.।

$$\therefore \quad \text{মিশ্রণের ঘনত্ব} = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{\frac{13}{4}vd_1}{3v} = \frac{13}{12}d_1 \text{ ।}$$

ধরা যাক, বস্তুর xV আয়তন মিশ্রণে নিমজ্জিত থাকে। তাহ'লে

$$VD = xV \times \tfrac{13}{12}d_1 \text{।} \quad \therefore \tfrac{1}{2}Vd_1 = xV \times \tfrac{13}{12}d_1 \text{।} \quad \therefore x = \tfrac{6}{13} \text{।}$$

∴ বস্তু উহার $\frac{6}{13}V$ আয়তন মিশ্রণে নিমজ্জিত রেখে ভাসে।

8. 30 lb. ওজনের একখণ্ড সীসাকে সুতো দিয়ে বাঁধা হয়। সুতো 28 lb. টান সহ্য ক'রতে পারে। সুতো দিয়ে সীসার খণ্ডকে জলে ডোবান হয়। ইহার আয়তনের কত অংশ জলে ডুবলে সুতো টান সহ্য ক'রতে পারে। সীসার আঃ গুঃ 11·4।

সমাধান : সীসাখণ্ডের আয়তনের এমন অংশ জলে ডুবে থাকে যাতে খণ্ডের আপাত ওজন 28 lb. হয়।

∴ ওজন হ্রাস = (30 − 28) lb. = 2 lb = অপসারিত জলের ওজন।

∴ অপসারিত জলের আয়তন = 2/62·5 cu. ft.

[জলের ঘনত্ব 62·5 lb./cu.ft. ধরা হ'লে]

∴ বস্তুর নিমজ্জিত অংশের আয়তন = 2/62·5 cu. ft.।

$$\text{বস্তুর সমগ্র আয়তন} = \frac{\text{বস্তুর ওজন}}{\text{বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব}} = \frac{30}{11{\cdot}4 \times 62{\cdot}5}\text{ cu. ft.।}$$

$$\therefore \text{সীসাখণ্ডের আয়তনের নিমজ্জিত অংশ} = \frac{2}{62{\cdot}5} \div \frac{30}{11{\cdot}4 \times 62{\cdot}5}$$

$$= \frac{11{\cdot}4}{15} = 0{\cdot}76\text{।}$$

9. কোন বয়ার আয়তন 500 litre এবং ইহার উপাদানের ঘনত্ব 0·85 gm./c.c.। সমুদ্রের তলায় আটকানো একটি শিকলের সাহায্যে বয়াকে জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসিয়ে রাখা হয়। শিকলে কত টান পড়ে? সমুদ্র জলের ঘনত্ব = 1·02 gm / c.c.।

সমাধান : অপসারিত জলের আয়তন = 500 litre = 500 × 1000 c.c.

$= 5 \times 10^5$ c.c.

∴ অপসারিত জলের ওজন = $5 \times 10^5 \times 1{\cdot}02 = 5{\cdot}1 \times 10^5$ gm.

বয়ার ওজন = $5 \times 10^5 \times 0{\cdot}85 = 4{\cdot}25 \times 10^5$ gm.

সুতরাং, শিকলের উপর টান = $(5{\cdot}1 - 4{\cdot}25) \times 10^5 = 0{\cdot}85 \times 10^5$ gm.

= 85 Kg.wt.।

10. জলসহ কোন বীকারকে তুলাযন্ত্রের তুলাপাত্রে রেখে ওজন ক'রলে দেখা যায় ইহার ভর M gm.। একটি সুতোর একপ্রান্তে একখণ্ড মিছরীর দানাকে বেঁধে ঐ বীকারের জলে ডোবানো হয়। ইহা বীকারের দেওয়াল স্পর্শ করে না এবং জলও বীকার উপছে পড়ে না। যে মুহূর্তে মিছরীর দানাকে ডোবানো হয় সেই মুহূর্তে তুলা যন্ত্রের পাঠ কত? যত সময় যায় তত তুলা যন্ত্রের পাঠের কিরূপ পরিবর্তন হয়? *(I. I. T. 1976)*

সমাধান ঃ মনেকরা যাক প্রথমে ঊর্ধ্বঘাত = অপসারিত জলের ভর = v gm। কাজেই, প্রথমে তুলা যন্ত্রের পাঠ $W=(M+v)$ gm. ...... (i)

ধরা যাক, কোন সময়ে মিছরীর দানার অর্ধেকটা বীকারের জলে গ'লে যায়। তাহ'লে বাকি অর্ধেকের উপর ঊর্ধ্বঘাত $=\frac{v}{2}$ gm. wt.। কাজেই, বীকারের উপর প্রতিক্রিয়া $=\frac{v}{2}$ gm. wt. (নীচের দিকে)। গ'লে যাওয়া মিছরীর ভর $=\frac{m}{2}$ gm. m = মিছরীর খণ্ডের ভর।

অতএব, তুলা যন্ত্রের পাঠ $W'=\left(M+\frac{v}{2}+\frac{m}{2}\right)$ gm. ... ... (ii)

ধরা যাক, মিছরীর ঘনত্ব $d>1$। তাহ'লে $v=\frac{m}{d}$।

(i) নং সমীকরণ অনুযায়ী, $W=\left(M+\frac{m}{d}\right)=\left(M+\frac{m}{2d}+\frac{m}{2d}\right)$।

(ii) নং সমীকরণ অনুযায়ী, $W'=\left(M+\frac{m}{2d}+\frac{m}{2}\right)$। $d>1$ হওয়ায়,

$$\left(M+\frac{m}{2d}+\frac{m}{2}\right)>\left(M+\frac{m}{2d}+\frac{m}{2d}\right)।$$

যখন মিছরীর দানার সবটাই গ'লে যায় তখন কোন ঊর্ধ্বঘাত থাকে না। তখন যন্ত্রের পাঠ $=(M+m)$ gm.। আবার $(M+m)>\left(M+\frac{m}{2}+\frac{m}{2d}\right)$।

কাজেই, যত সময় যায় ততই তুলা যন্ত্রের পাঠ বাড়তে থাকে।

11. কোন কাঠের ঘনকের উপর 200 gm. ভর রেখে ঘনককে জলে ভাসানো হয়। ভর অপসারিত ক'রলে ঘনকের 2 cm. জলের উপরে থাকে। ঘনকের সাইজ কত? *(I. I. T. 1978)*

সমাধান ঃ ধরা যাক, ঘনকের ভর W gm. এবং ইহার বাহুর দৈর্ঘ্য a cm.। যখন ঘনক ভাসে তখন অপসারিত জলের ভর = ভাসমান মোট ভর। অতএব, $a^3\times 1=(W+200)$। যখন ঘনকের 2 cm. জলের উপরে থাকে, তখন $a^2\times(a-2)\times 1=W$। এই দুই সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায়, $a=10$ cm.। কাজেই, ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = 10 cm.।

12. কোন লোহার ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 cm.। এই ঘনক পারদে ভাসে। পারদ তলের উপরে ঘনকের উচ্চতা কত? পারদের উপরে জল ঢেলে ঘনককে ঢেকে দিলে জলের উচ্চতা কত হয়? *(I. I. T. 1973)*

লোহার ঘনত্ব = 7·2 gm./c.c.।

সমাধান ঃ ঘনক যখন পারদে ভাসে তখন ইহার ওজন = অপসারিত পারদের ওজন। অতএব, $125\times 7{\cdot}2\times g=25\times h\times 13{\cdot}6\ g$; h পারদের তলায়

ঘনকের উচ্চতা। অতএব, $h=\frac{9}{3\cdot4}$ cm. $=2\cdot65$ cm.। কাজেই, পারদের উপরে ঘনকের উচ্চতা $=5-2\cdot65=2\cdot35$ cm.।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, ঘনকের ওজন = অপসারিত জলের ওজন + অপসারিত পারদের ওজন।

অতএব, $125\times7\cdot2\times g=25\times H\times1\times g+25\,(5-H)\times13\cdot6\times g$; H = জলের উচ্চতা। কাজেই, $H=2\cdot54$ cm.

13. একটি চোঙাকৃতি পাত্রের কত উচ্চতা পর্যন্ত তরল পূর্ণ ক'রলে ঐ পাত্রের দেওয়ালে এবং তলদেশে তরল দ্বারা প্রযুক্ত বল সমান হয় ?

[*I. I. T. 1976*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, পাত্রের ব্যাসার্ধ = r। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g, তরলের ঘনত্ব d। পাত্রে তরলের উচ্চতা h হ'লে পাত্রের তলদেশে মোট প্রযুক্ত বল F = চাপ × তলদেশের ক্ষেত্রফল $=hdg\times\pi r^2$। পাত্রের দেওয়ালে গড়চাপ $=\frac{1}{2}$ hdg। তরল সংলগ্ন দেওয়ালের ক্ষেত্রফল $=2\pi rh$। কাজেই, দেওয়ালের উপর মোট প্রযুক্ত বল $F'=\frac{1}{2}\,hdg\times2\pi rh$। আবার $F'=F$ হওয়ায়, $hdg\times\pi r^2=\frac{1}{2}hdg\times2\pi rh$। অতএব $h=r$। কাজেই, তলদেশের ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতা পর্যন্ত পাত্রকে তরল পূর্ণ ক'রতে হয়।

14. জলে ভাসমান কোন বরফের ব্লকের উপর একটি কর্ক রাখা হয়। উভয়ে জলে ভাসে। সব বরফ গ'লে গেলে জলের লেভেলের কি পরিবর্তন হয় ?

[*I. I. T. 1976*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, বরফের ব্লকের ভর *M* gm. এবং কর্কের ভর *m* gm.। যখন উভয়ে জলে ভাসে তখন অপসারিত জলের পরিমাণ $=(M+m)$ gm.। কাজেই, অপসারিত জলের আয়তন $=(M+m)$ c.c.। সব বরফ গ'লে গেলে *M* gm. বা *M* c.c. জল পাওয়া যায়। এখন কর্ক একা ভাসে। এই কর্ক *m* c.c. জল অপসারণ করে। কাজেই, বরফ গলা জলের আয়তন + কর্ক দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন $=(M+m)$ c.c.। সুতরাং, জলের লেভেলের কোন পরিবর্তন হয় না।

15. বিভিন্ন উপাদানের তিনটি বস্তু P, Q ও R এর বায়ুতে ওজন যথাক্রমে 16, 20 এবং 22 gm.। ইহাদের জলে ওজন যথাক্রমে 14, 18 এবং 20 gm.। ইহাদের মধ্যে দু'টি বস্তু বিশুদ্ধ ধাতুর তৈরী এবং অপরটি ঐ দুই ধাতুর মিশ্রণে উৎপন্ন সংকর ধাতুর তৈরী। কোন্ বস্তু সংকর ধাতুর নির্ণয় কর। ঐ সংকর ধাতুতে বিশুদ্ধ ধাতুদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর।

[*Jt. Entrance 1978*]

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, কোন বস্তুর আঃ গুরুত্ব

$$=\frac{\text{বস্তুর বায়ুতে ওজন}}{\text{বস্তুর বায়ুতে ওজন}-\text{বস্তুর জলে ওজন}}\text{।}$$

কাজেই, P, Q ও R বস্তুত্রয়ের আঃ গুরুত্ব যথাক্রমে S_P, S_Q এবং S_R হ'লে,

$$S_P=\frac{16}{16-14}=8\ ;\quad S_Q=\frac{20}{20-18}=10 \text{ এবং } S_R=\frac{22}{22-20}=11 \text{।}$$

Q বস্তুর আঃ গুরুত্ব P ও R এর মাঝামাঝি হওয়ায় Q বস্তু সংকর ধাতুর তৈরী। Q বস্তুতে R এর পরিমাণ x gm. হ'লে P এর পরিমাণ $=(20-x)$ gm.

অতএব Q বস্তুতে R এর আয়তন $=\frac{x}{11}$ এবং P এর আয়তন $=\frac{20-x}{8}$ ।

আবার, Q এর আয়তন $=(20-18)=2$ c.c. ।

কাজেই, $\frac{x}{11}+\frac{20-x}{8}=2$; অথবা $x=14{\cdot}67$ gm. ।

অর্থাৎ Q বস্তুতে R এর পরিমাণ 14·67 gm. এবং P এর পরিমাণ $=(20-14{\cdot}67)=5{\cdot}33$ gm. ।

প্রশ্নমালা (Exercise)

1. 'ঘনত্ব' ও 'আপেক্ষিক গুরুত্ব' কাকে বলে ? ইহাদের একক কি ? ইহাদের মান সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে সমান কিন্তু অন্য পদ্ধতিতে বিভিন্ন কেন ?

What do you mean by 'density' and 'specific gravity' ? What are their units ? Their magnitudes are same in C.G.S. system but different in other systems. Why ?

2. 'আপেক্ষিক গুরুত্ব' ও 'ঘনত্বের' পার্থক্য কি ? আপেক্ষিক গুরুত্বের সংজ্ঞায় 4°C উষ্ণতার জল নেওয়া হয় কেন ? কোন পদার্থের ঘনত্ব কি নিম্নোক্ত বিষয়গুলির উপর নির্ভর করে ?—(i) অভিকর্ষজ ত্বরণ, (ii) উষ্ণতা, (iii) বস্তুর উপর চাপ।

Distinguish between 'specific gravity' and 'density'. Why in the definition of specific gravity, water is taken at 4°C ? Does the density of a material depend upon the following factors ?—(i) Acceleration due to gravity, (ii) Temperature, (iii) Pressure on the body.

3. তরল ও গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘাত ও চাপের পার্থক্য লেখ। কোন তরলে নিমজ্জিত তলে ঘাত নির্ণয় কর।

উদ্‌স্থিতিক কূট ব'লতে কি বোঝায় ? ইহা কিভাবে ব্যাখ্যা করা হয় ? দেখাও যে, তরলের মুক্ত তল আবশ্যকীয়ভাবে অনুভূমিক।

Distinguish between thrust and pressure as apptied to fluid. Calculate the thrust on a plane surface immersed in a liquid. What do you mean by 'hydrostatic paradox' ? How is it explained ? Show that the free surface of a liquid must be horizontal.

4. প্যাস্কালের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। এই সূত্রের সাহায্যে কিভাবে ঘাত বৃদ্ধি করা যায় ? পরীক্ষাগারে এই সূত্রের সত্যতা কিভাবে নিরূপণ করা যায় ?

State and explain Pascal's law. How can you apply this law for obtaining multiplication of force ? How is the law verified experimentally in the laboratory ?

5. ঘাত-বৃদ্ধির নীতি কি ? একটি হাইড্রলিক প্রেসের বর্ণনা দাও এবং ইহার কার্যনীতি ব্যাখ্যা কর। ইহার যান্ত্রিক সুবিধা নির্ণয় কর। হাইড্রলিক প্রেসে কোন নির্দিষ্ট বল অনেক গুণ করা হয়। ইহা কি শক্তির নিত্যতা সূত্র মানে না ?

What is the principle of multiplication of thrust ? Describe a hydraulic press and explain its action. Calculate its mechanical advantage. In the hydraulic press a given force is multiplied many times. Does this violate the principle of conservation of energy ?

6. প্লবতা কি ? কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর ইহা নির্ভর করে ? প্লবতা কেন্দ্র ব'লতে কি বোঝায় ? দেখাও যে, প্লবতা কেন্দ্র ও অপসারিত তরলের ভারকেন্দ্র একই বিন্দু।

What is buoyancy ? On what factors does it depend ? What is meant by centre of buoyancy ? Prove that it coincides with the centre of gravity of the displaced liquid.

7. আর্কিমিডিসের নীতি বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর। এই নীতির সাহায্যে জলে ডোবে এমন বস্তুর আয়তন ও ঘনত্ব নির্ণয় কর। এই নীতির সাহায্যে কোন সোনার মুকুটকে না গলিয়ে ইহাতে খাদ আছে কিনা কিভাবে বোঝা যায় ?

State and explain Archimedes principle. Apply it to determine the volume and density of a solid which sinks in water. How do you use the same principle to find out without melting whether a golden crown contains some base metal ?

8. 'কোন ভাসমান বস্তু আপাতভাবে ভারহীন'—ব্যাখ্যা কর। কোন বস্তুর ভাসনের শর্তগুলি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

M ভরের ও r ব্যাসার্ধের কোন গোলকের গায়ে m ভরের একখণ্ড ধাতু যুক্ত ক'রে কোন তরলে রাখলে ইহা অর্ধ নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। ধাতুখণ্ড ইহার নিম্নতম বিন্দুতে থাকে। দেখাও যে গোলকের অনুকেন্দ্রিক উচ্চতা হয় $\frac{mr}{m+M}$।

'A floating body apparently loses its whole weight'—explain. State and explain the condition of floatation of a body.

A piece of metal of mass m is attached to a sphere of mass M and radius r. It then floats in a liquid just half submerged with the metal piece at its lowest point. Show that the meta centric height is $\frac{mr}{m+M}$.

9. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :—

(i) বস্তুর ঘনত্ব নির্দেশ ক'রতে গেলে উষ্ণতার উল্লেখ প্রয়োজন হয় কেন ?

(ii) হাইড্রলিক প্রেসে তরলের পরিবর্তে গ্যাস ব্যবহার করা হয় না কেন ?

(iii) বিশুদ্ধ জলের চেয়ে লবণাক্ত জলে সাঁতার কাটা অপেক্ষাকৃত সহজ কেন ?

(iv) দুটি অনুরূপ গোলক—একটি ফাঁপা ও অপরটি নিরেট—কোন তরলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত হয়। ইহাদের কোন্‌টির উপর অপেক্ষাকৃত বেশি উল্লম্ব ঘাত পড়ে।

(v) হাইড্রোজেন পূর্ণ বেলুন কিছু দূর উঠে আর উঠতে পারে না কেন ?

(vi) নদীর মাছ গভীর সমুদ্রের তলায় থাকতে পারে না কেন ?

(vii) লোহার তৈরী একই ভরের একটি ডিস্ক, একটি ঘনক ও একটি গোলককে জলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করা হয়। কোন্‌টির উপর প্লবতা ন্যূনতম হয় ?

(viii) ভারহীন অবস্থায় বস্তুর ঘনত্বের কি কোন তাৎপর্য থাকে ?

Answer the following questions :

(i) Why temperature should be mentioned in order to state the density of a substance ?

(ii) Why is gas not used in a hydraulic press instead of a liquid ?

(iii) Why is it easier to swim in a salty water than in pure water ?

(iv) Two identical spheres one solid and the other hollow, are immersed completely in a liquid. Which one of them will experience greater up thrust ?

(v) Why a hydrogen filled balloon can not rise further after a certain height ?

(vi) Why river fish can not stay under deep sea ?

(vii) A disc, a cube and a sphere, all made of iron and having the same mass, are immersed completely in water. Which one of them will experience the minimum buoyancy ?

(viii) Is there any significance of the density of a body in its weightlessness condition ?

10. আপেক্ষিক গুরুত্ব কাকে বলে ? আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয়ে উষ্ণতা জনিত সংশোধন কিভাবে করা হয় ? [*Tripura H. S. 1980*]

11. (a) ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্বের পার্থক্য দেখাও ।

(b) আর্কিমিডিসের সূত্রটি লেখ এবং কিভাবে এই সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করা যায় তাহা বর্ণনা কর । [*Tripura H.S. 1978*]

12. (a) তরলের চাপ-সঞ্চালন সম্পর্কিত পাস্কালের সূত্রটি বিবৃত কর । (b) হাইড্রলিক প্রেসের বিবরণ ও কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর । [*Tripura H.S. 1979, '81*]

13. পাস্কালের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর । [*H. S.* (new) *1981*]

14. তরলের অভ্যন্তরস্থ কোন বিন্দুতে চাপ যে সর্বদিকে ক্রিয়াশীল তা পরীক্ষা দ্বারা বুঝাইয়া দাও । [*H. S.* (new) *1981*]

15. আর্কিমিডিসের নীতি কি ? এই নীতি ব্যাখ্যা ক'রে একটি পরীক্ষা বর্ণনা কর । [*H. S.* (new) 1979]

16. ভাসন ও নিমজ্জনের শর্তগুলি পরিষ্কার বুঝাইয়া লেখ । স্থির হ'য়ে ভাসতে গেলে বস্তুটির কি করা প্রয়োজন ? [*H. S.* (new) *1980*]

17. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ—

(i) নদীজলে সাঁতার কাটার চাইতে সমুদ্রজলে সাঁতার কাটা সহজ কেন ?

(ii) লৌহ খণ্ড জলে ডোবে কিন্তু লোহার তৈরী জাহাজ জলে ভাসে কেন ? [*H. S.* (new) *1980*]

(iii) কেন এক টুকরো লোহা (আঃ গুঃ=7·8) জলে ডুবিয়া যায় কিন্তু পারদে (আঃ গুঃ=13·6) ভাসে ? [*H. S.* (new) *1978*]

18. 'ভাসমান বস্তুর কোন (আপাত) ওজন নাই'—ব্যাখ্যা কর । [*H. S.* (new) *1981*]

19. অবাধ অবতরণের ক্ষেত্রে আর্কিমিডিসের সূত্র প্রযোজ্য ? বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণরত কৃত্রিম উপগ্রহের ভিতর কি আর্কিমিডিস সূত্র প্রযোজ্য ? [*H. S.* (new) *1979*]

20. কার্টেজীয় ডাইভারের বর্ণনা ও কার্য প্রণালী ব্যাখ্যা কর । এই কার্য নীতির আধুনিক প্রয়োগ কি ?

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. একটি হাইড্রলিক প্রেসের পিস্টনদ্বয়ের ব্যাস যথাক্রমে 4 ইঞ্চি ও 40 ইঞ্চি। লিভারের ছোট দণ্ডটির দৈর্ঘ্য 8 ইঞ্চি এবং ইহা ছোট পিস্টনকে কার্যকরী করে। বড় দণ্ডটির দৈর্ঘ্য 4 ফুট এবং ইহার প্রান্তে 75 পাউণ্ড-ভার বল প্রয়োগ করা হয়। বড় পিস্টনে মোট বল (total force) কত হবে?

[*Tripura H. S, 1981*] [45×10^3 পাউণ্ড-ভার]

2. বায়ুতে 41·08 gm. wt. ওজন বিশিষ্ট একটি বস্তুকে জলে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত ক'রলে ইহার ওজন হয় 25·28 gm. wt.। বস্তুটির আয়তন ও ঘনত্ব নির্ণয় কর।

[*Tripura H.S. 1978*] [15·8 c.c., 2·6 gm/c c.]

3. তামা ও সীসার একটি সংকর ধাতুর ভর 320 gm. এবং আয়তন 30 cm^3। তামা ও সীসার আয়তন নির্ণয় কর। তামার আপেক্ষিক গুরুত্ব 8·89, সীসার আপেক্ষিক গুরুত্ব 11·37।

[*Tripura H. S. 1980*] [77 gm. ; 243 gm.]

4. একটি তৈলবিন্দু জলের মধ্যে αg ত্বরণ নিয়ে উর্ধে ওঠে ; α একটি ধ্রুব রাশি ও 'g' অভিকর্ষজ ত্বরণ। জলের ঘর্ষণ উপেক্ষা ক'রে তেলের আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয় কর।

[*Jt. Entrance 1967*] $\left[\frac{1}{1+\alpha}\right]$

5. একটি U নলের দুই বাহুর প্রস্থচ্ছেদ যথাক্রমে 1 sq. cm. ও 0·1 sq. cm.। নলের তলায় দুই বাহুতে কিছু জল আছে। মোটা বাহুতে 0·85 gm./c c. ঘনত্বের তেল কত আয়তনে ঢাললে সরু বাহুতে জল 15 cm. উর্ধে ওঠে? [*Jt. Entrance 1976*] [17·91 c.c.]

6. 0·25 আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট একটি কর্কের টুকরো ও 8·0 আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট একটি ধাতব টুকরো এক সঙ্গে বাঁধা হ'ল। এই সমন্বয় 0·8 আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট তরলে ভাসেও না বা ডোবেও না। কর্ক ও ধাতুর ভরের অনুপাত নির্ণয় কর। [*Jt. Entrance 1981*] [9 : 22]

7. একটি বড় মুখের পাত্রস্থিত জলের উপরে 0·6 আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট তেল ভাসছে। 10 cm. বাহুবিশিষ্ট একটি কাঠের ব্লক জলে এরূপভাবে ভাসে যে ইহার উপর তল তেলে ডুবে থাকে ও নীচের তলের 2 cm. জলে ডুবে থাকে। ব্লকের ওজন কত? [*Jt. Entrance 1974*] [680 গ্রাম]

8. 10 m. লম্বা ও 5 m. চওড়া একটি জলাশয়ে একটি নৌকা ভাসে। নৌকায় একজন লোক ও 40 Kg. ওজনের একটি পাথর আছে। লোকটি পাথরকে জলে ফেলে দিলে, জলাশয়ের ধার বরাবর জলের লেভেল কতটা উঠবে বা নামবে? পাথরের আপেক্ষিক গুরুত্ব = 3।

[*Jt. Entrance 1973*] [0·53 cm. নামবে]

9. একটি ঘনকাকৃতি বন্ধ ট্যাঙ্কের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 m.। ইহার উপর তলে 100 cm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি খাড়া নল আটকানো আছে। ঘনকটি জল পূর্ণ ক'রলে জল নলে 2·5 m. ওঠে। ট্যাঙ্কের প্রত্যেক তলে ঘাত নির্ণয় কর।

A cubical tank whose edge is 2m. is closed at the top except in one place where a vertical riser pipe of crosssectional area 100 cm2 is fitted. If water rises 2·5 m. in the pipe, find the thrust on each face of the tank. [তলদেশে $1·76 \times 10^5$ newton, উপর তলে $0·98 \times 10^5$ newton, উল্লম্বতলে $1·37 \times 10^5$ newton]

10. কোন ধাতব ব্লকের ভর 40 Kg. ও আয়তন 5000 cm^3. একটি দড়ির সাহায্যে ইহাকে 0·76 ঘনত্বের তেলে নিমজ্জিত করা হয়। প্লবতা ও দড়ির টান নির্ণয় কর।

A metal block has a mass 40 Kg. and has a volume 500 cm^3. By means of a cord it is held suspended in oil of relative density 0·76. Find the buoyant force and the tension in the cord. [37·2 newton, 355 newton]

11. বরফের আপেক্ষিক ঘনত্ব 0·92। একখণ্ড বরফের আয়তনের কত অংশ 1·12 আপেক্ষিক ঘনত্বের তরলে নিমজ্জিত অবস্থায় থাকে।

The relative density of ice is 0·92. What fraction of the volume of a piece of ice will be submerged when floating in a liquid of relative density 1·12? [0·82 অংশ]

12. এক লিটার ফ্লাস্ক A ও B তরলদ্বারা পূর্ণ। মিশ্রণের আপেক্ষিক ঘনত্ব 1·4। A ও B তরলের আপেক্ষিক ঘনত্ব যথাক্রমে 0·8 ও 1·8। মিশ্রণে প্রত্যেক তরলের আয়তন নির্ণয় কর। ধ'রে নাও যে মিশ্রণের ফলে কোন আয়তন পরিবর্তন ঘটে না।

A litre flask is filled with two liquids (*A* and *B*) of relative density 1·4 together. The relative density of liquid *A* is 0·8 and of liquid *B* 1·8. What volume of each enters the mixture? Assume no volume change on mixing.

[400 c.c. ও 600 c.c.]

13. হাইড্রলিক প্রেসের বড় পিস্টনের ব্যাস 1 m. এবং ছোট পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ 10 cm². । ছোট পিস্টনের উপর 500 N বল প্রযুক্ত হ'লে বড় পিস্টন কত বল প্রয়োগ করে? প্রত্যেক পিস্টনের তলদেশে চাপ কত?

The diameter of the larger piston of a hydraulic press is 1 m and the area of the small piston is 10 cm². If a force of 500 N is applied to the smaller piston, what is the force exerted by the larger piston? What is the pressure under each piston? [62·8 newton, 1427 newton]

14. 7·8 আপেক্ষিক ঘনত্বের কোন লোহার বল জলের তলায় অভিকর্ষের জন্য কত ত্বরণ নিয়ে পড়ে? 13·6 ঘনত্বের পারদে কত ত্বরণ নিয়ে ওঠে?

With what acceleration an iron ball of relative density 7·8 will begin to fall under gravity? To rise in mercury of relative density 13·6?

[8·54 m/sec² ; 7·29 m/sec²]

15. একটি স্প্রিং ব্রোঞ্জের (আঃ ঘনত্ব 8·8) বা পিতলের (আঃ ঘনত্ব 8·4) তৈরী। ইহার বায়ুতে ওজন 0·353 নিউটন ও জলে ওজন 0·311 নিউটন। ইহা কিসের তৈরী?

An alloy spring which may be either bronze (relative density 8·8) or brass (relative density 8·4) weighs 0·353 newton in air and 0·311 newton in water. Which is it? [পিতল]

16. শহরের মেইন থেকে 60 lb/in² চাপের জল দ্বারা একটি হাড্রলিক গ্যারেজ লিফটকে চালানো হয়। পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ 1·5 ft² এবং কর্মদক্ষতা 90%। সর্বোচ্চ কি পরিমাণ ভার তোলা যায়?

Water from city mains with a pressure of 60 lb/in² is used to operate a hydraulic lift in a garage. If the piston area is 1·5 ft² and efficiency is 90%. What is the maximum load that can be raised? [11664 lb.]

17. কোন কাঠের ব্লক ইহার আয়তনের $\frac{2}{3}$ অংশ নিমজ্জিত অবস্থায় জলে ভাসে। কোন তেলে ইহার আয়তনের 0·9 গুণ নিমজ্জিত হয়। কাঠ ও তেলের ঘনত্ব কত?

A block of wood floats in water with two third of its volume submerged. In an oil it has 0·9 of its volume submerged. What are the densities of the wood and the oil? [$\frac{2}{3}$ gm./c.c., 0·74 gm/c.c.]

18. বিশুদ্ধ জলে ভাসমান কোন বরফের ব্লকের ন্যূনতম ক্ষেত্রফল কত হ'লে ইহার উপর 60 Kg. ভরের এক ব্যক্তি দাঁড়িয়ে থাকতে পারে? ব্লকের বেধ 30 cm. এবং বরফের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·92।

What is the area of the smallest block of ice 30 cm. thick floating in fresh water that will just support a man weighing 60 Kg? Given that the sp. gravity of ice is 0·92. [6×10^3 m²]

19. জলে ভাসমান কাঠের ব্লকের আপাত ওজন কত? বায়ুতে ইহার ওজন 40 gm.

What is the apparent weight of a block of wood if it weighs 40 gm. in air.

[শূন্য]

20. একটি পিতলের (আঃ গুরুত্ব 8) গোলকের বায়ুতে ওজন 800 gm. এবং জলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন 650 gm.। গোলক নিরেট না ফাঁপা? ফাঁপা হ'লে ইহার ফাঁপা অংশের আয়তন কত?

A brass sphere (sp. gr. 8) weighs 800 gm. in air but 650 gm. when completely immersed in water. Is the sphere solid or hollow ? If hollow, what is the volume of the cavity ? [ফাঁপা, 50 c.c.]

21. 0·6 আপেক্ষিক গুরুত্বের ও 90 gm. ভরের কোন কাঠের ব্লকে ছিদ্র ক'রে 9 gm. কাঠ অপসারিত করা হয়। ঐ ছিদ্র সীসা দ্বারা পূর্ণ করা হয়। সীসার আপেক্ষিক গুরুত্ব 11·31 ; ব্লকটি জলে ভাসে না ডোবে?

A block of wood of sp. gravity 0·6 and mass 90 gm. has a hole drilled in it removing 9 gm. of wood. The hole is filled with lead of sp. gravity 11·3. Will the block sink or float in water ? [ডোবে]

22. ρ_1 ও ρ_2 ঘনত্বের দুই তরলের সমান পরিমাণ মেশানো হয়। মিশ্রণের ঘনত্ব কত হয়?

Equal masses of two liquids of densities ρ_1 and ρ_2 are mixed together. What is the density of the mixture ? $\left[\dfrac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}\right]$

23. কোন বস্তু 0·8 আপেক্ষিক গুরুত্বের তরলে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। জলে এই বস্তু ভাসে না ডোবে? জলে ভাসলে ইহার আয়তনের কত অংশ জলের তলায় থাকে?

A body just floats in an oil of sp. gr. 0·8. Will it float or sink in water ? If it floats in water, what fraction of its volume will be under water ? [ভাসে, 80%]

24. একটি বীকারের জলে এক খণ্ড বরফ ভাসে। ঐ বরফ গ'লে গেলেও উষ্ণতার পরিবর্তন না হ'লে জলের লেভেলের কি কোন পরিবর্তন হয়? ঐ বরফের মধ্যে এক খণ্ড সীসা থাকলে জলের লেভেলের কি কোন পরিবর্তন হয়?

A block of ice floats in water placed in a beaker. When ice melts without any change of temperature, what is the effect on the level of water in the beaker ? If the ice block contains a piece of lead, what would be the effect on water level ?

[অপরিবর্তিত থাকে, লেভেল নীচের দিকে নামে]

25. একটি বীকারে কিছুটা জল নিয়ে তুলাপাত্রে রেখে তুলাদণ্ড অনুভূমিক করা হয়। 800 gm. ওজনের একটি পিতলের গোলককে সুতোর সাহায্যে ঐ জলে এমনভাবে ডোবানো হয় যে, গোলক বীকারের দেওয়াল স্পর্শ করে না। তুলাদণ্ড অনুভূমিক রাখার জন্য কত ওজনের বাটখারা তুলাপাত্রে দিতে বা সরাতে হয়? পিতলের আপেক্ষিক গুরুত্ব 8।

A beaker containing water is placed on the pan of a balance and is counterpoised. A brass sphere (sp. gr. 8) weighing 800 gm. is lowered in the water by means of a thread without touching the sides of the beaker. What weight is required to be added to or removed from the other pan to counterpoise the beaker ? [100 gm. বাটখারা চাপাতে হয়]

26. সোজা কাঠের একটি দণ্ড জলে ভাসে। দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ সর্বত্র সমান ও অল্প মানের। এই দণ্ডের একপ্রান্তে দড়ি বেঁধে ঐ প্রান্তকে জলের উপরে তোলা হয়। কাঠের আপেক্ষিক ঘনত্ব 0·75 হ'লে আনত অবস্থায় জলের তলায় দণ্ডের দৈর্ঘ্য ও দড়ির টান নির্ণয় কর। দণ্ডের ওজন W ধ'রে নাও।

A straight wooden rod whose cross-sectional area is small and uniform floats on the surface of water. One end of the rod is raised above the surface by means of a rope attached to this end. If the relative density of wood be 0·75 find the fraction of the length of the rod immersed in the inclined position and the tension of the rope in terms of the weight W of the rod. [অর্ধেক, $\frac{W}{3}$]

27. একটি U-নলে কিছু পরিমাণ জল নেওয়া হয়। জলের সঙ্গে মেশে না এমন একটি তরলকে এক বাহুতে ঢালা হয় যাতে জলের উপরে এই তরল স্তম্ভের উচ্চতা d হয়। তখন অপর বাহুতে জলের লেভেল l দূরত্ব ওঠে। তরলের আপেক্ষিক ঘনত্ব কত?

A U-tube is partially filled with water. Another liquid which does not mix with water is poured into one side until it stands a distance d above the water level, on the other side which has meanwhile rises a distance l. What is the relative density of the liquid? $\left[\frac{2l}{l+d}\right]$

28. দুই গোলকের ব্যাসার্ধ 2 cm. এবং 3 cm.। ইহাদের ভর যথাক্রমে 200 gm. এবং 250 gm.। ইহাদের ঘনত্বের তুলনা কর। [27 : 10]

29. 0·9 ও 0·7 আঃ গুরুত্বের দু'টি সমান ওজনের তরল এক সঙ্গে মেশানো হয়। ফলে মিশ্রণের আয়তন 10% কমে যায়। মিশ্রণের আঃ গুরুত্ব কত? [0·175]

30. তিনটি প্রবাহীর সমান আয়তন এক সঙ্গে মেশানো হয়। প্রথম প্রবাহীর আঃ গুরুত্ব 1·55, দ্বিতীয় প্রবাহীর আঃ গুরুত্ব 1·75 এবং মিশ্রণের আঃ গুরুত্ব 1·6। তৃতীয় প্রবাহীর আঃ গুরুত্ব কত? [1·5]

31. কোন U নলের তলায় কিছু পারদ রেখে নলের এক বাহু দিয়ে কেরোসিন তেল এবং অপর বাহু দিয়ে গ্লিসারিন ঢালা হয়। দেখা যায় যে, কেরোসিন তেলের উচ্চতা 10 cm. এবং গ্লিসারিনের উচ্চতা 6·34 cm. হ'লে উভয় বাহুতে পারদ-এক লেভেলে থাকে। কেরোসিনের ঘনত্ব 0·8 gm./c.c. হ'লে গ্লিসারিনের ঘনত্ব কত? [1·26 gm./c.c.]

32. একটি V-নলের দুই বাহুর মধ্যবর্তী কোণ 60°। ঐ নলের l দৈর্ঘ্য পর্যন্ত জল পূর্ণ করা হয়। নলকে এমনভাবে রাখা হয় যাতে ইহার দুই বাহু উল্লম্ব রেখার সঙ্গে সমান কোণে নত থাকে। S আঃ গুরুত্বের তেল এক বাহুতে ঢাললে এই তেল ঐ বাহুর l' দৈর্ঘ্য অধিকার করে। দুই বাহুতে তরলের লেভেলের পার্থক্য কত? [l' cos 30° (1—S)]

33. 15 ft. জলের নীচে একটি লক্ গেটে 1 ফুট বর্গের একটি ছিদ্র করা হয়। এই ছিদ্রের মুখ দিয়ে জল বেরিয়ে যাওয়া বন্ধ ক'রতে হ'লে কত বলে একটি চাকতিকে ঐ ছিদ্রের মুখে ধ'রতে হয়? [937·5 lb. wt.]

34. কোন বস্তুর বায়ুতে ওজন 35 gm., একটি প্রবাহীতে ওজন 30 gm. এবং অপর একটি প্রবাহীতে ওজন 25 gm.। ঐ দুই প্রবাহীর সম আয়তন মিশ্রণে বস্তুর ওজন কত হয়? [28·33 gm.]

35. 2·8 আঃ গুরুত্বের কোন পাথরের টুকরো কত ত্বরণ নিয়ে জলে ডোবে? 16 ft. গভীরতায় যেতে ইহার কত সময় লাগে? [ত্বরণ=$20\frac{4}{7}$ ft/sec^2 ; সময় 1·247 sec.]

36. দেখাও যে, v আয়তনের এবং s আঃ গুরুত্বের কোন বস্তু s' আঃ গুরুত্বের তরলে ইহার আয়তনের $v \cdot \frac{s}{s'}$ অংশ নিমজ্জিত রেখে ভাসে।

37. বরফের আঃ গুরুত্ব 0·918 এবং সমুদ্র জলের আঃ গুরুত্ব 1·03। একটি হিমশৈল সমুদ্র জলের বাইরে 703 cubic yards রেখে ভাসলে ইহার মোট আয়তন কত? [6437·5 cub yds.]

38. কোন কঠিন বস্তু জলে ইহার আয়তনের অর্ধেক নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। এই বস্তুকে সম আয়তনের জল ও অপর একটি তরলের মিশ্রণে ভাসালে ইহার আয়তনের $\frac{1}{3}$ অংশ মিশ্রণে নিমজ্জিত থাকে। বস্তু ও তরলের আঃ গুরুত্ব নির্ণয় কর। [0·5 ; 2]

39. 1000 লিটার আয়তনের এবং 950 Kg. ওজনের একটি বয়াকে সমুদ্র জলে আটকানো একটি শিকলের সাহায্যে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত রাখা হয়। সমুদ্র জলের আঃ গুরুত্ব 1·02 হ'লে শিকলের উপর টান কত হয়? শিকলের ওজন অগ্রাহ্য কর। [70 Kg.-wt.]

40. একটি তুলা দণ্ডের দুই প্রান্ত থেকে m_1 ও m_2 ভরের দুই বস্তুকে জলে নিমজ্জিত ক'রলে তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে। একটি বস্তুর আঃ গুরুত্ব s_1 হ'লে অপর বস্তুর আঃ গুরুত্ব কত? [$m_2s_1/(m_2s_1-m_1s_1+m_1)$]

41. কোন কাঠের ঘনক জলে ভাসে। ঐ ঘনকের উপর m ভরের লোহা রাখলে ঘনকের শীর্ষ জলের লেভেলে থাকে। লোহা সরিয়ে রেখে ঘনকের তলদেশে m' ভরের অপর একটি লোহার খণ্ড আটকালে দেখা যায় যে, ঘনকের শীর্ষ আবার জলের লেভেলে থাকে। লোহার আঃ গুরুত্ব 7·7 হ'লে m ও m' এর অনুপাত কত হয়? [6·7 : 7·7]

42. একটি 2 cm. বাহু বিশিষ্ট কাঠের ঘনককে জলপূর্ণ বীকারে ধীরে ধীরে রাখলে কতটা জল গড়িয়ে পড়ে? কাঠের ঘনত্ব 0·8 gm./c c. । [6·4 c. c.]

43. সমপ্রস্থবিশিষ্ট একটি U-নলের অর্ধেক জলপূর্ণ আছে। U-নলের যে কোন বাহু দিয়ে 0·9 gm./c.c. ঘনত্ব সম্পন্ন কোন তরলের কত আয়তন ঢাললে অপর বাহুতে জলের তল 8 cm. উপরে উঠবে? U-নলের খোলা মুখের ব্যাস 1 cm. । [13·9 c. c.]

44. একটি U-নলের দুই বাহু 30 cm. লম্বা এবং 1 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট। ইহাতে এমন পরিমাণ পারদ ঢালা হ'ল যে, দুই বাহুতেই পারদের উচ্চতা 10 cm.। তারপর এক বাহু দিয়ে 20 c.c. জল ও অপর বাহু দিয়ে 20 c.c. প্যারাফিন তেল (ঘনত্ব=0·8 gm /c c.) ঢালা হ'ল। এই অবস্থায় দুই বাহুর পারদ লেভেলের পার্থক্য কত? [0·47 cm.]

45. একটি U-নলের এক বাহুর প্রস্থচ্ছেদ 2 sq. cm. ও অপর বাহুর প্রস্থচ্ছেদ 1 sq. cm.। নলটিকে খাড়াভাবে রেখে উহাতে কিছু পারদ ঢালা হ'ল, তারপর মোটা বাহু দিয়ে পারদের উপর 40 c.c. জল ঢালা হ'ল। ইহার মোটা বাহুতে পারদ স্তম্ভ কতটা নেমে যাবে? পারদের ঘনত্ব 13·6 gm/c c. । [0·36 cm.]

46. 8 gm./c.c. ঘনত্বের একটি নিরেট ধাতব ঘনককে জলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত রেখে সুতোর সাহায্যে স্প্রিং তুলা থেকে ঝুলিয়ে রাখা হয়। স্প্রিং তুলার পাঠ 875 gm. হ'লে, ঘনকের ভর ও আকার নির্ণয় কর। 0·8 gm/c c. ঘনত্বের কেরোসিনে ঘনককে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত রাখলে স্প্রিং তুলার পাঠ কত হবে? [*Jt. Extrance 1964*] [125 gm., 5 cm., 900 gm.]

47. ফাঁপা একটুকরো তামার বায়ুতে ওজন 264 gm. এবং জলে ওজন 221 gm.। ফাঁপা অংশের আয়তন নির্ণয় কর। তামার ঘনত্ব=8·8 gm/c.c. । [*I. I. T. 1963*] [13 c c.]

48. 25 cm. ধারযুক্ত একটি ফাঁপা ঘনক অর্ধনিমজ্জিত অবস্থায় জলে ভাসছে। 11·5 আঃ গুরুত্বের কতখানি সীসা ঐ ঘনকের নীচু তলে যুক্ত ক'রলে ঘনকটি আরো 1·6 cm. ডুবে যাবে? [*Jt. Entrance 1967*] [1210·5 gm. (প্রায়)]

49. 0·8 আঃ গুরুত্বের এক টুকরো কাঠকে জলের তলায় ধ'রে রাখা হ'ল। প্রমাণ কর যে, টুকরোটিকে ছেড়ে দিলে উহার প্রাথমিক ত্বরণ হবে g/4, যেখানে g=অভিকর্ষজ ত্বরণ। [*H. S. 1963*]

50. একটি বস্তু উহার আয়তনের x অংশ একটি তরলে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। তরলটির আঃ গুরুত্ব S_1 ; S_2 আঃ গুরুত্বের অপর একটি তরলে বস্তুটি উহার আয়তনের $(1-x)$ অংশ নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। প্রমাণ কর যে, বস্তুটির উপাদানের আঃ গুরুত্ব $=\dfrac{S_1S_2}{S_1+S_2}$ ।

51. চোদ্দ ক্যারেট সোনা ওজন হিসেবে 10 ভাগ তামা ও 14 ভাগ বিশুদ্ধ সোনা দিয়ে তৈরী। চোদ্দ ক্যারেট সোনার একটি টুকরোর ওজন 10 gm হ'লে উহার আয়তন কত? সোনা ও তামার আঃ গুরুত্ব 19·8 ও 9। [*Jt. Entrance 1967*] [0·76 c.c.]

52. 2·5 gm/c.c. ঘনত্বের একখণ্ড পাথরকে সমুদ্র জলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত ক'রে স্থিরাবস্থা থেকে ছেড়ে দেওয়া হ'ল। 2 সেকেন্ড সময়ে পাথরখণ্ডটি কতদূর নিমজ্জিত হবে? জলের ঘর্ষণ অগ্রাহ্য কর। সমুদ্র জলের আঃ গুরুত্ব 1·025 এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ=980 cm./sec² । [*I. I. T. 1969*] [11·56 m.]

53. দু'টি তরলের ঘনত্ব ρ_1 ও ρ_2। উহাদের যথাক্রমে m_1 ও m_2 পরিমাণে মিশিয়ে মিশ্রণের আয়তন অপরিবর্তিত রাখলে মিশ্রণের ঘনত্ব কত হবে? $\left[\dfrac{\rho_1\rho_2\,(m_1+m_2)}{\rho_1 m_2+\rho_2 m_1}\right]$

54. একটি তৈল বিন্দু জলের মধ্য দিয়ে $\alpha.g$ ত্বরণ নিয়ে উপরে ওঠে। g=অভিকর্ষজ ত্বরণ ও α=একটি ধ্রুব রাশি। জলের বাধা অগ্রাহ্য ক'রে তেলের আঃ গুরুত্ব নির্ণয় কর। [*Jt. Entrance 1976*] $\left[\dfrac{1}{1+\alpha}\right]$

বায়ুর চাপ
(AIR PRESSURE)

4·1. সূচনা ঃ

পৃথিবীর চারপাশে বায়ুর আবরণকে বায়ুমণ্ডল বলে। এই বায়ুমণ্ডল কতকগুলি গ্যাসের সংমিশ্রণ। এই গ্যাসগুলি নাইট্রোজেন (প্রায় 77%), অক্সিজেন (প্রায় 21%), আর্গন (প্রায় 1%), জলীয় বাষ্প, কার্বন ডাইঅক্সাইড, নিয়ন, হিলিয়াম, ক্রিপটন, জেনন, ইত্যাদি।

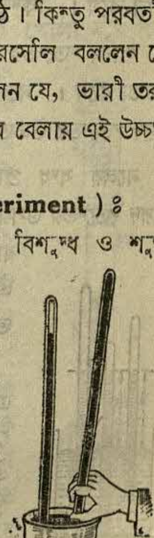
4·2. বায়ুমণ্ডলের চাপ (Pressure of atmosphere) ঃ

বায়ুমণ্ডলের ওজন থাকায় বায়ু ভু-পৃষ্ঠের উপর চাপ দেয়। বায়ুমণ্ডলকে ভু-পৃষ্ঠের সমান্তরালে কতকগুলি তলে বিভক্ত করা যায়। প্রত্যেক তলে উপরের তলগুলির ওজন পড়ে। কাজেই ইহার উপর চাপ পড়ে। এই চাপকে **বায়ুমণ্ডলের চাপ** বলে। এই চাপ ভু-পৃষ্ঠে সব থেকে বেশি। ভু-পৃষ্ঠ থেকে উপরের দিকে যত ওঠা যায় ততই এই চাপ কমে। স্থির অবস্থায় একই অনুভূমিক তলের সব বিন্দুতে বায়ুর চাপ সমান। বায়ুমণ্ডলের বিভিন্ন তল বিভিন্ন পরিমাণে সংকুচিত হওয়ায় ইহাদের ঘনত্বও বিভিন্ন হয়। সব থেকে নীচের তলের ঘনত্ব বেশি। উপরের দিকে ঘনত্ব ক্রমশ কমতে থাকে।

টরিসেলির আগে লোকেরা জানত যে, পিচকারী বা সিরিঞ্জ দিয়ে জল টেনে তোলা যায়। তারা ইহার কারণ হিসেবে মনে ক'রত যে, সিরিঞ্জের পিস্টনকে উপরে ওঠালে যে শূন্য স্থান হয় প্রকৃতি তা পছন্দ করে না। তাই জল উপরে ওঠে। কিন্তু পরবর্তী-কালে দেখা গেল যে, ঐ ভাবে জল 30 ফুটের বেশি ওঠে না। টরিসেলি বললেন যে, বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্যই জল উপরে ওঠে। তিনি আরও বললেন যে, ভারী তরল হাল্কা তরলের চেয়ে কম উপরে ওঠে এবং কোন নির্দিষ্ট তরলের বেলায় এই উচ্চতা বায়ুমণ্ডলের চাপের উপর নির্ভর করে।

4·3. টরিসেলির পরীক্ষা (Torricelli's experiment) ঃ

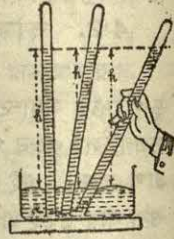
প্রায় এক মিটার লম্বা, একমুখ খোলা একটি কাচের নল নিয়ে বিশুদ্ধ ও শুষ্ক পারদ ভর্তি করা হয় (চিত্র 52)। লক্ষ্য রাখা হয় যেন, নলের মধ্যে বায়ুর বুদ্‌বুদ না থাকে। এবার নলের খোলা মুখ আঙ্গুল দিয়ে বন্ধ ক'রে সাবধানে নলকে উল্টিয়ে একটি পারদ পূর্ণ পাত্রের মধ্যে প্রবেশ করানো হয়। নলকে খাড়াভাবে ধ'রে আঙ্গুল সরিয়ে নেওয়া হয়। দেখা যায় যে, নলের পারদ কিছুটা নেমে এসে স্থির হ'য়ে দাঁড়ায়। আরও দেখা যায় যে, পাত্রের পারদ তল থেকে নলে পারদের উচ্চতা প্রায় 76 cm.। পারদ স্তম্ভের উপরে বন্ধ স্থানে কোন বায়ু থাকে না। ইহাকে **টরিসেলির শূন্যস্থান** বলে। অবশ্য এই স্থানে কিছু পারদ বাষ্প থাকে। কিন্তু সাধারণ উষ্ণতায় এই বাষ্পের চাপ খুব কম হওয়ায় ইহার অস্তিত্ব অগ্রাহ্য করা যায়।



চিত্র 52

আপাত দৃষ্টিতে মনে হয় যে, নলের পারদস্তম্ভ আপনা আপনি দাঁড়িয়ে আছে। কিন্তু বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্যই এরূপ হয়। পাত্রের পারদতলে বায়ুমণ্ডলের নিম্নমুখী চাপ পাস্কালের সূত্রানুযায়ী পারদ দ্বারা সব দিকে অপরিবর্তিত মাত্রায় সঞ্চালিত হয় এবং উপর দিকে পারদ স্তম্ভের উপর ক্রিয়া করে। কাজেই বায়ুমণ্ডলের চাপ পারদস্তম্ভকে ধ'রে রাখে। অতএব বলা যায় যে, **বায়ুর ঊর্ধ্বমুখী সঞ্চালিত চাপ = প্রতি একক ক্ষেত্রফলে পারদ স্তম্ভের ওজন।**

বিভিন্ন ব্যাসের কাচনল নিয়ে পরীক্ষা ক'রলে দেখা যায় যে, প্রত্যেক নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা সমান। অর্থাৎ, নলের ব্যাসের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ভর করে না।


চিত্র 53

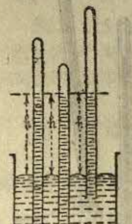
পারদপূর্ণ নলের খোলামুখ সর্বদা পাত্রের পারদের মধ্যে রেখে নলকে আস্তে আস্তে কাত ক'রলে পারদস্তম্ভের উপরের খালি জায়গা ক্রমশ কমে। কিন্তু পাত্রের পারদতল থেকে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা অপরিবর্তিত থাকে (চিত্র 53)।

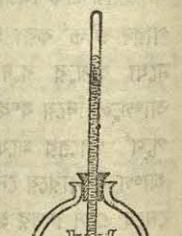
নলের খোলা মুখ সর্বদা পাত্রের পারদের মধ্যে রেখে নলকে উপর দিকে তুললে পারদ স্তম্ভের উপরের খালি জায়গা ক্রমশ বাড়ে। কিন্তু এক্ষেত্রেও পারদ স্তম্ভের খাড়া উচ্চতার কোন পরিবর্তন হয় না।

নলকে পারদ পাত্রের মধ্যে বেশি ক'রে প্রবেশ করালে পারদ স্তম্ভের উপরের শূন্য স্থান কমে। কিন্তু এক্ষেত্রেও পারদ স্তম্ভের উচ্চতার কোন হেরফের হয় না।

পারদ স্তম্ভের উপরের খালি জায়গায় বায়ু প্রবেশ করালে পারদ স্তম্ভের খাড়া উচ্চতা কমে। নলের ভিতরের বায়ু পারদ স্তম্ভের উপর নীচের দিকে চাপ দেওয়ায় পারদ স্তম্ভের উচ্চতা কমে।

নলের বন্ধ প্রান্তের কাছে একটি ছিদ্র ক'রলে ঐ ছিদ্র পথে বায়ু প্রবেশ ক'রে পারদ স্তম্ভের উপর নীচের দিকে চাপ দেয়। এক্ষেত্রে পারদ স্তম্ভের উপরে এবং নীচে বায়ুমণ্ডলের চাপ পড়ে। তাই পারদ নলে ঐভাবে দাঁড়িয়ে থাকতে পারে না, আপন ভারে নীচে নেমে পারদ পাত্রে জমা হয়।


চিত্র 54


চিত্র 55

পরীক্ষা (*Experiment*) : পারদ পাত্রকে একটি বায়ু নিষ্কাশন যন্ত্রের রেকাবীর উপর রেখে একটি কাচ পাত্র চাপা দেওয়া হয়। ঐ কাচ পাত্রের উপরে একটি ছিদ্রের মধ্য দিয়ে পারদপূর্ণ নলকে প্রবেশ করিয়ে পারদ পাত্রে খাড়াভাবে ধ'রে রাখা হয়। ছিদ্রকে বায়ু নিরুদ্ধ ভাবে বন্ধ করা হয়। রেকাবী ও কাচ পাত্রের জোড়ের মুখ গ্রীজ দিয়ে বায়ু নিরুদ্ধ করা হয়। পাম্প চালিয়ে পাত্রের ভিতরের বায়ু আস্তে

আস্তে বার ক'রে নিলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা ক্রমশ কমে। কাচ পাত্রের মধ্যে পুনরায় বায়ু প্রবেশ করালে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা বাড়ে। কাচ পাত্রের মধ্যে বায়ুর পরিমাণ কম হ'লে ইহার মধ্যে বায়ুর চাপ কমে, তাই পারদ স্তম্ভের উচ্চতাও কমে। কাচ পাত্রের মধ্যে পুনরায় বায়ু প্রবেশ করালে বায়ুর চাপ বাড়ে এবং পারদ স্তম্ভের উচ্চতাও বাড়ে।

পর্বতের উপরে টরিসেলির পরীক্ষা ক'রলে পারদস্তম্ভের উচ্চতা অনেক কম হয়। পর্বতের চূড়া থেকে বায়ুমণ্ডলের উচ্চতা, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে বায়ুমণ্ডলের উচ্চতার চেয়ে কম। তাই পর্বতের চূড়ায় বায়ুমণ্ডলের চাপও কম। পাস্কাল প্রথম এই পরীক্ষা করেন।

4·4. ব্যারোমিটার (Barometer) ঃ

যে যন্ত্রের সাহায্যে কোন স্থানে বায়ুমণ্ডলের চাপ মাপা যায় তাকে ব্যারোমিটার বলে।

এই বারোমিটার নানা ধরনের হ'তে পারে। **Fortin's** ব্যারোমিটার সবচেয়ে সুবিধাজনক। এই ব্যারোমিটার বেশি ব্যবহৃত হয়।

Fortin's ব্যারোমিটার ঃ

যন্ত্র বর্ণনা ঃ AB একটি কাচের একমুখ খোলা নল (চিত্র 56)। ইহার দৈর্ঘ্য প্রায় এক মিটার। ইহাকে বিশুদ্ধ ও শুষ্ক পারদ দ্বারা পূর্ণ করা হয়। লক্ষ্য রাখা হয় যাতে নলের ভিতর বায়ুর বুদ্‌বুদ্ না থাকে। এবার নলের খোলা মুখ পারদ-পূর্ণ পাত্রের (M) মধ্যে রেখে নলকে উল্টো ক'রে খাড়াভাবে স্থাপন করা হয়। নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা বায়ুমণ্ডলের চাপ অনুযায়ী হয়। পারদ পাত্রের উপরিভাগ কাচের তৈরি এবং নীচের অংশ শক্ত কাঠের চোঙ (Box-wood)। এই নীচের অংশ আবার পিতলের পুরু পাত দিয়ে ঘেরা। কাঠের চোঙের নীচের দিক চামড়ার থলি দিয়ে বন্ধ থাকে। এই চামড়ার থলিই M পারদ পাত্রের প্রকৃত তলদেশ। এই থলির নীচে কাঠের পাটাতন (P) থাকে। M পাত্রের তলদেশে S' একটি স্ক্রু। এই স্ক্রু ঘোরালে ইহার মুখ P-পাটাতনের উপর চাপ দেয়। ফলে, M পাত্রের তলদেশকে ওঠানো বা নামানো যায় এবং পাত্রে পারদ তলকে ইচ্ছামত উঁচু নীচু করা যায়। কাচ নলকে একটি পিতলের নলের মধ্যে বসানো হয়। ইহার দরুন বাইরে থেকে আঘাত লেগে কাচ নল ভাঙবে না। সাধারণত পিতলের নলকে আবার একটি আংটা দিয়ে কাঠের ফ্রেমের সাহায্যে ঝোলানো হয়। পিতলের নলের উপরদিকে প্রায় 20 সেন্টিমিটার লম্বা ও দেড় সেন্টিমিটার চওড়া দুটি মুখোমুখি কাটা অংশ থাকে। এই কাটা অংশের মধ্য দিয়ে কাচ নলের ভিতরের পারদ তল দেখা যায়।



চিত্র 56

M পারদ পাত্রের পারদ তল সর্বদা এক রাখবার জন্য একটি হাতীর দাঁতের পিন I দেওয়া থাকে। এই পিন M পাত্রের ঢাকনার নীচের দিকে আটকানো থাকে। চামড়ার থলির ভিতর দিয়ে বায়ু চলাচল ক'রতে পারে। তাই M পাত্রের পারদতলের বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হয়।

পিতলের নলের কাটা জায়গার কিনারা বরাবর S স্কেল থাকে। এক কিনারা বরাবর সেন্টিমিটারে এবং অপর কিনারা বরাবর ইঞ্চিতে অংশাঙ্কন করা হয়। এই দুই স্কেলেরই 0-দাগ হাতীর দাঁতের পিনের অগ্রভাগের সঙ্গে এক সমতলে থাকে। পারদ স্তম্ভের উচ্চতা সূক্ষ্মভাবে মাপার জন্য পিতলের ভার্নিয়ার স্কেল (V) মূল স্কেলের (S) সঙ্গে যুক্ত থাকে। R স্ক্রু ঘুরিয়ে V কে ওঠানো বা নামানো যায়। R কে ঘুরিয়ে Vকে এমন জায়গায় আনা হয় যাতে ভার্নিয়ারের নীচের তল পারদের উত্তল তলের স্পর্শক হয়। এই কাজ করার জন্য ভার্নিয়ারের পিছন দিকে একটি সাদা প্লেট থাকে। যতক্ষণ পর্যন্ত ভার্নিয়ারের নিম্নতল পারদ স্তম্ভের উত্তল তল স্পর্শ না করে ততক্ষণ পর্যন্ত কাচ নলের ভিতর দিয়ে সাদা প্লেটকে দেখা যায়। যে মুহূর্তে প্লেট দেখা যায় না তখনই Rকে ঘোরানো বন্ধ ক'রতে হয় এবং বুঝতে হয় যে, ভার্নিয়ার ঠিক অবস্থানে ব'সেছে। পিতলের আবরণের সঙ্গে T থার্মোমিটার আটকানো থাকে। এই থার্মোমিটার থেকে বায়ুর উষ্ণতা পাওয়া যায়।

তরলের পৃষ্ঠ টান (Surface tension) অপসারিত করার জন্য কাচনলের উপর দিককে মোটা করা হয়। আবার পাঠ নেবার সময় যাতে পারদ স্তম্ভ বেশি না দোলে তার জন্য ঐ নলের নীচের দিককে সরু করা হয়।

ব্যারোমিটার পাঠ ঃ প্রথমে যন্ত্রকে খাড়া অবস্থায় রাখতে হয়। এবার S স্ক্রু ঘুরিয়ে M পাত্রের পারদ তলকে I পিনের অগ্রভাগের সঙ্গে স্পর্শ করানো হয়। ইহাতে M পাত্রের পারদ তল S স্কেলের 0 দাগের সঙ্গে এক সমতলে থাকে। তারপর R স্ক্রুকে ঘুরিয়ে V ভার্নিয়ারের নীচের তলকে পারদ স্তম্ভের উত্তল তলের স্পর্শক করা হয় এবং মূল স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়। এই পাঠই **বায়ুমণ্ডলের চাপ**।

ব্যারোমিটার যন্ত্রে পারদ ব্যবহারের সুবিধা ঃ

(i) পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব অনেক বেশি হওয়ায় ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা অস্বাভাবিক হয় না।

(ii) বিশুদ্ধ পারদ সহজেই পাওয়া যায়। পারদ বাষ্পের চাপ অতি সামান্য হওয়ায় টরিসেলির শূন্যস্থানে ইহার চাপ অগ্রাহ্য করা চলে।

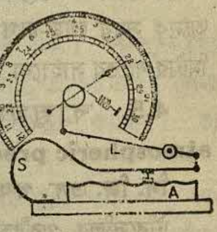
(iii) বিশুদ্ধ পারদ কাচ নলের গায়ে লেগে যায় না এবং ইহার বক্রতল সহজে দেখা যায়।

(iv) পারদের ঘনত্ব, প্রসারণ গুণাঙ্ক ইত্যাদি সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়। কাজেই চাপের পরম মান সহজেই নির্ণয় করা যায়।

Aneroid ব্যারোমিটার ঃ

এই ব্যারোমিটারে তরল ব্যবহার করা হয় না। তাই এই ব্যারোমিটারকে যে কোন স্থানে নিয়ে গিয়ে ব্যবহার করা যায়। ইহাকে খাড়াভাবে রাখার দরকার নেই।

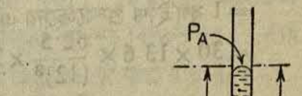
এই ব্যারোমিটার ধাতুনির্মিত একটি বাক্স বিশেষ। এই বাক্সকে আংশিকভাবে বায়ুশূন্য ক'রে বায়ুনিরুদ্ধভাবে বন্ধ করা হয়। বাক্সের উপর পাতলা ভাঁজ করা (corrugated) ধাতব চাদর A (চিত্র 57)। বাক্সের ভিতরটা আংশিকভাবে বায়ুশূন্য হওয়ায় এবং চাদর খুব পাতলা হওয়ায় বায়ুমণ্ডলের চাপে বাক্স ভেঙ্গে যেতে পারে। বাক্স যাতে না ভাঙ্গে তার জন্য একটি শক্ত ইস্পাতের স্প্রিং S রাখা হয়। এই স্প্রিং চাদরকে উপরের দিকে টানে। বায়ুমণ্ডলের চাপ সামান্য বাড়লে চাদর নীচের দিকে নামে এবং চাপ ক'মলে উপর দিকে ওঠে। চাদরের এই সামান্য ওঠা নামার গতিকে লিভার L এর সাহায্যে বহুগুণ বাড়ানো যায়। এই বাড়ানো গতির সাহায্যে একটি সূচককে একটি বৃত্তাকার স্কেলের উপর ঘোরানো হয়। **Fortin's** ব্যারোমিটারের সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ মাপা হয় এবং এই চাপ অনুযায়ী বৃত্তাকার স্কেলের উপর দাগ কাটা হয়। অতএব, এই স্কেলের উপর সূচকের অবস্থান থেকে সরাসরি বায়ুমণ্ডলের চাপ পাওয়া যায়।



চিত্র 57

অল্টিমিটার (*Altimeter*) ঃ আমরা জানি যে, সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে যত উপরে ওঠা যায় ততই বায়ুমণ্ডলের চাপ কমে। সুতরাং বায়ুর চাপ লক্ষ্য করে উচ্চতা নির্ণয় করা যায়। **Aneroid** ব্যারোমিটারে চাপ নির্দেশক স্কেলের পরিবর্তে উচ্চতা নির্দেশক স্কেল লাগিয়ে এই কাজ সহজেই করা যায়। তখন এই যন্ত্রকে অল্টিমিটার বলা হয়। বিমান-চালক ও পর্বতারোহিগণ এই যন্ত্রের সাহায্যে উচ্চতা নির্ণয় ক'রে থাকেন।

ব্যারোগ্রাফ (*Barograph*) ঃ এই যন্ত্র বায়ুমণ্ডলের চাপের প্রতিমুহূর্তের পরিবর্তন স্বয়ংক্রিয়ভাবে লিপিবন্ধ করে। ইহা একটি Aneroid ব্যারোমিটার। এই ব্যারোমিটারের পাঠ ড্রামে জড়ানো বর্গক্ষেত্রাকার কাগজের উপর লিপিবন্ধ হয়। একটি কলমকে লিভারের সাহায্যে চালিয়ে এই কাজ করা হয়।



চিত্র 58

ম্যানোমিটার (*Manometer*) ঃ এই যন্ত্রের সাহায্যে কোন আবদ্ধ পাত্রে বায়ুর চাপ অতি সহজে নির্ণয় করা যায়। 58 নং চিত্রে U নলে ρ ঘনত্বের তরল আছে। এই U নলের তলদেশ থেকে ইহার দুই বাহুর তরল তলের

উচ্চতা h_1 ও h_2 হ'লে দুই বাহুর নিম্নতম বিন্দুতে মোট চাপ $P+h_1\rho g$ এবং $P_A+h_2\rho g$; P = আবদ্ধ পাত্রে বায়ুর চাপ এবং P_A = বায়ুমণ্ডলের চাপ। এই দুই চাপ সমান হওয়ায় $P+h_1\rho g=P_A+h_2\rho g$

অথবা, $P=P_A+(h_2-h_1)\,\rho g$ ...... (i)

বায়ুমণ্ডলের চাপ P_A জানা থাকলে (i) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে আবদ্ধ পাত্রে বায়ুর চাপ P সহজেই নির্ণয় করা যায়। $(P-P_A)$ বা, $(h_2-h_1)\,\rho g$ রাশিকে অনেক সময় **গেজ-চাপ** (gauge pressure) বলে। মনে রাখবে যে, এই ম্যানোমিটার যন্ত্রের সাহায্যে অতি নিম্নচাপ মাপা যায় না।

4.5. বায়ুমণ্ডলের চাপের পরিমাণ ঃ (Magnitude of atmospheric pressure) ঃ

সি. জি. এস্. পদ্ধতি ঃ

টরিসেলির পরীক্ষায় আমরা দেখেছি যে, বায়ুমণ্ডলের চাপ 76 cm. উচ্চ পারদ স্তম্ভের ওজনকে ধ'রে রাখতে পারে। কাজেই, 1 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদের এবং 76 cm. দৈর্ঘ্যের পারদ স্তম্ভের ওজনই হয় প্রতি বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফলের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 981 cm/sec² এবং পারদের ঘনত্ব 13·6 gm/c.c. ধ'রে বায়ুমণ্ডলের চাপ (P) হয়

$$P=h.\rho g=76\times 13{\cdot}6\times 981=1{\cdot}013\times 10^6 \text{ dyne /sq. cm.}$$

পারদস্তম্ভের ওজন ইহার দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক হওয়ায় বায়ুমণ্ডলের চাপকে সাধারণত পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য দ্বারা সূচিত করা হয়। কোনস্থানে '**বায়ুমণ্ডলের চাপ 76 cm. পারদচাপের সমান** ব'ললে বোঝায় যে, ঐস্থানে **প্রতি একক ক্ষেত্রফলে 76 cm. পারদ স্তম্ভের ওজনের সমান বায়ুমণ্ডলের চাপ।**

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতি ঃ

এই পদ্ধতিতে বায়ুমণ্ডলের চাপ

= 1 বর্গইঞ্চি প্রস্থচ্ছেদের এবং 30 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের পারদ স্তম্ভের ওজন

$$=30\times 13\,6\times \frac{62{\cdot}5}{(12)^3}\times 32 \text{ poundal/sq. inch.}$$

$$\left[\because \text{ পারদের ঘনত্ব}=\frac{13{\cdot}6\times 62{\cdot}5}{(12)^3}\text{ lb/cu.inch}\right]$$

$$=14{\cdot}7\times 32 \text{ poundal/sq. inch}=14{\cdot}7 \text{ pound/sq. inch.}$$

4.6. বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ (Normal atmospheric pressure) ঃ

সমুদ্র-পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে এবং 0°C উষ্ণতায় 76 cm. উচ্চ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ ধরা হয়।

এই প্রমাণ চাপের সংগে তুলনা ক'রে কোন স্থানে বায়ুমণ্ডলের চাপ বেশি না কম বোঝা যায়।

সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর মান 980·6 cm./sec² এবং 0°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব 13·596 gm/c.c.। কাজেই,

বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ $= 76 \times 13{\cdot}596 \times 980{\cdot}6$ dyne/sq. cm.
$= 1{\cdot}013 \times 10^6$ dyne/sq. cm.

4.7. ব্যারোমিটারের সাহায্যে উচ্চতা নির্ণয় (Determination of height by a barometer) ঃ

আমরা জানি যে, সমুদ্র-পৃষ্ঠে পারদস্তম্ভের উচ্চতা 76 cm.। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপর দিকে উঠলে যে দূরত্ব ওঠা হয় সেই দূরত্ব পর্যন্ত বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য পিছনে প'ড়ে থাকে। ফলে, ঐ উচ্চতায় ভূ-পৃষ্ঠের চেয়ে বায়ুমণ্ডলের চাপ কম হয়। তাই পারদ স্তম্ভের উচ্চতা কম হয়।

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠের উপর কোন বিন্দুতে ব্যারোমিটারের পাঠ $= h_1$ cm. পারদ স্তম্ভ এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে H. cm. উচ্চতায় কোন বিন্দুতে ব্যারোমিটারের পাঠ $= h_2$ cm. পারদ স্তম্ভ। তা'হলে $(h_1 - h_2)$ cm. পারদ স্তম্ভের চাপ H. cm. বায়ুস্তম্ভের চাপের সমান হয়। পারদের ঘনত্ব ρ এবং বায়ুর ঘনত্ব d হ'লে ঐ পারদ স্তম্ভের চাপ $= (h_1 - h_2)\, d$ gm.-wt. এবং ঐ বায়ুস্তম্ভের চাপ $= \mathrm{H}d$ gm.-wt.। কাজেই $\mathrm{H}.d = (h_1 - h_2)\,\rho$।

অথবা, $$\mathrm{H} = \frac{(h_1 - h_2)\,\rho}{d} \text{ cm.}$$

বায়ুর সংনম্যতা খুব বেশি। আবার যত উপরে ওঠা যায় উষ্ণতা ততই ক'মতে থাকে। কাজেই, যত উপরে ওঠা যায় বায়ুর ঘনত্বও ততই ক'মতে থাকে। তাই উচ্চতা নির্ণয়ের এই পদ্ধতি নির্ভুল হয় না।

4.8 বায়ুমণ্ডলের বিস্তৃতি (Extent of the atmosphere) ঃ

সীমাহীনভাবে বায়ুমণ্ডলের প্রসারিত হওয়ার কথা। কিন্তু অভিকর্ষের জন্য এরূপ প্রসারণ ঘটে না। বায়ুমণ্ডল নির্দিষ্ট উচ্চতা পর্যন্ত বিস্তৃত হয়। বায়ুর ঘনত্ব সর্বত্র সমান না হওয়ায় বায়ুমণ্ডলের বিস্তৃতি নির্ভুলভাবে বলা যায় না।

বায়ুমণ্ডলের ঘনত্ব সর্বত্র সমান ধ'রে বায়ুমণ্ডলের বিস্তৃতি নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক এই উচ্চতা H cm.। তাহ'লে এক একক প্রস্থচ্ছেদের এবং H cm. উচ্চতার বায়ু চোঙের ওজন হয় এক একক প্রস্থচ্ছেদের ও 76 cm. দৈর্ঘ্যের পারদ স্তম্ভের ওজনের সমান। সমুদ্রপৃষ্ঠে শুষ্ক বায়ুর ঘনত্ব 0·001293 gm/c.c.। বায়ুমণ্ডলের সর্বত্র বায়ুর ঘনত্ব 0·001293 gm/c.c. ধ'রলে লেখা যায়,

$$\mathrm{H} \times 0{\cdot}001293 \times g = 76 \times 13{\cdot}6 \times g\text{।}$$

$$\therefore \quad \mathrm{H} = \frac{76 \times 13{\cdot}6}{0{\cdot}001293} = 801200 \text{ cm.}$$ বা 5 মাইল (প্রায়)। কিন্তু উচ্চতার সঙ্গে বায়ুমণ্ডলের ঘনত্ব ক'মতে থাকায় H এর মান আরো অনেক বেশি হয়।

4.9. বায়ুমণ্ডলের চাপ সম্পর্কে কয়েকটি মন্তব্য ঃ

(i) **মানুষের শরীরের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ ঃ**

মানুষের দেহের ক্ষেত্রফল 16 বর্গফুট ধ'রলে তার উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ হয় ($16 \times 12 \times 12 \times 14{\cdot}7$) পাউণ্ড অথবা 15 টন। কিন্তু মানুষের শরীরের মধ্যে বায়ু প্রবেশ করায় বাইরের চাপ ভিতরের চাপের সমান ও বিপরীত হয়। কাজেই, মানুষ সাধারণ অবস্থায় বায়ুর চাপ অনুভব করে না।

(ii) আবহবিদ্যায় বায়ুমণ্ডলের চাপকে **'bar'** ও **'milli bar'** এককে প্রকাশ করা হয়।

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ dyne / sq. cm.}$$

$$1 \text{ milli bar} = \frac{10^6}{10^3} = 10^3 \text{ dyne / sq. cm.}$$

এই এককে বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ হয় 1·013 bar.

(iii) গ্যাস বা তরল পদার্থের চাপ খুব বেশি হ'লে ইহাদের চাপকে বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপের সঙ্গে তুলনা ক'রে লেখা হয়। যেমন কোন গ্যাসের চাপ $1{\cdot}013 \times 10^6$ dyne / sq. cm. হ'লে বলা হয় যে, ঐ গ্যাসের চাপ এক বায়ুমণ্ডল। সুতরাং

$$1 \text{ atmosphere} = 1{\cdot}013 \times 10^6 \text{ dyne/sq.cm.} = 14{\cdot}7 \text{ lb wt/sq.inch.}$$

(iv) ব্যারোমিটার নলে পারদের পরিবর্তে জল নিলে বায়ুর চাপের জন্য জল-স্তম্ভের উচ্চতা হয় $30 \times 13{\cdot}6$ inch = 34 ft (প্রায়)।

[কারণ জলের চেয়ে পারদ 13·4 গুণ ভারী]

(v) পারদের পরিবর্তে ব্যারোমিটার নলে গ্লিসারিন নিলে ধরা যাক্‌ বায়ু-মণ্ডলের চাপে গ্লিসারিন স্তম্ভের উচ্চতা হয় h ft। তাহ'লে বায়ুমণ্ডলের চাপ h ft উচ্চ গ্লিসারিনের চাপ = 30 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের পারদস্তম্ভের চাপ। গ্লিসারিনের আপেক্ষিক গুরুত্ব 1·25 হ'লে লেখা যায়,

$$h \times 1{\cdot}25 \times 62{\cdot}5 \times g = \tfrac{30}{12} \times 13{\cdot}6 \times 62{\cdot}5 \times g \text{।}$$

$$\therefore \quad h = \frac{30 \times 13{\cdot}6}{12 \times 1{\cdot}25} = 27{\cdot}2 \text{ ft।}$$

উদাহরণ (Examples)

1. 1 sq.cm. প্রস্থচ্ছেদের কোন ব্যারোমিটার নলে একটি বায়ু বুদ্‌বুদ্‌ প্রবেশ করালে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 75 cm. থেকে ক'মে 65 cm. হয়। বুদ্‌বুদ্‌ প্রবেশ করার আগে পারদ স্তম্ভের উপরে শূন্য স্থানের দৈর্ঘ্য 6 cm. থাকলে বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপে ঐ বুদ্‌বুদের আয়তন কত ?

সমাধান ঃ পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য হ্রাস = (75 − 65) = 10 cm.।

∴ বায়ু-অধিকৃত স্থানের দৈর্ঘ্য = (10 + 6) = 16. cm.।

ঐ বায়ুর আয়তন = 16 × 1 = 16 c.c.।

ধরা যাক্, বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপে নির্ণেয় আয়তন = V c. c.।
তাহ'লে বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$V \times 76 = 16 \times 10 \text{।} \quad \therefore V = \frac{16 \times 10}{76} = 2 \cdot 106 \text{ c.c.।}$$

2. কোন জলাশয়ের 238 ft. গভীরতায় 1 mm. ব্যাসের একটি বুদ্‌বুদ্ তৈরী হয়। জলাশয়ের উপর তলে ঐ বুদ্‌বুদ্ এলে ইহার ব্যাস কত হয়? উষ্ণতা স্থির ধ'রতে পার। জল ব্যারোমিটারের উচ্চতা = 34 ft.।

সমাধান ঃ 238 ft. গভীরতায় বুদ্‌বুদের উপর চাপ = 238 + 34 = 272 ft. জলস্তম্ভের চাপ।

ধরা যাক্, 238 ft. গভীরতায় বুদ্‌বুদের আয়তন = V_1
জলাশয়ের উপরতলে ইহার আয়তন = V_2
উষ্ণতা স্থির থাকায় বয়েলের সূত্রানুযায়ী, $V_1 \times 272 = V_2 \times 34$।

অথবা, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{272}{34} = 8$।

কিন্তু, $V_1 = \frac{4}{3}\pi \times$ (ব্যাসার্ধ)$^3 = \frac{4}{3}\pi \times (0 \cdot 05)^3$
[যেহেতু, এক্ষেত্রে ব্যাস = 1 mm.
∴ ব্যাসার্ধ = 0·5 mm. = 0·05 cm.]

জলের উপরে বুদ্‌বুদের ব্যাসার্ধ r হ'লে $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi \times (\cdot 05)^3} = 8, \quad \text{অথবা } \frac{r}{\cdot 05} = 2$$

$$\therefore r = 0 \cdot 1 \text{ cm.} = 1 \text{ mm.}$$

সুতরাং. জলের উপরতলে বুদ্‌বুদের ব্যাস = 2 mm.।

3. এক মুখখোলা কোন নলের খোলামুখ নীচের দিকে ক'রে জলে ডোবানো হয়। কত গভীরতায় ডোবালে নলের আয়তনের $\frac{2}{3}$ অংশ জলপূর্ণ হয়? বায়ুমণ্ডলের চাপ 30 inch. পারদ স্তম্ভের সমান।

সমাধান ঃ ধরা যাক্, নির্ণেয় গভীরতা = h inch. এবং
নলের আয়তন = V

নলের খোলামুখ জলে ডোবানো হ'লে উহার মধ্যে জল যখন ইহার আয়তনের $\frac{2}{3}$ অংশ অধিকার করে তখন বাকি $\frac{1}{3}$ অংশ বায়ুপূর্ণ থাকে। সুতরাং h গভীরতায় বায়ুর আয়তন = $\frac{1}{3}$V এবং বায়ুর চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ + h inch. জলস্তম্ভের চাপ = $30 \times 13 \cdot 6 + h \times 1$। অতএব, বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$V \times 30 \times 13 \cdot 6 = \tfrac{1}{3}V \times (30 \times 13 \cdot 6 + h)$$

অথবা $30 \times 13 \cdot 6 - 10 \times 13 \cdot 6 = \frac{h}{3}$

অথবা, $h = 3 \times 13 \cdot 6 \times (30 - 10) = 3 \times 13 \cdot 6 \times 20$
$= 816 \text{ inch.} = 68 \text{ ft.}$

4. একটি এক মুখ খোলা 120 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কাচ নলের অর্ধেক পারদ-পূর্ণ ক'রে পারদপাত্রে উপুড় ক'রে বসানো হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 75 cm. হ'লে নলে পারদস্তম্ভের উচ্চতা কত ?

সমাধান : নলের প্রস্থচ্ছেদ A হ'লে অর্ধেক পারদ পূর্ণ অবস্থায় ইহাতে বায়ুর আয়তন $= A \times 60$ c.c.। নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা x হ'লে ইহাতে বায়ুর আয়তন $= (120 - x)$ A c.c. এবং চাপ $= (75 - x)$ cm. পারদ চাপ। তাহ'লে বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$60 \times A \times 75 = (120 - x) \times A \times (75 - x)$$

অথবা, $x^2 - 195x + 4500 = 0$

$$\therefore \quad x = \frac{195 \pm \sqrt{(195)^2 - 18000}}{2} \quad \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং সম্পর্কে ধনাত্মক চিহ্ন নিলে x এর মান 120 cm. এর চেয়ে বেশি হয়। কাজেই,

$$x = \frac{195 - 100\sqrt{2}}{2} = 27 \text{ cm (প্রায়)}$$

5. 20 cm. দীর্ঘ পারদ সূত্রের সাহায্যে একটি একমুখ খোলা নলে কিছু পরিমাণ বায়ুকে আবদ্ধ অবস্থায় রাখা হয়। খোলা মুখ উপর দিকে রেখে নলকে উল্লম্বভাবে ধ'রলে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য 3 cm. হয়। নলকে উল্টোভাবে ধ'রলে বায়ু স্তম্ভের দৈর্ঘ্য 7 cm. হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় কর।

সমাধান : বায়ুমণ্ডলের চাপ P ধ'রলে প্রথম ক্ষেত্রে আবদ্ধ বায়ুর উপর চাপ $= P + 20$ ও বায়ুর আয়তন $= 3$ c.c. (নলের প্রস্থচ্ছেদ একবর্গ সে. মি. ধ'রলে)। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, আবদ্ধ বায়ুর চাপ $= P - 20$ ও আয়তন $= 7$ c.c.। কাজেই, বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$(P + 20) \times 3 = (P - 20) \times 7$$

বা, $P = 50$ cm. পারদচাপ।

6. একটি প্রকোষ্ঠে P_1 চাপে m_1 গ্রাম গ্যাস ও অপর একটি প্রকোষ্ঠে P_2 চাপে m_2 গ্রাম গ্যাস আছে। প্রকোষ্ঠদ্বয়কে একটি নল দ্বারা যুক্ত ক'রলে গ্যাস মিশ্রণের চাপ কত হয় ?

সমাধান : প্রথম প্রকোষ্ঠে গ্যাসের ঘনত্ব, $d_1 = \frac{m_1}{v_1}$ ও দ্বিতীয় প্রকোষ্ঠে গ্যাসের ঘনত্ব, $d_2 = \frac{m_2}{v_2}$; v_1 ও v_2 যথাক্রমে প্রকোষ্ঠদ্বয়ের আয়তন। গ্যাস মিশ্রণের ঘনত্ব, $D_m = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2}$ ও চাপ P। তাহ'লে বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{P_1}{d_1} = \frac{P_2}{d_2} = \frac{P}{D_m} = K = \text{ধ্রুব রাশি।}$$

অতএব, $d_1=\frac{P_1}{K}$, $d_2=\frac{P_2}{K}$ ও $D_m=\frac{P}{K}$

অর্থাৎ, $\frac{m_1}{v_1}=\frac{P_1}{K}$, $\frac{m_2}{v_2}=\frac{P_2}{K}$ ও $\frac{m_1+m_2}{v_1+v_2}=\frac{P}{K}$

অতএব, $v_1=\frac{Km_1}{P_1}$, $v_2=\frac{Km_2}{P_2}$ ও $v_1+v_2=\frac{K(m_1+m_2)}{P}$

কাজেই, $\frac{Km_1}{P_1}+\frac{Km_2}{P_2}=\frac{K(m_1+m_2)}{P}$

অর্থাৎ, $P=\frac{P_1P_2(m_1+m_2)}{P_2m_1+P_1m_2}$।

7. একটি 8 ft. লম্বা এবং এক মুখ খোলা নলের অর্ধেক পারদপূর্ণ করা হয়। নলের খোলামুখ হাত দিয়ে চেপে নলকে উল্টিয়ে একটি পারদপূর্ণ পাত্রের মধ্যে প্রবেশ করানো হয় এবং হাত তুলে নেওয়া হয়। ব্যারোমিটারের উচ্চতা 30 inch হ'লে ঐ নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা কত হয় ?

সমাধান : নলের দৈর্ঘ্য = 8 ft. = 96 inch.

সুতরাং নলের 48 inch. পারদপূর্ণ এবং বাকি 48 inch. বায়ুপূর্ণ। নলের প্রস্থচ্ছেদ A হ'লে ঐ 48 inch. স্থানে বায়ুর আয়তন = $48A$ এবং বায়ুর চাপ = 30 inch.

ধরা যাক, নলকে উল্টো ক'রে বসানোর পর ইহার মধ্যে পারদস্তম্ভের উচ্চতা h inch. হয়। তাহ'লে বায়ু অধিকৃত স্থানের দৈর্ঘ্য = $(96-h)$ inch.। ঐ বায়ুর আয়তন = $(96-h)\times A$ ও চাপ = $(30-h)$ inch.। অতএব, বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$48A\times30=(96-h)\times A\times(30-h)$$

অথবা, $1440=2880-126h+h^2$

অথবা, $h^2-126h+1440=0$

অথবা, $h=118{\cdot}3$ inch. (প্রায়) ; বা, $62{\cdot}8$ inch. (প্রায়)

কিন্তু নলের দৈর্ঘ্য 96 inch হওয়ায় $h=118{\cdot}3$ inch. হ'তে পারে না। সুতরাং নলের মধ্যে পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য = 62·8 inch.।

8. দুই বিভিন্ন সময়ে যখন একটি ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ 29 inch. ও 31 inch. তখন একটি ত্রুটিহীন ব্যারোমিটারের পাঠ যথাক্রমে 29·5 inch ও 32 inch. ; যখন ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ 28 inch. তখন ত্রুটিহীন ব্যারোমিটারের পাঠ কত ?

সমাধান : যখন ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ 29 inch. তখন ধরা যাক, পারদস্তম্ভের উপরে বায়ুর দৈর্ঘ্য = h inch.। নলের প্রস্থচ্ছেদ A হ'লে এই বায়ুর আয়তন = $h\times A$।

এই বায়ুর চাপ = ত্রুটিহীন ব্যারোমিটারের উচ্চতা − ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের উচ্চতা = (29·5 − 29) = 0·5 inch.

অনুরূপভাবে, ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ 31 inch. হ'লে পারদ স্তম্ভের উপর বায়ু স্তম্ভের দৈর্ঘ্য = $(h-2)$ inch. এবং ইহার চাপ = 1 inch.। অতএব, বয়েলের সূত্রানুযায়ী $h \times A \times 0{\cdot}5 = (h-2) \times A \times 1$

$$\therefore \quad h = 4 \text{ inch.}$$

আবার, ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ 28 inch. হ'লে পারদ স্তম্ভের উপর দৈর্ঘ্য = (4 + 1) = 5 inch.। এই সময়ে ব্যারোমিটারের পাঠ H inch. হ'লে ঐ বায়ুর চাপ = $(H-28)$ inch.। অতএব,

$$h \times A \times 0{\cdot}5 = 5A \times (H-28)$$

অথবা, $H = 28{\cdot}4$ inch.।

4.10. আবহাওয়ার পূর্বাভাস (Forecasting of Weather) :

আবহাওয়ার পূর্বাভাস ব'লতে আমরা বুঝি যে, দিনের উষ্ণতার তারতম্য হবে কিনা, ঝড় বৃষ্টি হবার সম্ভাবনা আছে কিনা ইত্যাদি আগে থাকতে বুঝতে পারা। এসবই বায়ুমণ্ডলের চাপের উপর নির্ভর করায় ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের ওঠানামা লক্ষ্য ক'রে আগে থাকতে আবহাওয়া বোঝা সম্ভব হয়।

যেমন, কোন স্থানে ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা খুব তাড়াতাড়ি কমে গেলে বোঝা যায় যে, চারপাশের বায়ুর চাপ কমে। অন্য স্থান থেকে উচ্চ চাপের বায়ু ঐ স্থানে জোরে প্রবাহিত হয়। অর্থাৎ, ঝড় ওঠে।

কোন স্থানে পারদস্তম্ভের উচ্চতা ধীরে ধীরে বাড়লে বোঝা যায় যে, ঐ স্থানে বায়ুতে জলীয় বাষ্প ক্রমশ কমে। কারণ, জলীয় বাষ্প শুষ্ক বায়ু থেকে হাল্কা হওয়ায় এবং ইহা অপসারিত হওয়ায় ঐ স্থানে বায়ুমণ্ডলের চাপ বেশি হয়। তাই আবহাওয়া শুষ্ক এবং পরিষ্কার থাকে।

আবার পারদ স্তম্ভের উচ্চতা ধীরে ধীরে কমলে বোঝা যায় যে, বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প ক্রমশ বাড়ে। সুতরাং বৃষ্টিপাতের সম্ভাবনা থাকে। কেননা বায়ুতে জলীয় বাষ্প বাড়লে বৃষ্টি হয়।

কাজেই, ব্যারোমিটারে পারদের ওঠা নামা লক্ষ্য ক'রে আগে থেকেই আবহাওয়া সম্পর্কে মোটামুটি ধারণা করা যায়।

4.11. আবহাওয়া মানচিত্র (Weather Maps) :

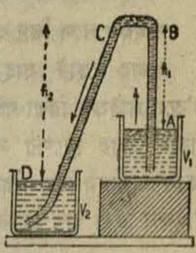
কোন নির্দিষ্ট সময়ে পৃথিবী পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানের আবহাওয়া এই মানচিত্র থেকে জানা যায়। আবহাওয়া বিভাগ থেকে এইরূপ মানচিত্র সময়ে সময়ে প্রকাশিত হয়। এই মানচিত্র বিভিন্ন রেখা সম্বলিত একটি ছক কাগজ। মানচিত্রে সমচাপ সম্পন্ন বিভিন্ন স্থানগুলিকে একটি অবিচ্ছিন্ন রেখা দ্বারা যুক্ত করা হয়। এই রেখাগুলিকে

সমচাপ রেখা বলে। এই রেখাগুলির পাশে মিলিবারে চাপ নির্দেশ করা হয়। নিম্নচাপের স্থানগুলিকে **ঘূর্ণবাত** (*cyclone*) অঞ্চল এবং উচ্চচাপের স্থানগুলিকে **প্রতীপ ঘূর্ণবাত** (*anti-cyclone*) অঞ্চল হিসেবে মানচিত্রে দেখানো হয়। প্রতীপ-ঘূর্ণবাত অঞ্চলে পরিষ্কার আবহাওয়া আশা করা যায়। কোন সময়ে যে সব স্থানে উষ্ণতা সমান থাকে সেই সব স্থানকে যোগ ক'রে যে রেখা পাওয়া যায় তাকে **সমোষ্ণ** (*Isotherms*) রেখা বলে। বিমান চালনা এবং কৃষি কাজের জন্য আবহাওয়া মানচিত্রের বিশেষ প্রয়োজন হয়।

4.12. সাইফন (Siphon) ঃ

তরলপূর্ণ পাত্রকে না নাড়িয়ে অন্য পাত্রে তরল স্থানান্তরিত করাকে বা তলানীযুক্ত তরল পদার্থ থেকে পরিষ্কার তরল পৃথক করার পদ্ধতিকে **সাইফন ক্রিয়া** বলে।

যন্ত্র বর্ণনা ও কার্য পদ্ধতি ঃ সাইফন U-আকৃতির দুমুখ খোলা কাচ বা রাবারের নল (চিত্র 59)। এই নলের এক বাহু অপর বাহুর চেয়ে বেশ কিছুটা লম্বা। যে তরলকে এক পাত্র থেকে অপর পাত্রে নিয়ে যেতে হয় সেই তরল দিয়ে প্রথমে নলকে পূর্ণ করা হয়। তারপর নলের দুই খোলা মুখ আঙ্গুল দিয়ে বন্ধ ক'রে নলকে উল্টো ক'রে এমনভাবে বসানো হয় যাতে ইহার ছোট বাহু তরল পূর্ণ পাত্রে ডুবে থাকে এবং বড় বাহু খালি পাত্রে থাকে। আঙুল সরিয়ে নিলে সাইফনক্রিয়া শুরু হয়। অর্থাৎ তরলপূর্ণ পাত্রের তরল নল বেয়ে ক্রমাগত খালি পাত্রে জমা হয়।



চিত্র 59

4.13. সাইফন ক্রিয়ার ব্যাখ্যা ঃ

BC বাহুর তরলের মধ্যে একই অনুভূমিক রেখায় B ও C দুই বিন্দু। তরলের ঘনত্ব ρ হ'লে এবং A, B, C, D, বিন্দুতে চাপ যথাক্রমে P_a, P_b, P_c, P_d, হ'লে লেখা যায়,

$P_a = P_b + h_1\rho g$, এবং $P_d = P_c + h_2\rho g$।

[$h_1 = V_1$ পাত্রের তরল তল থেকে B বিন্দুর উচ্চতা, $h_2 = V_2$ পাত্রের তরল তল থেকে C বিন্দুর উচ্চতা]

কিন্তু, $P_a = P_d =$ বায়ুমণ্ডলের চাপ হওয়ায়,

$$P_b + h_1\rho g = P_c + h_2\,\rho g\text{।}$$

$$\therefore\ P_b - P_c = (h_2 - h_1)\rho g\text{।}$$

$h_2 > h_1$ হওয়ায়, P_c থেকে P_b বড় হয়।

কাজেই, তরল উচ্চ চাপ বিন্দু B থেকে নিম্নচাপ বিন্দু C তে যায়। তাই B বিন্দুতে আংশিক শূন্যতা উৎপন্ন হয় এবং বায়ুমণ্ডলের চাপ V_1 পাত্রের আরও

তরলকে B বিন্দুতে পাঠায়। এই ভাবে তরল নল বেয়ে ক্রমাগত V_1 পাত্র থেকে V_2 পাত্রে গিয়ে জমা হয়। অবশ্য $h_2 = h_1$ হ'লে এই সাইফন ক্রিয়া বন্ধ হয়।

4.14. সাইফন ক্রিয়ার শর্ত ঃ

(i) যে তরল স্থানান্তরিত ক'রতে হয় সেই তরল দিয়ে নলকে পূর্ণ ক'রতে হয়।

(ii) h_2কে সব সময় h_1 এর চেয়ে বড় হ'তে হয়। অর্থাৎ বড় বাহুর খোলামুখকে ছোট বাহুর খোলামুখ অপেক্ষা নীচের তলে থাকতে হয়।

(iii) বায়ুমণ্ডলের চাপ তরলকে যে উচ্চতায় তুলতে পারে তার থেকে h_1 এর মান কম হ'তে হয়। তা নাহ'লে বায়ুমণ্ডলের চাপ তরলকে B বিন্দুতে পাঠাতে পারে না। যেমন জলের বেলায় h_1 এর মান 34 ফুটের বেশি হ'লে সাইফন ক্রিয়া হয় না।

(iv) **বায়ু শূন্য স্থানে সাইফন ক্রিয়া সম্ভব নয়।** কারণ সাইফন ক্রিয়া বায়ুমণ্ডলের চাপের উপর নির্ভর করে।

একটি প্রশ্ন ঃ

সাইফন নলে ছিদ্র ক'রলে কি হয় ?

নলের ছোট বাহুতে A-এর সঙ্গে একই অনুভূমিক তলে অথবা উপরে ছিদ্র ক'রলে সাইফন ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়। কারণ ছিদ্র ক'রলে নলের ভিতরের চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হয়। ফলে সাইফন ক্রিয়া বন্ধ হয়। ছোট নলের যে কোন জায়গায় ছিদ্র ক'রলে সাইফন ক্রিয়া বন্ধ হ'য়ে যায়। কিন্তু বড় নলে ছিদ্র ক'রলে সাইফন ক্রিয়া বন্ধ হয় না।

4.15. সাইফন ক্রিয়া সম্পর্কে বিশেষ আলোচনা ঃ

পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, বায়ু শূন্যস্থানে সাইফন ক্রিয়া করে এবং AB নলের দৈর্ঘ্য ব্যারোমিটার উচ্চতার চেয়ে বেশি হ'লে কয়েকটি ক্ষেত্রে তরলের স্থানান্তর ঘটে। কাজেই, বায়ুমণ্ডলীয় চাপের উপস্থিতি অত্যাবশ্যকীয় নয়। CD নলের উপর ক্রিয়াশীল বেশি পরিমাণের অভিকর্ষজ বল তরল অণুগুলির সংসক্তি বলের (cohesion) মাধ্যমে AB তরল স্তম্ভকে টানে এবং সাইফন ক্রিয়া চলে।

শূন্যস্থানে কেবলমাত্র বিশুদ্ধ তরলের সাইফন ক্রিয়া চলে। তরলে দ্রবীভূত গ্যাস থাকলে তরল অণুগুলির মধ্যে ক্রিয়াশীল সংসক্তি বল কমে যায় এবং কম চাপে বুদ্‌বুদ্‌ গঠিত হয়। কাজেই, অবিশুদ্ধ তরলের সাইফন ক্রিয়ার জন্য বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অত্যাবশ্যক। কারণ এক্ষেত্রে ঐ চাপ নলে তরলকে সংনমিত (compress) করে এবং বুদ্‌বুদ্‌ গঠনের দ্বারা তরল স্তম্ভের ভেঙ্গে যাওয়াকে বন্ধ করে।

4.16. সাইফনের প্রয়োগ ঃ

অনেক সময় সাইফনকে তরলের সবিরাম প্রবাহের জন্য ব্যবহার করা হয়। নীচে সাইফনের প্রয়োগ বলা হ'ল।

স্বয়ংক্রিয় ফ্লাস (*Automatic Flush*) ঃ একটি বড় ট্যাঙ্কের মধ্যে সাইফনকে আটকিয়ে রাখা হয়। সাইফনের বড় বাহুর খোলামুখ ট্যাঙ্কের তলদেশ দিয়ে বাইরে বেরিয়ে থাকে। ট্যাঙ্কে জল ঢাললে ইহার ভিতরে জলের উচ্চতা বাড়তে থাকে। জল যখন সাইফনের বাঁকানো স্থানে হাজির হয় তখন সাইফনের ক্রিয়া শুরু হয়। ইহাতে জল বড় বাহুর খোলা মুখ দিয়ে জোরে বেরিয়ে আসে। যতক্ষণ না ট্যাঙ্কে জল ছোট বাহুর খোলা মুখের নীচে যায় ততক্ষণ সাইফন ক্রিয়া চলে।

'স্বয়ংক্রিয় ফ্লাস' সরকারী শৌচাগার ইত্যাদিতে ব্যবহার করা হয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 1·03 ঘনত্বের কোন তরলকে সাইফন ক্রিয়ার সাহায্যে বাধা অতিক্রম ক'রিয়ে আনতে হয়। বাধার উচ্চতা সর্বাপেক্ষা কত বেশি হ'লে সাইফন ক্রিয়া অব্যাহত থাকে ? বায়ুমণ্ডলের চাপ = 76 cm. পারদ স্তম্ভ।

সমাধান ঃ যে উচ্চতা পর্যন্ত বায়ুমণ্ডলের চাপ তরলকে তুলতে পারে তাই বাধার সর্বোচ্চ উচ্চতা। কারণ, বাধার উচ্চতা আরো বেশি হ'লে বায়ুমণ্ডলের চাপ তরলকে ঐ উচ্চতায় পেঁছিয়ে দিতে পারে না। তাই সাইফন ক্রিয়াও সম্ভব হয় না। ধরা যাক, নির্ণেয় উচ্চতা = h cm। তাহ'লে h cm. উচ্চ তরল স্তম্ভের চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ। আবার h cm. তরল স্তম্ভের চাপ = $h \times 1{\cdot}03 \times g$ dyne/sq. cm. এবং বায়ুমণ্ডলের চাপ = $76 \times 13{\cdot}6 \times g$ dyne/sq. cm.।

কাজেই, $h \times 1{\cdot}03 \times g = 76 \times 13{\cdot}6 \times g$।

$$\therefore\ h = \frac{76 \times 13{\cdot}6}{1{\cdot}03} = 1003{\cdot}5 \text{ cm. (প্রায়)} = 10{\cdot}04 \text{ m. (প্রায়)}$$

2. কেরোসিন পূর্ণ চোঙাকৃতি কোন পাত্র থেকে কেরোসিন স্থানান্তরিত করার জন্য সাইফন ব্যবহার করা হয়। সাইফনের ছোট বাহুকে ঐ পাত্রের তলা পর্যন্ত নিয়ে যাওয়া হয়। পাত্রের গভীরতা 55 ft.। ঐ পাত্রে তরল থাকতেও কিছুক্ষণ পরে সাইফন ক্রিয়া বন্ধ হ'য়ে যায়। ব্যারোমিটারের উচ্চতা 30 inch. হ'লে পাত্রে যে তরল অবশিষ্ট থাকে তার আয়তন পাত্রের আয়তনের কত অংশ ? কেরোসিনের আঃ গুরুত্ব = 0·8

সমাধান ঃ ধরা যাক, বায়ুমণ্ডলের চাপ কেরোসিনকে h inch. তুলতে পারে।

তাহ'লে h inch. উচ্চ তরলের চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ।

$$\text{কাজেই,}\quad h \times \frac{0{\cdot}8 \times 62{\cdot}5}{(12)^3} \times g = \frac{30 \times 13{\cdot}6 \times 62{\cdot}5}{(12)^3} \times g\text{।}$$

$$\therefore\quad h = \frac{30 \times 13{\cdot}6}{0{\cdot}8} = 510 \text{ inch.} = 42{\cdot}5 \text{ ft.।}$$

কাজেই, বায়ুমণ্ডলের চাপ 42·5 ft. পর্যন্ত তরলকে তুলতে পারে। সুতরাং, সাইফনের বাঁক থেকে পাত্রস্থিত কেরোসিনের লেভেল যতক্ষণ পর্যন্ত 42·5 ft. এর

কম থাকে ততক্ষণ সাইফন ক্রিয়া চলে। অতএব, পাত্রে অবশিষ্ট তরলের উচ্চতা= $55-42{\cdot}5=12{\cdot}5$ ft.।

পাত্রের আয়তন $=\pi r^2\times 55$ cu. ft.। [চোঙের ব্যাসার্ধ $=r$ ft.]

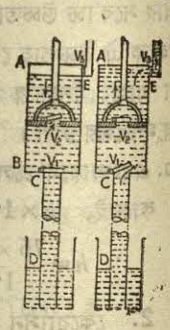
অবশিষ্ট তরলের আয়তন $=\pi r^2\times 12{\cdot}5$ cu ft.

$$\therefore \frac{\text{অবশিষ্ট তরলের আয়তন}}{\text{পাত্রের আয়তন}}=\frac{\pi r^2\times 12{\cdot}5}{\pi r^2\times 55}=\frac{5}{22}।$$

4.17. উত্তোলক পাম্প (Lift Pump) ঃ

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোন উঁচু জায়গায় (যেমন কোন বাড়ির তিনতলা বা চার তলায়) জল তোলার কাজে এই পাম্প ব্যবহৃত হয়।

গঠন প্রণালী ঃ AB একটি লোহার শক্ত চোঙ (চিত্র 60)। ইহাকে ব্যারেল (barrel) বলে। ব্যারেলের তলায় একটি সরু লম্বা নল CD আটকানো থাকে। যে স্থান থেকে জল তুলতে হয় সেই স্থানের জলে CD নলের খোলা মুখকে রাখা হয়। ব্যারেলের মধ্যে একটি জল-নিরোধক পিস্টন ওঠা নামা করে। V_1 ও V_2 দু'টি ভাল্ভ। ইহারা উপর দিকে খোলে। অর্থাৎ ইহারা জলকে নীচে থেকে উপরে যেতে দেয় কিন্তু উপর থেকে নীচে আসতে দেয় না। CD নল ও AB চোঙের সংযোগস্থলে V_1 ভালভ এবং পিস্টনের সঙ্গে V_2 ভাল্ভ লাগানো থাকে। পিস্টন একটি দণ্ডের সঙ্গে আটকানো থাকে। ব্যারেলের উপরের প্রান্তের কাছাকাছি স্থানে একটি খোলা মুখ E থাকে। এই E-মুখে আর একটি ভাল্ভ V_3 যুক্ত থাকে এবং E মুখের সঙ্গে একটি উর্ধ্বমুখী নল আটকানো থাকে। যে উচ্চতায় জল তুলতে হয় এই নলের দৈর্ঘ্য সেই উচ্চতার সমান নেওয়া হয়। V_3 ভাল্ভ বাইরের দিকে খোলে অর্থাৎ জলকে AB ব্যারেল থেকে E নলে যেতে দেয় কিন্তু E নল থেকে AB চোঙে আসতে দেয় না। কারণ তখন V_3 ভাল্ভ জলের চাপে বন্ধ হ'য়ে যায়।



চিত্র 60

কার্য প্রণালী ঃ ধরা যাক্, প্রথমে পিস্টন ব্যারেলের নীচে আছে এবং V_1 ও V_2 ভাল্ভদ্বয় বন্ধ আছে। পিস্টনকে উপরদিকে তুললে বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্য এবং নিজের ওজনের জন্য V_2 ভাল্ভ বন্ধ থাকে। কাজেই, পিস্টনের নীচে ব্যারেলের মধ্যে বায়ুর চাপ কমে যায় এবং V_1 ভাল্ভ খুলে যায়। কারণ V_1 ভাল্ভের নীচে CD নলের বায়ু চাপ দেয়। তাই, CD নল থেকে কিছু বায়ু ব্যারেলের ভিতরে আসে এবং CD নলে বায়ুর চাপ কমে। কিছু জল ঐ নল বরাবর বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্য উপরে ওঠে। পিস্টনকে নীচের দিকে নামালে, ব্যারেলের মধ্যে বায়ুর চাপ বাড়ে। ফলে V_1 ভাল্ভ বন্ধ হ'য়ে যায়, V_2 ভাল্ভ খুলে যায় এবং ব্যারেলের ভিতরের বায়ু বেরিয়ে যায়। আবার পিস্টনকে উপর দিকে তুললে AB ব্যারেল ও CD নলের মধ্যে বায়ুর চাপ কমে এবং জল CD নল বরাবর

আরও উপরে ওঠে। এই ভাবে পিস্টনকে বার বার ওঠা-নামা করালে জল ব্যারেলে প্রবেশ করে এবং সমগ্র ব্যারেল জলপূর্ণ হয়। আবার পিস্টনকে উপরে তুললে ব্যারেলের জল V_3 ভাল্ভ খুলে E নল বেয়ে উপরে ওঠে। যতবার পিস্টনকে উপর দিকে তোলা হয় ততবারই জল E নলে প্রবেশ করে এবং E নল বেয়ে আরও উপরে উঠতে থাকে। অবশ্য পিস্টনকে নীচের দিকে নামানোর সময় E নলের জল ব্যারেলে ফিরতে চায়। কিন্তু জলের চাপে V_3 ভাল্ভ বন্ধ হ'য়ে যাওয়ায় সেটা সম্ভব হয় না।

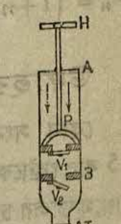
V_3 ভাল্ভ ও E নলকে খুব শক্ত ধাতু দ্বারা তৈরী ক'রে এই পাম্পের সাহায্যে জলকে যে কোন উচ্চতায় তোলা যায়। অবশ্য ব্যারেলকে 34 ফুটের মধ্যে রাখতে হয়। কেননা জল CD নলে বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্যই ওঠে। সাধারণত তড়িৎ শক্তির সাহায্যে পিস্টন ওঠা-নামা করে।

4.18. সংনমন পাম্প (Compression Pump) ঃ

কোন বন্ধ পাত্রের বায়ুকে সংকুচিত করার কাজে এই পাম্প ব্যবহার করা হয়। এই বন্ধ পাত্রকে গ্রাহক (Receiver) বলে।

গঠন প্রণালী ঃ AB একটি ব্যারেল (চিত্র 61)। এই ব্যারেলের মধ্যে পিস্টন (P) একটি দণ্ডের সাহায্যে বায়ু নিরুদ্ধভাবে ওঠানামা করে। গ্রাহক R এর সঙ্গে ব্যারেলের নীচের মুখকে নল ও প্যাঁচকল (T)-দ্বারা আটকানো হয়। V_1 ও V_2 দু'টি ভাল্ভ। এই ভাল্ভদ্বয় গ্রাহকের দিকে খোলে। গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর চাপ প্রয়োজনীয় চাপের সমান হ'লে প্যাঁচকলের সাহায্যে গ্রাহকের মুখ বন্ধ করা হয়।

কার্য প্রণালী ঃ পিস্টনকে গ্রাহকের দিকে নিয়ে গেলে V_1 ভাল্ভ বন্ধ হ'য়ে যায় এবং ব্যারেলের মধ্যে বায়ুর চাপ বেড়ে যায়। ইহাতে V_2 ভাল্ভ খুলে যায় এবং ব্যারেলের বায়ু গ্রাহকে প্রবেশ করে। পুনরায় পিস্টনকে উপরদিকে তুললে V_1 V_2 স্থান বেড়ে যায় ও ব্যারেলের মধ্যে বায়ুর চাপ কমে যায়। কাজেই, V_2 ভাল্ভ বন্ধ হ'য়ে যায় এবং বায়ুমণ্ডলের চাপে V_1 ভাল্ভ খুলে যায় ও বাইরের বায়ু ব্যারেলে প্রবেশ করে। আবার পিস্টনকে নীচের দিকে নামালে ব্যারেলের মধ্যে বায়ুর চাপ বাড়ে। যখন এই চাপ গ্রাহকের বায়ুর চাপের চেয়ে বেশি হয় তখন V_2 ভাল্ভ খুলে যায় এবং আরও বেশি বায়ু গ্রাহকে প্রবেশ ক'রে। এই ভাবে পিস্টনকে বার বার উঠিয়ে-নামিয়ে গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর চাপকে প্রয়োজনীয় চাপের সমান করা হয়। তারপর গ্রাহকের মুখ প্যাঁচকলের সাহায্যে বন্ধ ক'রে ইহাকে পাম্প থেকে বিচ্ছিন্ন করা হয়।



চিত্র 61

ফুটবল পাম্প, স্টোভের পাম্প, সাইকেলের চাকায় বায়ুভর্তি করার পাম্প ইত্যাদি সংনমন পাম্প।

সংনমন মাত্রা নির্ণয় (*Calculation of the degree of compression*) ঃ

ধরা যাক,

নল সহ গ্রাহকের আয়তন $= V$

A থেকে B পর্যন্ত ব্যারেলের আয়তন $= v$

বায়ুমণ্ডলে বায়ুর ঘনত্ব $= D_0$

পিস্টনের 'n' বার পূর্ণগতির পর গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব $= D_n$

লক্ষ্য করা যায় যে, পিস্টনের প্রত্যেক পূর্ণগতির জন্য D_0 ঘনত্বের v আয়তন বায়ু গ্রাহকে প্রবেশ করে। এই v আয়তন বায়ুর ভর $= vD_0$।

গ্রাহককে পাম্পের সঙ্গে যুক্ত করার আগে ইহার মধ্যে যে বায়ু ছিল তার আয়তন $= V$ এবং চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ P_0। কাজেই এই বায়ুর ভর $= VD_0$।

সুতরাং, পিস্টনের একবার পূর্ণগতির জন্য গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ভর

$$= VD_o + vD_o \text{।}$$

কাজেই, পিস্টনের n বার পূর্ণগতির জন্য গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ভর

$$= VD_o + nvD_o = (V+nv)D_o \text{।}$$

গ্রাহকের আয়তন (V) ধ্রুবক হওয়ায় পিস্টনের n বার পূর্ণগতির শেষে গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব পরিবর্তিত হ'য়ে D_n হয়। অতএব,

$$\therefore \quad D_n V = (V+nv)D_o \text{।}$$

$$\therefore \quad D_n = \left(\frac{V+nv}{V}\right)D_o = \left(1+n\frac{v}{V}\right)D_o$$

চাপ ও ঘনত্ব সমানুপাতিক হওয়ায় গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর চূড়ান্ত চাপ হয়, $P_n = \left(1+n\frac{v}{V}\right)P_0$

উদাহরণ (**Examples**) ঃ

কোন সংনমন পাম্পে গ্রাহক পাত্রের আয়তন ব্যারেলের আয়তনের 5 গুণ। 45 বার স্ট্রোকের পর গ্রাহক পাত্রের চাপ কত হয় ? প্রথমে গ্রাহক পাত্রে বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $D_n = D_o\left(1+\frac{nv}{V}\right)$।

এখানে, $n = 45$, $V = 5v$, P_o = বায়ুমণ্ডলের চাপ।

$$\therefore \quad P_n = P_o\left(1+n\frac{v}{V}\right) = 1\left(1+45\times\frac{v}{5v}\right)$$

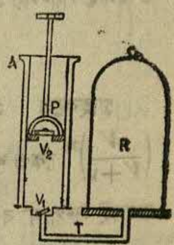
$$= 10 \text{ বায়ুমণ্ডলের চাপ।}$$

4.19. বায়ু নিষ্কাশন পাম্প (Vacuum pump) ঃ

বিজ্ঞানী অটো ভন্ গেরিক এই পাম্প উদ্ভাবন করেন। এই পাম্পের সাহায্যে কোন পাত্রের বদ্ধ বায়ু বার করা যায়।

গঠন প্রণালী ঃ এই পাম্পের গঠন ঠিক সংনমন পাম্পের মত, শুধুমাত্র ভাল্ভ দু'টি বিপরীত দিকে খোলে। অর্থাৎ বায়ুকে গ্রাহক (R) থেকে বেরিয়ে আসতে দেয়, কিন্তু গ্রাহকের মধ্যে যেতে দেয় না (চিত্র 62)।

কার্য প্রণালী ঃ পিস্টনকে ব্যারেলের নীচে থেকে উপরে তুললে V_2 ভাল্ভ বায়ুমণ্ডলের চাপে বদ্ধ থাকে। ইহাতে পিস্টনের নীচের জায়গার আয়তন বাড়ে এবং চাপ কমে। কাজেই V_1 ভাল্ভ খুলে যায় এবং গ্রাহক থেকে কিছু বায়ু বেরিয়ে ব্যারেলে প্রবেশ করে। ইহার দরুন গ্রাহকের ভিতরে বায়ুর চাপ কমে। আবার পিস্টনকে নীচের দিকে নামালে ব্যারেলের ভিতরে বায়ুর চাপ বাড়ে এবং V_1 ভাল্ভ বদ্ধ হ'য়ে যায়। তখন V_2 ভাল্ভ খুলে যায় এবং ব্যারেলের বায়ু বাইরে বেরিয়ে আসে।



চিত্র 62

এইভাবে পিস্টনকে বার বার উঠিয়ে নামিয়ে গ্রাহককে প্রায় বায়ু শূন্য করা যায়।

অবশ্য, এই পাম্পের সাহায্যে গ্রাহককে সম্পূর্ণ বায়ু শূন্য করা যায় না। কেননা, V_2 ভাল্ভের ওজনের জন্য গ্রাহক পাত্রে বায়ুর চাপ যখন খুব কম হয় তখন গ্রাহকের ভিতরের বায়ু V_2 ভাল্ভকে খোলার মত উপযুক্ত বল প্রয়োগ ক'রতে পারে না। তাই গ্রাহকের ভিতরে কিছু বায়ু থেকে যায়।

নিষ্কাশন মাত্রা নির্ণয় ঃ

ধরা যাক্,

নলসহ গ্রাহকের আয়তন $= V$

A থেকে V_1 পর্যন্ত ব্যারেলের আয়তন $= v$

গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর প্রাথমিক ঘনত্ব $= D_0$

" " " " চাপ $= P_0$

পিস্টনের 'n' বার পূর্ণ গতির শেষে গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব $= D_n$

" " " " " " " " চাপ $= P_n$

প্রথমে যখন পিস্টনকে ব্যারেলের নীচে থেকে উপরে তোলা হয় তখন বায়ুর আয়তন $(V+v)$ এবং ঘনত্ব D_1 হয়। বায়ুর ভর নির্দিষ্ট থাকায় $(V+v)D_1 = V.D_0$। অতএব, $D_1 = \frac{V}{V+v} \cdot D_0$। সুতরাং, পিস্টনকে যখন ব্যারলের উপর থেকে নীচের দিকে নামানো হয় তখন গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব $= D_1$।

অনুরূপভাবে, পিস্টনের দ্বিতীয়বার উপর-নীচ পূর্ণ গতির জন্য গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব D_2 হ'লে

$$(V+v)D_2 = V.D_1 \text{ ।}$$

$$D_2 = \left(\frac{V}{V+v}\right) D_1 = \left(\frac{V}{V+v}\right)^2 D_0 \text{ ।}$$

সুতরাং, পিস্টনের n-বার উপর-নীচ পূর্ণ গতির শেষে গ্রাহকের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব,

$$D_n = \left(\frac{V}{V+v}\right)^n D_0 \text{ ।}$$

খুব তাড়াতাড়ি পিস্টনকে উপর-নীচ না ক'রলে এবং উষ্ণতা ধ্রুবক থাকলে চাপ ও ঘনত্ব পরস্পর সমানুপাতিক হয়।

$$P_n = \left(\frac{V}{V+v}\right)^n P_0 \text{ ।}$$

গ্রাহককে সম্পূর্ণ বায়ুশূন্য হ'তে হ'লে P_n শূন্য হয়। সুতরাং $\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ কেও শূন্য হ'তে হয়। কিন্তু ইহা শূন্য হ'তে পারে না। তাই গ্রাহককে কখনই সম্পূর্ণ বায়ু শূন্য করা যায় না।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কোন নিষ্কাশন পাম্পের ব্যারেলের আয়তন 100 c.c. এবং গ্রাহক পাত্রের আয়তন 500 c.c.। গ্রাহক পাত্রে বায়ুর প্রাথমিক চাপ 76 cm. পারদ স্তম্ভের সমান হ'লে 10 বার পূর্ণ স্ট্রোকের পর এই চাপের মান কত হয় ?

[*Jt. Entrance '78*]

সমাধান ঃ নিষ্কাশন পাম্পের ব্যারেলের আয়তন v এবং গ্রাহক পাত্রের আয়তন V হ'লে আমরা জানি যে, $P_n = \left(\frac{V}{V+v}\right)^n \times P_0$; P_0 গ্রাহক পাত্রের বায়ুর প্রাথমিক চাপ এবং n বার পূর্ণ স্ট্রোকের শেষে ঐ বায়ুর চাপ P_n ।

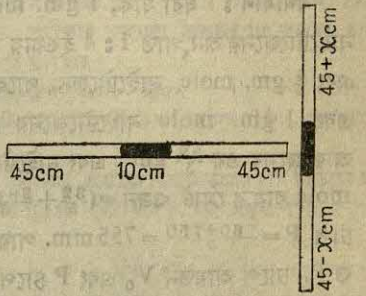
এক্ষেত্রে, $V = 500$ c.c.; $v = 100$ c.c. এবং $P_0 = 76$ cm. পারদ স্তম্ভের চাপ। কাজেই, $P_{10} = (\frac{500}{600})^{10} \times 76 = 12{\cdot}27$ cm. পারদ চাপ।

2. হাইড্রোজেন পূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন 1000 litre এবং ইহার ভর 1 Kg.। এই বেলুন কত আয়তনের একটি ব্লককে তুলতে পারে ? ব্লকের উপাদানের 1 লিটারের ভর 91·3 গ্রাম। বায়ুর ঘনত্ব 1·3 gm./litre। (*I. I. T. '75*)

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, ঊর্ধ্বঘাত = অপসারিত বায়ুর ওজন। ধরা যাক, ব্লকের আয়তন V litre.। কাজেই, বেলুন ও ব্লক দ্বারা অপসারিত বায়ুর আয়তন $=(1000+V)$ litre। বেলুন ও ব্লকের উপর ঊর্ধ্বঘাত $=(1000+V)\times 1{\cdot}3$ gm.-wt.। বেলুন ও ব্লকের মোট ভর $=1000+V\times 91{\cdot}3$। অতএব, $(1000+V)\times 1{\cdot}3 = 1000+91{\cdot}3V$ অথবা, $V = 3\frac{1}{3}$ litre.।

3. একটি সরু 1 metre লম্বা অনুভূমিক নলের মাঝখানে 10 cm. দৈর্ঘ্যের পারদ সূত্র আছে। পারদের দুই পাশে 7 cm. চাপে বায়ু আছে। এই নলকে খাড়াভাবে ধ'রলে পারদ সূত্রের সরণ কত হয়? *(I. I. T. '78)*

সমাধান ঃ উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকায় বয়েলের সূত্র প্রযোজ্য হয়। অনুভূমিক অবস্থানে উভয় দিকে চাপ = 76 cm. এবং আয়তন = 45A, A নলের প্রস্থচ্ছেদ। উল্লম্ব অবস্থানে পারদ সূত্রের সরণ নীচের দিকে x cm. হ'লে ধরা যাক উপরের অংশে চাপ হয় P। তাহ'লে উপরের অংশে বায়ুর আয়তন = $(45+x)$ A। আবার নীচের অংশে চাপ = (P+10) cm. ও আয়তন $(45-x)$ A। বয়েলের সূত্র অনুযায়ী, $45\times76\times A = (45+x)P\times A$ ··· ··· ··· (i)



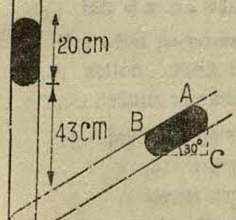
চিত্র 63

এবং $45\times76\times A = (45-x)(P+10)\times A$ ··· ··· ··· (ii)

(i) নং সমীকরণ অনুযায়ী, $P = \dfrac{45\times76}{45+x}$। P এর এই মান (ii) নং সমীকরণে ব্যবহার ক'রে, $45\times76 = (45-x)\left(\dfrac{45\times76}{45+x}+10\right)$। এই সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায় $x \cong 5$ cm.

4. একমুখ বন্ধ সম প্রস্থচ্ছেদের কোন নলের বন্ধ মুখ এবং পারদ স্তম্ভের মধ্যে কিছু পরিমাণ আদর্শ গ্যাস আবদ্ধ করা হয়। নলের অপর মুখ খোলা। বায়ুমণ্ডলের চাপ 76 cm. পারদ স্তম্ভের সমান। নলে পারদ স্তম্ভের দৈর্ঘ্য 20 cm. এবং গ্যাস স্তম্ভের দৈর্ঘ্য 43 cm.। নলকে ধীরে ধীরে উল্লম্ব তলে 60° কোণে নত ক'রলে গ্যাস স্তম্ভের দৈর্ঘ্য কত হয়? উষ্ণতা ধ্রুবক থাকে ধ'রে নাও।

[I. I. T. '72]



চিত্র 64

সমাধান ঃ নলের উল্লম্ব অবস্থানে গ্যাসের চাপ = (20+76) cm. = 96 cm. পারদ চাপ এবং ইহার আয়তন = 43∝ c.c, ∝ নলের প্রস্থচ্ছেদ। নলকে 60° নত ক'রলে পারদ চাপ = AC উল্লম্ব দৈর্ঘ্যের পারদ চাপ = AB sin 30° = 20 × ½ = 10 cm.। কাজেই, মোট চাপ = 76 cm. + 10 cm. = 86 cm.। নত অবস্থায় গ্যাস স্তম্ভের দৈর্ঘ্য h cm. হ'লে ইহার আয়তন = h∝ c.c.। উভয় অবস্থানে বয়েলের সূত্র প্রয়োগ ক'রলে পাওয়া যায়

$96\times43\alpha = 86\times h\times\alpha$; অতএব h = 48 cm.।

5 একটি বহুতল বাড়ির নীচে এবং ছাদে ব্যারোমিটারের পাঠ যথাক্রমে 760 mm. এবং 750 mm. পারদ চাপ। বায়ুর উষ্ণতা 0°C হ'লে অ্যাভোগাড্রো প্রকল্পের সাহায্যে বায়ুর গড় ঘনত্ব এবং বাড়ির উচ্চতা নির্ণয় কর। পারদের ঘনত্ব 13·7 gm/cc.। [*Jt. Enttrance '78*]

সমাধান : ধরা যাক, 1 gm. mole বায়ু নেওয়া হয়। বায়ুতে অক্সিজেন এবং নাইট্রোজেনের অনুপাত 1 : 4 হওয়ায় 1 gm. mole বায়ুতে $\frac{1}{5}$ gm. mole অক্সিজেন এবং $\frac{4}{5}$ gm. mole নাইট্রোজেন থাকে। 1 gm. mole অক্সিজেনের ভর 32 gm. এবং 1 gm. mole নাইট্রোজেনের ভর 28 gm. হওয়ায় 1 gm. mole বায়ুতে অক্সিজেনের ভর $\frac{32}{5}$ gm. এবং নাইট্রোজেনের ভর $=\frac{28\times4}{5}$ gm.। কাজেই, 1 gm. mole বায়ুর মোট ওজন $=(\frac{32}{5}+\frac{28\times4}{5})=28·8$ gm.। বাড়ি সংলগ্ন বায়ুর গড় চাপ $P=\frac{760+750}{2}=755$ mm. পারদস্তম্ভ। 1 gm. mole বায়ুর 0°C উষ্ণতায় ও P_0 চাপে আয়তন V_0 এবং P চাপে ও 0°C উষ্ণতায় ইহার আয়তন V হ'লে $PV=P_0V_0$; P_0 = প্রমাণ চাপ। অথবা, $V=\frac{P_0V_0}{P}$। আবার অ্যাভোগাড্রো প্রকল্প অনুযায়ী $V_0=22400$ c.c.। অতএব, $V=\frac{760\times22400}{755}$ c.c.। কাজেই, বায়ুর গড় ঘনত্ব,

$$\rho=\frac{28·8}{V}=\frac{28·8\times755}{760\times22400}=0·001277 \text{ gm./c.c.}$$

আবার, বাড়ির উচ্চতা h cm. হ'লে,

বাড়ির নীচে বায়ুমণ্ডলের চাপ = h উচ্চতায় বায়ুমণ্ডলের চাপ + h উচ্চতার বায়ু স্তম্ভের চাপ।

অতএব, $76\times13·7\times g=75\times13·7\times g+h\times\rho\times g$।

$$\text{অথবা, } h=\frac{(76-75)\times13·7}{\rho}=\frac{13·7}{0·001277}=10650 \text{ cm.}$$

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. 'বায়ুমণ্ডলের চাপ আছে'—পরীক্ষা দ্বারা বুঝাইয়া দাও। [*H. S.* (new) *1978*]
2. জল তোলার সাধারণ পাম্পের ত্রুটিগুলি লেখ। যে পাম্পের সাহায্যে জল-ব্যারোমিটারের উচ্চতা অপেক্ষা অধিক উচ্চতায় জল তোলা যায় তার কার্যপ্রণালী চিত্র সহযোগে ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1980*]

3. সাইফন কি ? ইহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। সাইফন ক্রিয়ার শর্ত কি ?

[*H. S.* (new) *1978*]

4. 'কোন স্থানে বায়ুমণ্ডলের চাপ 750 মি.মি. পারদস্তম্ভের সমান'—ইহা ব'লতে কি বোঝায় ?

[*H. S.* (new) *1978*]

5 কোনস্থানে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের পরিমাণ সি. জি. এস্ পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ঐ স্থানে $g=980$ সি. জি. এস্. একক এবং পারদের ঘনত্ব=13·6 গ্রাম/সি.সি.। [*H. S.* (new) *1978*]

6. বায়ুমণ্ডলের চাপ ব'লতে কি বোঝায় ? পরীক্ষার সাহায্যে কিভাবে বায়ুমণ্ডলের চাপের অস্তিত্ব প্রমাণ করা যায় ? এই পরীক্ষা কি চন্দ্র পৃষ্ঠে করা যায় ?

What do you mean by atmospheric pressure ? How is the existence of atmospheric pressure experimentally verified ? Can this experiment be performed on the surface of the moon ?

7. টরিসেলির পরীক্ষার বিবরণ দাও। এই পরীক্ষার সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ কিভাবে মাপা যায় ? 'টরিসেলির শূন্যস্থান' কাকে বলে ? ইহা কি প্রকৃতই শূন্য স্থান ? ইহা প্রকৃত শূন্য না হ'লে ইহাকে শূন্য বলা হয় কেন ?

Describe Torricelli's experiment. How is with the help of this experiment atmospheric pressure determined ? What is Torricelli's vacuum ? Is it really a vacuum. If it is not really vacuum, why is it called vacuum ?

8. ফর্টিন ব্যারোমিটারের বর্ণনা দাও। এই পরীক্ষার সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ সূক্ষ্মভাবে মাপার জন্য (i) উষ্ণতা, (ii) g এর মান ও (iii) ব্যারোমিটার নলের ব্যাসার্ধ জানার প্রয়োজন হয় কেন ?

Describe Fortin's barometer. Why is it necessary to know (i) temperature, (ii) the value of g and (iii) the radius of the barometer tube for accurate measurement of the atmospheric pressure with the help of the barometer ?

9. সাইফন কাকে বলে ? ইহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। সাইফন ক্রিয়ার শর্তগুলি আলোচনা কর। ইহার কয়েকটি ব্যবহার বল।

What is a siphon ? Explain its action. What conditions must be fulfilled for working of a siphon ? State some of its uses.

10. একটি উত্তোলক পাম্পের বর্ণনা দাও। ইহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। ইহার দ্বারা কি যে কোন গভীরতা থেকে জল তোলা যায় ? তোমার উত্তর ব্যাখ্যা কর।

Describe a lift pump and explain its action. Can the pump draw water from any depth ? Explain your answer.

11. সংনমন পাম্প ও নিষ্কাশন পাম্প কোন্ কাজে ব্যবহৃত হয় ? ইহাদের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। নির্দিষ্ট সংখ্যক স্ট্রোকের পর যথাক্রমে ইহাদের সংনমন ও নিষ্কাশনের মাত্রা নির্ণয় কর।

For what purposes are compression pump and suction pump used ? Explain their action. Find respectively the degree of compression and suction of them after a definite number of strokes.

12. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও—

(i) কোন আবদ্ধ পাত্রে বায়ুর চাপ 1 cm. পারদ চাপের চেয়ে কম। ফর্টিন ব্যারোমিটারের সাহায্যে এরূপ বায়ু চাপ মাপা যায় না কেন ?

(ii) অধিক উচ্চতায় বায়ুমণ্ডলের চাপ প্রমাণ চাপের অর্ধেক হ'লে সাইফন ক্রিয়া চ'লতে পারে কি ?

(iii) টরিসেলির শূন্যস্থানে বায়ু প্রবেশ ক'রেছে কিনা কিভাবে বোঝা যায় ?

(iv) সাইফন নলের গায়ে ছিদ্র থাকলে তরল কি ঐ ছিদ্র দিয়ে বেগে নির্গত হয় ?

(v) বায়ু নিষ্কাশন পাম্প দ্বারা কি কোন আবদ্ধ পাত্রকে সম্পূর্ণ বায়ুশূন্য করা যায় ?

Answer the following questions :

(i) Why is Fortin's barometer incapable of measuring a pressure less than 1 cm. of *Hg* in a closed vessel ?

(ii) Is siphoning possible at a height where atmospheric pressure is half the standard pressure ?

(iii) How can it be ascertained that air has entered in the Torricelli's vacuum ?

(iv) Does liquid come out forcibly through a whole in the siphon tube ?

(v) Can a closed vessel be made perfectly air free by a suction pump ?

13. (a) বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ ব'লতে কি বোঝায় ? (b) ফর্টিন ব্যারোমিটারের গঠন ও কার্যপ্রণালী বর্ণনা কর। [*Tripura H. S. 1974*]

14. (a) টরিসেলীর শূন্য স্থান ব'লতে কি বোঝ ? (b) একটি বায়ু সংনমন পাম্পের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। [*Tripura H. S. 1980*]

15. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও ঃ—

(i) কোন ক্ষেত্রফলের উপর প্রবাহীর ঘাত কি প্রবাহীর চাপ ও ঐ ক্ষেত্রফলের গুণফল ?

(ii) টরিসেলির পরীক্ষায় নল কাত ক'রলে পারদ স্তম্ভের খাড়া উচ্চতার কি পরিবর্তন হয় ?

(iii) বায়ুতে কোন বস্তুকে ওজন ক'রলে কি উহার প্রকৃত ওজন পাওয়া যায় ?

(iv) উত্তোলক পাম্পে কি ইচ্ছামত উচ্চতায় জল তোলা যায় ?

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. কোন স্থানে জল ব্যারোমিটারের উচ্চতা 34 ft. হ'লে ঐ স্থানে গ্লিসারিন ব্যারোমিটারের উচ্চতা কত হবে ? (গ্লিসারিনের আপেক্ষিক গুরুত্ব $=1{\cdot}25$)। [*Tripura H. S. 1980*] [27·20 ft.]

2. কোন স্থানে কোন সময়ে ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা 76 cm. দেখা গেল। C. G. S পদ্ধতিতে সেই সময়ে বায়ুমণ্ডলের চাপ কত হবে নির্ণয় কর। (ঐ স্থানে $g=980$ cm/sec², পারদের ঘনত্ব $=13{\cdot}6$ gm/cm³)। [*Tripura H. S. 1979*] [$1{\cdot}013\times10^6$ dyne/cm²]

3. একটি ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ যখন 28 inches এবং 30 inches তখন যথার্থ পাঠ যথাক্রমে 28·5 inches ও 31 inches। যখন এই ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ 29 inches, তখন যথার্থ ব্যারোমিটারের পাঠ কত হবে ? [*H. S:* (new) *1981*] [$29\frac{3}{4}$ inches]

4. একটি সাইফনের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 20 ইঞ্চি ও 14 ইঞ্চি। নলের সর্বত্র আভ্যন্তরীণ ব্যাসার্ধ $3/\sqrt{\pi}$। ছোট বাহুটিকে একটি তরলে 6 ইঞ্চি ডুবিয়ে রাখা হয়। সাইফন দিয়ে প্রতি সেকেণ্ডে কত আয়তনের তরল নির্গত হয় ? [*Jt. Entrance 1972*] [0·5 ঘনফুট]

5. একটি খোলামুখ পারদ ম্যানোমিটারকে একটি গ্যাস ট্যাঙ্কের সঙ্গে আটকানো হয়। অপর পাশে পারদের তল 39 cm. বেশি উচ্চতায় থাকে। ব্যারোমিটার পাঠ 75 cm. হ'লে ট্যাঙ্কে গ্যাসের চাপ কত ?

An open tube mercury manometer is connected to a gas tank. The mercury is 39 cm. higher on the other side when the barometer reading is 75 cm. of mercury. What is the pressure of gas in the tank ? [114 cm. পারদ চাপ]

6. কোন ফ্লাস্কে 76 cm. পারদ চাপে 2400 c.c. বায়ু আছে। একটি বাত পাম্প প্রতি উর্ধমুখী স্ট্রোকে 160 c.c. বায়ু অপসারিত করে। দ্বিতীয় স্ট্রোকের পর ফ্লাস্কে বায়ুর চাপ কত হয় ?

A flask contains 2400 c.c. of air at a pressure of 76 cm. of *Hg*. An air pump removes 160 c.c. of air during each upward stroke. What will be pressure inside the flask at the end of second stroke ? [67 cm. পারদ চাপ]

7. 4 বার স্ট্রোকের পর কোন নিষ্কাশন পাম্পে বায়ুর চাপ অর্ধেক হয়। প্রাথমিক চাপ 76 cm. পারদচাপ হ'লে 8 বার স্ট্রোকের পর বায়ুর চাপ কত হয় ?

In an exhaust pump the pressure of air becomes half of the original pressure after 4 strokes. What would be the pressure of air in the container after 8 strokes if the original pressure was 76 cm. of *Hg* ? [19 cm. পারদ চাপ]

8. একটি সংনমন পাম্প 5 বার স্ট্রোকের পর গ্রাহকে চাপ দ্বিগুণ করে। পাম্পের ব্যারেল ও গ্রাহকের আয়তনের অনুপাত কত ?

A compression pump doubles the pressure in a receiver after 5 strokes. What is the ratio of the volume of the barrel of the pump and the receiver ? [$\frac{1}{5}$]

9. একটি একমুখ খোলা সম প্রস্থচ্ছেদের কৈশিক নল নেওয়া হয়। এই নলকে অনুভূমিক অবস্থায় রেখে ইহার মধ্যে 36 cm. দৈর্ঘ্যের পারদ স্তম্ভ দ্বারা 24 cm. দৈর্ঘ্যের বায়ুস্তম্ভ আটকানো হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 76 cm. পারদ স্তম্ভের সমান। নলের বন্ধ প্রান্তকে নীচের দিকে রেখে নলকে খাড়াভাবে ধ'রলে ঐ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য কত হয় ? খোলা প্রান্ত নীচের দিকে থাকলে বায়ু-স্তম্ভের দৈর্ঘ্য কত হয় ?

A uniform capillary tube closed at one end and placed in a horizontal position contains a column of air 24 cm. long trapped between the closed end and a slug of mercury 36 cm. in length. Atmospheric pressure is 76 cm. of *Hg*. What would be the length of the column of air if the tube is turned into vertical position with the closed end downward ? What would be the length of the air column if the open end points downward ? [16·3 cm. ; 48 cm.]

10. খালি অবস্থায় কোন বেলুনের ভর 300 Kg.। ইহার মধ্যে 500 m³ হাইড্রোজেন রাখলে ইহার উত্তোলন ক্ষমতা কত হয় ? চারপাশের বায়ুর ঘনত্ব 1·2 Kg./m³ ও হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0·09 Kg /m³।

What is the net lifting ability of a balloon containing 500 m^3 of hydrogen, the mass of the balloon without gas being 300 Kg. ? The density of surrounding air is 1·2 Kg./m^3 and that of hydrogen is 0·09 Kg./m^3. [255 Kg.]

11. 100 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি উল্লম্ব চোঙের নীচের প্রান্ত বন্ধ এবং অপর প্রান্তে একটি চলনক্ষম ঘর্ষণহীন চাকতি লাগানো আছে। চাকতির নীচে একটি আদর্শ গ্যাস আবদ্ধ আছে। প্রাথমিক অবস্থায় যখন চাকতি আবদ্ধ গ্যাস ও বায়ুমণ্ডলের মধ্যে সাম্য অবস্থায় আছে তখন চোঙে আবদ্ধ গ্যাস স্তম্ভের দৈর্ঘ্য 90 cm.। এই অবস্থায় চাকতির উপর ধীরে ধীরে পারদ ঢালা হয় এবং যখন চাকতি 32 cm. নীচে নামে তখন পারদ ঠিক উপচিয়ে পড়ার উপক্রম হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় কর। ধরিয়া লও যে, গ্যাসের উষ্ণতা স্থির এবং চাকতির বেধ ও ওজন উপেক্ষণীয়।

[76·125 cm পারদ চাপ]

12. একটি বেলুনের বহিরাবরণের আয়তন 400m³। ইহাকে 0·173 gm/lit. ঘনত্বের হিলিয়াম দ্বারা পূর্ণ করা হয়। বায়ুর ঘনত্ব 1·25 gm/lit. এবং বেলুন ও সাজ সরঞ্জামের ওজন 160 Kg. হ'লে, বেলুন সর্বাধিক কত ওজন উত্তোলন ক'রতে পারে ? [270·8 Kg.]

13. *A* ও *B* পাত্রদ্বয়ের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 80 ও 120 cm²; *A* পাত্রকে *B*-পাত্রের লেভেলের চেয়ে 10 cm. উঁচুতে রাখা হয়। *A* পাত্রে 1·2 litre ও *B* পাত্রে 0·36 litre জল ঢালা হয়। *A* পাত্র থেকে সর্বাধিক কত আয়তনের জল *B* পাত্রে সাইফন ক'রে স্থানান্তরিত করা যায় ?

[1·05 litre (প্রায়)]

14. একটি স্থির লিফ্‌টের উপর রাখা পারদ ব্যারোমিটারের পাঠ 76 cm.। লিফ্‌টটি 80 cm/sec² ত্বরণ নিয়ে নীচে নামলে, ব্যারোমিটারের পাঠ কত হবে? $g=980$ cm./sec²। [81·34 cm.]

15. একটি বাড়ি 60 m. উঁচু এবং ঐ স্থানে বায়ুর গড় ঘনত্ব 1·25 gm/litre। বাড়ির একতলা ও সর্বোচ্চ তলার মধ্যে চাপের পার্থক্য মিলিমিটার পারদ চাপে প্রকাশ কর। [5·52 mm.]

16. ব্যারোমিটারে পারদ স্তম্ভের দৈর্ঘ্য 72 cm. হ'লে কিছু পরিমাণ গ্যাসের আয়তন হয় 646 c.c.। প্রমাণ চাপে এই গ্যাসের আয়তন কত? [612 c.c.]

17. ব্যারোমিটারের পাঠ 78 cm. হলে কিছু পরিমাণ হাইড্রোজেন গ্যাসের আয়তন হয় 146·8 c.c.। পরের দিন ঐ পরিমাণ হাইড্রোজেন গ্যাসের আয়তন 159·2 c.c. হ'লে ব্যারোমিটারের পাঠ কত হয়? [71·93 cm.]

18. লেকের জলের তলদেশ থেকে ইহার মুক্ত তলে একটি বুদ্‌বুদ্‌ এলে ঐ বুদ্‌বুদের আয়তন 10 গুণ বৃদ্ধি পায়। ব্যারোমিটার পাঠ 30 inch. হ'লে লেকের গভীরতা কত? পারদের ঘনত্ব 13·6 gm./c.c.। [306 ft.]

19. একই পরিমাণ বায়ু r ও r' ব্যাসার্ধের দু'ই গোলকের মধ্যে রাখা হয়। গোলীয় তলের উপর চাপের তুলনা কর। [$P:P'=r':r$]

20. এক মুখ খোলা কোন নলের অর্ধেক পারদপূর্ণ করা হয় এবং নলকে উল্‌টিয়ে নলের খোলা মুখকে পারদপূর্ণ পাত্রের মধ্যে রাখা হয়। নলের দৈর্ঘ্য 6 ft. হ'লে এবং ব্যারোমিটার পাঠ 30 inch হ'লে নলের মধ্যে পারদ স্তম্ভের দৈর্ঘ্য কত হয়? [12 inch.]

21. হাইড্রোজেন গ্যাস পূর্ণ কোন বুদ্‌বুদের ব্যাস কত হ'লে 770 mm. বায়ুমণ্ডল চাপে এবং 15°C উষ্ণতায় বুদ্‌বুদ্‌ বায়ুতে ভাসতে পারে? বুদ্‌বুদ্‌ 0·002 cm. পুরু ধ'রে নাও। 0°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব = 13·596 gm./c.c.। বায়ুর ঘনত্ব 0°C উষ্ণতায় ও 1 মেগাডাইন চাপে 0·0012752 gm./c.c. এবং হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0·00008837 gm /c.c.। [10·37 inch.]

22. কোন বস্তুর শূন্য স্থানে ওজন W এবং জলে ওজন W' হ'লে দেখাও যে, D ঘনত্বের বায়ুতে ইহার ওজন হয় $W-(W-W')D$।

তাপ বিজ্ঞান
(Heat)

প্রথম পরিচ্ছেদ

তাপ ও উষ্ণতা সম্পর্কে সংক্ষিপ্ত আলোচনা
BRIEF DISCUSSION ON HEAT AND TEMPERATURE

1.1. সূচনা ঃ

তাপের স্বরূপ (*Nature of heat*) ঃ রৌদ্রে বা আগুনের সামনে দাঁড়ালে আমরা গরম অনুভব করি। আবার হাতে একখণ্ড বরফ রাখলে আমরা ঠাণ্ডা অনুভব করি। এই গরম বা ঠাণ্ডার অনুভূতিকেই উষ্ণতার মাত্রা হিসেবে ধরা হয়। কারণ, এই অনুভূতির দ্বারাই ফুটন্ত জলকে স্বাভাবিক জলের চেয়ে গরম বোধ হয়।

যার প্রভাবে একই বস্তুর উষ্ণতার মাত্রার হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে তাকে তাপ (heat) বলে। তাপের অস্তিত্ব কোন বস্তুর মাধ্যমে প্রকাশ পায়।

তাপের স্বরূপ কি ? তাপ শক্তিরই এক বিশেষ রূপ। এই শক্তি পদার্থের অণুর গতিশক্তি থেকে উৎপন্ন হয়। অণুর গতির হ্রাস বৃদ্ধির জন্যই পদার্থের উষ্ণতার মাত্রার হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে। কোন পদার্থে তাপ প্রযুক্ত হ'লে ইহার অণুগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। অণুর মোট গতিশক্তির পরিমাণই মোট তাপের পরিমাণ। এই তত্ত্বকে তাপের গতীয় মতবাদ (Dynamic theory) বলে। উষ্ণ বস্তুকে স্পর্শ ক'রলে ঐ **বস্তুর কম্পনশীল অণুগুলির আঘাতের দরুন যে অনুভূতির সৃষ্টি হয় তাই তাপের অনুভূতি।**

সূর্য থেকে অফুরন্ত তাপশক্তি নিরন্তর চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। এই শক্তির একটি নগন্য অংশ পৃথিবীতে পেঁছায়। এখন প্রশ্ন হ'ল, এই শক্তি মহাশূন্যের ভিতর দিয়ে কিভাবে পৃথিবীতে পেঁছায় ? এই প্রশ্নের সমাধানের জন্য বিজ্ঞানীরা এই শক্তিকে এক ভরহীন, ইন্দ্রিয়াতীত সর্বব্যাপী ইথার (ether) মাধ্যমে তরঙ্গ প্রবাহরূপে কল্পনা করেন। এই তরঙ্গ যখন কোন বস্তুকে আঘাত করে তখন ঐ বস্তুর অণু পরমাণুগুলি চঞ্চল হ'য়ে পড়ে অর্থাৎ গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। অণু-পরমাণুর চাঞ্চল্যের জন্য উত্তপ্ত পদার্থ পুনরায় চারদিকে তাপ তরঙ্গ পাঠায়। কাজেই বোঝা যায় যে, সৌরশক্তি প্রথমে অণু-পরমাণুর গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং এই গতিশক্তি পুনরায় তাপ শক্তিতে পরিণত হয়।

জেনে রাখবে যে, একটি বস্তুতে তাপ হ্রাস পেয়েছে ও অপর বস্তুতে তাপ বৃদ্ধি পেয়েছে এরূপ বলা ভুল। কোন বস্তুর অণুগুলির গতি ও উহাদের পারমাণবিক আকর্ষণের জন্য যে পরিমাণ শক্তি থাকে তাকে কখনই তাপশক্তি বলা হয় না—উহাকে আভ্যন্তরীণ শক্তি বলে। প্রকৃতপক্ষে এই আভ্যন্তরীণ শক্তিরই হ্রাস বৃদ্ধি হয়। মনে রাখবে যে, তাপশক্তি **সংক্রমিত শক্তি** (*heat is only energy in transit*)। আভ্যন্তরীণ শক্তির যে অংশ অন্য বস্তুতে চালিত হ'য়ে কোন কার্য করে বা অন্য একটি বস্তুর

আভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন করে তাকেই তাপ বলা হয়। **শক্তি চালিত না হ'লে 'তাপ' কথাটির কোন অর্থ থাকে না।**

একটা কথা মনে রাখতে হবে যে, প্রত্যেক বস্তুতেই তাপ আছে। ফুটন্ত জলকে স্বাভাবিক জলের চেয়ে বেশি গরম বোধ হয়। কারণ, ফুটন্ত জলে বেশি তাপ থাকে। জলের তুলনায় বরফকে ঠাণ্ডা বোধ হয়। কেননা বরফের চেয়ে জলে তাপের পরিমাণ বেশি। আবার তরল বায়ুকে বরফের উপর রাখলে উহা ফুটতে থাকে। কারণ, বরফ থেকে তাপ তরল বায়ুতে যায়। কাজেই বোঝা যায় যে, সব পদার্থে তাপ আছে। তবে বিভিন্ন পদার্থে তাপের পরিমাণ বিভিন্ন। মনে রাখবে যে, বেশি উষ্ণ বস্তু থেকে কম উষ্ণ বস্তুতে তাপ স্বাভাবিক নিয়মেই প্রবাহিত হয়।

বিভিন্ন ধরনের তাপ (*Different kinds of heat*) ঃ

তাপ সাধারণত তিন ধরনের ; যেমন—(i) **বোধগম্য তাপ** (*sensible heat*) (ii) **লীন তাপ** (*latent heat*) ও (iii) **বিকীর্ণ তাপ** (*radiant heat*)।

বোধগম্য তাপ ঃ যে তাপের প্রভাবে কোন বস্তুর উষ্ণতার পরিবর্তন হয় তাকে বোধগম্য তাপ বলে। এই তাপের দরুন বস্তুর উষ্ণতার পরিবর্তন থার্মোমিটারের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

লীন তাপ ঃ যে তাপের প্রভাবে কোন বস্তুর উষ্ণতা পরিবর্তিত না হ'য়ে উহার অবস্থার পরিবর্তন ঘটে—অর্থাৎ কঠিন পদার্থ তরলে এবং তরল পদার্থ বাষ্পে পরিণত হয় তাকে লীন তাপ বলে। যেমন বরফ গলনের লীন তাপ, স্টীমের লীন তাপ ইত্যাদি। থার্মোমিটারের সাহায্যে এই তাপের অস্তিত্ব বোঝা যায় না।

বিকীর্ণ তাপ ঃ কোন উৎস (যেমন সূর্য) থেকে যে তাপ কোন মাধ্যম ছাড়াই বিকিরণ পদ্ধতিতে আমাদের কাছে আসে তাকে বিকীর্ণ তাপ বলে। এই তাপের সহিত আলোকের সাদৃশ্য আছে।

তাপের উৎস (*Sources of heat*) ঃ (i) তাপের প্রধান ও মূল উৎস সূর্য। সব তাপ শক্তিই প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে সূর্য থেকে পাওয়া যায়। (ii) তাপের আর একটি উৎস পৃথিবীর কেন্দ্রস্থল, যেখানে প্রচুর পরিমাণে তাপ বর্তমান। (iii) তাপের অপর একটি উৎস দহনাদি রাসায়নিক ক্রিয়া। (iv) তাপের চতুর্থ উৎস তড়িৎ শক্তি। কোন তারে তড়িৎ প্রবাহিত হ'লে ইহা উত্তপ্ত হয়। (v) তাপের পঞ্চম উৎস ঘর্ষণ ইত্যাদি বাহ্যিক ক্রিয়া। ঘর্ষণের দরুন তাপ ও আলোক উৎপন্ন হয়।

1.2. তাপের ফল (Effect of heat) ঃ

কোন বস্তুকে যথেষ্ট তাপ দিলে বা ঠাণ্ডা ক'রলে ঐ বস্তুর বিভিন্ন পরিবর্তনের মধ্যে নিম্নলিখিতগুলি বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য।

(i) **উষ্ণতার পরিবর্তন ঃ** কোন বস্তুকে তাপ দিলে ইহা গরম হয়। আবার কোন বস্তু থেকে তাপ অপসারণ ক'রলে ইহা ঠাণ্ডা হয়। যেমন, জলকে তাপ দিলে ইহা গরম হয়। আবার জল থেকে তাপ অপসারণ ক'রলে ইহা ঠাণ্ডা হয়।

(ii) **আয়তন পরিবর্তন :** সাধারণত দেখা যায় যে, বস্তুকে তাপ দিলে ইহার আয়তন বাড়ে এবং বস্তু থেকে তাপ অপসারণ ক'রলে ইহার আয়তন কমে।

(iii) **অবস্থার পরিবর্তন :** কোন কঠিন বস্তুকে তাপ দিলে সাধারণত ইহা তরলে পরিণত হয়। আবার তরলকে তাপ দিলে ইহা বাষ্পে পরিণত হয়। যেমন, একখণ্ড বরফকে তাপ দিলে ইহা জলে পরিণত হয়। আবার, জলকে তাপ দিলে ইহা বাষ্পে পরিণত হয়। বিপরীত ভাবে, বাষ্পকে ঠাণ্ডা ক'রতে থাকলে ইহা প্রথমে তরলে এবং শেষে কঠিনে পরিণত হয়।

(iv) **ভৌত ধর্মের পরিবর্তন :** তাপ দিলে প্রায় সব বস্তুরই ভৌত ধর্মের পরিবর্তন ঘটে। যেমন, তাপ প্রয়োগে কঠিন বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম, তরলের পৃষ্ঠটান ও দ্রবীভূত করার ক্ষমতা, ধাতুর তাপ, বিদ্যুৎশক্তি ইত্যাদি পরিবহন ক্ষমতা পরিবর্তিত হয়।

(v) **রাসায়নিক ধর্মের পরিবর্তন :** বিভিন্ন রাসায়নিক যৌগ উত্তপ্ত হ'লে ভেঙ্গে যায়। যেমন, ক্যালসিয়াম কার্বনেটকে তাপ দিলে ইহা ভেঙ্গে যায়। আবার, তাপ প্রয়োগে বিভিন্ন পদার্থ যৌগ গঠনও করে।

(vi) **তড়িৎ ধর্মের পরিবর্তন :** দুই বিভিন্ন ধাতুর দু'টি তারকে যুক্ত ক'রে একটি বর্তনী গঠন ক'রে ঐ তার দ্বয়ের একটি সংযোগ স্থলকে উত্তপ্ত ক'রলে বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহিত হয়।

(vii) **আলোকের উৎপত্তি :** অতিরিক্ত তাপ প্রয়োগে বস্তু শ্বেততপ্ত হয় এবং আলোক বিচ্ছুরিত হয়। দাহ্য পদার্থে তাপ দিলেও আলোক উৎপন্ন হয়।

1.3. উষ্ণতা (Temperature) :

সাধারণভাবে বলা যায় যে, একটি বস্তু কতখানি গরম তার পরিমাণই উষ্ণতা। যেমন দুই বস্তুর একটিকে যদি অপরটির থেকে বেশি গরম ব'লে মনে হয় তাহ'লে প্রথম বস্তুর উষ্ণতা দ্বিতীয় বস্তুর চেয়ে বেশি বলা হয়।

সাধারণভাবে বলা যায় যে, কোন বস্তু কতটা গরম তার পরিমাপই উষ্ণতা। যেমন একটি বস্তুকে যদি অপর একটি বস্তুর চেয়ে বেশি গরম ব'লে মনে হয় তবে প্রথম বস্তুর উষ্ণতা দ্বিতীয় বস্তুর তুলনায় বেশি বলা হয়।

উষ্ণতা বস্তুর এমন এক তাপীয় অবস্থা যা বলে দেয় যে, ঐ বস্তুর সাথে অপর একটি বস্তুর তাপীয় সংযোগ ঘটালে ঐ বস্তু অপর বস্তুকে তাপ দেবে না অপর বস্তু থেকে তাপ নেবে।

যেমন একটি উত্তপ্ত ধাতব বলকে কিছু পরিমাণ ঠাণ্ডা জলে রাখলে কিছু সময় পড়ে বল অনেকটা ঠাণ্ডা হয় ও জল কিছুটা গরম হয়। কেননা বল থেকে কিছু তাপ জলে চ'লে যায়। সুতরাং বোঝা যায় যে, এক বস্তু থেকে অপর বস্তুতে তাপ যাওয়া নির্ভর করে ঐ বস্তুদ্বয়ের উষ্ণতা পার্থক্যের উপর।

আবার ধরা যাক, A বস্তু B বস্তুর চেয়ে গরম। এই বস্তুদ্বয়কে একসঙ্গে স্পর্শ করালে ইহাদের উষ্ণতা সমান হয়। তখন বলা হয়—'বস্তু দুটি তাপ সাম্য অবস্থায়' (thermal equilibrium) আছে। তাই বলা যায় **উষ্ণতা বস্তুর এমন এক ধর্ম যে, কয়েকটি বস্তুকে পরস্পরের সঙ্গে স্পর্শ ক'রিয়ে রেখে দিলে অবশেষে প্রতিটি বস্তুর বেলায় উহার মান সমান হয়।**

আমরা জানি যে, অবস্থার পরিবর্তন না ঘটিয়ে কোন বস্তুকে তাপ দিলে ইহার উষ্ণতার পরিবর্তন হয়। কাজেই বোঝা যায় যে, তাপ **কারণ** ও উষ্ণতা ইহার **ফল**।

1.4. তাপ ও উষ্ণতার পার্থক্য (Distinction between heat and temperature):

(i) তাপ ও উষ্ণতা এক নয়। একটি কারণ আর অপরটি ফল। অর্থাৎ কোন বস্তুকে তাপ দিলে বস্তুর উষ্ণতা বাড়ে।

(ii) তাপ একপ্রকার শক্তি, আর উষ্ণতা বস্তুর তাপীয় অবস্থা।

(iii) দুই বস্তু সমান উষ্ণতায় থাকলেও ইহাদের তাপের পরিমাণ আলাদা হ'তে পারে। যেমন, এক গামলা গরম জল থেকে একচামচ জল নিলে গামলার জলের এবং চামচের জলের উষ্ণতা সমান কিন্তু উহাদের তাপের পরিমাণ আলাদা।

(iv) তাপ চলাচলের অভিমুখ উষ্ণতা বা উষ্ণতা পার্থক্যের উপর নির্ভর করে। একটি ছোট লোহিত তপ্ত বলকে ঈষদুষ্ণ জল ভর্তি একটি গামলায় রাখলে দেখা যায় যে, বল থেকে তাপ গামলার জলে যায়—যদিও গামলার জলে তাপের পরিমাণ বেশি, আর বলে তাপের পরিমাণ কম।

(v) তরল প্রবাহে তরল-তলের উচ্চতা, বায়ু প্রবাহে চাপ এবং তড়িৎ প্রবাহে বিভবের সঙ্গে উষ্ণতার তুলনা করা যায়। যেমন, তরল-তলের উচ্চতার পার্থক্য থাকলে তরল প্রবাহিত হয়, চাপ পার্থক্য থাকলে বায়ু প্রবাহিত হয় এবং বিভব প্রভেদ থাকলে তড়িৎ প্রবাহিত হয়—সেইরূপ উষ্ণতা পার্থক্য থাকলে তাপ প্রবাহিত হয়।

(vi) তাপের প্রভাবে পদার্থের অবস্থান্তরের সময় উষ্ণতা স্থির থাকে কিন্তু মোট তাপের পরিবর্তন হয়।

উষ্ণতার পরিমাপ (*Measurement of temperature*): কোন বস্তুর তাপীয় অবস্থার পরিমাণগত ধারণার জন্য—অর্থাৎ বস্তুটি অপর বস্তুর তুলনায় কত বেশি উষ্ণতায় অথবা কত কম উষ্ণতায় আছে—এই প্রশ্নের সঠিক উত্তর জানার জন্য একটি প্রামাণিক পরিমাপের প্রয়োজন হয়। যে যন্ত্রের সাহায্যে কোন বস্তুর উষ্ণতা সূক্ষ্মভাবে মাপা যায় তাকে বলা হয় **থার্মোমিটার** বা **তাপমান যন্ত্র**। এই থার্মোমিটারের সাহায্যে আমরা পরম উষ্ণতা পরিমাপ ক'রতে পারি না। ইহার সাহায্যে আমরা উষ্ণতার পার্থক্য তুলনা করি।

1.5. উষ্ণতার পরিমাপ নীতি (Principle of measurement of temperature) :

উষ্ণতা বস্তুর একটি ধর্ম। দৈর্ঘ্য, ভর ও সময়ের মত এই ধর্মকে সরাসরি মাপা যায় না। উষ্ণতা পরিবর্তনে কোন বস্তুর ভৌত ধর্মের পরিবর্তন ঘটলে সেই পরিবর্তন দ্বারা উষ্ণতা পরিমাপ করা যায়। সাধারণত নিম্নলিখিত পরিবর্তনগুলি উষ্ণতা পরিমাপের কাজে ব্যবহৃত হয়—

(i) উষ্ণতা পরিবর্তনে তরলের প্রসারণ,
(ii) উষ্ণতা পরিবর্তনে গ্যাসের প্রসারণ,
(iii) উষ্ণতা-পরিবর্তনে তাপ-তড়িচ্চালক বলের (thermo-e. m. f.) পরিবর্তন,
(iv) উষ্ণতা পরিবর্তনে কোন তারের রোধের পরিবর্তন,
(v) উষ্ণতা পরিবর্তনে বস্তুর তাপ বিকিরণের পরিবর্তন।

1.6. উষ্ণতার স্কেল নির্বাচন ও অংশাঙ্কন (Selection of Scale and Graduation) :

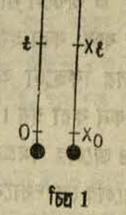
উষ্ণতার নিজস্ব স্কেল থাকা প্রয়োজন। প্রত্যেক স্কেলেরই একটি সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ মান থাকে। উষ্ণতা পরিমাপের জন্যও মূল অন্তর (fundamental interval) ঠিক ক'রে নিতে হয়। এই মূল অন্তর সর্বদা স্থির এবং সহজে পুনরুৎপাদন যোগ্য দুই উষ্ণতার পার্থক্য। এই দুই উষ্ণতার একটিকে নিম্নস্থিরাংক ও অপরটিকে ঊর্ধ্বস্থিরাংক বলে।

নিম্নস্থিরাংক (*Lower fixed point*) : যে উষ্ণতায় প্রমাণ বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বিশুদ্ধ বরফ গলে, তাকে **নিম্নস্থিরাংক** বলে।

ঊর্ধ্বস্থিরাংক (*Upper fixed point*) : যে উষ্ণতায় প্রমাণ বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বিশুদ্ধ জল ফোটে, তাকে **ঊর্ধ্বস্থিরাংক** বলে।

1.7. উষ্ণতা পরিমাপে ভৌত ধর্মের প্রয়োগ :

আগে যে ভৌত পরিবর্তনগুলির সাহায্যে উষ্ণতা পরিমাপের কথা বলা হ'য়েছে তাদের যে কোন একটির সাহায্যে উষ্ণতা পরিমাপ করা যায়। এই রাশিগুলি উষ্ণতার সহিত একমাত্রিক সম্পর্ক মেনে চলে। ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় একটি ভৌতরাশির মান X_0, 100°C উষ্ণতায় ইহার মান X_{100} এবং যে কোন উষ্ণতা t°C-তে ইহার মান X_t। সুতরাং



চিত্র 1

$$\frac{t-0}{100-0}=\frac{X_t-X_0}{X_{100}-X_0}\text{।}$$

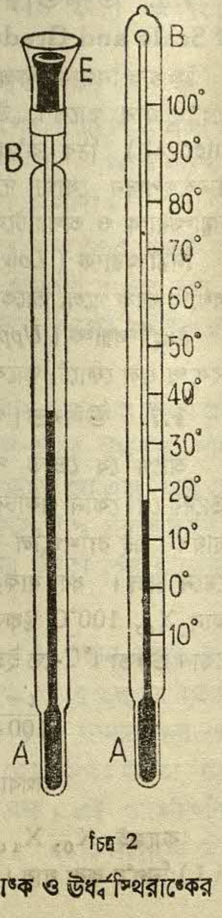
$$\text{অথবা,}\quad t=\frac{X_t-X_0}{X_{100}-X_0}\times 100\text{।}$$

কাজেই, X_0, X_{100} এবং X_t এর মান জানা থাকলে কোন বস্তুর অজানা উষ্ণতা (t) নির্ণয় করা যায়।

1.8. পারদ থর্মোমিটার (Mercury Thermometer) ঃ

উষ্ণতা পরিমাপের জন্য পারদ থার্মোমিটারের ব্যবহার বিশেষ ভাবে উল্লেখযোগ্য। পারদ থার্মোমিটার তৈরী করার জন্য সর্বত্র সমান ব্যাসের একটি কৈশিক নল (capillary tube) নেওয়া হয়। এই কাচ নলের একপ্রান্তে একটি বালব (A) তৈরী করা হয় (চিত্র 2)। ইহার অপর প্রান্ত খোলা থাকে। এই খোলা প্রান্তের কাছে তাপ দেওয়া হয় এবং খোলা প্রান্ত ধ'রে টেনে কাচকে পাতলা ক'রে রাখা হয় যাতে খোলা প্রান্তকে সহজে বন্ধ করা যায়। এই অবস্থায় খোলা প্রান্তে একটি রাবারের ফানেল (E) বসানো হয়। এই ফানেলে পারদ রেখে নলের বাল্‌বকে পর্যায়ক্রমে গরম ও ঠাণ্ডা করা হয়। বাল্‌বটিকে গরম ক'রলে ইহার ভিতরের বায়ু আয়তনে প্রসারিত হ'য়ে বাইরে বেরিয়ে আসে। এই অবস্থায় বাল্‌বকে ঠাণ্ডা ক'রলে ইহার ভিতরের বায়ু সঙ্কুচিত হয় এবং এই বায়ুর চাপ ক'মে যায়। ইহাতে বায়ু-মণ্ডলের চাপে ফানেলের পারদ নলে প্রবেশ করে। এইভাবে পর্যায়ক্রমে বাল্‌বকে গরম ও ঠাণ্ডা ক'রলে বাল্‌ব ও নল পারদ দ্বারা প্রায় পূর্ণ হয়। এর পর বাল্‌বকে খুব উত্তপ্ত করা হয় যাতে পারদ ফুটতে থাকে এবং পারদের বাষ্প নির্গত হয়। এই পারদ বাষ্প নির্গত হওয়ার সময় নলের ভিতরের বায়ু এবং জলীয় বাষ্প বার ক'রে নিয়ে আসে। ঠাণ্ডা করা হ'লে পারদ বাল্‌ব এবং নল পূর্ণ করে। বাল্‌ব গরম থাকতে থাকতে ফানেলের অবশিষ্ট পারদ অপসারিত করা হয়।

এই থার্মোমিটার যে উষ্ণতা মাপতে পারে তার থেকে কিছু বেশি উষ্ণতায় বাল্‌বকে উত্তপ্ত করা হয়। কিছু পারদ প্রসারিত হ'য়ে ফানেলে জমা হয় ও অপসারিত হয়। বাল্‌ব ঠাণ্ডা হ'লে পারদ সঙ্কুচিত হয়। পারদ সূত্র যে মুহূর্তে B অঞ্চলে নামে ঠিক সেই সময়ে অগ্নিশিখা দ্বারা নলকে বন্ধ করা হয়। ঠাণ্ডা হওয়ার পর পারদ, বাল্‌ব ও নলের কিছুটা অধিকার করে। তারপর নলের উপর অংশাঙ্কন করা হয়। এই অংশাঙ্কন করার জন্য বাল্‌বকে বরফ ও জলের মিশ্রণে রাখা হয়। এই অবস্থায় পারদ সূত্র নলের যে স্থানে এসে স্থির হয় সেখানে একটি দাগ কাটা হয়। এই দাগ **নিম্নস্থিরাঙ্ক**।



চিত্র 2

তারপর বাল্‌বকে ফুটন্ত জলের বাষ্পে রাখা হয়। পারদ-সূত্র নলের যে স্থানে স্থির হ'য়ে দাঁড়ায় সেখানে আর একটি দাগ কাটা হয়। এই দাগ **ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক**। নিম্নস্থিরাঙ্ক ও ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্কের

মধ্যবর্তী নলকে সমান ভাবে ভাগ ক'রে বিভিন্ন স্কেল তৈরী করা হয়। এক একটি ভাগকে ডিগ্রী (1°) বলে।

এখানে বলা প্রয়োজন যে, ঊর্ধ্ব-স্থিরাঙ্ক নির্ণয় করার সময় বায়ুমণ্ডলীয় চাপ স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ (76 cm. পারদ চাপ) থেকে ভিন্ন হ'লে প্রয়োজনীয় সংশোধন ক'রে নিতে হয়। যেমন ধরা যাক, ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক নির্ণয় করার সময় বায়ুমণ্ডলের চপে H cm. যা 76 cm. এর চেয়ে কম বা বেশি। স্টীম চার্ট থেকে H cm. পারদ চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক ধরা যাক্ পাওয়া গেল θ°C। আমরা জানি যে, 76 cm. পারদ চাপে জল 100°C উষ্ণতায় ফোটে। কাজেই, নিম্ন-স্থিরাঙ্ক ও ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্কের মধ্যে নির্ণীত দূরত্ব x cm. হ'লে উহাদের প্রকৃত দূরত্ব h পাওয়া যায়,

$$\frac{h}{100}=\frac{x}{\theta}$$ সম্পর্ক অনুযায়ী।

সুতরাং সেক্ষেত্রে $h=\dfrac{100x}{\theta}$।

আর একটা কথা বলা দরকার যে, থার্মোমিটার নলের প্রস্থচ্ছেদ সর্বত্র সমান হওয়া প্রয়োজন। তা না হ'লে স্কেলের বিভিন্ন স্থানে সমান ব্যবধানের দাগগুলি সমান উষ্ণতা বৃদ্ধি নির্দেশ করে না।

1.9. থার্মোমিটারে পারদ ব্যবহারের সুবিধা (Advantage of mercury as a thermometric substance) ঃ

(1) পারদ 357°C উষ্ণতায় ফোটে এবং −39°C উষ্ণতায় জমে। অর্থাৎ, স্ফুটনাঙ্ক প্রায় 357°C এবং হিমাঙ্ক প্রায় −39°C। কাজেই. এই উষ্ণতা পরিসরে পারদ তরল অবস্থায় থাকে। সুতরাং এই উষ্ণতা পরিসর পরিমাপে পারদকে ব্যবহার করা যায়। অবশ্য পারদ থার্মোমিটারে পারদের উপরে নলের শূন্যস্থানে উচ্চ চাপে নাইট্রোজেন বা কার্বনডাইঅক্সাইড নিয়ে পারদের স্ফুটন বন্ধ করা যায়। এইভাবে উচ্চ গলনাঙ্ক বিশিষ্ট কাচ নল ব্যবহার ক'রে 600°C উষ্ণতা পরিমাপ করা যায়। কাচ নলের পরিবর্তে সিলিকার নল ব্যবহার ক'রে 750°C পর্যন্ত উষ্ণতা পরিমাপ করা যায়।

(2) পারদ তাপের সুপরিবাহী হওয়ায় ইহা সহজেই বস্তুর উষ্ণতা লাভ করে।

(3) পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক বেশি হওয়ায় ইহা সমান উষ্ণতা বৃদ্ধিতে অন্যান্য তরলের চেয়ে বেশি প্রসারিত হয়।

(4) পারদের আয়তন প্রসারণ সুষম (uniform) হওয়ায় সমান উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইহার আয়তন প্রসারণ সমান হয়।

(5) পারদের তাপগ্রাহিতা কম হওয়ায় ইহা বস্তু থেকে বেশি তাপ শোষণ ক'রে বস্তুর উষ্ণতা কমিয়ে দেয় না। তাই প্রায় প্রকৃত উষ্ণতাই পাওয়া যায়।

(6) পারদ কাচের গায়ে লেগে যায় না।

(7) সাধারণ উষ্ণতায় পারদের বাষ্প চাপ কম হওয়ায় থার্মোমিটারে পারদের উপরে খুব কম পারদ বাষ্প থাকে।

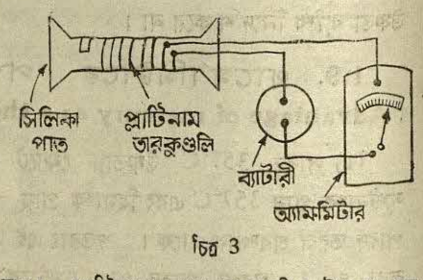
(8) পারদ অস্বচ্ছ ও চকচকে হওয়ায় কাচের মধ্য দিয়ে ইহাকে স্পষ্ট দেখা যায়।

(9) পারদকে সহজেই বিশুদ্ধ অবস্থায় পাওয়া যায়।

এখানে একটা কথা বলা দরকার যে, অতি উচ্চ উষ্ণতা বা অতি নিম্ন উষ্ণতা পরিমাপের জন্য পারদ থার্মোমিটার ব্যবহার করা যায় না। সাধারণত এই সব ক্ষেত্রে তড়িৎ-থার্মোমিটার (electrical thermometer) ব্যবহার করা হয়। যেমন **প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার ও থার্মোকাপল** (*thermo couple*)।

1.10. প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার (Platinum Resistance Thermometer) ঃ

একটি সিলিকার পাতের উপর একটি প্লাটিনাম তার কুণ্ডলী জড়ানো হয় (চিত্র 3)। এই কুণ্ডলীর দুই প্রান্তে ব্যাটারী ও অ্যামমিটার শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত করা হয়। ব্যাটারী যে তড়িৎ সরবরাহ করে তার মান অ্যামমিটার নির্দেশ করে। ব্যাটারী থেকে তড়িৎ সরবরাহের মান প্লাটিনাম তার কুণ্ডলীর রোধের উপর নির্ভর করে। কোন চুল্লীর উষ্ণতা পরিমাপ করার জন্য প্লাটিনাম তারের কুণ্ডলীসহ সিলিকা পাতকে ঐ চুল্লীর মধ্যে রাখা হয় এবং ব্যাটারী ও অ্যামমিটারকে চুল্লীর বাইরে রাখা হয়। প্লাটিনাম তার কুণ্ডলীর উষ্ণতা যত বৃদ্ধি পায় ইহার রোধও তত বৃদ্ধি পায়। তাই বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহের মান হ্রাস পেতে থাকে। প্লাটিনাম তার চুল্লীর উষ্ণতা লাভ ক'রলে ইহার উষ্ণতা আর বাড়ে না। সেই সময় ইহার রোধও আর বাড়ে না। তখন বর্তনীর তড়িৎপ্রবাহ নির্দিষ্ট মানের হয়। এই তড়িৎপ্রবাহের মান অ্যামমিটারের পাঠ থেকে পাওয়া যায়। গাণিতিক পদ্ধতিতে এই অবস্থায় প্লাটিনাম তারের রোধ নির্ণয় ক'রে চুল্লীর উষ্ণতা পাওয়া যায়। অবশ্য অ্যামমিটারের স্কেলকে উপযুক্তভাবে অংশাঙ্কিত ক'রে ইহার পাঠ থেকে সরাসরি চুল্লীর উষ্ণতা পাওয়া যেতে পারে।

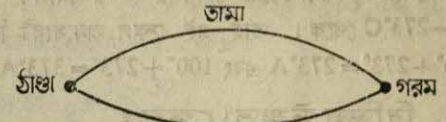


চিত্র 3

1.11. থার্মোকাপল (Thermocouple) ঃ

দুই বিভিন্ন ধাতুর তারের (যেমন তামা ও লোহা) সংযোগস্থল দ্বয়ের একটিকে ঠাণ্ডা এবং অপরটিকে গরম ক'রলে বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহিত হয়। এই ঘটনাকে

সীবেকপ্রভাব এবং এই ব্যবস্থাকে থার্মোকাপল বলে। এই সম্পর্কে 'পদার্থবিদ্যা' দ্বিতীয় খণ্ডে বিশেষভাবে আলোচনা করা হ'য়েছে। এই থার্মোকাপলের একটি সংযোগ স্থলকে বস্তুর সংস্পর্শে রেখে বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহমাত্রা নির্ণয় ক'রে ঐ বস্তুর উষ্ণতা



চিত্র 4

পাওয়া যায়। **উচ্চ উষ্ণতা মাপার** জন্য সাধারণত প্লাটিনাম ও প্লাটিনাম-ইরিডিয়াম থার্মোকাপল ব্যবহার করা হয়।

1.12. উষ্ণতা পরিমাপের বিভিন্ন স্কেল (Different scales for measurement of temperature) ঃ

ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক এবং নিম্নস্থিরাঙ্ক নির্ণয় করার পর থার্মোমিটারের মূল অন্তরকে কতকগুলি সুবিধাজনক সমান ভাগে ভাগ করা হয়। এক একটি ভাগকে ডিগ্রী বলে। প্রত্যেকটি ভাগকে আবার ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমান অংশে ভাগ করা যায়।

উষ্ণতা মাপার জন্য তিন ধরনের স্কেল প্রচলিত আছে। যেমন,

(i) সেন্টিগ্রেড, (ii) ফারেনহাইট ও (iii) রয়মার।

ইহাদের মধ্যে প্রথম দুটি স্কেলই বেশি প্রচলিত।

(i) **সেন্টিগ্রেড স্কেল ঃ** ওজন ও পরিমাপ সংক্রান্ত নবম সাধারণ সভা (1948) ঠিক করেন যে সুইজারল্যান্ডের জ্যোতির্বিদ Anders Celsius এর সম্মানে সেন্টিগ্রেড কথাটির পরিবর্তে সেলসিয়াস কথাটি ব্যবহার করা হবে। কারণ তিনি 1742 খৃষ্টাব্দে একটি স্কেল উদ্ভাবন করেন যাতে জলের স্ফুটনাঙ্ককে শূন্য এবং বরফের গলনাঙ্ককে 100 ধরা হ'য়েছিল। একবছর পর Linne এবং Stromer এই মান দু'টিকে উল্টিয়ে সেন্টিগ্রেড স্কেল প্রবর্তন করেন। আমরা এই পুস্তকে অবশ্য সেন্টিগ্রেড কথাটিই ব্যবহার ক'রেছি। এই স্কেলে নিম্নস্থিরাঙ্ককে 0° এবং ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে 100° ধরা হয়। দুই স্থিরাঙ্কের মধ্যবর্তী অংশকে 100টি সমান ভাগে ভাগ ক'রে উষ্ণতার সেন্টিগ্রেড স্কেল তৈরী করা হয়। সংখ্যার শেষে ° সেন্টিগ্রেড (°C) লিখে এই স্কেলের উষ্ণতা বোঝান হয়।

(ii) **ফারেনহাইট স্কেল ঃ** এই স্কেলে নিম্নস্থিরাঙ্ককে 32° ও ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে 212° ধরা হয়। এই দুই স্থিরাঙ্কের মধ্যবর্তী অংশকে 180টি সমান ভাগে ভাগ ক'রে উষ্ণতার ফারেনহাইট স্কেল তৈরী করা হয়। সংখ্যার শেষে ° ফারেনহাইট (°F) লিখে এই স্কেলের উষ্ণতা বোঝান হয়।

(iii) **রয়মার স্কেল ঃ** এই স্কেলে নিম্নস্থিরাঙ্ককে 0° এবং ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে 80° ধরা হয়। এই দুই স্থিরাঙ্কের মধ্যবর্তী অংশকে 80টি সমান ভাগে ভাগ করা হয়। সংখ্যার শেষে ° রয়মার (°R) লেখা হয়।

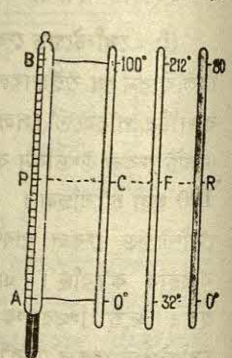
জেনে রাখা ভাল যে, পরম স্কেল নামে আর একটি স্কেল প্রচলিত আছে। এই স্কেলের 1°, সেন্টিগ্রেড স্কেলের 1°-র সমান। তবে এই স্কেলের 0 শুরু হয় $-273^\circ C$ থেকে। তাই এই স্কেল অনুযায়ী হিমাঙ্ক ও জলের স্ফুটনাংক যথাক্রমে $0^\circ + 273^\circ = 273^\circ A$ এবং $100^\circ + 273^\circ = 373^\circ A$।

বিভিন্ন উষ্ণতা স্কেল ঃ

স্কেল	নিম্নস্থিরাংক	ঊর্ধ্বস্থিরাংক	চিহ্ন
সেলসিয়াস (সেন্টিগ্রেড)	0	100	C
ফারেনহাইট	32	212	F
রয়মার	0	80	R
পরম (কেলভিন)	273	373	K

1.13. উষ্ণতার তিনটি স্কেলের পারস্পরিক সম্পর্ক ঃ

ঊর্ধ্বস্থিরাংক B ও নিম্নস্থিরাংক A চিহ্নিত একটি থার্মোমিটার নেওয়া হয় (চিত্র 5)। তারপর ফারেনহাইট, সেন্টিগ্রেড ও রয়মার এই তিনটি স্কেলকে পাশাপাশি রাখা হয়।



চিত্র 5

থার্মোমিটারকে গরম বস্তুর সংস্পর্শে এনে AB-তে পারদসূত্রের অবস্থান P দ্বারা সূচিত করা হয়। তিনটি স্কেলে এই থার্মোমিটারের P অবস্থানের পাঠ যথাক্রমে F, C, R। তিনটি স্কেলে AP দূরত্ব যথাক্রমে $C-0$, $F-32$ এবং $R-0$ ডিগ্রী এবং AB দূরত্ব যথাক্রমে $(100-0)$, $(212-32)$ এবং $(80-0)$ ডিগ্রী।

আবার AP/AB ধ্রুবক হওয়ায় লেখা যায়,

$$\frac{AP}{AB} = \frac{F-32}{212-32} = \frac{C-0}{100-0} = \frac{R-0}{80-0}\,।$$

বা, $$\frac{F-32}{180} = \frac{C}{100} = \frac{R}{80}\,।$$

বা, $$\frac{F-32}{9} = \frac{C}{5} = \frac{R}{4}\,।$$

বিঃ দ্রঃ চিত্র 5 অনুযায়ী 180° ফারেনহাইটের ব্যবধান $= 100^\circ$ সেন্টিগ্রেডের ব্যবধান

বা, ... 1° ... ... $= \frac{100}{180} = \frac{5}{9}{}^\circ C$ ...

বা, 1° সেন্টিগ্রেডের ব্যবধান $= \frac{9}{5}{}^\circ$ ফারেনহাইটের ব্যবধান।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কত উষ্ণতার মান °C এবং °F স্কেলে একই সংখ্যা দ্বারা সূচিত হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক, নির্ণেয় উষ্ণতা $= x°C = x°F$

আমরা জানি যে, $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$ ।

অতএব, $\frac{x}{5} = \frac{x-32}{9}$; $C = F = x$ ।

অথবা, $9x = 5x - 160$ or $4x = -160$ ।

অতএব, $x = -40°C = -40°F.$ ।

2. কোন ব্যক্তির স্বাভাবিক উষ্ণতা 98·4°F । °C তে কত হয় ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$ ।

এক্ষেত্রে $F = 98{\cdot}4°F$ ।

কাজেই, $\frac{C}{5} = \frac{98{\cdot}4 - 32}{9} = \frac{66{\cdot}4}{9}$ ।

অতএব, $C = 36{\cdot}9°C.$ ।

3. কোন দিনের সর্বোচ্চ উষ্ণতা 36·4°C । °F এ উষ্ণতা কত ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$ ।

এক্ষেত্রে $C = 36{\cdot}4°C$ ।

কাজেই, $\frac{36{\cdot}4}{5} = \frac{F-32}{9}$ ।

অতএব, $F = \frac{36{\cdot}4 \times 9}{5} + 32 = 97{\cdot}5°F.$ ।

4. যখন উষ্ণতা 0°C তখন একটি পারদ থার্মোমিটার পাঠ দেয় 0·5°C । আবার যখন উষ্ণতা 100°C তখন ঐ থার্মোমিটার পাঠ দেয় 100·8°C । যখন ঐ থার্মোমিটার 20°C পাঠ দেয় তখন প্রকৃত উষ্ণতা কত ?

সমাধান ঃ ত্রুটি পূর্ণ থার্মোমিটারের মূল অন্তর $= 100{\cdot}8 - 0{\cdot}5 = 100{\cdot}3$ ।

এই থার্মোমিটারে পাঠ যখন 20°C তখন পারদসূত্র $(20 - 0{\cdot}5) = 19{\cdot}5$ দাগ যায় । এই ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটারের প্রত্যেক দাগের মান = একটি সঠিক থার্মোমিটারের $\frac{100}{100{\cdot}3}$ দাগের মান $= \frac{100}{100{\cdot}3}$ °C ।

কাজেই, 19·5 দাগের মান $= \frac{100}{100{\cdot}3} \times 19{\cdot}5 = 19{\cdot}44°C.$ ।

5. একটি ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটার গলা বরফে $-0{\cdot}5^\circ C$ এবং ফুটন্ত জলে $99^\circ C$ পাঠ দেয়। এই জল 747 mm. পারদ চাপে ফোটে। এই থার্মোমিটার $40^\circ C$ পাঠ দিলে সঠিক উষ্ণতা কত? দেওয়া আছে যে 26 mm. চাপ পরিবর্তনে জলের স্ফুটনাংক $1^\circ C$ পরিবর্তিত হয়।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে চাপের হ্রাস $= 760 - 747 = 13$ mm.

26 mm. চাপ হ্রাসে স্ফুটনাংক $1^\circ C$ হ্রাস পায়।

কাজেই, 13 mm. চাপ হ্রাসে স্ফুটনাংকের হ্রাস $= \frac{1}{2}^\circ C = 0{\cdot}5^\circ C$।

সুতরাং 747 mm. চাপে জলের প্রকৃত স্ফুটনাংক $= 100 - 0{\cdot}5 = 99{\cdot}5^\circ C$।

সঠিক উষ্ণতা $x^\circ C$-হ'লে,

$$\frac{x-0}{99{\cdot}5-0} = \frac{40-(-0{\cdot}5)}{99-(-0{\cdot}5)} = \frac{40{\cdot}5}{99{\cdot}5}।$$

অতএব, $x = 40{\cdot}5^\circ C$।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. উষ্ণতার সংজ্ঞা দাও। তাপ ও উষ্ণতার পার্থক্য নির্ণয় কর। কোন পাত্রে মোট জলের পরিমাণের সহিত জলতলের যে সম্পর্ক, কোন বস্তুতে মোট তাপের পরিমাণের সহিত উষ্ণতারও সেই সম্পর্ক—ব্যাখ্যা কর।

Define temperature. Distinguish between heat and temperature. The relation between the level of water and the total quantity of water in a vessel same as that between temperature and the total quantity of heat in a body—explain.

2. থার্মোমিটার কাকে বলে? কয়েক ধরনের থার্মোমিটারের নাম উল্লেখ কর। এই থার্মোমিটার-গুলি নির্মাণে পদার্থের কি কি ভৌত ধর্ম ব্যবহার করা হয়?

What is a thermometer? Mention the name of a few types of thermometers. What physical properties are taken into account in the design of these thermo-meters?

3. কোন থার্মোমিটারের ঊর্ধ্বস্থিরাংক ও নিম্নস্থিরাংকের সংজ্ঞা দাও। মূল অন্তর ব'লতে কি বোঝায়? বিভিন্ন উষ্ণতা স্কেলে ইহার মান নির্ণয় কর। সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

Define upper fixed point and lower fixed point of a thermometer. What is meant by 'Fundamental Interval'? Find its value in different scales of temperture. Find the relation between the Centigrade and Farenheit scales of temperature.

4. পারদ থার্মোমিটার কাকে বলে? ইহার সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। উষ্ণতা মাপক পদার্থ হিসেবে পারদের উপযোগিতা কি?

What is a mercury thermometer? Describe its construction. What are the advantages of mercury as a thermometric substance?

5. (a) উষ্ণতা ব'লতে কি বোঝ ? তাপ ও উষ্ণতার মধ্যে পার্থক্য কি ? (b) উষ্ণতার সেলসিয়াস স্কেল এবং ফারেনহাইট স্কেলের সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। (c) থার্মোমিটারে ব্যবহার্যরূপে পারদের গুণাবলী বিবৃত কর। [*Tripura H. S. 1981*]

6. প্রধানত কত রকমের থার্মোমিটার স্কেল আছে ? উহাদের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। থার্মোমিটারে তরল হিসেবে পারদ ব্যবহারের সুবিধা কি ? [*H. S.* (new) *1981*]

7. দু'টি থার্মোমিটারের একটির বাল্ব বড় অপরটির ছিদ্র সরু। ইহাদের সুবিধা-অসুবিধা ব্যাখ্যা কর।

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. একটি থার্মোমিটারের হিমাঙ্কে 20° ও স্ফুটনাঙ্কে 150° দাগ কাটা আছে। সেলসিয়াস থার্মোমিটারে কোন উষ্ণতা 45°C হ'লে ঐ থার্মোমিটারে সেই উষ্ণতার পাঠ কত হবে ?
[*Tripura H. S. 1981*] [78·5°]

2. দু'টি থার্মোমিটার—একটি সেলসিয়াস ও অপরটি ফারেনহাইট স্কেলে অংশাঙ্কিত—পরপর দুটি গাহে (bath) ডোবানো হয়। দুই ক্ষেত্রেই থার্মোমিটারদ্বয়ের পাঠের পার্থক্য 20 পাওয়া যায়। গাহের উষ্ণতা ভিন্ন হ'লে ইহাদের মান সেলসিয়াস স্কেলে নির্ণয় কর।
[*Jt. Entrance 1976*] [−65°, −15°]

3. কত উষ্ণতার মান °*F* ও °*K* স্কেলে একই সংখ্যা দ্বারা সূচিত হয় ?
What is the temperature which has same numerical value in Farenheit scale and Kelvin scale ? [574·25°F=574·25°K]

4. এরূপ কোন উষ্ণতা থাকতে পারে কি যা °*C* ও °*K* স্কেলে একই সংখ্যা দ্বারা সূচিত হয় ?
Can there be a temperature which has the same numerical value on centigrade scale and Kelvin scale ? [না]

5. °*F* স্কেলে পরম শূন্য উষ্ণতার মান কত ?
What is the value of absolute zero on Farenheit scale ? [0°K= −459·4°F]

6. *A* ও *B* থার্মোমিটারের মূল অন্তর যথাক্রমে 45° ও 100°। ইহাদের নিম্নস্থিরাঙ্ক যথাক্রমে 0° ও 50°। *B* এর পাঠ 110° হ'লে *A* এর পাঠ কত হয় ?
The thermemeters *A* and *B* have fundamental intervals of 45° and 100°. The lower points of *A* and *B* are 0° and 50° respectively. What will be the reading of *A* if *B* reads 110° ? [270]

7. একটি সঠিক সেন্টিগ্রেড থার্মোমিটার ও একটি ত্রুটিযুক্ত ফারেনহাইট থার্মোমিটারকে পাশাপাশি জলে ডোবানো হয়। ইহাদের পাঠ যথাক্রমে 15·5°C ও 61·5°F। ফারেনহাইট থার্মোমিটারের পাঠে ত্রুটি কত ?
A correct Centigrade thermometer and a faulty Farenheit thermometer are introduced into water side by side. The readings are 15·5°C and 61·5°F. What is the correction in Farenheit scale of temperature ? [−1·6°F]

8. একটি ত্রুটিযুক্ত সেন্টিগ্রেড থার্মোমিটার গলা বরফে −0·5° এবং 747 mm. পারদ চাপে বিশুদ্ধ জলীয় বাষ্পে 99° পাঠ দেয়। এই থার্মোমিটারের পাঠ 30·5° হ'লে °C স্কেলে প্রকৃত উষ্ণতা কত ? প্রতি 26 mm. পারদ চাপ পরিবর্তনে জলের স্ফুটনাঙ্ক 1°C পরিবর্তিত হয়।
A faulty centigrade thermometer reads −0·5° in melting ice and 99° in steam of pure water at a pressure of 747 mm of *Hg*. If the reading of this thermometer is 30·5°, what is the correct temperature in °C ? [31°C]

9. $°K$ স্কেলে কত উষ্ণতা $°C$ স্কেলের দ্বিগুণ হয় ?

What is the temperature on the Kelvin scale whose value is twice the reading on Centigrade scale ?

[546°K]

10. একটি পারদ থার্মোমিটারকে গলা বরফ থেকে উত্তপ্ত তরলে রাখা হয়। মূল অন্তরের $\frac{9}{10}$ গুণ দূরত্বে পারদ ওঠে। তরলের উষ্ণতা $°C$ ও $°F$ স্কেলে নির্ণয় কর।

A mercury thermometer is transferred from melting ice to a hot liquid. The mercury rises $\frac{9}{10}$ of the distance between the lower and upper fixed points. Calculate the temperature of the liquid in °C and °F.

[90°C ; 1940°F]

11. কোন থার্মোমিটারের নিম্ন স্থির বিন্দু ও উচ্চ স্থির বিন্দু যথাক্রমে 0·5° এবং 101°। 30°C উষ্ণতায় এই থার্মোমিটারের পাঠ কত ?

[*H. S.* (new) *1980*] [30·65°]

12. কোন্ উষ্ণতায় ফারেনহাইট থার্মোমিটারের পাঠ সেণ্টিগ্রেড থার্মোমিটারের পাঠের 5 গুণ হয় ?

[10°C, 50°F]

13. একটি ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটার গলা বরফে 1° এবং স্টীমে (স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে) 96° পাঠ দেয়। এই থার্মোমিটারের পাঠ 39° হ'লে সঠিক উষ্ণতা কত ?

[40° C]

14. কোন দিনের সর্বোচ্চ উষ্ণতা 120·2°F হ'লে সেলসিয়াস স্কেলে ইহার মান কত ? [49° C]

15. সেণ্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট থার্মোমিটারের সাহায্যে একই চুল্লীর উষ্ণতা নিয়ে দেখা গেল যে ইহাদের পাঠের ব্যবধান 48° ; থার্মোমিটার দ্বয়ের পাঠ কত ?

[20°C ও 68°F or − 100°C ও − 148°F]

কঠিন পদার্থের প্রসারণ
EXPANSION OF SOLIDS

2.1. কঠিন পদার্থের তাপীয় প্রসারণ (Thermal expansion of solids) ঃ

উষ্ণতা পরিবর্তনের সাথে সাধারণত সব পদার্থের প্রসারণ হয়। সমান উষ্ণতা বৃদ্ধির দরুন বিভিন্ন কঠিন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন হয়। যেমন লোহার চেয়ে তামার প্রসারণ বেশি হয়। কঠিন পদার্থের উষ্ণতা বাড়ালে ইহার দৈর্ঘ্য, তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের প্রসারণ হয়। তাপ পাওয়ার দরুন কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণকে **রৈখিক প্রসারণ** (*Linear expansion*), তলের ক্ষেত্রফলের প্রসারণকে **ক্ষেত্র প্রসারণ** (*Superficial expansion*) ও **আয়তনের প্রসারণকে আয়তন প্রসারণ** (*Volume or cubical expansion*) বলে।

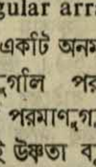
সাধারণত উষ্ণতা বৃদ্ধির দরুন কঠিন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন দিকে সমান হয়। অবশ্য কিছু কিছু কেলাসকে তাপ দিলে ইহারা বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন মানে প্রসারিত হয়। আবার উষ্ণতা বৃদ্ধির দরুন লোহা ও নিকেলের সংকর ধাতু ইনভার (Invar) কার্যত প্রসারিত হয় না। তাছাড়া প্রসারিত রাবার ব্যান্ড (band) তাপ প্রয়োগে সঙ্কুচিত হয়।

সাধারণত কঠিন পদার্থের গঠন কেলাসিত (crystalline) হয়। এক ধরনের স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা ইহার পরমাণুগুলি নিয়মিত বিন্যাসে (regular array) সজ্জিত থাকে। যে কোন দুটি পরমাণুর মধ্যস্থিত এই বল মোটামুটি একটি অনমনীয় (sfiff) স্প্রিংয়ের ন্যায় কাজ করে। নির্দিষ্ট উষ্ণতায় পরমাণুগলি পরস্পর একটি গড় দূরত্বে থেকে স্পন্দিত হয়। পদার্থের উষ্ণতা বাড়লে পরমাণুগুলির স্পন্দনের বিস্তার ও ইহাদের পারস্পরিক গড় দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। তাই উষ্ণতা বৃদ্ধির সাথে কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য, আয়তন ইত্যাদি বৃদ্ধি পায়।

কয়েকটি পরীক্ষা ঃ

(i) **গ্রেভ্স্যান্ডের (*Grave Sands*) বলয় পরীক্ষা ঃ**

A একটি ধাতব বলয় (চিত্র 6)। ইহা স্ট্যান্ডের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে আটকানো। B একটি গোলাকার ধাতব বল। এই বল ঘরের উষ্ণতায় A বলয়ের ভিতর দিয়ে গ'লে যায়। কিন্তু বলকে উত্তপ্ত ক'রলে দেখা যায় যে, বল আর বলয়ের ভিতর দিয়ে গলে না। বলকে ঘরের উষ্ণতায় ফিরিয়ে এনে বলয়ের উপর রাখলে দেখা যায় যে, ইহা আবার আগের মত বলয়ের ভিতর দিয়ে গ'লে যায়। সুতরাং বোঝা যায় যে, তাপ প্রয়োগে বলের আয়তন প্রসারণ হয়। আবার আয়তনের প্রসারণ হ'লে বলের ক্ষেত্রফলেরও প্রসারণ হয়। সুতরাং, এই পরীক্ষা থেকে বলা যায় যে, তাপ প্রয়োগে কঠিন বস্তুর আয়তন ও ক্ষেত্রফলের প্রসারণ হয়।



চিত্র 6

(ii) দণ্ড ও গজ পরীক্ষা :

AB একটি লম্বা ধাতব দণ্ড (চিত্র 7)। ইহার দুই প্রান্ত চ্যাপটা। CD কোন ধাতু নির্মিত গজ। AB দণ্ডকে ঘরের উষ্ণতায় CD গজের ফাঁকে আটকানো যায়। AB দণ্ডকে উত্তপ্ত ক'রলে দেখা যায় যে, ইহাকে আর ঐ ফাঁকের মধ্যে আটকানো যায় না। কাজেই বলা যায় যে, উত্তপ্ত হ'লে AB দণ্ডের দৈর্ঘ্য বাড়ে।

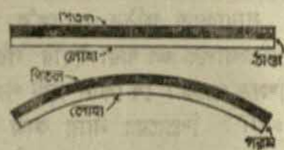


চিত্র 7

ধরা যাক, এই পরীক্ষায় AB দণ্ড লোহার এবং CD গজ পিতলের। ঘরের উষ্ণতায় AB দণ্ড ঐ গজের ফাঁকের মধ্যে আটকায়। এই অবস্থায় উভয়কে উত্তপ্ত ক'রলে লোহার দণ্ড গজের ফাঁক থেকে খুলে পড়ে যায়। লোহার চেয়ে পিতল বেশি প্রসারিত হওয়ায় গজের ফাঁকের দৈর্ঘ্য লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্যের চেয়ে বেশি হয়। তাই লোহার দণ্ড খুলে প'ড়ে যায়। সুতরাং, বিভিন্ন ধাতুর প্রসারণ বিভিন্ন হয়।

(iii) ধাতব পাতের বক্রতা পরীক্ষা :

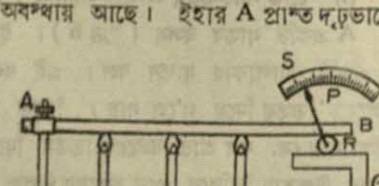
একটি লোহা ও একটি পিতলের পাত নেওয়া হয়। ধরা যাক উভয়েরই দৈর্ঘ্য 20 cm., প্রস্থ 2 cm. এবং বেধ 0·1 cm। পাত দুয়কে রিভেট (rivet) ক'রে আটকালে ঘরের উষ্ণতায় রিভেট করা পাত সোজা থাকে (চিত্র 8)। উত্তপ্ত ক'রলে ইহা বেঁকে যায় এবং বক্রের বাইরের দিকে থাকে পিতলের পাত ও ভিতরের দিকে থাকে লোহার পাত। সুতরাং, তাপ প্রয়োগে লোহার চেয়ে পিতল বেশি প্রসারিত হয়।



চিত্র 8

(iv) ফার্গুসনের পরীক্ষা (*Ferguson's experiment*) **:** এই পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, তাপ প্রয়োগে বিভিন্ন কঠিন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন হয়।

9 নং চিত্রে AB দণ্ড অনুভূমিক অবস্থায় আছে। ইহার A প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ ও B প্রান্ত R রোলারের উপর অবস্থিত। রোলার কাচপ্লেট G এর উপর গড়াতে পারে। ইহার সহিত আটকানো P সূচক (pointer) উল্লম্ব বৃত্ত-স্কেল S এর উপর চলাচল ক'রতে পারে। AB দণ্ডকে কয়েকটি বার্নার দ্বারা উত্তপ্ত ক'রলে ইহা প্রসারিত হয়। ইহাতে রোলার কাচ প্লেটের উপর কিছুটা গড়িয়ে যায় ও সূচকের বিক্ষেপ ঘটে। এই বিক্ষেপ AB দণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রসারণের উপর নির্ভর করে। সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বিভিন্ন ধাতব দণ্ড নিয়ে একই উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রলে দেখা যায় যে,



চিত্র 9

সূচকের বিক্ষেপ বিভিন্ন হয়। ইহাতে প্রমাণিত হয় যে, সমান উষ্ণতা বৃদ্ধিতে বিভিন্ন কঠিন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন হয়।

2.2. দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক (Co-efficient of linear expansion) :

কোন কঠিন বস্তুর উষ্ণতা বাড়ালে কোন নির্দিষ্ট দিকে ইহার যে প্রসারণ হয় তাকে বস্তুর **দৈর্ঘ্য প্রসারণ** বলে।

কোন কঠিন বস্তুকে 0°C থেকে 100°C এর মধ্যে যে কোন উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে দেখা যায় যে, নির্দিষ্ট **উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইহার দৈর্ঘ্য প্রসারণও নির্দিষ্ট** মানের হয়। এই প্রসারণ উষ্ণতার পরিসরের উপর নির্ভর করে না।

কোন পদার্থের প্রতি এক একক দৈর্ঘ্যের 0° থেকে এক ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় তাকে ঐ পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে। (*The co-efficient of linear expansion of a solid is defined to be the increase in length per unit length of the material at 0° for a rise of temperature of 1°*)

ধরা যাক 0°C উষ্ণতায় কোন ধাতব দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_0। ইহার উষ্ণতা t°C ক'রলে দৈর্ঘ্য হয় l_t। কাজেই, t°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য l_0 দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য বাড়ে $(l_t - l_0)$। সুতরাং প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বাড়ার জন্য প্রতি এক একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $=\dfrac{l_t - l_0}{l_0 \times t} = \dfrac{\Delta l}{l_0 \times t}$। সংজ্ঞানুযায়ী, ইহাই পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α।

অর্থাৎ, $\alpha = \dfrac{l_t - l_0}{l_0 \times t} = \dfrac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$। দেখা যায় যে, $l_t = l_0(1+\alpha t)$ সমীকরণ 100°C উষ্ণতা পর্যন্ত সত্য হয়। কিন্তু উষ্ণতা 500°C বা আরো বেশি বাড়ালে দৈর্ঘ্য প্রসারণ সুষম হয় না। পদার্থের উষ্ণতা যত বাড়ে নির্দিষ্ট উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইহার দৈর্ঘ্য প্রসারণও তত বাড়ে। তখন উপরের সমীকরণের পরিবর্তে $l_t = l_0\ (1+at+bt^2+ct^3+\cdots)$ সমীকরণকে বিবেচনা ক'রতে হয়; a, b, c ক্রম হ্রসমান ধ্রুব রাশি। সাধারণত প্রসারণ আলোচনায় এমন উষ্ণতা পরিসর নেওয়া হয় যে, $l_t = l_0\ (1+\alpha t)$ সমীকরণ প্রযোজ্য হয়।

ধরা যাক, 0°C, t_1°C এবং t_2°C উষ্ণতায় কোন দণ্ডের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_0, l_1 এবং l_2 ও দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α/°C। তাহ'লে

$$l_1 = l_0(1+\alpha t_1) \text{ এবং}$$
$$l_2 = l_0(1+\alpha t_2)$$
$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1} = (1+\alpha t_2)(1+\alpha t_1)^{-1}.$$
$$= (1+\alpha t_2)(1-\alpha t_1+\alpha^2 t_1^2 - \cdots)$$
$$\therefore\ l_2 = l_1(1+\alpha t_2 - \alpha t_1 - \cdots)$$

[দ্বিপদ-উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃতি নির্ণয় ক'রে]

যে পদগুলিতে α^2, α^3 ইত্যাদি আছে ওরা খুব কম মানের হওয়ায় অগ্রাহ্য করা যায়। সুতরাং, $l_2=l_1[1+\alpha(t_2-t_1)]$।

কাজেই আমরা ব'লতে পারি যে, সাধারণত দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাংক **প্রাথমিক উষ্ণতার উপর নির্ভর করে না**। আমরা পরে দেখব যে, তরলের বেলাতেও ইহা সত্য হয়। কিন্তু গ্যাসের তাপীয় প্রসারণ খুব বেশি হওয়ায় গ্যাসের বেলায় ইহা সত্য হয় না।

$\alpha=\dfrac{l_t-l_0}{l_0\times t}$ রাশি অনুযায়ী, 'α' **দুটি দৈর্ঘ্যের** $[(l_t-l_0)$ ও $l_0]$ **অনুপাত**। সুতরাং **দৈর্ঘ্যের এককের উপর α নির্ভর করে না**। কিন্তু **ঐ রাশির হরে 'উষ্ণতা বৃদ্ধি'** (t) **থাকায় 'α' উষ্ণতার এককের উপর নির্ভর করে।**

আমরা জানি যে, 1°C উষ্ণতা 1°F এর চেয়ে বেশি। 1°C উষ্ণতা বাড়ার অর্থ $\frac{9}{5}$°F উষ্ণতা বাড়া। **পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাংক 0·000019/°C ব'ললে বোঝায় যে প্রতি 1°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য পিতলের প্রতি এক একক দৈর্ঘ্য বেড়ে 1·000019 একক হয়।** তাহ'লে $\frac{9}{5}$°F উষ্ণতা বাড়লেও পিতলের এক একক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 1·000019 একক হয়। সুতরাং 1°F উষ্ণতা বাড়ালে এই দৈর্ঘ্য হয় $(1+0{\cdot}000019\times\frac{5}{9})$ বা 1·000011 একক। কাজেই, উষ্ণতার এককের উপর দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাংক নির্ভর করে।

যদি 0°C বা 32°F উষ্ণতায় কোন দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_0 এবং 100°C বা 212°F উষ্ণতায় ইহার দৈর্ঘ্য l_t হয় এবং যদি দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাংককে °F স্কেলে α_F এবং °C স্কেলে α_C দ্বারা সূচিত করা হয় তাহ'লে,

$$\alpha_F=\frac{l_t-l_0}{180l_0} \text{ এবং } \alpha_C=\frac{l_t-l_0}{100l_0}।$$

$$\text{অতএব, } \frac{\alpha_F}{\alpha_C}=\frac{5}{9}। \text{ অথবা, } \alpha_F=\frac{5}{9}\alpha_C।$$

সুতরাং, $\alpha_F\neq\alpha_C$। অর্থাৎ 'α' এর মান উষ্ণতার এককের উপর নির্ভর করে।

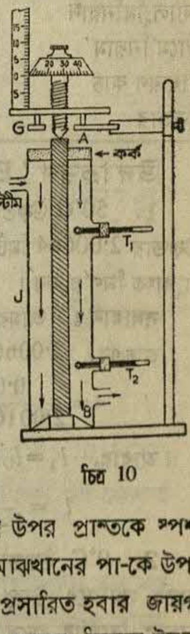
2.3. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of Co-efficient of expansion of solid) ঃ

বিভিন্ন পদ্ধতিতে পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাংক নির্ণয় করা যায়। ইহাদের মধ্যে পুলিঞ্জারের পদ্ধতি অন্যতম। 10 নং চিত্রে পুলিঞ্জারের যন্ত্র দেখানো হ'য়েছে।

যন্ত্র বর্ণনা ঃ J একটি ধাতব চোঙ। ইহা একটি ফ্রেমে আটকানো। ইহার দুই খোলা মুখ রাবারের কর্ক দ্বারা বন্ধ। এই চোঙের গায়ে চারটি পার্শ্ব

নল থাকে। সব চেয়ে উপরের পার্শ্ব নল দিয়ে উত্তপ্ত জলীয় বাষ্প চোঙে প্রবেশ করে এবং সব চেয়ে নীচের পার্শ্বনল দিয়ে ইহা বাইরে বেরিয়ে আসে। অপর দু'টি পার্শ্বনলে থার্মোমিটার T_1 ও T_2 প্রবেশ করানো হয়।

প্রায় এক মিটার লম্বা AB দণ্ডকে চোঙের ভিতরে খাড়াভাবে রাখা হয়। এই দণ্ডের উপর প্রান্ত চোঙের মুখের রাবার কর্কের মধ্য দিয়ে একটু বার করা থাকে। দণ্ড উপর দিকে প্রসারিত হ'তে পারে। কিন্তু ইহার নীচের প্রান্ত কাচ বা মার্বেল প্লেটের উপর রাখা থাকে। তাই দণ্ড নীচের দিকে প্রসারিত হ'তে পারে না। কাচের প্লেট G কে একটি ফ্রেমে অনুভূমিকভাবে আটকানো হয়। এই কাচের প্লেটের উপর একটি স্ফেরোমিটার এমনভাবে বসানো যায় যে, ইহার মাঝখানের পা G এর মাঝখানের ছিদ্র দিয়ে দণ্ডের উপর প্রান্তকে স্পর্শ ক'রে থাকে।



চিত্র 10

কার্য প্রণালী ঃ AB দণ্ডকে বার ক'রে এনে ইহার দৈর্ঘ্য মিটার স্কেল দ্বারা ঘরের উষ্ণতায় মাপা হয়। তারপর দণ্ডকে আবার চোঙের ভিতরে খাড়াভাবে রাখা হয়। কিছুক্ষণ পরে T_1 ও T_2 থার্মোমিটার থেকে ঘরের উষ্ণতার পাঠ নেওয়া হয়। দু'টি থার্মোমিটারের পাঠ নিয়ে গড় পাঠ নির্ণয় ক'রতে হয়। ধরা যাক, এই পাঠ (t_1)। এবার G প্লেটের উপর স্ফেরোমিটারকে রেখে ইহার মাঝখানের পা-কে নীচের দিকে নামিয়ে দণ্ডের উপর প্রান্তকে স্পর্শ করানো হয় ও ইহার পাঠ নেওয়া হয়। তারপর স্ক্রু ঘুরিয়ে মাঝখানের পা-কে উপর দিকে খানিকটা তুলে রাখা হয় যাতে AB দণ্ড উপর দিকে প্রসারিত হবার জায়গা পায়। এবারে চোঙের মধ্যে স্টীম পাঠানো হয়। ইহাতে চোঙের ভিতরে উষ্ণতা ক্রমশ বাড়তে থাকে। T_1 ও T_2 থার্মোমিটার লক্ষ্য ক'রলে ইহা বোঝা যায়। অবশেষে চোঙের ভিতরের উষ্ণতা একটি নির্দিষ্ট মানে পৌঁছায়, এবং T_1 ও T_2 থার্মোমিটারে পারদ এক স্থানে স্থির হ'য়ে দাঁড়িয়ে থাকে। থার্মোমিটারদ্বয়ের পাঠ আবার নেওয়া হয়। ধরা যাক এই পাঠ (t_2)। স্ফেরোমিটারের মাঝখানের পাকে নামিয়ে দণ্ডের উপর প্রান্ত স্পর্শ করানো হয় ও উহার পাঠ নেওয়া হয়। স্ফেরোমিটারের এই পাঠ থেকে আগের পাঠ বাদ দিলে দণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রসারণ (x) পাওয়া যায়। তাহ'লে

$$\alpha = \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}} = \frac{x}{l(t_2 - t_1)}।$$

x, l, t_1 ও t_2 এর মান জানা থাকায় 'α' এর মান পাওয়া যায়।

2.4. গড় দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক ঃ
(0°C থেকে 100°C উষ্ণতার মধ্যে)

পদার্থ	α/°C	পদার্থ	α/°C
তামা	17×10^{-6}	লোহা	12×10^{-6}
পিতল	19×10^{-6}	প্লাটিনাম	$9{\cdot}0\times10^{-6}$
অ্যালুমিনিয়াম	23×10^{-6}	ইস্পাত	11×10^{-6}
জার্মেনিয়াম	$6{\cdot}0\times10^{-6}$	রুপা	19×10^{-6}
সাধারণ কাচ	$9{\cdot}0\times10^{-6}$	দস্তা	27×10^{-6}
ইনভার	$0{\cdot}9\times10^{-6}$	পাইরেক্স কাচ	$3{\cdot}2\times10^{-6}$

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 50°C উষ্ণতায় কোন তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 2·00166 মিটার এবং 200°C উষ্ণতায় 2·00664 মিটার। 0°C উষ্ণতায় এই দণ্ডের দৈর্ঘ্য এবং দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $l_2=l_1\{1+\alpha(t_2-t_1)\}$।

অতএব, $2{\cdot}00664=2{\cdot}00166\,\{1+\alpha(200-50)\}$

$$\therefore\ \alpha=\frac{0{\cdot}00498}{2{\cdot}00166\times150}=0{\cdot}0000166\,।$$

আবার, $l_1=l_0(1+\alpha t_1)$।

$$l_0=\frac{l_1}{1+\alpha t_1}=\frac{2{\cdot}00166}{1+0{\cdot}0000166\times50}=1{\cdot}9998\text{ metre.}$$

2. 0°C উষ্ণতায় লোহা ও দস্তার দণ্ডের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য 2 মিটার। দণ্ড দ্বয়কে সমভাবে উত্তপ্ত করা হয়। 50°C উষ্ণতায় দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্যের চেয়ে 0·181 cm. বৃদ্ধি পায়। দস্তার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·0000298/°C হ'লে লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক, লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $=\alpha$।

শর্তানুযায়ী 50°C উষ্ণতায় দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য $=(l_1+0{\cdot}181)$, 50°C উষ্ণতায় লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_1।

বর্ধিত অবস্থায় লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য $l_t=200(1+\alpha\times50)$......(i)

দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য $=l_t+0{\cdot}181=200(1+0{\cdot}0000298\times50)$......(ii)

(ii) থেকে (i) বিয়োগ ক'রে

$$l_t+0{\cdot}181-l_t=200(1+0{\cdot}0000298\times50)-200(1+\alpha\times50)$$
$$=200\times0{\cdot}0000298\times50-10000\alpha$$

বা, $10000\alpha=0{\cdot}298-0{\cdot}181=0{\cdot}117.$

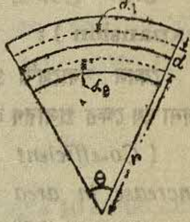
$$\therefore\ \alpha=\frac{0{\cdot}117}{10000}=0{\cdot}0000117\text{ per °C.}$$

3. T_0 উষ্ণতায় সমান দৈর্ঘ্য (l_0) ও বেধ (d) বিশিষ্ট দু'টি ধাতব পাতকে রিভেট করা হয়। একটি পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α_1 এবং অপরটির $\alpha_2(\alpha_1>\alpha_2)$। এই সমবায়কে $T_0+\Delta T$ উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে ইহা বৃত্তচাপে পরিণত হয়। এই বৃত্ত চাপের ব্যাসার্ধ r) নির্ণয় কর।

সমাধান : $T_0+\Delta T$ উষ্ণতায় উপর পাতের দৈর্ঘ্য l_1, নীচের পাতের দৈর্ঘ্য l_2, ও উভয় পাতের মধ্যবর্তী রেখাদ্বয়ের দূরত্ব d হ'লে

$$l_2=r\theta,\ l_1=(r+d)\theta \qquad [\,r << d\,]$$

$$\therefore\ \frac{l_1}{l_2}=1+\frac{d}{r}$$



চিত্র 11

কিন্তু, $$\frac{l_1}{l_2}=\frac{l_0(1+\alpha_1\Delta T)}{l_0(1+\alpha_2\Delta T)}\cong 1+(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T$$

অতএব, $$1+\frac{d}{r}=1+(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T$$

বা, $$r=\frac{d}{(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T}$$

$\alpha_1=\alpha_2$ বা $\Delta T=0$ হ'লে $r=\infty$ হয় ও দ্বিধাতবপাত সোজা থাকে।

4. একটি দোলকের পিণ্ডের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $1{\cdot}9\times10^{-5}/{}^\circ C$। ইহা 25°C উষ্ণতায় প্রকৃত সময় নির্দেশ ক'রলে 40°C উষ্ণতায় প্রতিদিন কত সেকেণ্ড স্লো যায় ?

সমাধান : আমরা জানি যে দোলনকাল, $T=2\pi\sqrt{l/g}$; l= দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য ও g= অভিকর্ষজ ত্বরণ। উষ্ণতা পরিবর্তিত হ'লে l পরিবর্তিত হয় ও দোলন কালও পরিবর্তিত হয়। t_1°C উষ্ণতায় দোলনকাল, $T_1=2\pi\sqrt{l_1/g}$ ও t_2°C উষ্ণতায় দোলনকাল, $T_2=2\pi\sqrt{l_2/g}$।

$$\therefore\ \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}=\sqrt{\frac{l_1\,[1+\alpha(t_2-t_1)]}{l_1}}$$

$$=1+\tfrac{1}{2}\alpha(t_2-t_1) \qquad [\text{ কম মানের পদ অগ্রাহ্য ক'রে }]$$

$$\therefore\ \frac{T_2-T_1}{T_1}=\frac{1}{2}\times1{\cdot}9\times10^{-5}\times(40-25)=0{\cdot}0001425\ \text{sec.}$$

$\therefore$ ঘড়ি প্রতি সেকেণ্ডে 0·0001425 sec. স্লো যায়।

কাজেই, 1 দিনে $24\times3600\times14{\cdot}25\times10^{-5}=12{\cdot}3$ sec. স্লো যায়।

5. তিনটি দস্তার দণ্ড একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ গঠন করে। উষ্ণতা বৃদ্ধি পেলে ইহার ভূমিকোণের কোন পরিবর্তন হবে কি ?

সমাধান ঃ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয় একই উপাদানের হওয়ায় উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইহাদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি সমান হয় অর্থাৎ ত্রিভুজ সমদ্বিবাহুই থাকে।

ধরা যাক, উষ্ণতা বৃদ্ধির আগে ত্রিভুজের সমান দুই বাহুর প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য l, ভূমির দৈর্ঘ্য $2a$ ও ভূমিকোণ θ_1। উষ্ণতা বৃদ্ধির পর ভূমিকোণ $=\theta_2$ হ'লে

$$\cos\theta_1=\frac{a}{l} \text{ ও } \cos\theta_2=\frac{a(1+\alpha t)}{l(1+\alpha t)}=\frac{a}{l}=\cos\theta_1$$

অতএব, $\theta_1=\theta_2$ অর্থাৎ ভূমি কোণের কোন পরিবর্তন হয় না।

2.5. ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক (Co-efficient of superficial expansion) ঃ

কোন পদার্থের প্রতি এক একক ক্ষেত্রফলের 0° থেকে এক ডিগ্রী উষ্ণতা বাড়ার জন্য যে ক্ষেত্র প্রসারণ হয় তাকে ঐ পদার্থের ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে।

(*Co-efficient of superficial expansion is defined to be equal to the increase in area per unit area of a surface at 0°, for a rise of temperature of 1°.*)

ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় কোন বস্তুর ক্ষেত্রফল A_0। ইহার উষ্ণতা t°C ক'রলে ইহার ক্ষেত্রফল হয় A_t। কাজেই, t°C উষ্ণতা বাড়ার দরুন ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $=A_t-A_0$। অতএব, প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বাড়ার জন্য প্রতি এক একক ক্ষেত্রফলে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $=\frac{A_t-A_0}{A_0\times t}$। সংজ্ঞানুযায়ী, ইহাই ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক β।

অর্থাৎ, $\beta=\frac{A_t-A_0}{A_0 t}$। বা, $A_t=A_0(1+\beta t)$।

ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক ও দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক (*Relation between Co-efficient of superficial expansion and Co-efficient of linear expansion.*) ঃ

ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় কোন আয়তাকার ধাতব পাতের দৈর্ঘ্য l_0 এবং প্রস্থ b_0। ইহার উষ্ণতা t°C করা হ'লে ইহার দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বৃদ্ধি পেয়ে l_t ও b_t হয়।

আবার, $l_t=l_0\ (1+\alpha t)$ এবং

$b_t=b_0\ (1+\alpha t)$; $\alpha=$ পাতের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক।

অতএব, $l_t\times b_t=l_0 b_0\ (1+\alpha.t)^2$।

অথবা, $A_t=A_0\ (1+2\alpha.t+\alpha^2t^2)$।

$A_t=l_t\times b_t=$ আয়তাকার পাতের t°C উষ্ণতায় ক্ষেত্রফল।

এবং $A_0=l_0\times b_0=$,, ,, 0°C ,, ,, ।

কিন্তু α^2t^2 এর মান খুব কম হওয়ায় ইহাকে অগ্রাহ্য করা যায়।

$\therefore\ A_t=A_0\ (1+2\alpha t)$ ... ... (i)

আবার, ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক β হ'লে সংজ্ঞানুযায়ী

$$A_t = A_0 (1+\beta t) \cdots \cdots \cdots \cdots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা ক'রে লেখা যায় $\beta = 2\alpha$

অর্থাৎ, কোন ধাতুর ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক ইহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের দ্বিগুণ। ইহাই ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক ও দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক।

ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্কও ক্ষেত্রফলের এককের উপর নির্ভর করে না—কিন্তু উষ্ণতার এককের উপর নির্ভর করে।

উদাহরণ (Example) ঃ

0°C উষ্ণতায় কোন পিতলের পাতের দৈর্ঘ্য 50 cm. এবং প্রস্থ 10 cm.। 100°C উষ্ণতায় ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি 1·9 cm^2 হ'লে পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\beta = \dfrac{A_t - A_0}{A_0 \times t}$ ।

এখানে $A_t - A_0 = 1{\cdot}9\ cm^2$. এবং $A_0 = 50 \times 10 = 500\ cm^2$

$$\beta = \frac{1{\cdot}9}{500 \times 100};$$

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{1{\cdot}9}{2 \times 500 \times 100} = \frac{1{\cdot}9}{10^5} = 19 \times 10^{-6}/°C$$

2.6. আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক (Co-efficient of cubical expansion) ঃ

কোন পদার্থের প্রতি এক একক আয়তনের 0° থেকে এক ডিগ্রী উষ্ণতা বাড়ার জন্য যে আয়তন প্রসারণ হয় তাকে ঐ পদার্থের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে।

(Co-efficient of cubical expansion of a solid is defined to be equal to the increase in volume per unit volume of a body at 0° for a rise of temperature of 1°.)

ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় কোন বস্তুর আয়তন V_0। ইহার উষ্ণতা t°C ক'রলে ইহার আয়তন হয় V_t। কাজেই, t°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য আয়তন বৃদ্ধি $= V_t - V_0$। অতএব, প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রতি এক একক আয়তনে আয়তন বৃদ্ধি $= \dfrac{V_t - V_0}{V_0 \times t}$। সংজ্ঞানুযায়ী, ইহাই বস্তুর আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক γ।

অর্থাৎ, $\gamma = \dfrac{V_t - V_0}{V_0 \times t}$; বা, $V_t = V_0(1+\gamma.t)$।

আয়তন প্রসারণ গুণাংক ও দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক (*Relation between Co-efficient of cubical expansion and co-efficient of linear expansion*) :

ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় কোন আয়তাকার ধাতব ব্লকের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য l_0, b_0 ও h_0 এবং t°C উষ্ণতায় উহারা যথাক্রমে l_t, b_t, h_t। তাহ'লে

$$l_t = l_0 (1+\alpha t),$$
$$b_t = b_0 (1+\alpha t),$$
$$h_t = h_0 (1+\alpha t)\text{।}$$
$$\therefore\ l_t b_t h_t = l_0 b_0 h_0 (1+\alpha t)^3$$
$$\therefore\ V_t = V_o (1+\alpha t)^3 = V_0(1+3\alpha t+3\alpha^2 t^2+\alpha^3 t^3);$$

$V_t = l_t b_t h_t$ = আয়তাকার ব্লকের t°C উষ্ণতায় আয়তন,

এবং $V_0 = l_0 b_0 h_0$ = " " 0°C " "

$3\alpha^2 t^2$ ও $\alpha^3 t^3$ কম মানের হওয়ায় অগ্রাহ্য করা যায়।

তাহ'লে $V_t = V_0 (1+3\alpha t)$ ... ... (iii)

আবার, আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক γ হ'লে সংজ্ঞানুযায়ী

$$V_t = V_o (1+\gamma . t) \text{ ... ... (iv)}$$

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ তুলনা ক'রে লেখা যায়. $\gamma = 3\alpha$,

অর্থাৎ কোন ধাতুর আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক উহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের তিনগুণ। ইহাই আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক ও দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক। আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কও আয়তনের এককের উপর নির্ভর করে না—কিন্তু উষ্ণতার এককের উপর নির্ভর করে।

2.7. কঠিন পদার্থের তিন প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক (Relation between the three Co-efficients of expansion of solids) :

আমরা জানি যে, $\beta = 2\alpha$ এবং $\gamma = 3\alpha$। অতএব $\alpha = \beta/2 = \gamma/3$। ইহাই **কঠিন পদার্থের তিন গুণাঙ্কের পারস্পরিক সম্পর্ক।**

উষ্ণতার সঙ্গে ঘনত্বের পরিবর্তন (*Change of density with temperature*) :

আমরা জানি, যে, কঠিন বস্তুকে উত্তপ্ত কর'লে ইহার আয়তন বাড়ে, কিন্তু ভর অপরিবর্তিত থাকে। ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় বস্তুর আয়তন V_0 এবং ঘনত্ব ρ_0। বস্তুর উষ্ণতা t°C ক'রলে ইহার আয়তন ও ঘনত্ব পরিবর্তিত হ'য়ে যথাক্রমে V_t ও ρ_t হয়। বস্তুর ভর m হ'লে $m = V_0\rho_0 = V_t\,\rho_t$

$$\text{অতএব, } \frac{\rho_t}{\rho_0} = \frac{V_o}{V_t} = \frac{V_o}{V_o(1+\gamma t)} = \frac{1}{1+\gamma t}$$

$\therefore\ \rho_t = \dfrac{\rho_0}{1+\gamma t} = \rho_0 (1+\gamma t)^{-1}$ [কারণ, আমরা জানি যে, $V_t = V_0(1+\gamma t)$; পদার্থের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক γ]

$= \rho_0 (1-\gamma t)$ [কম মানের পদগুলি অগ্রাহ্য ক'রে]

সাধারণভাবে, t_1 ও t_2 ডিগ্রী উষ্ণতায় কোন পদার্থের ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_1 ও ρ_2 হ'লে

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{1+\gamma t_2}{1+\gamma t_1}=(1+\gamma t_2)(1+\gamma t_1)^{-1}=(1+\gamma t_2)(1-\gamma t_1)$$

$$=1+\gamma(t_2-t_1) \text{ (কম মানের পদগুলি অগ্রাহ্য ক'রে)}$$

$$\therefore \quad \rho_1=\rho_2\,[1+\gamma\,(t_2-t_1)]\text{ ।}$$

উদাহরণ (Example) ঃ

একখণ্ড ধাতুর বায়ুতে ওজন 46 gm. । 27°C উষ্ণতা এবং 1·24 আপেক্ষিক গুরুত্বের তরলে নিমজ্জিত অবস্থায় ঐ ধাতুখণ্ডের ওজন 30 gm. । তরলের উষ্ণতা 42°C ক'রলে ধাতু খণ্ডের ওজন 30·5 gm. হয়। 42°C উষ্ণতায় তরলের আপেক্ষিক গুরুত্ব 1·20 । ধাতুর দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। *(I. I. T. 1974)*

সমাধান ঃ তরলে নির্মজ্জিত অবস্থায় কঠিন পদার্থ যে পরিমাণ তরল অপসারিত ক'রে ঠিক সেই পরিমাণ ইহার ভর কমে। ধরা যাক্, 27°C উষ্ণতায় ধাতু খণ্ডের আয়তন V c.c. । 27°C উষ্ণতায় ভর হ্রাস $=46-30=16$ gm. । অপসারিত তরলের ভর $=V\times1{\cdot}24$ gm । অতএব, $V\times1{\cdot}24=16\cdots$(i) । 42°C উষ্ণতায় ভর হ্রাস $=46-30{\cdot}5=15{\cdot}5$ gm. । ধাতুর আয়তন $V'=V(1+\gamma t)=V(1+15\gamma)$ । কারণ উষ্ণতা বৃদ্ধি $=42-27=15$°C এবং $\gamma=$ আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক। কাজেই, অপসারিত তরলের ভর $=V'\times1{\cdot}20=1{\cdot}2V(1+15\gamma)$ । অতএব, $1{\cdot}2V(1+15\gamma)=15{\cdot}5$ । ⋯ ⋯ ⋯ (ii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ ক'রলে পাওয়া যায়,

$$\frac{1{\cdot}2(1+15\gamma)}{1{\cdot}24}=\frac{15{\cdot}5}{16}\text{ ।}\quad \text{অতএব. } \gamma=6{\cdot}94\times10^{-5}/°C\text{ ।}$$

কাজেই, দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $=\frac{\gamma}{3}=2{\cdot}31\times10^{-5}/°C$ ।

2.8. কঠিন পদার্থের প্রসারণের কয়েকটি প্রয়োগ (Some of the applications of the expansion of solid) ঃ

(1) রেল লাইন পাতার সময় দুই লাইনের মাঝে কিছুটা স্থান ফাঁকা রাখা হয়। কারণ, রৌদ্রের তাপে বা চাকার ঘর্ষণে লোহা উত্তপ্ত হ'য়ে প্রসারিত হয়। এই প্রসারণের সুবিধার জন্যই ফাঁক রাখা হয়। ফাঁক না থাকলে প্রসারণের ফলে লাইন বেঁকে যায়।

(2) টেলিগ্রাফ, টেলিফোন ইত্যাদির তার খাটানোর সময় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বা সংকোচনের কথা বিবেচনা ক'রে ব্যবস্থা গ্রহণ করা হয়।

(3) লোহার সেতুতে, বাড়ির লোহার কাঠামোয় প্রসারণের ব্যবস্থা রাখা হয়।

(4) কাঠের চাকার লোহার বেড়ের পরিধি চাকার পরিধির চেয়ে একটু ছোট ক'রে তৈরী করা হয়। বেড়কে উত্তপ্ত ক'রলে ইহার পরিধি বেড়ে যায় এবং বেড়কে সহজে চাকার উপর লাগানো যায়। বেড়কে ঠাণ্ডা ক'রলে ইহা সঙ্কুচিত হ'য়ে চাকার গায়ে দৃঢ়ভাবে আটকে যায়।

(5) প্রসারণ ও সঙ্কোচনের সাহায্যে দু'টি ধাতব পাতকে রিভেটের দ্বারা দৃঢ়ভাবে আটকানো যায়। বাষ্পাধারের পাতগুলিকে রিভেট করা হয়। ইহাতে বাষ্প বের হ'তে পারে না।

(6) অনেক সময় শিশি বা বোতলের ঢাকনা সহজে খোলা যায় না। কিন্তু তাপ দিলে ঢাকনা সহজেই খুলে যায়। ধাতুর প্রসারণ গুণাঙ্ক কাচের প্রসারণ গুণাঙ্কের চেয়ে অনেক বেশি হওয়ায় ধাতব ঢাকনা কাচের শিশির মুখের চেয়ে বেশি প্রসারিত হয় এবং আল্‌গা হ'য়ে যায়। তাই তাপ দিলে ঢাকনা সহজে খোলে।

(7) পুরু কাচ পাত্রে গরম জল ঢাললে পাত্র ফেটে যেতে পারে। কারণ কাচ তাপের ভাল পরিবাহী নয়। তাই, গরম জলের তাপে পাত্রের ভিতরের আয়তন যতটা প্রসারিত হয়, বাইরের আয়তন ততটা হয় না। একই পাত্রের ভিতর ও বাইরের এই অসমান প্রসারণের দরুন যে বল উৎপন্ন হয় তার জন্যই পাত্র ফেটে যায়। পাতলা কাচের পাত্রে তাপ সহজেই ভিতর থেকে বাইরে পরিবাহিত হয়। তাই পাতলা কাচের পাত্র সহজে ফাটে না।

(8) ধাতব স্কেলের উষ্ণতা বাড়লে ইহার দুই দাগের ব্যবধান বেড়ে যায়। আবার উষ্ণতা ক'মলে এই ব্যবধান কমে যায়। তাই, যে উষ্ণতায় অংশাঙ্কন করা হয় শুধুমাত্র সেই উষ্ণতাতেই স্কেল সঠিক পাঠ দেয়। অবশ্য স্কেলের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক জানা থাকলে এই পাঠ সংশোধন করা যায়।

(9) কাঠের দরজা, জানালা তৈরী করার সময় ভালো (seasoned) কাঠ ব্যবহার না ক'রলে ঋতু পরিবর্তনের সঙ্গে ইহাদের প্রসারণ ও সঙ্কোচনের দরুন নানা অসুবিধা দেখা দেয়।

(10) উত্তপ্ত ক'রলে পাথরের বাইরের স্তর প্রসারিত হয় কিন্তু ভিতরের স্তর প্রসারিত হয় না। এই অসমান প্রসারণের জন্য পাথর ফেটে যায়।

প্রতীবিহিত দোলক (*Compensated pendulum*) :

আমরা জানি যে, সরল দোলকের দোলন কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$,

'l' দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য ও g অভিকর্ষজ ত্বরণ। দেওয়াল ঘড়ির কার্যনীতি সরল দোলকের ন্যায় হওয়ায় সঠিক সময় দেওয়ার জন্য ইহার কার্যকর দৈর্ঘ্য (l) কে উষ্ণতা হ্রাস বা বৃদ্ধির সাথে পরিবর্তিত হ'লে চ'লবে না। কারণ 'l' বাড়লে ঘড়ি স্লো চ'লবে, আবার 'l' ক'মলে ঘড়ি ফাস্ট যাবে। কাজেই ঘড়ি সঠিক সময় দেবে না। উষ্ণতা হ্রাস বা বৃদ্ধির দরুন যে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয় না তাকে **প্রতীবিহিত দোলক** বলে।

2.9. Harrison এর grid-iron দোলক :

ইহা এক ধরনের প্রতিবিহিত দোলক। 12 নং চিত্রে ইহার মূলতত্ত্ব বোঝানো হ'য়েছে। AB ও CD যথাক্রমে ইস্পাত ও পিতলের সমান্তরাল দণ্ড। ইহারা BC দণ্ড দ্বারা আড়াআড়ি ভাবে যুক্ত। A বিন্দু স্থির থাকলে উষ্ণতা বৃদ্ধির সাথে AB দণ্ড নীচের দিকে ও CD দণ্ড উপর দিকে প্রসারিত হয়। দণ্ডদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ও দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যদি এরূপ হয় যে, যে কোন উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য AB দণ্ডের নীচের দিকে প্রসারণ CD দণ্ডের উপর দিকের প্রসারণের সমান হয় তাহ'লে উষ্ণতা পরিবর্তনের সাথে A ও D বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের কোন পরিবর্তন হয় না। A বিন্দু দোলকের আলম্ব-বিন্দু (point of suspension) ও D বিন্দু পিণ্ডের ভারকেন্দ্র হ'লে উষ্ণতার সাথে দোলকের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয় না। AB ও CD দণ্ডদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1 ও l_2 এবং ইহাদের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে α_1 ও α_2 হ'লে t° উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য ইহাদের দৈর্ঘ্য প্রসারণ যথাক্রমে $l_1\alpha_1 t$ ও $l_2\alpha_2 t$। সুতরাং দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য স্থির থাকার জন্য,

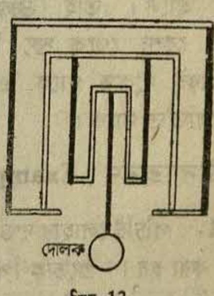


চিত্র 12

$$l_1\alpha_1 t = l_2\alpha_2 t$$

অর্থাৎ, $$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

অতএব, দণ্ডদ্বয়ের দৈর্ঘ্যকে ইহাদের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের ব্যস্তানুপাতী হ'তে হয়। 12 নং চিত্রে $l_1 > l_2$ হওয়ায় $\alpha_1 < \alpha_2$ অর্থাৎ CD দণ্ডের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক AB এর তুলনায় বেশি হয়। 13 নং চিত্রে এই দোলক দেখানো হ'য়েছে। এই দোলকে 5টি ইস্পাতের দণ্ড ও 4টি পিতলের দণ্ড আছে। মাঝের ইস্পাতের দণ্ডের সাথে দোলকের পিণ্ড আটকানো থাকে এবং ইহার দু'পাশে দু'টি ক'রে ইস্পাতের ও পিতলের দণ্ড থাকে। দণ্ডগুলির প্রান্ত ধাতব টুকরো দ্বারা আড়াআড়ি ভাবে যুক্ত থাকে এবং দণ্ডগুলি পরস্পরের সমান্তরালভাবে ঝুলতে থাকে। দণ্ডগুলিকে এমন ভাবে সাজানো হয় যে, ইস্পাতের দণ্ডগুলির প্রসারণের দরুন পিণ্ডটি নীচের দিকে নামে এবং পিতলের দণ্ডগুলির প্রসারণের দরুন ইহা উপরের দিকে ওঠে। ইস্পাতের দণ্ডগুলির নীচের দিকে মোট প্রসারণ এবং পিতলের দণ্ডগুলির উপর দিকে মোট প্রসারণ সমান হওয়ায় দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকে। মাঝের



চিত্র 13

ইস্পাতের দণ্ড ছাড়া অপর দণ্ডগুলি জোড়ায় জোড়ায় আছে। **যেহেতু একই ধাতুর দু'টি সদৃশ দণ্ড একই ধাতুর টুকরার সংগে যুক্ত থাকে এবং ইহারা একই দিকে সমান মানে প্রসারিত হয় সেই হেতু পিণ্ডের সরণ নির্ণয় ক'রতে হ'লে প্রত্যেক জোড়া দণ্ডের মধ্যে শুধুমাত্র একটি দণ্ডের প্রসারণ নিতে হয়।** অর্থাৎ তিনটি ইস্পাতের দণ্ডের প্রসারণ দু'টি পিতলের দণ্ডের প্রসারণের সমান হয়। ইস্পাতের দণ্ডের গড় দৈর্ঘ্য l_1 এবং পিতলের দণ্ডের গড় দৈর্ঘ্য l_2 হ'লে লেখা যায়, $3l_1\alpha_1 t = 2l_2\alpha_2 t$।

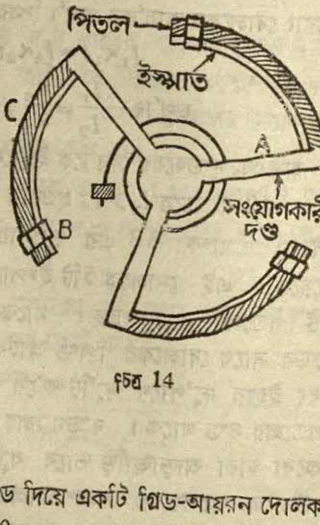
$\therefore \dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{2\alpha_2}{3\alpha_1}$; α_1 ও α_2 যথাক্রমে ইস্পাত ও পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক।

বর্তমানে, 36% নিকেল ও 64% ইস্পাত মিশিয়ে ইনভার (Invar) নামে একটি সংকর ধাতু তৈরী করা হয়। ইহার প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·0000009/°C—অর্থাৎ অতি সামান্য। তাই ইন্‌ভার নির্মিত দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য উষ্ণতা পরিবর্তনের সংগে পরিবর্তিত হয় না ব'ললেই চলে।

2.10. তুলন চক্র (Balance wheel) ঃ

হাতঘড়ির তুলন চক্রের দোলনকাল বিভিন্ন ঋতুতে উষ্ণতার পরিবর্তন সাপেক্ষে স্থির রাখার উদ্দেশ্যে দ্বিধাতব পাতের ব্যবহার হ'য়ে থাকে।

পিতল ও ইস্পাতের তিনটি দ্বিধাতব পাত 14 নং চিত্রের ন্যায় আটকানো হয়। উষ্ণতা বাড়লে A দণ্ড বাড়ে, কিন্তু দ্বিধাতব পাত C-এর বক্রতা বৃদ্ধি পাওয়ার জন্য উন্মুক্ত প্রান্তে আটকানো স্ক্রু B ভিতরের দিকে আসে। তাই উষ্ণতা পরিবর্তিত হ'লেও কেন্দ্র থেকে স্ক্রু তিনটি আগের মত একই দূরত্বে থাকে এবং দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকে।



চিত্র 14

উদাহরণ (Examples)

1. পাঁচটি লোহার দণ্ড ও চারটি পিতলের দণ্ড দিয়ে একটি গ্রিড-আয়রন দোলক তৈরী করা হয়। প্রত্যেক পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50 cm.। প্রত্যেক লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 12×10^{-6}/°C এবং পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 18×10^{-6}/°C]।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে তিনটি লোহার দণ্ড এবং দু'টি পিতলের দণ্ড দৈর্ঘ্য প্রসারণে অংশগ্রহণ করে এবং

3টি লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রসারণ = 2টি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রসারণ।
প্রত্যেক লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য l হ'লে,

$$3\times l\times12\times10^{-6}=2\times50\times18\times10^{-6}$$

$$\text{বা,}\quad l=\frac{2\times50\times18\times10^{-6}}{3\times12\times10^{-6}}=50\text{ cm.}$$

2. একটি অ্যালুমিনিয়াম গোলক একটি চাপ কক্ষে 15°C উষ্ণতায় ও 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে তেল দ্বারা আবৃত আছে। চাপ কত বৃদ্ধি ক'রলে 30°C উষ্ণতাতে ঐ গোলক প্রসারিত হবে না। অ্যালুমিনিয়ামের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 23×10^{-6}/°C ও আয়তন গুণাঙ্ক $7{\cdot}7\times10^{10}$ newton/m².

সমাধান : ধরা যাক্, উষ্ণতা 15°C থেকে 30°C হ'লে গোলকের আয়তন V_o থেকে V হয়। তাহ'লে,

$$V=V_o\{1+3\alpha(30-15)\}$$

$$\text{অতএব,}\quad \frac{V}{V_0}=1+3\times23\times20^{-6}\times15\text{ ; অথবা, }\frac{V-V_0}{V_o}=1035\times10^{-6}$$

চাপ বৃদ্ধি P ও আয়তন গুণাঙ্ক K হ'লে, $K=\dfrac{P}{\dfrac{V-V_o}{V_o}}$

$$\text{অতএব,}\quad P=K\times\frac{V-V_o}{V_0}=7{\cdot}7\times10^{10}\times1035\times10^{-6}\text{ newton/m}^2$$

$$=\frac{7{\cdot}7\times10^{10}\times1035\times10^{-6}}{101300}=770\text{ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ।}$$

3. একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য L ও উষ্ণতা T_0। ইহার এক প্রান্তের উষ্ণতা T_o রেখে অপর প্রান্তের উষ্ণতা T_1 করা হ'লে স্থিত অবস্থায় ইহার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত হয়? দণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α।

সমাধান : স্থিত অবস্থায় দণ্ডের গড় উষ্ণতা $=(T_o+T_1)/2$।
কাজেই, গড় উষ্ণতা বৃদ্ধি,

$$\Delta T=\frac{T_1+T_0}{2}-T_o=\frac{T_1-T_o}{2}$$

$$\text{অতএব,}\quad \alpha=\frac{\Delta L}{L\cdot\Delta T}=\frac{\Delta L}{L\left(\dfrac{T_1-T_o}{2}\right)}$$

$$\text{অথবা,}\quad \Delta L=\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}=\tfrac{1}{2}L\alpha(T_1-T_0)$$

4. 10°C উষ্ণতায় ইস্পাতের ফিতার সাহায্যে তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 90 cm. মাপা হ'ল। 30°C উষ্ণতায় উহার দৈর্ঘ্য কত হয়? তামা ও ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে $\alpha_c=17\times10^{-6}$/°C এবং $\alpha_s=11\times10^{-6}$/°C ; 10°C উষ্ণতায় ইহার মান নির্ভুল ব'লে মনে কর।

সমাধান : তামার দণ্ডের আপাত প্রসারণ = দণ্ডের প্রসারণ − ফিতার প্রসারণ

$= \alpha_c l_1 t - \alpha_s l_1 t = (\alpha_c - \alpha_s) l_1 \times t$ (t উষ্ণতার পার্থক্য)।

$= 6 \times 10^{-6} \times 90 \times 20 = 0{\cdot}01$ cm.

$\therefore$ 30°C উষ্ণতায় পাঠ $= 90 + 0{\cdot}01 = 90{\cdot}01$ cm.।

5. পিতলের মিটার স্কেল দিয়ে কোন দস্তার দণ্ডকে মাপা হয়। 0°C উষ্ণতায় এই স্কেল সঠিক। 10°C উষ্ণতায় দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 1·0001 মিটার পাওয়া যায়। 0°C ও 10°C উষ্ণতায় দণ্ডের প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত? দস্তার ও পিতলের গড় দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে 0·000029/°C এবং 0·000019/°C।

সমাধান : 0°C উষ্ণতায় স্কেল সঠিক হওয়ায় ইহার দৈর্ঘ্য = 1 m.

10°C উষ্ণতায় স্কেলের দৈর্ঘ্য $= 1(1 + 0{\cdot}000019 \times 10) = 1{\cdot}00019$ m.

$\therefore$ 10°C উষ্ণতায় 1 m. স্কেলের দৈর্ঘ্য বাড়ে 0·00019 m.

$\therefore$ 10°C উষ্ণতায় দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= 1{\cdot}0001 + 0{\cdot}00019 = 1{\cdot}00029$ m.

ধরা যাক, $l_o = 0$°C উষ্ণতায় দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য।

তাহ'লে $l_o(1 + 0{\cdot}000029 \times 10) = 1{\cdot}00029$।

$$\therefore \quad l_o = \frac{1{\cdot}00029}{1 + 0{\cdot}000029 \times 10} = \frac{1{\cdot}00029}{1{\cdot}00029} = 1 \text{ m.}$$ ।

6. 30°C উষ্ণতায় 0·2 বর্গ ইঞ্চি প্রস্থচ্ছেদের কোন ইস্পাত দণ্ডের প্রান্তদ্বয় আটকানো আছে। যদি উষ্ণতা ক'মে 20°C হয়, তা'হলে দণ্ডে টানের মান কত? ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক, 33×10^6 poundal/sq. in. ও ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 11×10^{-6}/°C।

সমাধান : ধরা যাক, দণ্ডের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য L_1 ইঞ্চি

$\therefore$ দণ্ডের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = \alpha \times L_1 \times$ উষ্ণতা পার্থক্য,

$= 11 \times 10^{-6} \times L_1 \times (30 - 20) = 11 \times 10^{-5} \times L_1$ ।

ধরা যাক, 20°C উষ্ণতায় দণ্ডের টান এবং স্থির উষ্ণতায় l_1 দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় বল (F) সমান হয়।

আবার, $Y = \dfrac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \dfrac{F/A}{l_1/L_1} = \dfrac{FL_1}{A.l_1}$, A = প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$$\therefore \quad F = AY\frac{l_1}{L_1} = 0{\cdot}2 \times 33 \times 10^6 \times \frac{11 \times 10^{-5} L_1}{L_1} = 726 \text{ lb.}$$ ।

7. 30°C উষ্ণতায় কোন ঘড়ির পিতলের দোলক নির্ভুল সময় দেয়। 20°C উষ্ণতায় ঘড়ি দিনে কত সেকেন্ড ফাস্ট বা স্লো যায়? পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000018/°C।

সমাধান ঃ মনে কর, 20°C উষ্ণতায় দোলকের দৈর্ঘ্য $=l_{20}$। তাহ'লে

30°C উষ্ণতায় দোলকের দৈর্ঘ্য $=l_{20}(1+0{\cdot}000018\times10)$ cm.।

20°C এর চেয়ে 30°C উষ্ণতায় দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বেশি হওয়ায় দোলক 20°C উষ্ণতায় ফাস্ট চলে। মনে কর, দোলক প্রতিদিনে বা 86400 সেকেন্ডে n সেকেন্ড ফাস্ট চলে।

অর্থাৎ ঘড়ি 20°C উষ্ণতায় দিনে $(86400+n)$ বার অর্ধদোলন সম্পন্ন করে।

$\therefore$ 1টি অর্ধ দোলনের জন্য সময় $=\dfrac{86400}{86400+n}$ sec. এবং

20°C উষ্ণতায় ঘড়ির দোলনকাল $T_{20}=\dfrac{86400\times2}{86400+n}$; কারণ দু'টি অর্ধ দোলন মিলে একটি পূর্ণ দোলন হয়।

30°C উষ্ণতায় প্রতি সেকেন্ডে দোলক একটি অর্ধ দোলন সম্পন্ন করে।

সুতরাং, 30°C উষ্ণতায় দোলনকাল $T_{30}=2\times1=2$ sec.।

আবার দোলনকাল, $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ হওয়ায়

$$T_{20}=\frac{86400\times2}{86400+n}=2\pi\sqrt{\frac{l_{20}}{g}}\quad\ldots\quad\ldots(1)$$

$$\text{এবং } T_{30}=2=2\pi\sqrt{\frac{l_{30}}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{l_{20}(1+0{\cdot}000018\times10)}{g}}\quad\ldots(2)$$

(1) ও (2) কে বর্গ ক'রে এবং (2) কে (1) দ্বারা ভাগ ক'রে পাওয়া যায়,

$$\left(\frac{86400+n}{86400}\right)^2=1+0{\cdot}000018\times10$$

$$\text{বা, }\left(1+\frac{2n}{86400}\right)=1+0{\cdot}00018 \text{ (ছোট পদ অগ্রাহ্য ক'রে)।}$$

$$\therefore\quad n=\frac{0{\cdot}00018\times86400}{2}=7{\cdot}776 \text{ sec.।}$$

অর্থাৎ ঘড়ি প্রতিদিন 7·776 sec. ফাস্ট যায়।

8. ঠেলাগাড়ির চাকার ব্যাস 50·5 inch.। 157·4 inch পরিধির কোন লোহার বেড়কে ঐ চাকায় পরাতে হবে। বেড়কে পরাতে হ'লে ইহার উষ্ণতা কত বৃদ্ধি ক'রতে হবে? [লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাংক $\alpha=11\times10^{-6}$/°C]

সমাধান ঃ পরিধি 157·4 inch. হ'লে ব্যাস $=\dfrac{157{\cdot}4}{\pi}=\dfrac{157{\cdot}4}{3{\cdot}142}=50{\cdot}12$ ইঞ্চি; তাপে প্রসারিত হ'য়ে এই ব্যাস 50·5 inch. হয়।

উষ্ণতা t°C বাড়ানো হ'লে, $50{\cdot}5=50{\cdot}12\times(1+11\times10^{-6}\times t)$।

$\therefore\quad t=690$°C।

9. কোন ব্যারোমিটারের ব্রাস স্কেল 0°C উষ্ণতায় নির্ভুল পাঠ দেয়। ব্রাসের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·00002/°C ; 27°C উষ্ণতায় ব্যারোমিটারের পাঠ 75 cm.। 0°C উষ্ণতায় বায়ুমণ্ডলের চাপ কত ? (*I. I. T. '1977*)

সমাধান ঃ স্কেল 0°C উষ্ণতায় সঠিক হওয়ায় 27°C উষ্ণতায় ইহার দৈর্ঘ্য বাড়ে। এই স্কেলের 75 cm. দাগ 27°C উষ্ণতায় হয় $75(1+\alpha t)=75(1+0{\cdot}00002\times 27)$ $=75{\cdot}04$ cm.। কাজেই, 0°C উষ্ণতায় বায়ুমণ্ডলের চাপ $=75{\cdot}04$ cm.।

10. একটি ইস্পাতের এবং একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 0°C উষ্ণতায় কত হ'লে সব উষ্ণতায় ইস্পাতের দণ্ডের দৈর্ঘ্য তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্যের চেয়ে 5 cm. বেশি হয় ? তামা ও ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে $1{\cdot}7\times 10^{-5}$/°C এবং $1{\cdot}1\times 10^{-5}$/°C। [*I. I. T. '1975*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, 0°C উষ্ণতায় তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য L cm.। তাহ'লে 0°C উষ্ণতায় ইস্পাতের দণ্ডের দৈর্ঘ্য $=(L+5)$ cm.। সব উষ্ণতায় ইস্পাতের দণ্ডের দৈর্ঘ্যকে তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্যের চেয়ে 5 cm. বেশি হ'তে হ'লে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য উভয় দণ্ডের সমান দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হওয়া প্রয়োজন। অর্থাৎ $\alpha Lt= \alpha'(L+5)t$; $\alpha=$ তামার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক এবং $\alpha'=$ ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক। কাজেই,

$$1{\cdot}7\times 10^{-5}\times L=1{\cdot}1\times 10^{-5}\times(L+5)$$

অতএব, $L=9\frac{1}{6}$ cm. = তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য। তাহ'লে

ইস্পাতের দণ্ডের দৈর্ঘ্য $=L+5=14\frac{1}{6}$ cm.।

11. বিভিন্ন উপাদানের দুই দণ্ডকে পাশাপাশি সমান্তরালে রেখে ইহাদের প্রত্যেকের উভয় প্রান্তকে দুই বিপরীত দেওয়ালে আটকানো হয়। উভয় দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ A। প্রথম দণ্ডের দৈঘ্য l_1, দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α_1 এবং ইয়ং গুণাঙ্ক Y_1। দ্বিতীয় দণ্ডের অনুরূপ রাশিগুলি l_2, α_2 এবং Y_2। উভয় দণ্ডের উষ্ণতা T° বাড়ানো হয়। উচ্চ উষ্ণতায় উভয় দণ্ডের পারস্পরিক বল নির্ণয় কর। উচ্চ উষ্ণতায় উভয় দণ্ডের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ধ'রে নাও যে, দণ্ডদ্বয়ের প্রস্থচ্ছেদের কোন পরিবর্তন হয় না এবং দণ্ড দু'টি বাঁকে না ও দণ্ডদ্বয়ের কোন বিকৃতি ঘটে না।

[*I. I. T. 1975*]

সমাধান ঃ উত্তপ্ত হওয়ার দরুন প্রথম দণ্ডের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $=\alpha_1\, l_1\, T$ এবং দ্বিতীয় দণ্ডের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $=\alpha_2 l_2 T$। অতএব, মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $=(\alpha_1 l_1+\alpha_2 l_2)T$। স্থিতিস্থাপকতার জন্য প্রত্যেকের সংকোচন বিবেচনা করা যাক।

আমরা জানি যে, $Y=\frac{F}{A}\cdot\frac{l}{x}$; x সংকোচন এবং l প্রাথমিক দৈর্ঘ্য।

অতএব, সংকোচন $x=\frac{Fl}{AY}$। প্রথম দণ্ডের সংকোচন $=\frac{Fl_1}{AY_1}$ এবং দ্বিতীয় দণ্ডের

সংকোচন $= \frac{Fl_2}{AY_2}$। অতএব, মোট সংকোচন $= \frac{F}{A}\left(\frac{l_1}{Y_1}+\frac{l_2}{Y_2}\right)$। উভয় দণ্ডের দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকায় মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = মোট সংকোচন।

কাজেই, $(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2)\, T = \frac{F}{A}\left(\frac{l_1}{Y_1}+\frac{l_2}{Y_2}\right)$

অতএব, $F = \dfrac{AT(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2)}{\left(\frac{l_1}{Y_1}+\frac{l_2}{Y_2}\right)}$ = উভয় দণ্ডের মধ্যে পারস্পরিক বল।

T° উষ্ণতায় প্রথম দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= l_1 +$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি − সংকোচন

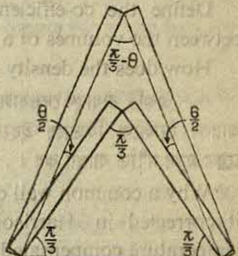
$$= l_1 + \alpha_1 l_1\, T - \frac{Fl_1}{AY_1} = l_1 + \alpha_1 l_1 T - \frac{l_1}{AY_1} \times \frac{AT(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2)}{\left(\frac{l_1}{Y_1}+\frac{l_2}{Y_2}\right)}$$

অনুরূপভাবে, T° উষ্ণতায় দ্বিতীয় দণ্ডের দৈর্ঘ্য

$$= l_2 + \alpha_2 l_2 T - \frac{l_2}{AY_2} \times \frac{AT(\alpha_2 l_2 + \alpha_1 l_1)}{\left(\frac{l_2}{Y_2}+\frac{l_1}{Y_1}\right)}\text{।}$$

12. 0°C উষ্ণতায় তিনটি দণ্ড একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে। দু'টি দণ্ড একই উপাদানের এবং অপর দণ্ড ইনভারের। তাপ দেওয়ার পর 100°C উষ্ণতায় একই উপাদানের দণ্ডদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{3} - \theta$ হ'লে প্রমাণ কর যে, ঐ উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $\frac{\sqrt{3}}{200} \cdot \theta$/°C হয়।

সমাধান ঃ 15 নং চিত্রে ত্রিভুজের ভূমি ইনভার দণ্ডের। 0°C উষ্ণতায় প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_0। 100°C উষ্ণতায় ইনভার দণ্ডের কোন প্রসারণ হয় না। অপর দণ্ডের দৈর্ঘ্য 100°C উষ্ণতায় l হ'লে এবং উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α হ'লে চিত্র অনুযায়ী লেখা যায়,



চিত্র 15

$$\frac{l}{\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{l_0}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)}$$

অথবা, $\dfrac{l_0(1+100\alpha)}{\sin(\pi/3+\theta/2)} = \dfrac{l_0}{\sin(\pi/3-\theta)}$

অথবা, $(1+100\alpha)(\sin \pi/3 \cos\theta - \cos\pi/3 \sin\theta)$
$= \sin\pi/3 \cos\theta/2 + \cos\pi/3 \sin\theta/2$

θ খুব কম মানের হ'লে $\sin\theta = \theta$ ও $\cos\theta = 1$। কাজেই,

$$(1+100\alpha)(\sin\pi/3 - \theta\cos\pi/3) = \sin\pi/3 + \cos\pi/3.\theta/2$$

অতএব, $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{200}\theta$ [$\theta \cdot \alpha$ পদ অগ্রাহ্য ক'রে]

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. কয়েকটি পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ কর যে, উষ্ণতা বৃদ্ধিতে বিভিন্ন পদার্থ বিভিন্ন পরিমাণে প্রসারিত হয়। বিভিন্ন পদার্থের এই অসমান প্রসারণ সুবিধাজনকভাবে কাজে লাগানো হয় এরূপ দুটি উদাহরণ দাও।

Describe experiments to show that different materials have unequal expansions when heated. Give two examples where unequal expansion on heating serves useful purposes.

2. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায়? ইহার মান দৈর্ঘ্য ও উষ্ণতার এককের উপর কিভাবে নির্ভর করে? ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $12 \times 10^{-6}/°C$ ব'লতে কি বোঝায়?

What do you mean by the term 'co-efficient of linear expansion' of a solid? How does its value depend on the unit of length and the unit of temperature? What is meant by the statement that the co-efficient of linear expansion of steel is $12 \times 10^{-6}/°C$?

3. কঠিন পদার্থের ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক ও আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায়?
প্রমাণ কর যে, কঠিন পদার্থের ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্ক দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের দ্বিগুণ ও আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের তিনগুণ।

What do you mean by co-efficient of superficial expansion and co-efficient of cubical expansion of a solid?

Show that the co-efficient of superficial expansion is twice that of the linear expansion and the co-efficient of volume expansion is three times that of the linear expansion.

4. কঠিন পদার্থের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। দুটি বিভিন্ন উষ্ণতায় কোন কঠিন বস্তুর আয়তনের সম্পর্ক নির্ণয় কর।
উষ্ণতার সহিত কঠিন পদার্থের ঘনত্ব কিভাবে পরিবর্তিত হয়?

Define the co-efficient of cubical expansions of solid. Find the relation between the volumes of a solid at two different temperatures.

How does the density of a solid vary with temperature ?

5. একটি সাধারণ দেওয়াল ঘড়ি শীতকালে দ্রুত ও গ্রীষ্মকালে ধীরে চলে কেন? হ্যারিসনের গ্রিড আয়রন দোলকে কিভাবে ইহার প্রতিবিধান করা হয়? হাতঘড়িতে ব্যবহৃত উষ্ণতা প্রতিবিহিত তুলন-চক্রের মূল নীতি ব্যাখ্যা কর।

Why a common wall clock goes fast in winter and slow in summer ? How is it corrected in Harrison's grid-iron pendulum ? Describe the action of a temperature compensated balance wheel in a watch ?

6. নিম্নলিখিত উক্তিগুলির সার্থকতা বিচার কর—
   (i) অত্যল্প দৈর্ঘ্যপ্রসারণ গুণাঙ্কের ধাতু দ্বারা স্কেল তৈরী করা উচিত।
   (ii) জল গরম করার কাজে পাতলা কাচের পাত্র সুবিধাজনক হয়।
   (iii) একটি দ্বিধাতব পাতকে উত্তপ্ত ক'রলে ইহা বেঁকে যায়।
   (iv) কাচের শিশির মুখে শক্তভাবে আটকানো ধাতব ছিপি সামান্য গরম ক'রলে আলগা হ'য়ে যায়।
   (v) রেল লাইন পাতার সময় দুটি লাইনের মধ্যে কিছুটা ফাঁক রাখা হয়।
   (vi) প্লাটিনাম তার সহজেই কাচ দণ্ডে সীল করা যায়, কিন্তু তামার তার ঐভাবে সীল করা যায় না।

Explain the following statements :—

(i) Scales should be made up of a metal whose co-efficient of expansion is very small.

(ii) Thin walled glass vessels are preferred when used to heat water.

(iii) A bimetallic strip bends when heated.

(iv) A tightly fitted metal cap is opened by heating it slightly.

(v) In railway lines small gaps are left between successive rails.

(vi) A platinum wire may be easily sealed to a glass rod but not a copper wire.

7. কোন কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক ক্ষেত্র প্রসারণ গুণাঙ্কের অর্ধেক এবং আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের তিন ভাগের একভাগ—ইহা প্রমাণ কর। [*H. S.* (new) *1978, '80*]

8. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। ইহা কি দৈর্ঘ্যের একক বা উষ্ণতার এককের উপর নির্ভরশীল ? [*H. S. Exam. 1978, '81*]

9. (a) কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য, ক্ষেত্র এবং আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। (b) কঠিন পদার্থের তিনটি প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। [*Tripura H. S. 1981*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. (a) ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000011/°C ব'লতে কি বোঝায় ? (b) কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক ও আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক নির্ণয় কর। [*Tripura H. S. 1979*]

2. প্রসারণের সুবিধার জন্য রেল লাইনের মাঝে ফাঁক রাখা হয়। 66 ফুট দীর্ঘ ইস্পাতের লাইনের মাঝে 0·5 ইঞ্চি ফাঁক আছে এবং উহার উষ্ণতা 10°C। কোন্ উষ্ণতায় ফাঁকটি বুজিয়া যাইবে ?

[*Tripura H. S. 1979*] [580°C]

3. একটি ইস্পাতের গোলককে একটি পিতলের বলয়ের মধ্য দিয়ে গলাতে হবে। 20°C উষ্ণতায় গোলকের ব্যাস 25 cm. ও বলয়ের আভ্যন্তরীণ ব্যাস 24·9 cm.। যদি গোলক এবং বলয় উভয়কেই এক সঙ্গে উত্তপ্ত করা হয় তবে কোন্ উষ্ণতায় গোলকটি বলয়ের মধ্য দিয়ে ঠিক গ'লে যাবে ? ইস্পাতের ও পিতলের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে 12×10^{-6}/°C ও 2×10^{-5}/°C।

[*Gau. Univ. 1959*] [525·1 °C]

4. 30°C উষ্ণতায় কোন ইস্পাত প্লাগের ব্যাস 10 cm.। কত উষ্ণতায় ইহা 9·997 স্থির ব্যাসের ছিদ্রে আটকায় ? ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 11×10^{-6}/°C।

A steel plug has a diameter 10 cm. at 30°C. At what temperature will it fit exactly into a hole of constant diameter 9·997 cm ? α for steel=11×10^{-6}/°C

[2·7°C]

5. কোন ইস্পাতের ফিতা 10°C উষ্ণতায় একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য মাপে 90 cm.। 30°C উষ্ণতায় এই পাঠ কত হয় ? তামা ও ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে 17×10^{-6}/°C ও 11×10^{-6}/°C। ধ'রে নাও যে ইস্পাতের ফিতা 10°C উষ্ণতায় সঠিক পাঠ দেয়।

A steel tape measures the length of a copper rod as 90 cm. at 10°C. What would be the reading at 30°C ? Assume that the steel tape reads correctly at 10°C.

[90·01 cm.]

6. 0°C উষ্ণতায় কোন পিতলের ফাঁপা গোলকের ভিতরের আয়তন 1000 c.c.। 100°C উষ্ণতায় ইহার আয়তন কত হয় ? পিতলের $\alpha = 18 \times 10^{-6}$/°C।

The inner volume of a hollow sphere is 1000 c.c. at 0°C. What would be its volume at 100°C ? [1005·4 c.c.]

7. কোন ঘড়ির দোলকের দণ্ড পিতলের তৈরী। ইহা 20°C উষ্ণতায় সঠিক সময় দেয়। উষ্ণতা 0°C হ'লে ইহা দিনে কত সেকেণ্ড স্লো বা ফাস্ট যায়? পিতলের $\alpha = 18 \times 10^{-6}/°C$।

A clock which keeps correct time at 20°C has a pendulum rod made of brass. How many sec. will it gain or loose per day when the temperature falls to 0°C ?

[15·6 sec.]

8. 0°C উষ্ণতায় কোন লোহা ও দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25·55 cm. ও 25·5 cm.। ইহাদের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে $12 \times 10^{-6}/°C$ ও $34 \times 10^{-6}/°C$। কত উষ্ণতায় ইহাদের দৈর্ঘ্য সমান হয়।

An iron rod and a zinc rod are respectively 25·55 cm. and 25·5 cm long at 0°C At what temperature will they be of equal length ? [89·2°C]

9. 20°C উষ্ণতায় ইস্পাতের স্কেলে ব্যারোমিটারের উচ্চতা 754 mm.। 0°C উষ্ণতায় এই স্কেল কত পাঠ দেয়? ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $12 \times 10^{-6}/°C$ ও পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $128 \times 10^{-6}/°C$।

The height of a mercury barometer with a steel scale is 754 mm. at 20°C. What will the scale read at 0°C ?

[753·27 mm.]

10. কোন কাচের কৈশিক নলে 0°C উষ্ণতায় 1 m লম্বা পারদ সূত্র আছে। 100°C উষ্ণতায় পারদ সূত্রের দৈর্ঘ্য কত হয়? পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক $182 \times 10^{-6}/°C$ এবং কাচের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $25 \times 10^{-6}/°C$।

A long glass tube with a uniform capillary bore has in it a thread of mercury which is 1 m. long at 0°C. What will be its length at 100°C ? [100·52 cm.]

11. কোন পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য কত হ'লে সব উষ্ণতা পরিবর্তনে ইহার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন 90 cm. দৈর্ঘ্যের লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সমান হয়? পিতলের $\alpha = 18 \times 10^{-6}/°C$ ও লোহার $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°C$।

What should be the length of a brass rod so that the change in its length may be same at all temperatures as that of an iron rod of length 90 cm. ? [60 cm.]

12. 20°C উষ্ণতায় দস্তার স্কেলের সাহায্যে একটি কাচদণ্ডের দৈর্ঘ্য পাওয়া যায় 1 m। ঐ স্কেল 0°C উষ্ণতায় সঠিক হ'লে 0°C উষ্ণতায় কাচ দণ্ডের প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত? কাচের $\alpha = 8 \times 10^{-6}/°C$ ও দস্তার $\alpha = 26 \times 10^{-6}/°C$।

A glass rod when measured with zinc scale both being at 20°C appears to be 1 m. long. If the scale is correct at 0° C, what is the true length of glass rod at 0°C ?

[100·036 cm.]

13. কোন ইস্পাত টায়ারের ব্যাস 4 ft.। এই টায়ারকে একটি চাকায় পড়াতে হয়। চাকার ব্যাস টায়ারের ব্যাসের তুলনায় $\frac{1}{8}$ inch. বেশি। উষ্ণতা বৃদ্ধি কত হ'লে টায়ারকে সহজে চাকায় পড়ানো যায়? টায়ারের $\alpha = 11·2 \times 10^{-6}/°C$।

A steel tyre 4 ft. in diameter is to be shrunk on to a cart wheel of which the average diameter is $\frac{1}{8}$ inch. greater than the diameter of the tyre. At what rise of temperature of the tyre it may easily slip on the wheel ? [232·5°C (প্রায়)]

14. 30°C উষ্ণতায় কোন ইস্পাত দণ্ডের দুই প্রান্ত দুই বিন্দুতে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ। ইহার প্রস্থচ্ছেদ 1·3 cm^2। উষ্ণতা 20°C হ'লে দণ্ডে টান নির্ণয় কর। ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $2·28 \times 10^{11}$ newton/m^2 এবং দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $11 \times 10^{-6}/°K$।

The ends of a steel rod 1·3 cm^2 in cross section area are held rigidly between two fixed points at a temperature of 30°C. Determine the pull in the rod when the temperature drops to 20°C.

[3260 newton]

15. অ্যালুমিনিয়ামের পরিমাপ দণ্ড 35°C উষ্ণতায় কোন দূরত্ব 88·42 cm. মাপে। এই দণ্ড 5°C উষ্ণতায় সঠিক। দণ্ডের প্রসারণের জন্য ঐ নির্ণীত দূরত্বে ত্রুটি কত হয়? যদি এই দণ্ড 35°C উষ্ণতায় কোন ইস্পাত দণ্ডের দৈর্ঘ্য 88·42 cm. মাপে তাহ'লে 35°C উষ্ণতায় ইস্পাত দণ্ডের প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত? অ্যালুমিনিয়ামের $\alpha = 22 \times 10^{-6}/°K$।

An aluminium measuring rod, which is correct at 5°C, measures a certain distance as 88·42 cm. at 35°C. What is the error in measuring the distance due to the expansion of the rod? If this aluminium rod measures a length of steel rod as 88·42 cm. at 35°C what is the correct length of the steel rod at 35°C?

[0·06 cm. ; 88·48 cm.]

16. একটি ইস্পাতের স্কেল 68°F উষ্ণতায় ত্রুটিহীন। ইহার সাহায্যে 50°C উষ্ণতায় একটি পিতল দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মাপ 1·5 মিটার। 50°C উষ্ণতায় দণ্ডটির প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত নির্ণয় কর। ইস্পাতের $\alpha = 11{\cdot}2 \times 10^{-6}$ প্রতি °C [*H. S.* (new) *1978*] [1·5003 m. (প্রায়)]

17. 1 মিটার দীর্ঘ কোন তামার দণ্ডের উষ্ণতা 30°C থেকে 100°C করায় ইহার দৈর্ঘ্য 0·1169 mm. বৃদ্ধি পায়। তামার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক কত? [0·0000 167/°C]

18. 0°C উষ্ণতায় 50 cm. দীর্ঘ এবং 10 cm. প্রস্থের কোন পিতলের ক্ষেত্রকে যখন 100°C উষ্ণতা পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হয়, তখন ইহার ক্ষেত্রফল 1·89 sq. cm. বাড়ে। পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[$18{\cdot}9 \times 10^{-6}/°C$]

19. দিল্লী থেকে এলাহাবাদের দূরত্ব 390 mile। এই দুই শহরের মধ্যবর্তী সমগ্র রেল লাইনের জোড়ের মুখে মোট কতটা ফাঁক রাখতে হয়? মনে কর শীতকালীন গড় উষ্ণতা 40°F এবং গ্রীষ্মকালীন গড় উষ্ণতা 121°F। [লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $12 \times 10^{-6}/°C$] [0·2106 mile]

20. 15°C থেকে 47°C পর্যন্ত উষ্ণতা বাড়লে 300 cu. inch. আয়তনের ঢালাই লোহার আয়তন কি পরিমাণ বৃদ্ধি পায়? ঢালাই লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $10 \times 10^{-6}/°C$।

21. 40°C উষ্ণতায় কোন অ্যালুমিনিয়াম দণ্ডের দৈর্ঘ্য 100·40 cm. এবং সমোষ্ণতায় একটি ঢালাই লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 0·02 cm. বেশি। (*a*) কোন্ উষ্ণতায় দু'ই দণ্ডের দৈর্ঘ্য সমান হয়? (*b*) তখন ইহাদের দৈর্ঘ্য কত হয়? অ্যালুমিনিয়ামের $\alpha = 25{\cdot}6 \times 10^{-6}/°C$ এবং ঢালাই লোহার $\alpha = 10 \times 10^{-6}/°C$। [(*a*) 23·4°C, (*b*) 1000·36 cm.]

22· যদি কোন দস্তার রডের দৈর্ঘ্য 100°C উষ্ণতায় 5 mm. বৃদ্ধি পায় তবে 59°F উষ্ণতায় ইহার দৈর্ঘ্য কত হয়? (দস্তার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 29 \times 10^{-6}/°C$) [2·028 m.]

23. কোন ইস্পাতের মিটার স্কেল 0°C উষ্ণতায় সঠিক মাপ দেয়। এই স্কেল দিয়ে 30°C উষ্ণতায় মাপলে কোন পিতল রডের দৈর্ঘ্য হয় 1 মিটার। 0°C উষ্ণতায় পিতলের প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত? [ইস্পাতের $\alpha = 2 \times 10^{-6}/°C$, পিতলের $\alpha = 19 \times 10^{-6}/°C$]। [99·979 cm.]

24. কোন লোহার বলের ব্যাস 6 cm.। 30°C উষ্ণতায় কোন পিতলের পাতের গর্তে গলাবার সময় দেখা যায় যে, বল গর্তের ব্যাস অপেক্ষা 0·01 mm. বড়। ন্যূনতম কত উষ্ণতায় বল গর্তে গ'লতে পারে? (লোহার $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°C$ এবং পিতলের $\alpha = 19 \times 10^{-6}/°C$)। [34°C]

25. 4 mm. ব্যাসের কোন ইস্পাতের তার 8 মিটার দীর্ঘ এবং ইহার দুই প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনে আটকানো। যদি উষ্ণতা 10°C ক'মে যায় তবে টান কি পরিমাণে বাড়ে?

ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $12 \times 10^{-6}/°C$ ও ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 30×10^{12} dyne/sq. cm.। [$3{\cdot}016 \times 10^{7}$ dyne]

26. 20°C উষ্ণতায় সোনার ঘনত্ব 19·30 gm./c.c. এবং দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $14{\cdot}3 \times 10^{-6}/°C$। 90°C উষ্ণতায় সোনার ঘনত্ব কত? [19·29 gm/c.c.]

27. 0°C উষ্ণতায় কোন ঘড়ির পিতলের দোলক ঠিক সময় দেয়। উষ্ণতা 30°C হ'লে ঘড়ি দিনে কত sec. ফাস্ট বা স্লো যায় (পিতলের $\alpha=0.000019/°C$)। [25·92 sec. স্লো যায়]

28. একটি চাকার ব্যাস 75·2 cm.। 75 cm. আভ্যন্তরীণ ব্যাসের একটি ইস্পাত টায়ারকে ঐ চাকায় পরাতে হবে। টায়ারকে কত °C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে, টায়ারকে চাকায় পরানো যাবে? ইস্পাতের $\alpha=12\times10^{-6}/°C$। [222·1°C]

29. একটি বর্গাকার ধাতব প্লেটের প্রতি পাশ 10°C উষ্ণতায় 100 cm. দীর্ঘ। ইহার কেন্দ্রস্থলে 40 cm. ব্যাসের একটি গোলাকার ছিদ্র আছে। কত উষ্ণতায় বাহুর দৈর্ঘ্য 101 cm. হবে? তখন ছিদ্রের ব্যাস কত হবে? ধাতুর দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $=1.25\times10^{-6}/°C$। [8000°C ; 44 cm.]

30. পিতল ও ইস্পাতের দু'টি দণ্ড পাশাপাশি রেখে একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে যুক্ত করা হ'ল। অন্য প্রান্তদ্বয়ের প্রসারণ হ'তে পারে। ইস্পাত দণ্ডের দৈর্ঘ্য 1 m.। যে কোন উষ্ণতা পার্থক্যে দণ্ডদ্বয়ের মুক্ত প্রান্তদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব সর্বদা স্থির থাকলে পিতল-দণ্ডের দৈর্ঘ্য কত হবে? পিতল ও ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে $2\times10^{-5}/°C$ এবং $1.6\times10^{-5}/°C$। [80 cm.]

31. উষ্ণতা পার্থক্য যাই হোক না কেন দু'টি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য সর্বদা 25 cm.। যদি উহাদের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $1.28\times10^{-5}/°C$ এবং $1.92\times10^{-5}/°C$ হয় তবে 0°C উষ্ণতায় উহাদের দৈর্ঘ্য কত? [75 cm., 50 cm.]

32. 2 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি ইস্পাত দণ্ডের দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ ক'রে উহার উষ্ণতা 0°C থেকে 40°C করা হ'ল। দণ্ডের তাপীয় পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত মোট বল নির্ণয় কর। ইস্পাতের $\alpha=1.1\times10^{-5}/°C$ এবং $Y=2.1\times10^{-2}$ dyne/cm^2।

[9.24×10^8 dyne/cm^2 ; 18.48×10^8 dyne]

33. তিনটি ইস্পাত দণ্ড একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ গঠন করে। উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ঐ ত্রিভুজের ভূমি-কোণের কোন পরিবর্তন হবে কি? [না]

34. তিন টুকরো পিতল তার দিয়ে একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ তৈরি করা হয়। ত্রিভুজের ভূমি 8 cm. এবং উচ্চতা 3 cm.। ত্রিভুজের উষ্ণতা 0°C থেকে 30°C করা হ'ল। প্রমাণ কর যে ত্রিভুজের ভূমি কোণের কোন পরিবর্তন হবে না। পিতলের $\alpha=1.2\times10^{-5}/°C$।

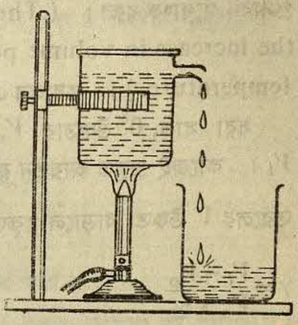
35. l_1 দৈর্ঘ্যের এবং α_1 দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের দু'টি দণ্ড অপর একটি l_2 দৈর্ঘ্যের এবং α_2 দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্কের দণ্ডের সঙ্গে বাধাহীনভাবে এমন সংযুক্ত যে, উহারা একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ গঠন করে। ত্রিভুজটিকে l_2 দৈর্ঘ্যের মধ্য বিন্দুতে এমনভাবে কীলকাবদ্ধ করা হয় যে l_2 দৈর্ঘ্য অনুভূমিক। l_1 ও l_2 এর মধ্যে কিরূপ সম্পর্ক থাকলে উষ্ণতা পার্থক্যেও কীলক বিন্দু থেকে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকবে? $\left[\frac{l_1}{l_2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}\right]$

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

তরলের প্রসারণ (EXPANSION OF LIQUIDS)

3.1. তরলের প্রসারণ (Expansion of liquid) ঃ

তাপ দিলে কঠিন পদার্থের ন্যায় তরল পদার্থেরও প্রসারণ হয়। পরীক্ষার সাহায্যে তরলের প্রসারণ বোঝা যায়। পার্শ্বনল যুক্ত একটি কাচ পাত্র নেওয়া হয় (চিত্র 16)। ঐপাত্রে ঘরের উষ্ণতায় পার্শ্ব নল পর্যন্ত তরল নেওয়া হয়। ইহাতে আর তরল ঢাললে পার্শ্বনল দিয়ে বেরিয়ে আসে। পার্শ্বনলের মুখের নীচে একটি খালি পাত্র রাখা হয়। তরল পূর্ণ পাত্রকে তাপ দিলে কিছু সময় পরে তরল পার্শ্বনল বেয়ে বাইরে বেরিয়ে আসে ও খালি পাত্রে জমা হয়। ইহার কারণ কি? কারণ হিসেবে বলা যায় যে, তাপ প্রয়োগে পাত্রের তরল প্রসারিত হয়। এই প্রসারিত তরলের আয়তন পার্শ্বনলের মুখ পর্যন্ত পাত্রের আয়তনের বেশি হওয়ায় তরল পার্শ্বনল বেয়ে বাইরে বেরিয়ে আসে। কাজেই, এই পরীক্ষা দ্বারা বোঝা যায় যে, **তাপ প্রয়োগে তরলের আয়তন প্রসারণ** হয়।



চিত্র 16

3.2. তরলের প্রসারণের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of expansion of liquid) ঃ

উপরের পরীক্ষায় দেখা যায় যে, কঠিন পদার্থের ন্যায় তরল পদার্থও তাপ প্রয়োগে প্রসারিত হয়। কিন্তু কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণের বিশেষ পার্থক্য আছে। কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার থাকায় ইহার দৈর্ঘ্যের, ক্ষেত্রফলের ও আয়তনের প্রসারণ হয়। কিন্তু তরলের নির্দিষ্ট আকার না থাকায় ইহার শুধুমাত্র আয়তনের প্রসারণ হয়। আবার তরলের জন্য পাত্রের প্রয়োজন হয়। তরলকে তাপ দিতে গেলে এই পাত্র প্রথমে তাপ পেয়ে উত্তপ্ত হয় এবং পরে তরল তাপ পায়। সুতরাং তরলের প্রসারণ আলোচনায় **পাত্রের প্রসারণকে** বিবেচনা ক'রতে হয়।

উপরের আলোচনা অনুযায়ী বোঝা যায় যে, তরলের আয়তন প্রসারণ হয়। সুতরাং তরলের বেলায় শুধুমাত্র আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের আলোচনা করা প্রয়োজন। আবার তরলের প্রসারণ দেখতে গেলে তরলকে কোন পাত্রে রেখে তাপ দিতে হয়। তরলকে পাত্রে রেখে তাপ দিলে পাত্র প্রথমে তাপ পেয়ে প্রসারিত হয় এবং পরে তরল তাপ পেয়ে প্রসারিত হয়। কাজেই, **পাত্রের প্রসারণের তুলনায় তরলের প্রসারণ দেখা যায়।** তাই তরলের বেলায় দু'ধরনের প্রসারণের কথা বলা হয় ঃ— (i) **প্রকৃত প্রসারণ** (*real expansion*) ও (ii) **আপাত প্রসারণ** (*apparent expansion*)।

3.3. প্রকৃত প্রসারণ (Real expansion) ঃ

তরলকে কোন পাত্রে না রেখে (সম্ভব হ'লে) তাপ দিলে তরলের যে আয়তন প্রসারণ হয় তাকেই তরলের **প্রকৃত প্রসারণ** বলা হয়।

প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক (*Co-efficient of real expansion*) ঃ 0° উষ্ণতায় একক আয়তন তরলের 1° উষ্ণতা বাড়ালে যে প্রকৃত আয়তন প্রসারণ হয় তাকেই তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে। (The co-efficient of real expansion of a liquid is the increase in volume per unit volume at 0° per unit degree rise in temperature.)। তরলের এই প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ককে γ দ্বারা সূচিত করা হয়।

ধরা যাক, 0° উষ্ণতার V_o আয়তন তরলে $t°$ উষ্ণতা বাড়ালে প্রকৃত আয়তন হয় V_t। কাজেই প্রকৃত আয়তন বাড়ে $(V_t - V_o)$। সুতরাং 0° উষ্ণতায় একক আয়তন তরলের 1° উষ্ণতা বাড়ালে প্রকৃত আয়তন বাড়ে $\frac{V_t - V_o}{V_o \times t}$। কাজেই সংজ্ঞানুযায়ী $\gamma = \frac{V_t - V_o}{V_o \times t}$।

3.4. আপাত প্রসারণ (Apparent expansion) ঃ

তরলকে কোন পাত্রে রেখে তাপ দিলে তরলের যে আয়তন প্রসারণ দেখতে পাওয়া যায় তাকেই তরলের আপাত প্রসারণ বলে। অর্থাৎ তরলের আপাত প্রসারণ তরল পাত্রের তুলনায় তরলের প্রসারণ।

আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক (*Co-efficient of apparent expansion*) ঃ 0° উষ্ণতায় একক আয়তন তরলকে কোন পাত্রে রেখে 1° উষ্ণতা বাড়ালে যে আপাত আয়তন প্রসারণ হয় তাকেই তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে। (The co-efficient of apparent expansion of a liquid is the apparent increase in volume per unit volume at 0° per unit degree rise in temperature.)। এই আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ককে γ_a দ্বারা সূচিত করা হয়।

ধরা যাক, 0° উষ্ণতায় V_o আয়তন তরলের $t°$ উষ্ণতা বাড়ালে আপাত আয়তন হয় V_t। কাজেই আপাত আয়তন বাড়ে $V_t - V_o$। সুতরাং 0° উষ্ণতায় একক আয়তন তরলের 1° উষ্ণতা বাড়ালে আপাত আয়তন বাড়ে, $\frac{V_t - V_o}{V_o \times t}$।

কাজেই সংজ্ঞানুযায়ী, $\gamma_a = \frac{V_t - V_o}{V_o \times t}$।

তাপ প্রয়োগে যে তরল সুষমভাবে প্রসারিত হয় তার প্রাথমিক আয়তনের উষ্ণতা বাড়ালে প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্কের মান কমে। অবশ্য কঠিন পদার্থের ন্যায় তরল পদার্থেরও প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্কের এই **হ্রাস খুবই কম হয় এবং সাধারণ ক্ষেত্রে অগ্রাহ্য করা চলে।**

3.5. উষ্ণতা ও ঘনত্বের সম্পর্ক (Relation between temperature and density) ঃ

V_0 আয়তন তরলের t° উষ্ণতা বাড়ালে প্রকৃত আয়তন হয়, $V_t = V_0(1+\gamma t)$। তরলের প্রসারণ আলোচনায় আয়তনের চেয়ে ঘনত্ব নিয়ে আলোচনা করা বিশেষ সুবিধাজনক। আবার **ঘনত্ব তরলের মৌলিক রাশি** (*fundamental quantity*)। উপরের আলোচনায় তরলের ভর m, প্রাথমিক ঘনত্ব ρ_0 এবং t^0 উষ্ণতা বাড়ার পর তরলের ঘনত্ব ρ_t হ'লে,

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0}, \text{ এবং } \rho_t = \frac{m}{V_t}\text{ ।}$$

আবার, $V_t = V_0(1+\gamma t)$ হওয়ায়, $\dfrac{m}{\rho_t} = \dfrac{m}{\rho_o}(1+\gamma t)$।

$$\therefore\ \rho_0 = \rho_t\,(1+\gamma t)\text{ ।}$$

এই সমীকরণ তরলের ঘনত্ব ও উষ্ণতার সম্পর্ক সূচিত করে।

3.6. শূন্য ফাঁপা পাত্রের প্রসারণ (Expansion of empty hollow vessel) ঃ

আমরা জানি যে, কোন খালি পাত্রে তরলকে রেখে তরলের প্রসারণ বিবেচনা ক'রতে হয়। সুতরাং তাপ প্রয়োগে খালি পাত্রের আচরণ জানা বিশেষ প্রয়োজন। ধরা যাক্, একটি খালি আয়তাকার পাত্রের বাহুগুলির প্রাথমিক দৈর্ঘ্য l_0, b_0, h_0। এই পাত্রের উষ্ণতা t° বাড়ালে উহার বাহুগুলির দৈর্ঘ্য হয় যথাক্রমে l_t, b_t, h_t। তাহ'লে $l_t = l_0(1+\alpha t)$, $b_t = b_0(1+\alpha t)$ এবং $h_t = h_0\,(1+\alpha t)$; α পাত্রের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক। $\therefore\ l_t\, b_t\, h_t = l_0\, b_0\, h_0\,(1+\alpha t)^3$

$\alpha^2 t^2$ ও $\alpha^3 t^3$ এর মান কম হওয়ায় ইহাদের অগ্রাহ্য করা যায়।

অতএব, $l_t\, b_t\, h_t = l_o\, b_o\, h_o\,(1+3\alpha t)$

$\therefore\ V_t = V_o\,(1+3\alpha t)$, V_o = পাত্রের প্রাথমিক আয়তন $= l_o\, b_o\, h_o$ এবং $V_t = t^\circ$ উষ্ণতা বৃদ্ধি করার পর পাত্রের আয়তন $= l_t\, b_t\, h_t$।

আবার, $3\alpha = \gamma_g$ = পাত্রের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক

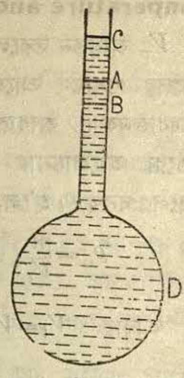
অতএব, $V_t = V_o(1+\gamma_g t)$।

একটি আয়তাকার পাত্রের বেলায় এই সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করা হ'ল। কিন্তু দেখানো যায় যে, যে কোন আকারের পাত্রের বেলাতেই এই সম্পর্ক সত্য হয়।

3.7. তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক ও আপাত প্রসারণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক (Relation between co-efficients of real and apparent expansions of a liquid) ঃ

17নং চিত্রে D একটি কাচের পাত্র। এই পাত্রের সঙ্গে c. c. তে অংশাঙ্কিত একটি নল আটকানো আছে। 0°C উষ্ণতায় পাত্রকে A দাগ পর্যন্ত তরলপূর্ণ করা

হয়। পাত্রকে t°C উষ্ণতার জলে নিমজ্জিত ক'রলে প্রথমে তরলের তল B দাগ পর্যন্ত নেমে যায় ও তারপর ধীরে ধীরে C দাগে পেঁছায়।



চিত্র 17

ধরা যাক্, 0°C উষ্ণতায় A দাগ পর্যন্ত তরলের আয়তন V_o এবং BC, AC ও AB অংশের আয়তন যথাক্রমে v, v_1, এবং v_2। তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক γ, তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক γ_a এবং পাত্রের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক γ_g হলে t°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য $v=V_o\gamma t$; $v_1=V_o\gamma_a t$ এবং $v_2=V_o\gamma_g t$; আবার $v=v_1+v_2$ হওয়ায়, $V_o\gamma t=V_o\gamma_a t+V_o\gamma_g t$। $V_o t$ দ্বারা ভাগ ক'রলে, $\gamma=\gamma_a+\gamma_g$। অর্থাৎ **তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক = তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক + পাত্রের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক।**

বিকল্প পদ্ধতি : ধরা যাক,

γ = তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক,

γ_a = তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক,

γ_g = পাত্রের উপাদানের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক,

মনে করা যাক্, 0° উষ্ণতায় A দাগ পর্যন্ত ফ্লাস্কের ভিতরের আয়তন V_o।

কাজেই, 0°C উষ্ণতায় ফ্লাস্কের মধ্যে তরলের আয়তনও V_0। নলের প্রস্থচ্ছেদ S ও উষ্ণতা বৃদ্ধি t° হ'লে,

পাত্রের ভিতরকার আয়তন প্রসারণ = AB × S

তরলের আপাত আয়তন প্রসারণ = AC × S

তরলের প্রকৃত আয়তন প্রসারণ = BC × S

আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞানুযায়ী,

$$\gamma_g=\frac{\text{পাত্রের আয়তন প্রসারণ}}{\text{পাত্রের প্রাথমিক আয়তন} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}=\frac{AB\times S}{V_o\times t}$$

$$\gamma_a=\frac{\text{তরলের আপাত আয়তন প্রসারণ}}{0^\circ\text{C উষ্ণতায় তরলের আয়তন} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}=\frac{AC\times S}{V_o\times t}$$

$$\gamma=\frac{\text{তরলের প্রকৃত আয়তন প্রসারণ}}{0^\circ\text{C উষ্ণতায় তরলের আয়তন} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}=\frac{BC\times S}{V_o\times t}$$

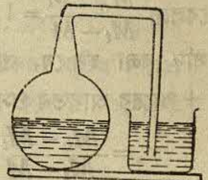
অতএব, $\gamma_a+\gamma_g=\dfrac{AC\times S}{V_o\times t}+\dfrac{AB\times S}{V_o\times t}=\dfrac{S}{V_o t}\Big[AC+AB\Big]$

$$=\frac{BC\times S}{V_o\times t}=\gamma$$

অর্থাৎ, **তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক + পাত্রের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক = তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক।**

3.8. তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of co-efficient of apparent expansion of a liquid) ঃ

একটি সরু বাঁকা নল লাগানো কাচ পাত্র নেওয়া হয় (চিত্র 18)। এই পাত্রকে ভার থার্মোমিটার বলে। ইহাকে প্রথমে শুকিয়ে খালি অবস্থায় ওজন করা হয়। তারপর পাত্রের মুখ বীকারের তরলের মধ্যে নিয়ে পাত্রকে গরম করা হয়। ইহাতে পাত্রের ভিতরের বায়ু প্রসারিত হ'য়ে বীকারের তরলের মধ্য দিয়ে বেরিয়ে যায়। পাত্রকে ঠাণ্ডা ক'রলে কিছু তরল সরুমুখ দিয়ে পাত্রে প্রবেশ ক'রে। এইভাবে পাত্রকে পর্যায়ক্রমে গরম ঠাণ্ডা ক'রে তরল পূর্ণ করা হয়। পাত্র যখন প্রাথমিক উষ্ণতায় ফিরে আসে তখন ইহার ওজন নেওয়া হয়। তারপর তরলপূর্ণ পাত্রকে তাপ দিয়ে t° উষ্ণতা বাড়ানো হয়। ইহাতে কিছু তরল পাত্রের সরুমুখ দিয়ে বেরিয়ে যায়। পাত্রকে পুনরায় ইহার প্রাথমিক উষ্ণতায় ফিরিয়ে এনে ওজন করা হয়।



চিত্র 18

ধরা যাক্, খালি পাত্রের ভর $= M$

প্রাথমিক উষ্ণতায় তরলপূর্ণ পাত্রের ভর $= M_o$

চূড়ান্ত উষ্ণতায় তরলপূর্ণ পাত্রের ভর $= M_t$

প্রাথমিক উষ্ণতায় পাত্রের আয়তন $= V_o$

চূড়ান্ত " " " $= V_t$

প্রাথমিক উষ্ণতায় তরলের ঘনত্ব $= \rho_o$

চূড়ান্ত " " " $= \rho_t$

তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \gamma$

পাত্রের উপাদানের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \gamma_g$

তাহ'লে, $\rho_o = \dfrac{M_o - M}{V_o}$ এবং $\rho_t = \dfrac{M_t - M}{V_t} = \dfrac{M_t - M}{V_o(1+\gamma_g t)}$।

$$\frac{\rho_o}{\rho_t} = \frac{M_o - M}{M_t - M}(1+\gamma_g t)\text{।}$$

কিন্তু আমরা জানি যে, $\rho_o = \rho_t(1+\gamma . t)$। অর্থাৎ $\dfrac{\rho_o}{\rho_t} = 1+\gamma t$।

$$\therefore \quad 1+\gamma t = \frac{M_o - M}{M_t - M}(1+\gamma_g t) = \frac{M_o - M}{M_t - M} + \frac{M_o - M}{M_t - M}\gamma_g t\text{।}$$

$$\frac{1}{t} + \gamma = \frac{M_o - M}{M_t - M} \cdot \frac{1}{t} + \frac{M_o - M}{M_t - M}\gamma_g\text{।}$$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{M_o - M_t}{M_t - M} \cdot \frac{1}{t} + \frac{M_o - M}{M_t - M} \cdot \gamma_g \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (\text{i})$$

$\gamma_g = 0$ ধ'রলে অর্থাৎ তরল পাত্রের প্রসারণ অগ্রাহ্য করা হ'লে,

$\gamma = \frac{M_o - M_t}{M_t - M} \cdot \frac{1}{t} = \gamma_a =$ তরলের আপাত প্রসারণ গুণাংক। কাজেই, (i) নং সমীকরণকে লেখা যায়, $\gamma = \gamma_a + \frac{M_o - M}{M_t - M} \cdot \gamma_g$। ইহাই তরলের আপাত ও প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্কের পারস্পরিক সম্পর্ক। অবশ্য অনেক তরলের বেলায় $\frac{M_o \quad M}{M_t - M} = 1$। এই সব তরলের বেলায় বলা যায়, $\gamma = \gamma_a + \gamma_g$। সুতরাং যদি বলা হয় যে, তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাংক = তরলের আপাত প্রসারণ গুণাংক + পাত্রের আয়তন প্রসারণ গুণাংক, তহে'লে এই উক্তিটি সত্যের কাছাকাছি হয়।

$\gamma_a = \frac{M_o - M_t}{M_t - M} \cdot \frac{1}{t}$ সম্পর্ক থেকে তরলের আপাত প্রসারণ গুণাংক সহজেই নির্ণয় করা যায়।

বিকল্প পদ্ধতি ঃ ধরা যাক,

খালি পাত্রের ভর = W_1 gm.

প্রাথমিক উষ্ণতা = t_1 °C

t_1°C উষ্ণতায় তরল পূর্ণ পাত্রের ভর = W_2 gm.

চূড়ান্ত উষ্ণতা = t_2°C

t_2°C উষ্ণতায় পাত্রের ভর = W_3 gm.

∴ t_1°C উষ্ণতায় পাত্রে তরলের ভর = $W_2 - W_1 = m_1$ gm.

t_2°C উষ্ণতায় পাত্রে তরলের ভর = $W_3 - W_1 = m_2$ gm.

পাত্রের আয়তন প্রসারণ অগ্রাহ্য করা হ'লে বলা যায় যে,

t_1°C উষ্ণতায় m_1 gm. তরলের আয়তন = t_2°C উষ্ণতায় m_2 gm. তরলের আয়তন।

t_1°C ও t_2°C উষ্ণতায় তরলের ঘনত্ব ρ_1 ও ρ_2 হ'লে $\frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_2}{\rho_2}$

কাজেই, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ ... ...(i)

তরলের আপাত প্রসারণ গুণাংক γ_a হ'লে $\rho_1 = \rho_2 [1 + \gamma_a (t_2 - t_1)]$

অতএব, $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 + \gamma_a (t_2 - t_1)$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ অনুযায়ী, $1 + \gamma_a (t_2 - t_1) = \frac{m_1}{m_2}$

বা, $\gamma_a = \frac{m_1 - m_2}{m_2 (t_2 - t_1)} = \frac{\text{বহিষ্কৃত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$।

m_1 m_2, t_1 ও t_2 জানা থাকলে উপরের সম্পর্ক থেকে γ_a এর মান নির্ণয় করা যায়। এখানে পাত্রের আয়তন প্রসারণ অগ্রাহ্য করা হ'য়েছে ব'লে γ_a তরলের আপাত প্রসারণ গুণাংক।

তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক জানা থাকলে বিভিন্ন উষ্ণতায় তরলের ভর নির্ণয় ক'রে এই যন্ত্র দ্বারা যে কোন অজ্ঞাত উষ্ণতা মাপা যায়। তাই ইহাকে **'ভার থার্মোমিটার'** বলে।

এই পদ্ধতিতে **উদ্বায়ী তরলের** আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. শূন্য অবস্থায় কোন ভার-থার্মোমিটারের ভর 6·34 gm. এবং 0°C উষ্ণতায় পারদভর্তি অবস্থায় ভর 151·73 gm.। 0°C থেকে 99°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রলে অপসারিত তরলের ভর 2·08 gm. হয়। পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ অপসারিত তরলের ভর = 2·08 gm.।

পারদের ভর = 151·73 − 6·34 = 145·39 gm.।

উচ্চ উষ্ণতায় অবশিষ্ট পারদের ভর = 145·39 − 2·08 = 143·31 gm.।

উষ্ণতা বৃদ্ধি = 99°C − 0°C = 99°C।

$$\text{সুতরাং,}\quad \gamma_a = \frac{\text{অপসারিত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}} = \frac{2{\cdot}08}{143{\cdot}31 \times 99}$$

$$= 14{\cdot}67 \times 10^{-5}/^\circ C$$

2. একটি কাচ পাত্রে 15°C উষ্ণতায় 1000 gm. পারদ আছে। ইহাকে 100°C উষ্ণতার ফুটন্ত জলে রাখলে কি পরিমাণ পারদ অপসারিত হয় ?

[পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·00018/°C এবং কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·00001/°C]।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\gamma = \gamma_a + \gamma_g$

বা, $\gamma_a = \gamma - \gamma_g = 0{\cdot}00018 - 0{\cdot}00001 \times 3 = 0{\cdot}00015$ $[\because \gamma = 3\alpha]$

ধরা যাক্, m gm. তরল অপসারিত হয়। তাহ'লে অবশিষ্ট তরলের ভর = $(1000 - m)$ gm.

$$\text{আবার,}\quad \gamma_a = \frac{\text{অপসারিত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$$

$$= \frac{m}{(1000 - m)(100 - 15)} = \frac{m}{(1000 - m) \times 85}\text{।}$$

বা, $\gamma_a \times (1000 - m) \times 85 = m$ বা, $0{\cdot}00015 \times (1000 - m) \times 85 = m$

$\therefore$ $m = 12{\cdot}75/1{\cdot}01275 = 12{\cdot}59$ gm. (প্রায়)।

3. কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $8 \times 10^{-6}/^\circ C$ এবং পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $1{\cdot}8 \times 10^{-4}/^\circ C$। একটি আপেক্ষিক গুরুত্ব বোতলের কত অংশ পারদ দ্বারা পূর্ণ ক'রলে বোতলের খালি অংশের আয়তন সব উষ্ণতায় একই থাকে ?

সমাধান : মনে করা যাক্, বোতলের আয়তন $= V$ এবং পারদের আয়তন $= v$।

কাচের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $\gamma = 3\alpha = 8 \times 10^{-6} \times 3/°C$
$= 24 \times 10^{-6}/°C$।

শর্তানুযায়ী, $t°C$ উষ্ণতা বাড়ার জন্য পারদের আয়তন প্রসারণ ও বোতলের আয়তন প্রসারণ সমান হয়।

আবার $t°C$ উষ্ণতায় বোতলের আয়তন প্রসারণ $= V \times 24 \times 10^{-6} \times t$ এবং

পারদের আয়তন প্রসারণ $= v \times 1{\cdot}8 \times 10^{-4} \times t$।

সুতরাং, $V \times 24 \times 10^{-6} \times t = v \times 1{\cdot}8 \times 10^{-4} \times t$

বা, $\frac{v}{V} = \frac{24 \times 10^{-6}}{1{\cdot}8 \times 10^{-4}} = \frac{2}{15}$। কাজেই বোতলের আয়তনের $\frac{2}{15}$ অংশ পারদপূর্ণ ক'রতে হয়।

3.9. Matthiessen এর পদ্ধতি ঃ

এই পদ্ধতিতে একটি নিমজ্জককে প্রথমে বায়ুতে ওজন করা হয় এবং তারপর তরলে ডুবিয়ে ওজন করা হয়। তারপর তরলের উষ্ণতা বাড়িয়ে নিমজ্জককে ডোবানো হয় ও ইহার ওজন নেওয়া হয়।

ধরা যাক্, বায়ুতে নিমজ্জকের ভর $= M$

ঠাণ্ডা তরলে „ „ $= M_0$

গরম „ „ „ $= M_t$

গরম ও ঠাণ্ডা তরলের উষ্ণতা পার্থক্য $= t$

ধরা যাক্, ঠাণ্ডা ও গরম অবস্থায় নিমজ্জকের আয়তন যথাক্রমে V_0 ও V_t এবং ঠাণ্ডা ও গরম তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_0 ও ρ_t। তাহ'লে আর্কিমিডিসের সূত্রানুযায়ী,

$$\rho_0 = \frac{M - M_0}{V_0} \text{ এবং } \rho_t = \frac{M - M_t}{V_t} = \frac{M - M_t}{V_0(1+\gamma_g t)}$$

$$\therefore \frac{\rho_0}{\rho_t} = \frac{M - M_0}{M - M_t}(1+\gamma_g t)$$ । আবার আমরা জানি যে,

$$\frac{\rho_0}{\rho_t} = 1 + \gamma t$$ ।

$$\therefore 1 + \gamma . t = \frac{M - M_0}{M - M_t}(1+\gamma_g t)$$

$$\therefore \gamma = \frac{M_t - M_0}{M - M_t} \cdot \frac{1}{t} + \frac{M - M_0}{M - M_t} \cdot \gamma_g = \gamma_a + \frac{M + M_0}{M - M_t} . \gamma_g$$ ।

তাহ'লে $\gamma = \gamma_a + \gamma_g$ (প্রায়)।

ব্যারোমিটার পাঠের উষ্ণতা সংশোধন (*Temperature correction for barometer reading*) : সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে এবং 0°C উষ্ণতায় 76 cm. উচ্চ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ ধরা হয়। কিন্তু আমরা ঘরের উষ্ণতায় ব্যারোমিটারের পাঠ নিয়ে থাকি। কাজেই উষ্ণতা সংশোধন করা প্রয়োজন।

(i) **স্কেলের প্রসারণের জন্য সংশোধন :** ব্যারোমিটার স্কেল 0°C উষ্ণতায় অংশাঙ্কিত হ'লে 0°C উষ্ণতায় এক একটি ভাগের প্রকৃত দৈর্ঘ্য 1 cm. হয়। স্কেলের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α/°C হ'লে এবং ঘরের উষ্ণতা t°C হ'লে এক একটি ভাগের প্রকৃত দৈর্ঘ্য হয় $(1+\alpha t)$ cm.। কাজেই, t°C উষ্ণতায় ব্যারোমিটার পাঠ H_t হ'লে পারদস্তম্ভের প্রকৃত পাঠ হয়,

$$H = H_t(1+\alpha t) \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \text{(i)}$$

(ii) **পারদের প্রসারণের জন্য সংশোধন :** t°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব ρ_t হ'লে এই উষ্ণতায় H cm. পারদস্তম্ভের চাপ $= H\rho_t g$; g = অভিকর্ষজ ত্বরণ। আবার 0°C উষ্ণতায় H_0 cm. পারদ স্তম্ভের চাপ $= H_0\rho_0 g$; ρ_0 = 0°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব। এই দুই চাপ সমান। কাজেই,

$$H_0\rho_0 g = H\rho_t g$$

অতএব, $H_0 = H\dfrac{\rho_t}{\rho_0} = \dfrac{H}{1+\gamma t}$ যেহেতু $\rho_0 = \rho_t(1+\gamma t)$

এবং γ = পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক।

কাজেই, $H_0 = H(1+\gamma t)^{-1}$

$$= H(1-\gamma t) \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \text{(ii)}$$

[ছোট পদ অগ্রাহ্য ক'রে]

সুতরাং (i) ও (ii) নং সমীকরণ অনুযায়ী ব্যারোমিটারের প্রকৃত উচ্চতা

$$H_0 = H_t(1+\alpha t)(1-\gamma t)$$

$$= H_t[1-(\gamma-\alpha)t] \text{ ; } \alpha\gamma t^2 \text{ পদ অগ্রাহ্য ক'রে।}$$

উদাহরণ (Examples) :

1. একটি পারদ থার্মোমিটারের কাচনলের প্রস্থচ্ছেদ A_0 ও কুণ্ডের আয়তন 0°C উষ্ণতায় V_0। 0°C উষ্ণতায় কুণ্ড পারদ দ্বারা পূর্ণ থাকলে দেখাও যে, t°C উষ্ণতায় পারদ সূত্রের দৈর্ঘ্য, $l = \dfrac{V_0}{A_0}(\beta - 3\alpha)t$; β পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক ও α কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক।

সমাধান : এক্ষেত্রে, পারদের প্রসারণ − কাচের প্রসারণ

= নলে পারদসূত্রের দৈর্ঘ্য $(l) \times A_0$

অতএব, $V_0\beta t - V_0 \times 3\alpha t = lA_0$

অর্থাৎ, $l = \dfrac{V_0}{A_0}(\beta - 3\alpha)t$

2. একটি নিমজ্জকের বায়ুতে ওজন 110·505 gm, 0°C উষ্ণতার জলে ওজন 60·515 gm. ও 50°C উষ্ণতার জলে ওজন 61 gm। 0°C ও 50°C উষ্ণতা পরিসরে জলের গড় প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। নিমজ্জকের প্রসারণ অগ্রাহ্য কর।

সমাধান ঃ নিমজ্জকের ওজন বায়ুতে w, t_1°C উষ্ণতার তরলে w_1 ও t_2°C উষ্ণতার তরলে w_2 হ'লে প্রথম ক্ষেত্রে নিমজ্জকের ওজনের আপাত হ্রাস $= w - w_1 = m_1$ ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে এই হ্রাস $= w - w_2 = m_2$; তরলের ঘনত্ব t_1°C উষ্ণতায় ρ_1 ও t_2°C উষ্ণতায় ρ_2 এবং নিমজ্জকের অপরিবর্তিত আয়তন V হ'লে, $m_1 = V\rho_1$ ও $m_2 = V\rho_2$।

অতএব, $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2}$।

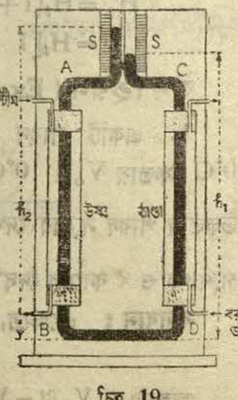
কিন্তু $\rho_0 = \rho_1[1 + \gamma_a t_1] = \rho_2[1 + \gamma_a t_2]$

সুতরাং, $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{1 + \gamma_a t_2}{1 + \gamma_a t_1}$, বা, $\gamma_a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_2 t_2 - m_1 t_1}$

$$= \frac{49{\cdot}99 - 49{\cdot}505}{49{\cdot}505 \times 50} = 19{\cdot}5 \times 10^{-6}/°C \text{।}$$

3.10. তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of co-efficient of real expansion of a liquid); Dulong ও Petit এর পদ্ধতি ঃ

Dulong ও Petit পারদ নিয়ে এই পরীক্ষা করেন। তাঁদের ব্যবহৃত যন্ত্র 19 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। ইহা একটি U-নল। এই নলের AB ও CD বাহুকে খাড়াভাবে রাখা হয় এবং BD বাহুকে অনুভূমিকভাবে রাখা হয়। AB ও CD বাহুদ্বয়ের প্রত্যেককে একটি ক'রে জ্যাকেটের ভিতরে রাখা হয়। U-নলকে এমনভাবে পারদ পূর্ণ করা হয় যাতে দুই বাহুতে পারদের মেনিস্কাস (S) জ্যাকেটের উপরে থাকে। CD বাহুর জ্যাকেটের নীচের দিকে একটি প্রবেশ পথে বরফ গলা জল প্রবেশ করে এবং ইহার উপরের দিকে একটি বাহির পথে ঐ জল বাইরে বেরিয়ে আসে। এই একই সময়ে AB বাহুর জ্যাকেটের উপরের দিকে একটি প্রবেশ-পথে স্টীম প্রবেশ করে এবং ইহার নীচের দিকে একটি বাহির পথে স্টীম বাইরে বেরিয়ে আসে। ঠাণ্ডা জলে কাপড় বা ব্লটিং কাগজকে ভিজিয়ে BD বাহুর চারপাশে রাখা হয়। ইহাতে গরম বাহু থেকে ঠাণ্ডা বাহুতে তাপ যেতে পারে না। দুই বাহুর তরলের মধ্যে উষ্ণতা পার্থক্য থাকায় AB বাহুর পারদ লেভেল CD বাহুর পারদ লেভেলের চেয়ে উপরে থাকে। তরল স্তম্ভদ্বয়



চিত্র 19

স্থায়ী অবস্থায় (steady state) এলে অনুভূমিক বাহু BD থেকে AB ও CD বাহুতে পারদ লেভেলের উচ্চতা মাপা হয়। থার্মোমিটারের সাহায্যে দুই বাহুর উষ্ণতাও লক্ষ্য করা হয়।

ধরা যাক্, গরম পারদ স্তম্ভের নির্ণীত উচ্চতা $= h_2$

ঠাণ্ডা ,, ,, ,, ,, $= h_1$

গরম পারদের ঘনত্ব $= \rho_t$

ঠাণ্ডা ,, ,, $= \rho_0$

স্টীমের উষ্ণতা $= t^\circ$

বরফ জলের উষ্ণতা $= 0^\circ$

তাহ'লে U-নলে তরল স্তম্ভের সাম্য অবস্থার জন্য,

$$h_1\rho_0 = h_2\rho_t$$

$$\therefore \quad \frac{\rho_0}{\rho_t} = \frac{h_2}{h_1}$$

আবার আমরা জানি যে, $\frac{\rho_0}{\rho_t} = 1 + \gamma t$।

$$\therefore \quad \frac{h_2}{h_1} = 1 + \gamma t \text{।} \qquad \therefore \quad \gamma = \frac{h_2 - h_1}{h_1 . t} \text{।}$$

এই সমীকরণের ডানদিকের সব রাশির মান মেপে γ এর মান সহজেই পাওয়া যায়।

এই পদ্ধতি তরলস্তম্ভের চাপের উপর নির্ভর করে। কোন বিন্দুতে তরল স্তম্ভের চাপ নলের প্রস্থচ্ছেদের উপর নির্ভর করে না। কাজেই এই পদ্ধতি নলের বাহুদ্বয়ের প্রসারণের উপর নির্ভর করে না। তাই এই পদ্ধতিতে তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. Dulong ও Petit এর পরীক্ষায় ঠাণ্ডা ও গরম তরল স্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতা যথাক্রমে 90·6 cm. এবং 92·2 cm.। ঠাণ্ডা স্তম্ভের উষ্ণতা 0°C হ'লে গরম স্তম্ভের উষ্ণতা কত ? পারদের $\gamma = 18{\cdot}2 \times 10^{-5}/^\circ C$।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\gamma = \frac{h_2 - h_1}{h_1 . t}$, $t =$ গরম স্তম্ভের উষ্ণতা।

$$\therefore \quad 18{\cdot}2 \times 10^{-5} = \frac{92{\cdot}2 - 90{\cdot}6}{90{\cdot}6 \times t}; \quad \therefore \quad t = 97^\circ C \text{ (প্রায়)।}$$

2. 100°C উষ্ণতায় একটি পারদস্তম্ভ 0°C উষ্ণতার অপর একটি পারদ স্তম্ভের সহিত সাম্য প্রতিষ্ঠা করে। উহাদের উচ্চতা যথাক্রমে 76·35 সে.মি. এবং 75 সে.মি.। পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [*H. S. Exam. 1979*]

সমাধান ঃ আমরা জানি যে,

$$\text{প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{তরল স্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতার পার্থক্য}}{\text{ঠাণ্ডা তরলস্তম্ভের উচ্চতা} \times \text{উষ্ণতা পার্থক্য}}$$

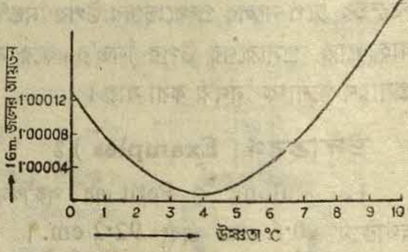
$$= \frac{76 \cdot 35 - 75}{75 \times (100 - 0)} = \frac{1 \cdot 35}{75 \times 100} = 1 \cdot 8 \times 10^{-4} / ^\circ C \text{ ।}$$

কয়েকটি তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক ঃ

তরল	$\gamma/^\circ C$	তরল	$\gamma/^\circ C$
পারদ	$18 \cdot 1 \times 10^{-5}$	সালফিউরিক অ্যাসিড	57×10^{-5}
তার্পিন তেল	94×10^{-5}	বেনজিন	121×10^{-5}
জলপাই তেল	70×10^{-5}	জল ($15^\circ C - 100^\circ C$)	37×10^{-5}
অ্যালকোহল	110×10^{-5}	গ্লিসারিন	47×10^{-5}
ক্লোরোফর্ম	126×10^{-5}		

3.11. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ (Anomalous expansion of water) ঃ

পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, কোন তরলেরই প্রসারণ সুষম নয়। কিন্তু জলের প্রসারণের অসমতা খুবই বেশি। পরীক্ষাগারে সাধারণ পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, জলের উষ্ণতা $0^\circ C$ থেকে $4^\circ C$ পর্যন্ত বাড়ালে ইহার আয়তন ক'মে যায়। কিন্তু $4^\circ C$ থেকে আরও উষ্ণতা বাড়ালে দেখা যায় যে, অন্যান্য তরলের ন্যায় জলের আয়তনও উষ্ণতার সঙ্গে বাড়ে। সুতরাং বলা যায় যে, $0^\circ C$ থেকে $4^\circ C$ পর্যন্ত উষ্ণতা পরিসরে জলের এই আচরণ অন্যান্য তরলের মত নয়। তাই $0^\circ C$ থেকে $4^\circ C$ পর্যন্ত জলের প্রসারণকে **ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ** বলে।



চিত্র 20

20 নং চিত্রে উষ্ণতার সঙ্গে 1 gm. জলের আয়তন পরিবর্তন দেখানো হ'য়েছে। এই চিত্র অনুযায়ী বোঝা যায় যে, $0^\circ C$ থেকে $4^\circ C$ পর্যন্ত জলের আয়তন ক্রমশ কমে এবং $4^\circ C$ তে আয়তন সব থেকে কম হয়। তারপর উষ্ণতা বাড়ার সঙ্গে জলের আয়তনও বাড়ে।

বিভিন্ন উষ্ণতায় 1 গ্রাম জলের ঘনত্ব ও আয়তন ঃ

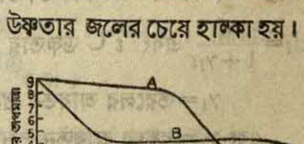
উষ্ণতা	ঘনত্ব gm/c.c.	আয়তন c.c.
0°C	0·99987	1·00013
2°C	0·99998	1·00003
4°C	1·00000	1·00000
10°C	0·99973	1·00026
20°C	0·99823	1·00180
40°C	0·99220	1·00730
60°C	0·98320	1·01700
80°C	0·97180	1·02870
100°C	0·95840	1·04320

হোপের পরীক্ষা (*Hope's Experiment*) **ঃ** একটি লম্বা কাচের চোঙ ঠাণ্ডা জল দিয়ে পূর্ণ করা হয় (চিত্র 21)। এই চোঙের মাঝখানে একটি বরফ পাত্র চোঙকে ঘিরে থাকে। চোঙের জলের উষ্ণতা A ও B থার্মোমিটারের সাহায্যে নেওয়া হয়। সময়ের সঙ্গে এই থার্মোমিটার দ্বয়ের পাঠ অর্থাৎ চোঙের জলের উষ্ণতা পরিবর্তন 22 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। এই চিত্র অনুযায়ী বোঝা যায় যে, চোঙের যে স্থানে বরফ পাত্র চোঙকে ঘিরে থাকে সেই স্থানে চোঙের জল বরফ দ্বারা ঠাণ্ডা হয়। তাই ঐ স্থানে জল নীচের জলের চেয়ে ভারী হয় ও নীচে নেমে যায়। B থার্মোমিটারের পাঠ প্রথমে খুব তাড়াতাড়ি ক'মতে থাকে। কেননা B থার্মোমিটারের কাছ থেকে পরিচলন পদ্ধতিতে



চিত্র 21

তাপ দূরে চ'লে যায়। তাপের এই পরিচলন চ'লতে থাকে যতক্ষণ না চোঙের নীচের জলের উষ্ণতা 4°C হয়। এর পর আর B থার্মোমিটারের উষ্ণতা কমে না। কারণ বরফ গলে চোঙের জল বেশি ঠাণ্ডা হ'য়ে নীচের 4°C উষ্ণতার জলের চেয়ে হাল্কা হয়। তাই চোঙের মাঝখানের জল আর নীচে নামতে পারে না। সুতরাং B থার্মোমিটারের পাঠ জলের সর্বোচ্চ ঘনত্বের উষ্ণতায় ধ্রুবক থাকে যতক্ষণ না উপরের জল খুব ঠাণ্ডা হয়। উপরের জল খুব ঠাণ্ডা হ'লে পরিবহন পদ্ধতিতে তাপ আবার B থার্মোমিটারের কাছ থেকে A থার্মোমিটারের



চিত্র 22

দিকে খুব ধীরে ধীরে প্রবাহিত হয়। পরিবহনের জন্য A থার্মোমিটার প্রথম দিকে

অল্প ঠাণ্ডা হয়। তারপর পরিচলনের জন্য A থার্মোমিটারের পাঠ দ্রুত 0°C হয় এবং জলের উপরে বরফ জমতে থাকে। এই পরীক্ষা দ্বারা জানা যায় যে, 4°C **উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সর্বোচ্চ হয়।** জলের এই ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের জন্য পুকুরের জল **উপর থেকে নীচের দিকে** ক্রমশ বরফে পরিণত হয়।

3.12. জলজ প্রাণীর জীবনে জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের প্রভাবঃ

শীত কালে শীতপ্রধান দেশে যখন পুকুর, হ্রদ, নদনদী, সমুদ্র সব ঠাণ্ডায় জমে যায় তখন জলের এই ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের জন্যই জলজ প্রাণীর জীবন রক্ষা পায়। যতই বায়ু ঠাণ্ডা হয়, জলাশয়ের উপর তলের জলও ততই শীতল হ'য়ে সংকুচিত হয় এবং ভারি হ'য়ে নীচের দিকে নেমে যায়। যতক্ষণ পর্যন্ত নীচের জল 4°C উষ্ণতায় না পৌঁছায় ততক্ষণ এই প্রক্রিয়া চ'লতে থাকে। যখন উপরের জল আরও ঠাণ্ডা হয়, তখন উহা আর নীচের দিকে যায় না। ঠাণ্ডা হ'তে হ'তে উপরের জল ক্রমশ বরফে পরিণত হয়। বরফ ও জল উভয়েই তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় নীচের জল উপরের বরফ দ্বারা ঠাণ্ডা হয় না। তাই উপর তলে বরফ থাকলেও নীচে জল থেকে যায়। কাজেই নীচের জলে জলজ প্রাণীরা বেঁচে থাকতে পারে।

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. একটি বীকারকে 4°C উষ্ণতার জল দ্বারা কানায় কানায় ভর্তি করা হয়। এই জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি বা হ্রাস ক'রলে জল উপচে পড়ে কেন ?

4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সব থেকে বেশি হয়। এই জলের উষ্ণতা হ্রাস বা বৃদ্ধি ক'রলে জলের ঘনত্ব কমে এবং আয়তন বাড়ে। তাই, উভয় ক্ষেত্রেই জল উপচে পড়ে।

2. একটি কঠিন পদার্থ কোন তরলে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। এই কঠিন-তরল সমবায়কে এমনভাবে তাপ দেওয়া হ'য় যে, কঠিন ও তরলের উষ্ণতা সব সময় সমান থাকে। এক্ষেত্রে কি ঘটবে ?

বস্তু তরলে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসায় বস্তু ও তরলের ঘনত্ব সমান হয়। ধরা যাক এই ঘনত্ব $=d$ এবং উষ্ণতা বৃদ্ধি $=t$°C। তাহ'লে t°C উষ্ণতায় তরলের ঘনত্ব $d_l=\dfrac{d}{1+\gamma_l t}$ এবং t°C উষ্ণতায় বস্তুর ঘনত্ব $d_s=\dfrac{d}{1+\gamma_s t}$;

$\gamma_l=$ তরলের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক,

এবং $\gamma_s=$ বস্তুর আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক।

কঠিনের চেয়ে তরলের প্রসারণ বেশি হওয়ায় $\gamma_l>\gamma_s$। কাজেই $d_l<d_s$ অর্থাৎ কঠিনের ঘনত্ব তরলের ঘনত্বের চেয়ে বেশি হয়। সুতরাং কঠিন পদার্থ ডুবে যায় এবং পাত্রের তলায় পৌঁছায়।

3. কানায় কানায় জলপূর্ণ একটি গ্লাসে একখণ্ড বরফ ভাসে ? বরফ গ'লে জল হ'লে ও জলের উষ্ণতা 0°C হ'লে জলের তল কোথায় থাকে ? গ্লাসে উক্ত জলের উষ্ণতা 4°C বা তার বেশি হ'লে ও বরফ গ'লে গেলে জলের তল কোথায় থাকে ?

আমরা জানি যে, **0°C** উষ্ণতায় 11 সি. সি. জল জমে 0°C উষ্ণতার বরফে পরিণত হ'লে 12 সি. সি. বরফ পাওয়া যায়। এই বরফ জলে ভাসার সময় ইহার আয়তনের 12 ভাগের 1 ভাগ জলের উপরে ও 11 ভাগ জলের মধ্যে থাকে। কাজেই, ভাসমান অবস্থায় ইহা নিজ আয়তনের 11 ভাগ জল অপসারণ ক'রে ভাসে। আবার গ'লে জল হ'লে ঐ 11 ভাগ জল পাওয়া যায়। বরফ গলা জলের আয়তন ও অপসারিত জলের আয়তন সমান হওয়ায় 0°C উষ্ণতায় বরফ গ'লে গেলেও গ্লাসে জলের তলের কোন পরিবর্তন হয় না।

4°C উষ্ণতার জলে বরফ ভাসলে বরফ জল থেকে তাপ নিয়ে গলে, ইহাতে বরফ গলা জল ও গ্লাসের জলের উষ্ণতা 4°C এর চেয়ে কম হয়। এই অবস্থায় যদিও বরফগলা জলের আয়তন এবং অপসারিত জলের আয়তন সমান, কিন্তু সমগ্র জলের উষ্ণতা 4°C এর চেয়ে কম হওয়ায় জলের আয়তন বৃদ্ধি পায় ও জল উপচিয়ে পড়ে।

উত্তপ্ত জলে বরফ ভাসালে বরফ গলার দরুন সমগ্র জলের উষ্ণতা ক'মে যায়। যদিও বরফগলা জলের আয়তন ও অপসারিত জলের আয়তন সমান, কিন্তু উচ্চ উষ্ণতা থেকে নিম্ন উষ্ণতায় আসার দরুন জলের আয়তনের সংকোচন হয় ও জলের তল কিছুটা নেমে যায়।

উদাহরণ (**Example**) ঃ

কোন পাত্রকে 500 gm. জল এবং 1000 gm. পারদ দ্বারা পূর্ণ করা হয়। যখন 21,200 cal. তাপ পাত্রকে দেওয়া হয় তখন 3·52 gm. জল উপচে পড়ে। পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। পাত্রের প্রসারণ অগ্রাহ্য কর। জলের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $1{\cdot}5 \times 10^{-4}/°C$, পারদের ঘনত্ব 13·6 gm./c.c. জলের ঘনত্ব 1 gm./c.c. এবং পারদের আপেক্ষিক তাপ 0·03 cal/gm/°C.।

(*I. I. T. '76*)

সমাধান ঃ ধরা যাক, উষ্ণতা বৃদ্ধি $= t°C$।

তাহ'লে $500t + 1000 \times 0{\cdot}03 \times t = 21200$। অতএব, $t = 40°C$। প্রথমে জলের আয়তন = 500 c.c. এবং পারদের আয়তন $= \frac{1000}{13{\cdot}6}$ c.c.।

40°C উষ্ণতা বাড়লে মোট আয়তন বাড়ে, $\Delta V = 500 \times 1{\cdot}5 \times 10^{-4} \times 40 + \frac{1000}{13{\cdot}6} \times \gamma \times 40 \cdots$ (i) γ = পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক। উপচে পড়া জলের আয়তন $= 3{\cdot}52/\rho$; ρ = উচ্চ উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব।

আবার, $\rho = \frac{1}{(1+1\cdot5 \times 10^{-4} \times 40)}$ ।

অতএব, $\frac{3\cdot52}{\rho} = 3\cdot52 \times (1+1\cdot5 \times 10^{-4} \times 40) = 3\cdot54$ c.c. ··· (ii) ।

(i) ও (ii) নং সমীকরণ অনুযায়ী

$$500 \times 1\cdot5 \times 10^{-4} \times 40 + \frac{1000}{13\cdot6} \times \gamma \times 40 = 3\cdot54 \text{ ।}$$

কাজেই, $\gamma = 1\cdot8 \times 10^{-4}/°C$ ।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. তরলের আপাত প্রসারণ ও প্রকৃত প্রসারণ ব'লতে কি বোঝায় ? তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক ও প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। ইহাদের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় কর।

What do you mean by apparent expansion and real expansion of a liquid ? Define co-efficient of apparent expansion and co-efficient of real expansion of a liquid. Find a relation between them.

2. ভার থার্মোমিটারের সাহায্যে কিভাবে তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায় ? এই যন্ত্রকে 'ভার থার্মোমিটার' বলা হয় কেন ?

How can you determine the co-efficient of apparent expansion of a liquid with the help of a weight thermometer ? Why is this instrument called weight thermometer ?

3. পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·00018/°C ব'লতে কি বোঝায় ?

তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয়ে দুলোঁ ও পেতির পদ্ধতি বর্ণনা কর। এই পদ্ধতিতে তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক পাওয়া যায় কেন ?

What do you mean by the statement —"The co-efficient of real expansion of mercury is 0·00018/°C ?

Describe Dulong and Petit's method for the determination of the co-efficient of real expansion of a liquid. Why co-efficient of real expansion of a liquid is obtained in this method ?

4. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ ব'লতে কি বোঝায় ? পরীক্ষার সাহায্যে ইহা কিভাবে প্রমাণ করা যায় ? জলজ প্রাণীর জীবনে জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের প্রভাব কি ?

What do you mean by anomalous expansion of water ? How can it be proved experimentally ? What is the influence of anomalous expansion of water on marine life ?

5. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও—

(i) কোন ধাতব পাত্রে তরল নিয়ে উত্তপ্ত ক'রলে প্রথমে তরলের তল নীচে নামে কেন ?

(ii) উষ্ণতার সহিত তরলের ঘনত্ব কিভাবে পরিবর্তিত হয় ?

(iii) তরলের উষ্ণতা বাড়ালে নিমজ্জিত কঠিন পদার্থের আপাত ওজন কিভাবে পরিবর্তিত হয় ?

(iv) 0°C থেকে 4°C উষ্ণতার মধ্যে কি জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ ঘটে ?

(v) উষ্ণতা মাপক পদার্থ হিসেবে জল ব্যবহার করা হয় না কেন ?

Answer the following questions :

(i) Why does the level of liquid in a metallic vessel first falls when heated ?

(ii) How does density of a liquid vary with temperature ?

(iii) How does the apparent weight of a solid immersed in a liquid change when the temperature of the liquid rises ?

(iv) Is there anomalous expansion of water between 0°C and 4°C ?

(v) Why is water not used as a thermometric substance ?

6. (a) তরলের আপাত প্রসারণের সংজ্ঞা দাও। (b) তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক, তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক এবং পাত্রের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

[*Tripura H. S. 1980*]

7. ভার থার্মোমিটারের সাহায্যে তরলের কোন্ গুণাঙ্ক নির্ণয় করা হয় ? এই পদ্ধতি সবিস্তারে বর্ণনা কর। [*H. S.* (new) *1978*]

8. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ পরীক্ষার সাহায্যে কিরূপে প্রদর্শন করাবে ?

[*H. S.* (new) *1979*]

9. প্রকৃত প্রসারণ ও আপাত প্রসারণের মধ্যে পার্থক্য কি ? ইহাদের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। সামুদ্রিক প্রাণীর উপর জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের প্রভাব সম্পর্কে আলোচনা কর।

[*H. S.* (new) *1980*]

10. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ :—

(i) জলের উপর বরফ জমলেও তলার জল তরল অবস্থায় থাকে কেন ?

(ii) জমে যাওয়া নদীতে মাছ বাঁচে কি ক'রে ? [*H. S.* (new) *1978*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. একটি কাচের বাল্ব 18°C উষ্ণতায় 50 c.c. পারদ দ্বারা পূর্ণ। উষ্ণতা 38°C হ'লে কত আয়তনের পারদ বাল্ব থেকে বেরিয়ে যায় ? কাচের $\alpha = 9 \times 10^{-6}/°K$ ও পারদের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $\gamma = 18 \times 10^{-5}/°K$। [0·15 c.c.]

2. 0°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব $1·36 \times 10^4$ Kg/m^3 এবং আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $182 \times 10^{-6}/°K$। 50°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব নির্ণয় কর। [$1·348 \times 10^4$ Kg/m^3]

3. বায়ুতে কোন কাচ পিণ্ডের ওজন 10 gm.। 15°C উষ্ণতায় ইহার জলে ওজন 6 gm. এবং 65°C উষ্ণতায় ইহার জলে ওজন 6·05 gm.। জলের প্রসারণ গুণাঙ্ক কত ? কাচের $\alpha = 9 \times 10^{-6}/°C$ ও 15°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব = 1 gm/c.c.। [$28 \times 10^{-5}/°C$]

4. 0°C উষ্ণতায় একটি ভার থার্মোমিটারে 400 gm. পারদ আছে। উষ্ণতা 90°C হ'লে কি পরিমাণ পারদ বহিষ্কৃত হয় ? পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক $\frac{1}{6500}/°C$। [5·46 gm. (প্রায়)]

5. 0°C উষ্ণতায় কোন কাচের কৈশিক নলে 1 m. দৈর্ঘ্যের একটি পারদ সূত্র আছে। 100°C উষ্ণতায় পারদ সূত্রের দৈর্ঘ্য 16·5 mm. বৃদ্ধি পায়। পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক $182 \times 10^{-6}/°C$ হ'লে কাচের প্রসারণ গুণাঙ্ক কত ? [$5·6 \times 10^{-6}/°C$]

6. 0°C উষ্ণতায় কোন কাচ দণ্ডের উপর দু'টি দাগের পারস্পরিক দূরত্ব 10 cm.। এই দণ্ডের উষ্ণতা 0°C থেকে 100°C করা হ'লে ঐ দুই দাগের দূরত্ব 0·08 mm. বৃদ্ধি পায়। ঐ কাচের তৈরী একটি ফ্লাস্কের গলায় দাগ কাটা আছে। 0°C উষ্ণতায় ফ্লাস্কের এই দাগ পর্যন্ত জলের আয়তন 1 লিটার হয়। ফ্লাস্কের এই দাগ পর্যন্ত কত সি. সি. ফুটন্ত জল থাকে ? [1002·4 c.c.]

7. 100°C উষ্ণতায় একটি পারদস্তম্ভ 0°C উষ্ণতায় অপর একটি পারদস্তম্ভের সহিত সাম্য প্রতিষ্ঠা করে। উহাদের উচ্চতা যথাক্রমে 76·35 সে. মি. এবং 75 সে. মি.। পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [*H. S.* (new) *1979*] [$1·8 \times 10^{-4}/°C$]

8. শূন্য অবস্থায় কোন ভার-থার্মোমিটারের ওজন 40 gm.। 0°C উষ্ণতায় ইহাকে পারদ পূর্ণ ক'রলে ইহার ওজন 490 gm. হয় এবং 100°C উষ্ণতায় 6·85 gm. পারদ বেরিয়ে যায়। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক = 0·000182/°C। [91×10^{-6}/°C]

9. একটি কাচ বাল্বে পারদ ও বায়ু আছে। উষ্ণতা পরিবর্তনের ফলে বায়ুর আয়তনের কোন পরিবর্তন না হ'লে বাল্বের কত অংশ পারদ পূর্ণ আছে? কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক = $7\cdot5\times10^{-6}$/°C ও পারদের প্রসারণ গুণাঙ্ক = $1\cdot8\times10^{-4}$/°C। [1/8]

10. কোন ভার-থার্মোমিটারে 0°C উষ্ণতায় 1 Kg. পারদ আছে। ইহাকে উত্তপ্ত ক'রলে 20 gm. পারদ বেরিয়ে যায়। যদি পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000155/°C হয়, তাহ'লে উষ্ণতা কত বৃদ্ধি পায়? [131·67°C]

11. যদি পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·00015/°C হয় এবং 0°C উষ্ণতায় ভার-থার্মোমিটারে 300 gm. পারদ থাকে তবে ইহার উষ্ণতা 83°C পর্যন্ত বাড়ালে কি পরিমাণ তরল বেরিয়ে যায়? [3·69 gm.]

12. একটি ফ্লাস্কে একখণ্ড বরফ নিয়ে ফ্লাস্কে জল ঢালা হয় এবং ফ্লাস্ককে কানায় কানায় জল ভর্তি করা হয়। বরফ সম্পূর্ণ গ'লে গেলে ফ্লাস্কের জলের কি পরিবর্তন হবে, যদি (i) 4°C উষ্ণতায় জল নেওয়া হয়, (ii) 0°C উষ্ণতায় জল নেওয়া হয়; এবং (iii) উত্তপ্ত জল নেওয়া হয়।

13. 1 ঘন cm. জলের ওজন 0°C উষ্ণতায় 0·99987 gm. এবং 4°C উষ্ণতায় 1 gm. হ'লে 0°C থেকে 4°C উষ্ণতা পর্যন্ত জলের গড় প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [0·00032/°C]

14. কোন সমপ্রস্থচ্ছেদের কাচ নলে 1 metre দৈর্ঘ্যের পারদ 0°C উষ্ণতায় আছে। উষ্ণতা 100°C হ'লে পারদের দৈর্ঘ্য 1·65 cm. বাড়ে। যদি পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000182 হয় তাহ'লে কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক কত? [$0\cdot056\times10^{-4}$/°C]

15. 0°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব 13·6 এবং 100°C উষ্ণতায় ইহার ঘনত্ব 13·35। পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [0·0001873/°C]

16. 20°C উষ্ণতায় কোন কাচের ফ্লাস্কের আয়তন 1 লিটার। যদি উষ্ণতা 40°C করা হয়, তবে দেখাও যে, ইহার আয়তন অর্ধ মিমি. বৃদ্ধি পায়। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক = 8×10^{-6}/°C।

17. একটি লম্বা, সূক্ষ্ম সমব্যাসের রন্ধ্রযুক্ত কাচনলে 0°C উষ্ণতায় 1 m দীর্ঘ একটি পারদ সূত্র আছে। উষ্ণতা 100°C ক'রলে পারদসূত্রের দৈর্ঘ্য 16·5 mm. বাড়ে। পারদের প্রকৃত প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000182 হ'লে কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক কত হবে?

[*H. S.* (Comp) *1960*] [$8\cdot3\times10^{-6}$/°C]

18. একটি কাচনলের অভ্যন্তরীণ প্রস্থচ্ছেদ 0·002 sq. cm. এবং উহার একপ্রান্তে 12 c.c. আয়তনের একটি কুণ্ড যুক্ত আছে। 15°C উষ্ণতায় ঐ কুণ্ড একটি তরল দ্বারা পূর্ণ আছে। তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক $0\cdot52\times10^{-3}$/°C হ'লে এবং কুণ্ডকে 45°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে ঐ তরল নলে কতদূর উঠবে? [93·4 cm.]

19. একটি বোতলের খালি অবস্থায় ওজন 16·46 gm; 45°C উষ্ণতায় কোন তরল দ্বারা পূর্ণ ক'রলে উহার ওজন হয় 42·48 gm. এবং 95°C উষ্ণতায় ঐ তরল দ্বারা পূর্ণ ক'রলে উহার ওজন হয় 41·39 gm.। তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [87×10^{-5}/°C]

20. বায়ুতে একটি কাচ খণ্ডের ওজন 50 gm.। 4°C জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন 34·54 gm. এবং 60°C জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন 34·76 gm.। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক 8×10^{-6}/°C হ'লে 4°C এবং 60°C উষ্ণতার মধ্যে জলের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [$2\cdot76\times10^{-4}$/°C]

21. একটি থার্মোমিটার কুণ্ডের আয়তন 1 c.c.। ঐ থার্মোমিটার স্কেলের প্রত্যেক ডিগ্রী ঘরকে 5 mm. লম্বা ক'রতে হবে। থার্মোমিটার নলের রন্ধ্রের প্রস্থচ্ছেদ কত হবে? কাচের তুলনায় পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক = $1\cdot6\times10^{-4}$/°C। [*H. S.* (Comp) *1966*] [0·032 cm²]

22. কাচ পাত্র ব্যবহার ক'রলে কোন তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক হয় $1\cdot4\times10^{-5}$/°C এবং তাম্রপাত্র ব্যবহার ক'রলে হয় $13\cdot2\times10^{-5}$/°C; তামার দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক $1\cdot7\times10^{-5}$/°C হ'লে কাচের কত হয়? [*H. S. 1961*] [9×10^{-6}/°C]

গ্যাসের প্রসারণ
(EXPANSION OF GASES)

4.1. গ্যাসের প্রসারণ (Expansion of Gases) ঃ

কঠিন ও তরলের ন্যায় গ্যাস এবং অন্যান্য বায়বীয় পদার্থও তাপ পেলে প্রসারিত হয়। কঠিন ও তরলের তুলনায় গ্যাসের আয়তন প্রসারণ বেশি হয়। কারণ গ্যাসের অণুগুলির মধ্যবর্তী স্থান (Inter molecular space) তরল ও কঠিন পদার্থের অণুগুলির মধ্যবর্তী স্থানের চেয়ে বেশি। অর্থাৎ, ইহাদের অণুগুলি বেশি ছাড়াছাড়ি অবস্থায় থাকে। গ্যাসের একটি বিশেষ ধর্ম আছে। উষ্ণতা পরিবর্তন না ক'রেও গ্যাসের আয়তন পরিবর্তন করা যায়। কঠিন বা তরলকে তাপ না দিলে ইহাদের আয়তন পরিবর্তন হয় না। কেননা ইহাদের উপর চাপের প্রভাব নেই ব'ললেই চলে। কিন্তু গ্যাসের উপর-চাপের প্রভাব আছে। তাপ না দিয়ে চাপ পরিবর্তন ক'রলেও গ্যাসের আয়তন পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ তাপ দিলে কঠিন ও তরলের ন্যায় গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন হয়। আবার চাপ পরিবর্তন ক'রলেও গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন হয়। কোন গ্যাসের অবস্থা জানার জন্য ইহার চাপ, উষ্ণতা ও আয়তন জানতে হয়। এই তিন রাশির যে কোন একটির পরিবর্তন ঘটলে অপর দুই রাশিরও পরিবর্তন ঘটে।

4.2. গ্যাস সূত্র (Gas laws) ঃ

আয়তন, চাপ এবং উষ্ণতা এই তিন রাশির যে কোন একটিকে স্থির রেখে অপর দু'টির পরিবর্তন বিবেচনা ক'রলে নীচের তিনটি সূত্র পাওয়া যায় ঃ

(i) উষ্ণতা স্থির রাখলে চাপ ও আয়তনের পরিবর্তন বয়েলের সূত্র মেনে চলে।
(ii) চাপ স্থির রাখলে উষ্ণতা ও আয়তনের পরিবর্তন চার্লসের সূত্র মেনে চলে।
(iii) আয়তন স্থির রাখলে উষ্ণতা ও চাপের পরিবর্তন চাপসূত্র মেনে চলে।

4.3. বয়েলের সূত্র (Boyle's law) ঃ

উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকলে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ ইহার আয়তনের সহিত ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। (*Temperature remaining constant, the volume of a given mass of any gas varies inversely as its pressure.*)

স্থির উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ P ও ইহার আয়তন V হ'লে বয়েলের সূত্রানুযায়ী, $P \propto \frac{1}{V}$। বা, $PV=$ ধ্রুবক। স্থির উষ্ণতায় কোন গ্যাসের চাপ পরিবর্তিত হ'য়ে P_1, P_2, P_3 ইত্যাদি হ'লে এবং গ্যাসের আয়তন যথাক্রমে V_1, V_2, V_3 ইত্যাদি হ'লে বয়েলের সূত্রানুযায়ী, $P_1V_1=P_2V_2=P_3V_3$ ইত্যাদি হয়।

বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে বেশি ও কম চাপে বয়েলের সূত্রের সত্যতা নিরূপণ (Verification of Boyle's law for pressures above and below one atmosphere) :

যন্ত্রবর্ণনা (*Description of apparatus*) : 23 নং চিত্রে যন্ত্রটি দেখানো হ'য়েছে। এই যন্ত্রে AB ও CD দু'টি কাচ নল। এই নল দুটিকে যথাক্রমে PQ এবং RT খাড়া দণ্ডদ্বয় বরাবর ওঠানো বা নামানো যায় এবং ঐ দণ্ডদ্বয়ের যে কোন স্থানে আটকানো যায়। AB নলের উপরের প্রান্ত বন্ধ থাকে অথবা ইহার সঙ্গে একটি স্টপ কক্ S আটকানো থাকে। CD নলের উভয় প্রান্তই খোলা। AB ও CD নলের নীচের খোলা মুখ একটি মোটা রাবার নলের দুই প্রান্তের সঙ্গে যুক্ত থাকে। সমগ্র রাবার নল এবং AB ও CD নলের কিছু অংশ শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ দ্বারা পূর্ণ থাকে। অনেক সময় AB নল c.c. তে অংশাঙ্কিত থাকে। AB নলে পারদের উপর শুষ্ক গ্যাস আবদ্ধ থাকে। AB ও CD নলের মাঝামাঝি স্থানে একটি উল্লম্ব স্কেল S_1S_2 থাকে। এই স্কেল থেকে AB ও CD নলের পারদ তলের উচ্চতার পার্থক্য পাওয়া যায়।

মূলতত্ত্ব (*Theory*) : বয়েলের সূত্র—একটি নির্দিষ্ট পরম উষ্ণতা (T) তে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন (V) ইহার চাপের (P) সমানুপাতিক হয়। কাজেই, $P\propto\frac{1}{V}$ যখন T ধ্রুবক। একই উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ ও আয়তন বিভিন্ন অবস্থায় যথাক্রমে P_1, V_1 ; P_2, V_2 ; P_3, V_3 ইত্যাদি হ'লে $P_1V_1=P_2V_2=P_3V_3$ ইত্যাদি।

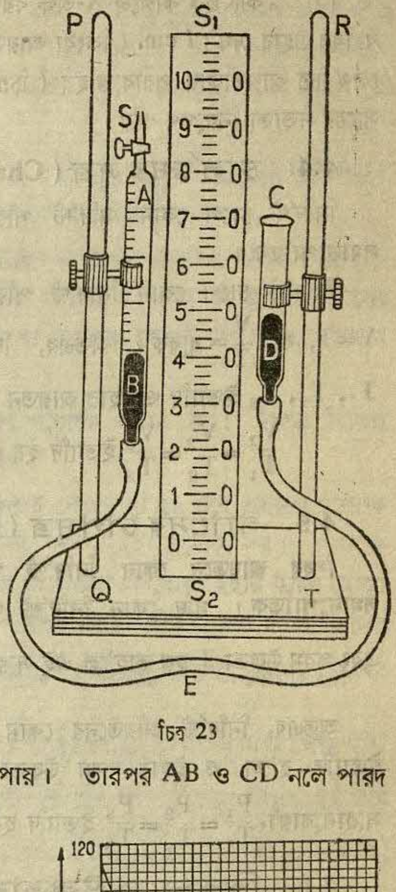
ব্যারোমিটারে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা H cm. এবং AB ও CD নলে পারদ-স্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতার পার্থক্য h cm হ'লে AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের চাপ হয়, $P=(H\pm h)$ cm.। CD নলের পারদতল AB নলের পারদতলের চেয়ে উচ্চতর হ'লে + চিহ্ন এবং নিম্নতর হ'লে − চিহ্ন নিতে হয়। AB নল অংশাঙ্কিত না হ'লে গ্যাসের আয়তন AB নলের যে দৈর্ঘ্য গ্যাস অধিকার করে তার সঙ্গে সমানুপাতিক হয়।

কার্যপদ্ধতি (*Procedure*) : (1) পরীক্ষার আগে এবং পরে ব্যারোমিটারের পাঠ নেওয়া হয়। এই দুই পাঠের গড় H cm.।

(2) CD কে উঠিয়ে বা নামিয়ে AB ও CD নলের পারদ তলকে একই অনুভূমিক তলে আনা হয়। এই অবস্থায় AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের চাপ H cm.। S_1S_2 স্কেলের সাহায্যে AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের দৈর্ঘ্য (l cm.) নির্ণয় করা হয়। কিন্তু AB নল c c. তে অংশাঙ্কিত থাকলে ঐ নলে আবদ্ধ গ্যাসের আয়তন (V c.c.) সরাসরি লক্ষ্য করা হয়। এবার Hl (বা HV) নির্ণয় করা হয়।

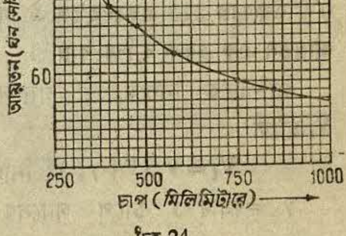
(3) এবার CD নলকে এমনভাবে উপরে তোলা হয় যেন AB নলে গ্যাসের দৈর্ঘ্য

1 cm. (বা আয়তন 1 c.c.) কম হয়। তারপর AB ও CD নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য (h_1 cm.) S_1S_2 স্কেল থেকে লক্ষ্য করা হয় এবং $H+h_1$ নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে AB নলে গ্যাসের দৈর্ঘ্য l_1 cm. (বা আয়তন V_1 c. c.) হ'লে দেখা যায় $Hl=(H+h_1)\ l_1$ (অথবা $HV=(H+h_1)\ V_1$)। কাজেই বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে বেশি চাপে বয়েলের সূত্র প্রমাণিত হয়। এইভাবে AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে বেশি করার জন্য CD নলকে তিন কিংবা চারবার উপরে তোলা হ'য় যাতে প্রতি ধাপে AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের দৈর্ঘ্য (কিংবা আয়তন) ইহার আগের দৈর্ঘ্যের (কিংবা আয়তনের) 1 c.c. ক'রে কম হয়। তারপর প্রতি ধাপে চাপ × দৈর্ঘ্য (কিংবা চাপ × আয়তন) নির্ণয় ক'রে বয়েলের সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করা হয়।



চিত্র 23

(4) এবার CD নলকে নীচে নামিয়ে AB ও CD উভয় নলে পারদতলকে একই অনুভূমিক তলে আনা হয়। তারপর CD নলকে এমনভাবে নীচে নামানো হয় যাতে AB নলে গ্যাসের দৈর্ঘ্য 1 cm. (বা আয়তন 1 c.c.) বৃদ্ধি পায়। তারপর AB ও CD নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য (h_2 cm.) S_1S_2 স্কেল থেকে লক্ষ্য করা হয় এবং $H-h_2$ নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে AB নলে গ্যাসের দৈর্ঘ্য l_2 cm. (বা আয়তন V_2 c.c.) হ'লে দেখা যায় $Hl=(H-h_2)l_2$ [অথবা $HV=(H-h_2)V_2$]। কাজেই বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কম চাপে বয়েলের সূত্র প্রমাণিত হয়। এইভাবে AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কম করার জন্য CD নলকে তিন কিংবা চারবার নীচে নামানো হয় যাতে



চিত্র 24

প্রতি ধাপে AB নলে আবদ্ধ গ্যাসের দৈর্ঘ্য (কিংবা আয়তন) ইহার আগের দৈর্ঘ্যের

(কিংবা আয়তনের) চেয়ে 1 c.c. ক'রে বেশি হয়। তারপর প্রতি ধাপে চাপ × দৈর্ঘ্য (কিংবা চাপ × আয়তন) নির্ণয় ক'রে বয়েলের সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করা হয়।

(5) একটি ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর গ্যাসের চাপ P (cm.-এ) এবং Y-অক্ষ বরাবর উহার দৈর্ঘ্য l cm. (কিংবা আয়তন V c.c.) নিয়ে লেখ অংকন করা হয়। লেখ চিত্র আয়তাকার পরাবৃত্ত হয় (চিত্র 24)। কাজেই এই লেখ চিত্রটিও বয়েলের সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করে।

4.4. চার্লসের সূত্র (Charle's law) :

নির্দিষ্ট চাপে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন ইহার পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক।

নির্দিষ্ট চাপে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন V ও উষ্ণতা T হ'লে $V \propto T$, বা, $\frac{V}{T}$ = ধ্রুবক। অতএব, স্থির চাপে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের উষ্ণতা T_1, T_2, T_3 ইত্যাদি ও ইহার আয়তন যথাক্রমে V_1, V_2, V_3 ইত্যাদি হ'লে

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$ ইত্যাদি হয়।

4.5. গ্যাসের চাপসূত্র (Gas laws) :

স্থির আয়তনে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ ইহার পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক। যদি কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ ও নির্দিষ্ট আয়তন গ্যাসের চাপ P এবং পরম উষ্ণতা T হয় তাহ'লে এই সূত্রানুযায়ী, $P \propto T$, বা, $\frac{P}{T}$ = ধ্রুবক।

অতএব, নির্দিষ্ট আয়তনের কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ P_1, P_2, P_3 ইত্যাদি হ'লে ও ইহার পরম উষ্ণতা যথাক্রমে T_1, T_2, T_3 ইত্যাদি হ'লে এই সূত্রানুযায়ী, $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}$ ইত্যাদি হয়।

4.6. স্থির চাপে উষ্ণতার সঙ্গে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি :

চার্লসের সূত্রানুযায়ী, "**নির্দিষ্ট চাপে যে কোন গ্যাসের নির্দিষ্ট ভরের আয়তন 0°C উষ্ণতায় 273 একক হ'লে ঐ গ্যাসের প্রতিডিগ্রী সেন্টিগ্রেড উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য আয়তন এক একক বৃদ্ধি পায়**"।

গাণিতিক নিয়মে, ঐ গ্যাসের আয়তন 0°C উষ্ণতায় V_o ও t°C উষ্ণতায় V_t হ'লে

$$V_t = V_o(1 + \gamma_p t) \text{ (নির্দিষ্ট চাপে) };$$

γ_p = নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের প্রসারণ গুণাংক। সব গ্যাসের বেলাতেই γ_p এর মান $\frac{1}{273} = 0{\cdot}0036/°C$। কাজেই, $\gamma_p = \frac{V_t - V_o}{V_o \cdot t}$ ... ...(i)

কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন 0°C উষ্ণতায় এক একক হ'লে ঐ গ্যাসের চাপ স্থির রেখে প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইহার যে আয়তন বৃদ্ধি হয় তাকে স্থির চাপে আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে। (*The co-efficient of expansion of a gas at constant pressure is defined as the increase in volume of each unit volume of the gas at 0°C, per degree rise of temperature, when the pressure is kept constant.*)

গ্যাসের আয়তন প্রসারণের বেলায় (i) নং সমীকরণ কঠিন ও তরলের সমীকরণের মত। কিন্তু গ্যাসের বেলায় নীচের **বৈশিষ্ট্যগুলি** লক্ষ্য করা যায় :

(*i*) কঠিন ও তরলের চেয়ে গ্যাসের প্রসারণ গুণাঙ্কের মান অনেক বেশি হয়।

(*ii*) উষ্ণতার সঙ্গে গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন লক্ষ্য করার জন্য গ্যাসের চাপকে স্থির রাখতে হয়। কিন্তু কঠিন বা তরলের বেলায় চাপ স্থির রাখার প্রয়োজন হয় না।

(*iii*) নির্দিষ্ট চাপে সব গ্যাসের প্রসারণ গুণাঙ্ক সমান হয়। কিন্তু বিভিন্ন তরল ও কঠিনের বেলায় ইহার মান বিভিন্ন হয়।

(*iv*) কঠিন ও তরল যদি 0°C উষ্ণতায় নেওয়া না হয় তবে প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয়ে ত্রুটি সামান্যই হয়। কিন্তু গ্যাসের বেলায় ইহা প্রযোজ্য নয়। গ্যাসকে সর্বদা 0°C এর আয়তনে নিতে হয়। নীচের আলোচনা অনুযায়ী ইহার কারণ বোঝা যায়। স্থির চাপে 0°C উষ্ণতায় 273 c.c. গ্যাসের উষ্ণতা 100°C করা হ'লে গ্যাসের আয়তন হয়, $V_{100}=273\left(1+\frac{100}{273}\right)=373$ c.c.। আবার, 110°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট চাপে এই গ্যাসের আয়তন হয়, $V_{110}=273\left(1+\frac{110}{273}\right)=383$ c.c.। যদি 0°C উষ্ণতার পরিবর্তে 100°C উষ্ণতার গ্যাসকে প্রারম্ভিক গ্যাস হিসেবে নেওয়া হয় তবে 110°C উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন হয়, $V_{110}=373\left(1+\frac{10}{273}\right)$ [$\because V_{100}=373$]

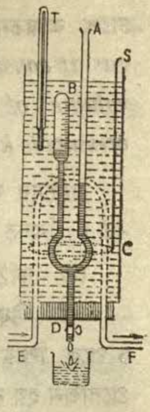
$$=373+\frac{3730}{273}=386{\cdot}6 \text{ c.c.}$$

এই আলোচনা অনুযায়ী, 0°C উষ্ণতায় প্রারম্ভিক গ্যাস না নিলে আয়তন নির্ণয় সঠিক হয় না।

4.7. নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of volume co-efficient of expansion of a gas at constant pressure) :

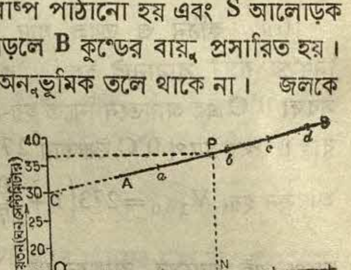
যন্ত্রের বর্ণনা (*Description of apparatus*) : এই কাজে ব্যবহৃত যন্ত্র একটি U আকৃতির কাচ নল (চিত্র 25)। এই নলের এক প্রান্তে একটি কুণ্ড B আছে।

ইহার অপর প্রান্ত (A) খোলা। এই নলের বাঁকানো স্থানে স্টপকর্ক সহ পার্শ্ব নল (D) আছে। এই U নল একটি মোটা চোঙের (C) ভিতরে এমনভাবে রাখা হয় যাতে পার্শ্বনল C চোঙের কর্কের মধ্য দিয়ে বাইরে বেরিয়ে থাকে। C চোঙকে এমনভাবে জলপূর্ণ করা হয় যাতে নীচের মুখের B কুণ্ড জলের মধ্যে এবং A খোলা মুখ জলের উপরে থাকে। ঐ কর্কের ভিতর দিয়ে একটি তামার নল EFকে C চোঙের মধ্যে প্রবেশ করানো হয় এবং এই নলের ভিতর দিয়ে স্টীম চালানো হয়। থার্মোমিটার T-কে C চোঙের জলের ভিতর ডুবিয়ে রেখে উষ্ণতা পরিমাপ করা হয়। U নলের নীচের দিক সালফিউরিক অ্যাসিডে এবং B কুণ্ড বায়ুতে পূর্ণ থাকে। জলের উষ্ণতা সর্বত্র সমান করার জন্য আলোড়ক (S) নেওয়া হয়।



চিত্র 25

কার্য প্রণালী (*Procedure*): প্রথমে ঘরের উষ্ণতায় A নল দিয়ে অ্যাসিড ঢেলে এবং D নল দিয়ে অ্যাসিড বার ক'রে U-নলের উভয় বাহুর তরল তলকে এক অনুভূমিক তলে আনা হয়। এই অবস্থায় B কুণ্ডের বায়ুর আয়তন ইহার গায়ের অংশাংকন থেকে দেখে নেওয়া হয়। এইবার EF নল দিয়ে ধীরে ধীরে বাষ্প পাঠানো হয় এবং S আলোড়ক নেড়ে সমানভাবে জল গরম করা হয়। উষ্ণতা বাড়লে B কুণ্ডের বায়ু প্রসারিত হয়। তখন আর U নলের দুই বাহুর অ্যাসিডতল এক অনুভূমিক তলে থাকে না। জলকে একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় রেখে D নল দিয়ে অ্যাসিড বের করা হয় এবং পুনরায় U-নলের দুই বাহুর অ্যাসিডতলকে এক অনুভূমিক তলে আনা হয়। তখন আবার B কুণ্ডের বায়ুর আয়তনের পাঠ নেওয়া হয় এবং ইহার উষ্ণতার পাঠ T থার্মোমিটার থেকে পাওয়া যায়। এবার ধীরে ধীরে উষ্ণতা বাড়িয়ে বিভিন্ন উষ্ণতার জন্য একই ভাবে বিভিন্ন আয়তনের পাঠ নিয়ে একটি লেখচিত্র আঁকা হয়। উষ্ণতাকে X-অক্ষ ও আয়তনকে Y-অক্ষ বরাবর নিয়ে এই লেখচিত্র আঁকা হয় (চিত্র 26)। ধরা যাক a, b, c, d বিন্দুগুলি পাওয়া যায়। এই বিন্দুগুলি যুক্ত ক'রে যে সরলরেখা AB পাওয়া যায় তাই উষ্ণতা-আয়তন লেখচিত্র। এই সরলরেখাকে পশ্চাতে বাড়ালে ইহা Y-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহ'লে 0°C উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তনের মান $V_0 = OC$। লেখচিত্র অনুযায়ী যে কোন উষ্ণতায় (t°C) আয়তন V_t নির্ণয় করে,



চিত্র 26

$$\gamma_p = \frac{V_t - V_0}{V_0 t}$$ সম্পর্ক থেকে γ_p এর মান পাওয়া যায়।

4.8. স্থির আয়তনে উষ্ণতার সঙ্গে গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি:

কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন অপরিবর্তিত রেখে তাপ দিলে ইহার চাপ বাড়তে থাকে। কারণ গ্যাসের উষ্ণতা বাড়ালে গ্যাস প্রসারিত হয়। এই

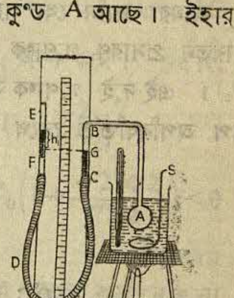
প্রসারণ বন্ধ ক'রলে গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায়। কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ 0°C উষ্ণতায় P_0 এবং t°C উষ্ণতায় P_t হ'লে, $P_t=P_0(1+\gamma_v t)$; γ_v=স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারণ গুণাঙ্ক।

$$\therefore \quad \gamma_v=\frac{P_t-P_0}{P_0 t} \text{।}$$

কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ 0°C উষ্ণতায় এক একক হ'লে ঐ গ্যাসের আয়তন অপরিবর্তিত রেখে প্রতিডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইহার যে চাপ বৃদ্ধি হয় তাকে চাপ প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে। (*The co-efficient of expansion of a gas at constant volume is defined as the increase in pressure of each unit pressure of the gas at 0°C, per degree rise of temperature, when the volume is kept constant.*)

4.9. নির্দিষ্ট আয়তনে একটি গ্যাসের চাপ প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of pressure co-efficient of expansion of a gas at constant volume) ঃ

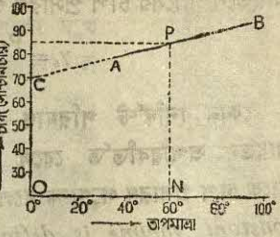
যন্ত্র বর্ণনা (*Description of apparatus*) ঃ ABC একটি উল্টানো U আকৃতির কৈশিক কাচনল (চিত্র 27)। নলের এক প্রান্তে কুণ্ড A আছে। ইহার অন্য প্রান্ত আবার একটি রাবারের বড় নল দিয়ে অপর একটি দুইমুখ খোলা EF নলের সাথে যুক্ত। EF নল বেশ মোটা। U নলের BC অংশ ও EF নল একটি কাঠের ফ্রেমে খাড়াভাবে আটকানো থাকে। ফ্রেমের মধ্যস্থলে দুই নলের মাঝখানে একটি উল্লম্ব স্কেল থাকে। ABC নলের A কুণ্ডে ও ইহার উপরে কিছু অংশ বায়ু-পূর্ণ থাকে। ABC নলের কোন একটি স্থানে একটি নির্দিষ্ট দাগ (G) থাকে। পাঠ নেওয়ার সময় EF নলকে উঠিয়ে বা নামিয়ে BC নলের পারদ তলকে ঐ দাগ G-তে আনতে হয়। A বায়ুকুণ্ডকে জলাধারে নিমজ্জিত রাখা হয়। জলাধারকে বার্নারের সাহায্যে উত্তপ্ত করা হয়। আলোড়ক S দিয়ে ঐ জল নাড়া হয় এবং থার্মোমিটার দিয়ে ইহার উষ্ণতার পাঠ নেওয়া হয়।



চিত্র 27

কার্য প্রণালী (*Procedure*) ঃ প্রথমে ঘরের উষ্ণতায় EF নলকে উঠিয়ে বা নামিয়ে G দাগে পারদতলকে আনতে হয়। EF নলে পারদতল G দাগের চেয়ে উঁচুতে থাকলে স্কেল থেকে BC ও EF নলের দুই পারদতলের পার্থক্য নির্ণয় ক'রে এই পার্থক্য ব্যারোমিটার পাঠ H এর সঙ্গে যোগ ক'রলে A কুণ্ডের বায়ুর চাপ পাওয়া যায়। জলাধারের জলকে ধীরে ধীরে গরম ক'রে S আলোড়কের সাহায্যে নাড়তে হয়।

উষ্ণতা বাড়ায় A কুণ্ডের বায়ু প্রসারিত হয়। G দাগ থেকে পারদতল নীচে নেমে যায়। এবার EF নলকে উপরে তুলে পারদতলকে আবার G দাগে আনতে হয় এবং আগের মত পারদতলের পার্থক্য নির্ণয় ক'রে বায়ুমণ্ডলের চাপের সঙ্গে যোগ ক'রে ঐ সময়ে A কুণ্ডের বায়ুর চাপ পাওয়া যায়। T থার্মোমিটার থেকে ঐ সময়ে বায়ুর উষ্ণতা পাওয়া যায়। এইভাবে বিভিন্ন উষ্ণতায় বায়ুর বিভিন্ন চাপ নির্ণয় ক'রে লেখচিত্র আঁকতে হয়। উষ্ণতাকে X-অক্ষ ও চাপকে Y-অক্ষ বরাবর ধ'রে বিভিন্ন উষ্ণতা ও চাপের মান থেকে বিভিন্ন বিন্দু পাওয়া যায়। এই বিন্দুগুলি



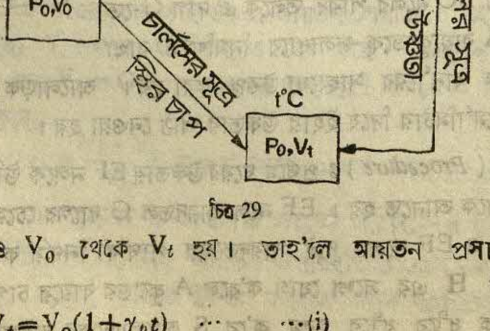
চিত্র 28

যোগ ক'রলে AB সরলরেখা পাওয়া যায় (চিত্র 28)। এই রেখাকে পশ্চাতে বাড়ালে 0°C উষ্ণতায় বায়ুর চাপ P_0 = OC জানা যায়। যে কোন উষ্ণতা t তে লেখচিত্র অনুযায়ী চাপ P_t = PN নির্ণয় ক'রে,

$\gamma_v = \frac{P_t - P_0}{P_0 t}$ সম্পর্ক থেকে γ_v এর মান পাওয়া যায়। এই মান 0·0036/°C।

4.10. গ্যাসের প্রসারণ গুণাঙ্কদ্বয়ের সম্পর্ক (Relation between the co-efficients of expansion of a gas) :

আমরা জানি যে, গ্যাসের দু'টি প্রসারণ গুণাঙ্ক আছে—(i) নির্দিষ্ট চাপে আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক (γ_p) এবং (ii) নির্দিষ্ট আয়তনে চাপ প্রসারণ গুণাঙ্ক (γ_v)। এই দুই গুণাঙ্ক আবার পরস্পর সমান। নীচে ইহা প্রমাণ করা হ'ল। চাপ অপরিবর্তিত রেখে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের উষ্ণতা 0°C থেকে t°C ক'রলে



চিত্র 29

গ্যাসের আয়তনও V_0 থেকে V_t হয়। তাহ'লে আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞানুযায়ী,

$$V_t = V_0(1 + \gamma_p t) \quad \cdots \quad \cdots (i)$$

ঐ গ্যাসের উষ্ণতা স্থির রেখে উহার 0°C উষ্ণতার চাপ P_0-কে বাড়িয়ে এমন চাপ P_t করা হয় যে, উহার আয়তন V_t থেকে আবার V_0 তে পরিণত হয়। উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকায় বয়েলের সূত্রানুযায়ী লেখা যায়,

$$P_0V_t = P_tV_0 \quad \cdots \quad \cdots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী,

$$P_0V_0(1+\gamma_p t) = P_tV_0$$

অর্থাৎ, $P_t = P_0(1+\gamma_p t) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iii)}$

আবার চাপ প্রসারণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞানুযায়ী,

$$P_t = P_0(1+\gamma_v t) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iv)}$$

অতএব, (iii) ও (iv) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী,

$$\gamma_p = \gamma_v \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(v)}$$

(v) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী বলা যায় যে, গ্যাস সুষমভাবে প্রসারিত হয় এবং নির্দিষ্ট চাপে আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক ও নির্দিষ্ট আয়তনে চাপ প্রসারণ গুণাঙ্ক পরস্পর সমান হয়। তার কারণ গ্যাস বয়েলের সূত্র মেনে চলে। এইরূপ গ্যাসকে **আদর্শ গ্যাস** বলে। এই গ্যাসের আচরণ অনেকটা বাস্তব গ্যাসের ন্যায় হয়।

4.11. পরম শূন্য উষ্ণতা (Absolute zero temperature) :

চার্লসের সূত্রানুযায়ী কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের উষ্ণতা 0°C থেকে 1°C কমালে গ্যাসের আয়তন ইহার 0°C উষ্ণতার আয়তনের $\frac{1}{273\cdot2}$ অংশ কমে। অর্থাৎ,

$$V_{-1} = V_0\left(1+\frac{-1}{273\cdot2}\right); \text{ অনুরূপভাবে } V_{-2} = V_0\left(1+\frac{-2}{273\cdot2}\right);$$

$$V_{-273\cdot2} = V_0\left(1+\frac{-273\cdot2}{273\cdot2}\right) = 0\;;\; V_{-274\cdot2} = V_0\left(1+\frac{-274\cdot2}{73\cdot2}\right) < 0$$

ইত্যাদি।

সুতরাং দেখা যায় যে, −273·2°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন শূন্য হয়। অতএব, এই −273·2°C উষ্ণতাই সর্ব নিম্ন উষ্ণতা। কারণ গ্যাসকে আরও কম উষ্ণতায় নিয়ে গেলে আয়তন ঋণাত্মক হয়। কিন্তু গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হ'তে পারে না। আবার চাপ সূত্রানুযায়ী গ্যাসের উষ্ণতা −273·2°C এর কম হ'লে গ্যাসের চাপও ঋণাত্মক হয়। কিন্তু গ্যাসের চাপ ঋণাত্মক হ'তে পারে না। −273·2°C এর চেয়ে কম উষ্ণতা কল্পনা করা যায় না। তাই −273·2°C কে **পরম শূন্য** (*Absolute Zero*) **উষ্ণতা** বলা হয়।

4.12. উষ্ণতার পরম স্কেল (Absolute scale of temperature) :

উষ্ণতা পরিমাপের জন্য আমরা জানি যে, সেন্টিগ্রেড, ফারেনহাইট ও রয়মার স্কেলের শূন্য দাগ ইচ্ছামত নেওয়া হয়। কেননা গলা বরফের উষ্ণতা শূন্য উষ্ণতা নয়

এবং এর চেয়ে আরোও কম উষ্ণতা আছে। চরম শূন্য উষ্ণতার ধারণা লাভের পর আরও একটি নতুন স্কেল প্রচলিত হয়। **উষ্ণতার যে স্কেলে চরম শূন্য উষ্ণতাকে নিম্নস্থিরাঙ্ক রূপে নির্বাচন করা হয় এবং যে স্কেলের প্রতিটি দাগ সেন্টিগ্রেড স্কেলের প্রতিটি দাগের সমান হয় তাকে উষ্ণতার পরম স্কেল বলে।** এই স্কেলের উদ্ভাবক লর্ড কেলভিনের নামানুযায়ী ইহাকে কেলভিন স্কেলও বলা হয়। এই স্কেলের দাগ সংখ্যার পরে °K বা °A লিখতে হয়। এই স্কেল অনুযায়ী উষ্ণতাকে T দ্বারা সূচিত করা হয়। যেমন হিমাঙ্ক 0°C এই স্কেল অনুযায়ী 273°K ইত্যাদি। সেন্টিগ্রেড পাঠকে পরম স্কেলে রূপান্তরিত ক'রতে হলে সেন্টিগ্রেড পাঠের সঙ্গে 273·2 যোগ ক'রতে হয়। সেন্টিগ্রেড স্কেলের পাঠ t°C হ'লে পরম স্কেলের পাঠ হয় (t+273·2)°K। আবার 273·2°C=491·4°F হওয়ায় ফারেনহাইট স্কেল অনুযায়ী চরম শূন্য উষ্ণতা = 32−491·4 = −459·4°F।

4.13. পরম স্কেল নামকরণের কারণ (Why it is called absolute scale) ঃ

সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলে 0° নির্বাচনের বেলায় কোন বৈজ্ঞানিক যুক্তি নেই। ইহা ইচ্ছামত করা হয়। কিন্তু পরম স্কেলের 0° নির্বাচনের বেলায় বিজ্ঞান-সম্মত কারণ আছে। ঐ উষ্ণতায় সব গ্যাসেরই আয়তন শূন্য হয় এবং এই উষ্ণতার চেয়ে কম উষ্ণতা কল্পনা ক'রলে চাপ অথবা আয়তন ঋণাত্মক হয়। সুতরাং যে উষ্ণতায় কোন গ্যাসের আয়তন বা চাপ শূন্য হয় তাকে শূন্য ধরাই যুক্তি সঙ্গত। তাছাড়া এই স্কেল আবার গ্যাসের প্রকৃতির উপরও নির্ভর করে না। তাই ইহাকে পরম স্কেল বলা হয়।

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (*Equation of state of an ideal gas*) ঃ চার্লসের সূত্রানুযায়ী স্থিরচাপে,

$$V=V_0\left(1+\frac{t}{273\cdot2}\right)=V_0\left(\frac{273\cdot2+t}{273\cdot2}\right)=\frac{V_0T}{273\cdot2}=\frac{V_0T}{T_0}$$

বা, $$\frac{V}{T}=\frac{V_0}{T_0}$$

বা, $$V\propto T \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

অর্থাৎ স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন ইহার পরম উষ্ণতার-সমানুপাতিক হয়। আবার স্থির আয়তনে, $P=P_0\left(1+\frac{t}{273\cdot2}\right)$ হওয়ায় চাপ সূত্রকেও আমরা একই ভাবে প্রকাশ ক'রতে পারি। স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ ইহার পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক। অথবা,

$$P\propto T \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

(1) ও (2) নম্বর সমীকরণে যখন P, V, T প্রত্যেকেই পরিবর্তিত হয়, তখন

$$PV \propto T$$

বা, $PV = RT$ ।

$$\frac{PV}{T} = R \text{ (ধ্রুবক)} \quad \cdots \quad \cdots (3)$$

যদি কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন, চাপ ও উষ্ণতা যথাক্রমে V_1, V_2, V_3, ··· ···, P_1, P_2, P_3, ········· ও T_1, T_2, T_3, ······ ইত্যাদি হয় তবে

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3} = \cdots\cdots = R \text{ (ধ্রুবক)}$$

3 নং সমীকরণকে **আদর্শ গ্যাস সমীকরণ** বলে।

উপরের সমীকরণগুলিতে ব্যবহৃত R রাশিটির বিশেষ অর্থ আছে। যখন এক গ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হয় তখন R ব্যবহৃত হয়। এক গ্রাম অণুর পরিবর্তে যদি n গ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হয় তাহ'লে R-এর পরিবর্তে nR লিখতে হয়। যে কোন গ্যাসের বেলাতেই R ধ্রুবক। তাই R-কে **সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক** (*universal gas constant*) বলা হয়।

কাজেই, আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ $PV = \frac{mR}{M} . T = nRT$; গ্যাসের ভর m, আণবিক ওজন M, চাপ P, আয়তন V ও উষ্ণতা T।

4.14. গ্যাস ধ্রুবক R এর মান (Value of gas constant R) :

আমরা জানি যে, এক গ্রাম অণু গ্যাসের জন্য, $R = \frac{PV}{T}$। আদর্শ গ্যাসের যে কোন চাপ ও উষ্ণতায় এই সমীকরণ প্রযোজ্য হয়। প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় এক গ্রাম-অণু গ্যাসের আয়তন $= 22{\cdot}4$ litre $= 22400$ c.c.। আবার প্রমাণ চাপ $P = 76$ cm., পারদ চাপ $= 76 \times 13{\cdot}59 \times 981 = 1{\cdot}013 \times 10^6$ dyne/cm.^{2}।

প্রমাণ উষ্ণতা $T = 0°C = 273°K$। কাজেই,

$$R = \frac{PV}{T} = \frac{1{\cdot}013 \times 10^6 \times 22400}{273} = 8{\cdot}31 \times 10^7 \text{ erg./°C}$$।

4.15. গ্যাসের চাপ, উষ্ণতা ও ঘনত্বের পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between pressure, temperature and density of a gas) :

ধরা যাক, নির্দিষ্ট পরিমাণ কোন গ্যাসের ভর m। T_1°K উষ্ণতায় ইহার চাপ, আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে P_1, V_1 ও ρ_1। এই গ্যাসের উষ্ণতা T_2°K হ'লে ইহার চাপ, আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে P_2, V_2 ও ρ_2 হয়। কাজেই,

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} \text{ এবং } V_2 = \frac{m}{\rho_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুযায়ী পাওয়া যায়,

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

(i) নং সমীকরণ অনুযায়ী V_1 ও V_2 এর মান (ii) নং সমীকরণে বসালে পাওয়া যায়,

$$\frac{P_1m}{\rho_1T_1}=\frac{P_2m}{\rho_2T_2}\text{ । অর্থাৎ, }\frac{P_1}{\rho_1T_1}=\frac{P_2}{\rho_2T_2}\text{ ।}$$

কাজেই, $\frac{P}{\rho T}=$ ধ্রুবক ।

মন্তব্য : (1) চাপ অপরিবর্তিত রেখে ($P_1=P_2$) উষ্ণতার পরিবর্তন ঘটালে, $\rho_1T_1=\rho_2T_2$ হয়। অর্থাৎ $\rho T=$ ধ্রুবক । কাজেই, $\rho\propto\frac{1}{T}$ ।

(2) উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে ($T_1=T_2$) চাপের পরিবর্তন ঘটালে,

$\frac{P_1}{\rho_1}=\frac{P_2}{\rho_2}$ হয়। অর্থাৎ $\frac{P}{\rho}=$ ধ্রুবক । কাজেই, $P\propto\rho$ ।

উদাহরণ (Examples) :

1. 0°C উষ্ণতায় ও 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে অক্সিজেনের ঘনত্ব 1·43 gm./litre । একটি 20 litre চোঙকে 27°C উষ্ণতায় ও 25 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে অক্সিজেন দ্বারা পূর্ণ ক'রলে ইহাতে অক্সিজেনের ভর কত ?

সমাধান : এক্ষেত্রে, $T_1=273°K$ উষ্ণতায় ও $P_1=1$ বায়ুমণ্ডলীয় চাপে অক্সিজেনের ঘনত্ব $=1\cdot43$ gm/litre । চোঙের আয়তন $V_2=20$ litre, উষ্ণতা $T_2=273+27=300°K$ ও চাপ $P_2=25$ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ । আমরা জানি যে,

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1}=\frac{P_2V_2}{m_2T_2}\text{ ; } m_2=\text{চোঙের অক্সিজেনের ভর ।}$$

অথবা, $$\frac{1}{1\cdot43\times273}=\frac{25\times20}{m_2\times300}$$

অথবা, $m_2=650\cdot65$ gm.

2. একটি ফার্নেসে (furnace) সরবরাহিত বায়ুর উষ্ণতা 27°C থেকে 77°C হয়। ঐ বায়ুর চাপ কি পরিমাণে পরিবর্তিত হ'লে অক্সিজেনের ঘনত্ব অপরিবর্তিত থাকে ?

সমাধান : এক্ষেত্রে, $\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$ সম্পর্ক অনুযায়ী, $\frac{P_2}{P_1}=\frac{350}{300}=\frac{7}{6}$

$$\therefore\ \frac{P_2-P_1}{P_1}=(\tfrac{7}{6}-1)\times100\%=16\cdot6\%.$$

3. দু'টি 5 litre ফ্লাস্ক একটি স্টপকক্ যুক্ত ছোট নল দ্বারা পরস্পরের সহিত সংযুক্ত আছে। একটি ফ্লাস্ককে 27°C উষ্ণতায় ও 130 mm. পারদ চাপে হিলিয়াম গ্যাস দ্বারা পূর্ণ করা হয়। অপর ফ্লাস্ককে 77°C উষ্ণতায় ও 210 mm. পারদচাপে নাইট্রোজেন গ্যাস দ্বারা পূর্ণ করা হয়। এবার স্টপকক্ খুলে দেওয়া হয়। সাম্য অবস্থা প্রতিষ্ঠিত হ'লে স্টপ কক্ বন্ধ ক'রে যে কোন একটি ফ্লাস্কের উষ্ণতা 27°C করা হয়। এই ফ্লাস্কে গ্যাসের চাপ কত হয় ?

সমাধান ঃ হিলিয়ামের উষ্ণতা $T_1 = 300°K$, আয়তন $V_1 = 5$ লিটার ও চাপ $P_1 = 13$ cm. পারদ চাপ। স্টপ কক্ খোলার পর আয়তন $V_2 = 10$ লিটার। এই অবস্থায় চাপ P_2 হ'লে,

$$P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2} = \frac{13 \times 5}{10} = 6{\cdot}5 \text{ cm. পারদ চাপ।}$$

অক্সিজেনের উষ্ণতা, $T_2 = 350°K$, আয়তন $V_1' = 5$ লিটার ও চাপ $P_1' = 21$ cm. পারদ চাপ। যখন আয়তন $V_2' = 10$ লিটার

তখন চাপ $P_2' = \frac{P_1'V_1'}{V_2'} = \frac{21 \times 5}{10} = 10{\cdot}5$ cm. পারদ চাপ।

যখন উষ্ণতা $T_2' = 300°K$, তখন হিলিয়ামের চাপ অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু অক্সিজেনের চাপ P_2'' হ'লে,

$$P_2'' = \frac{P_2'T_2'}{T_2} = \frac{10{\cdot}5 \times 300}{350} = 9 \text{ cm. পারদ চাপ।}$$

অতএব, ফ্লাস্কে মোট চাপ $= 6{\cdot}5 + 9 = 15{\cdot}5$ cm. পারদ চাপ।

4. একটি 300 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট উল্লম্ব চোঙে গ্যাস আছে। ইহাকে একটি পিস্টন দ্বারা দু'টি কক্ষে ভাগ করা হয়। চোঙের তলদেশ থেকে পিস্টন যখন 100 cm. উপরে থাকে তখন উভয় কক্ষের উষ্ণতা 27°C। নীচের কক্ষের উষ্ণতা 74°C হ'লে এবং উপরের কক্ষের উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকলে পিস্টন কত দূরত্ব যায় ?

সমাধান ঃ নীচের কক্ষে গ্যাসের চাপ P ও উপরের কক্ষে গ্যাসের চাপ P′ হ'লে এবং পিস্টন x দূরত্ব গেলে,

$$\frac{P \times 100A}{300} = \frac{P'(100+x)A}{347} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \text{(i)}$$

A = চোঙের প্রস্থচ্ছেদ।

উপরের কক্ষের জন্য,

$$P \times 200A = P'(200 - x)A \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায়,

$$x = 9{\cdot}92 \text{ cm.}$$

5. 760 mm. পারদ চাপে 20°C উষ্ণতায় কিছু পরিমাণ বায়ুর আয়তন 1000 c.c.। 131·8°C উষ্ণতায় এবং 750 mm. পারদ চাপে ঐ বায়ুর আয়তন কত ?

সমাধান : এখানে $V_1=1000$ c.c., $P_1=760$ mm., $T_1=(20+273)^{\circ}K$
$V_2=?$, $P_2=750$ mm., $T_2=131\cdot8^{\circ}C=(273+131\cdot8)=404\cdot8^{\circ}K$

আমরা জানি যে, $\frac{V_1P_1}{T_1}=\frac{V_2P_2}{T_2}$

বা, $\frac{1000\times760}{293}=\frac{V_2\times750}{404\cdot8}$ ।

$$\therefore\ V_2=\frac{1000\times760\times404\cdot8}{750\times293}=1400 \text{ c c.}$$

6. এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে এবং 25°C উষ্ণতায় কোন গ্যাসের আয়তন 1 litre । দুই বায়ুমণ্ডলীয় চাপে এবং 300°C উষ্ণতায় ঐ গ্যাসের আয়তন কত ?

সমাধান : আমরা জানি যে, $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T}$

বা, $\frac{1\times1}{298}=\frac{2\times V_2}{573}$

বা, $V_2=\frac{573}{298\times2}=\frac{573}{596}=0\cdot9616$ litre ।

7. স্বাভাবিক চাপে ও উষ্ণতায় কোন 500 litre ট্যাঙ্কে অক্সিজেন আছে। ট্যাঙ্কে অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর। অক্সিজেনের আণবিক ওজন 32 ।

সমাধান : অ্যাভোগাড্রো প্রকল্প অনুযায়ী স্বাভাবিক চাপে ও উষ্ণতায় এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন 22·4 লিটার।

অতএব, 500 লিটার অক্সিজেনে $\frac{500}{22\cdot4}$ গ্রাম অণু আছে।

অতএব স্বাভাবিক উষ্ণতায় 500 লিটার অক্সিজেনের ভর $=\frac{500}{22\cdot4}\times32$

$=714\cdot3$ gm.

8. (i) 18°C উষ্ণতায় 100 litre. অক্সিজেন গ্যাসকে কোন চোঙে প্রবেশ করানো হয়। চোঙের আয়তন 10 litre. হ'লে গ্যাসের চাপ কত হয় ?

(ii) চোঙ প্রতি বর্গ ইঞ্চিতে সর্বোচ্চ চাপ 200 পাউন্ড সহ্য ক'রতে পারে। কত উষ্ণতা পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হ'লে চোঙ ফাটবে না ? বায়ু মণ্ডলের চাপ = 15 পাউন্ড প্রতি বর্গ ইঞ্চিতে।

সমাধান : (i) উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকায়, $P_1V_1=P_2V_2$; এখানে $P_1=15$ lb/sq. inch ; $V_1=100$ litre ; $V_2=10$ litre ; $P_2=?$

অতএব, $15\times100=P_2\times10$ । $\therefore\ P_2=150$ lb/sq. inch. ।

(ii) আয়তন স্থির থাকায়, $\frac{P_2}{T_2}=\frac{P'}{T'}$ ।

এখানে, $P_2 = 150$ lb/sq. inch, $T_2 = 273 + 18 = 291°K$
$P' = 200$ lb/sq. inch, $T' = ?$

অর্থাৎ, $\frac{150}{291} = \frac{200}{T'}$ বা, $T' = \frac{291 \times 4}{3} = 388°K = 388 - 273 = 115°C$।

9. 10°C উষ্ণতায় 5 gm. গ্যাস দ্বারা একটি ফ্লাস্ক পূর্ণ করা হয় এবং ইহার উষ্ণতা 50°C পর্যন্ত বৃদ্ধি করা হয়। কিছু গ্যাস বেরিয়ে যাওয়ায় পরীক্ষার আগে এবং পরে চাপ একই থাকে। বেরিয়ে যাওয়া গ্যাসের ওজন নির্ণয় কর।

সমাধান : শর্তানুযায়ী, $P_1 = P_2$, $V_1 = V_2$, $T_1 = 283°A$; $T_2 = 323°A$ এবং $m_1 = 5$ gm.

ধরা যাক, 50°C উষ্ণতায় অবশিষ্ট গ্যাসের ভর m_2 gm.।

আমরা জানি যে, $\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2}$।

$\therefore \frac{P_1V_1}{5 \times 283} = \frac{P_1V_1}{m_2 \times 323}$।

বা, $m_2 = \frac{5 \times 283}{323} = 4{\cdot}412$ gm ; বেরিয়ে যাওয়া গ্যাসের ভর $= 5$ gm. $- 4{\cdot}412$ gm. $= 0{\cdot}588$ gm.।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. কঠিন ও তরল পদার্থের তুলনায় গ্যাসের তাপীয় প্রসারণের বৈশিষ্ট্য কি? গ্যাসের প্রসারণ সংক্রান্ত সূত্রগুলি লেখ।

'কঠিন বা তরল পদার্থের তাপীয় প্রসারণের ক্ষেত্রে চাপের উল্লেখ করা প্রয়োজন হয় না, কিন্তু গ্যাসের প্রসারণের ক্ষেত্রে চাপের বিশেষ ভূমিকা আছে'—ব্যাখ্যা কর।

What are the characteristics of the thermal expansion of gases compared to that of solids and lipuids ?

'There is no need to indicate pressure while considering the thermal expansions of solids and liquids, but there is marked influencelof pressure in case of thermal expansion of gases'—explain.

2. বয়েলের সূত্র বিবৃত কর। একটি সহজ পরীক্ষার সাহায্যে এই সূত্রের সত্যতা নিরূপণ কর। স্থির উষ্ণতায় চাপ ও ঘনত্বের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

State Boyle's law. Verify this law by a simple experiment. Find the relation between pressure and density at constant temperature.

3. স্থির চাপে গ্যাসকে উত্তপ্ত ক'রলে ইহার আয়তন কিভাবে বৃদ্ধি পায় এবং স্থির আয়তনে গ্যাসকে উত্তপ্ত ক'রলে ইহার চাপ কিভাবে বৃদ্ধি পায় বিবৃত কর। $\frac{PV}{T}$=ধ্রুবক সম্পর্কটি প্রমাণ কর।

State how the volume of a gas increases when it is heated at constant pressure and how its pressure increases when it is heated at constant volume. Derive the relation $\frac{PV}{T}$=constant.

4. গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক ও চাপ গুণাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায় ? এই দুই গুণাঙ্কের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় কর।

একটি পরীক্ষার সাহায্যে গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করার সময় প্রাথমিক আয়তন 0°C উষ্ণতায় নেওয়া হয় কেন ?

What do you mean by volume co-efficient and pressure co-efficient of a gas ? Establish a relation between them.

Determine the volume co-efficient of a gas by a simple experiment. Why is the initial volume always taken at 0°C in the determination of volume co-efficient of a gas ?

5. চার্লসের সূত্র বিবৃত কর। রেনোর স্থির চাপ থার্মোমিটারের সাহায্যে কিভাবে এই সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করা যায় ? এই পরীক্ষা থেকে কিভাবে গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায় ?

State Charle's law. How can you verify this law with the help of Regnault's constant pressure thermometer ? How can you determine the volume co-effieient of a gas from this experiment ?

6. উষ্ণতার পরম স্কেল কাকে বলে ? চার্লসের সূত্র থেকে কিভাবে এই স্কেল পাওয়া যায় ? এই স্কেলকে পরম স্কেল বলা হয় কেন ? পরম শূন্য উষ্ণতার সংজ্ঞা দাও। সেণ্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলে ইহার মান নির্ণয় কর। সেণ্টিগ্রেড স্কেলের শূন্য উষ্ণতার তুলনায় পরম শূন্য উষ্ণতাকে বেশি সার্বিক ও মৌলিক বিবেচনা করা হয় কেন ?

What is absolute scale of temperature ? How is this scale obtained from Charle's law ? Why is this scale termed absolute ? Define 'Absolute Zero'. Calculate its value in both Centigrade and Farenheit scales. Why is the Absolute zero treated as more universal and fundamental than the Centigrade zero ?

7. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে ? কোন্ অবস্থায় বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে ? গ্যাস-সমীকরণ কাকে বলে ? আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ নির্ণয় কর।

উষ্ণতা ও চাপের সহিত গ্যাসের ঘনত্ব কিভাবে পরিবর্তিত হয় ?

What is an ideal gas ? Under what conditions a real gas behaves as an ideal gas ? What is an equation of state ? Derive it for an ideal gas.

How does density of a gas vary with its temperature and pressure ?

8. 'সার্বিক গ্যাস ধ্রুবক' কাকে বলে ? ইহার মান কি সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে সমান হয় ? N.T.P.তে এক গ্রাম-অণু আদর্শ গ্যাসের জন্য ইহার মান নির্ণয় কর।

What do you mean by 'universal gas constant' ? Is its value same for all gases ? Calculate its value for 1 gm-mole of a perfect gas.

9. (a) বয়েলের সূত্রটি লেখ। (b) পরীক্ষার সাহায্যে বয়েলের সূত্রের সত্যতা কিরূপে প্রমাণ করা যায় ? [*Tripura H. S. 1981*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. অপরিবর্তিত চাপে উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রে কোন একটি গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ করা হ'ল। গ্যাসটির প্রারম্ভিক উষ্ণতা 13°C হ'লে চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হবে ? [*Tripura H. S. 1981*] [299°C]

2. কোন পাত্রে গ্যাসের পারদ চাপ 60 cm.। একই উষ্ণতায় একই গ্যাসের 25% পুনরায় ঐ পাত্রে প্রবেশ করানো হয়। পাত্রে গ্যাসের চূড়ান্ত চাপ কত হয় ?

The pressure of a gas is 60 cm. of *Hg*. Now 25% of the gas is again introduced in the same vessel at the same temperature. What will be the final pressure of the gas in the vessel ? [75 cm. পারদ চাপ]

3. 27°C উষ্ণতায় ও 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে 1 লিটার গ্যাসকে উত্তপ্ত ক'রে ইহার চাপ ও আয়তনকে দ্বিগুণ করা হয়। গ্যাসের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয় ?

A litre of gas at 1 atmospheric pressure and at 27°C is heated till both its pressure and volume are doubled. What is the final temperature of the gas ? [927°C]

4. 27°C উষ্ণতায় ও দুই বায়ুমণ্ডলীয় চাপে এক মোল অক্সিজেনের আয়তন কত হয় ? $R=8{\cdot}31\times10^7$ erg./°K/gm. mole.

What is the volume occupied by one mole of oxygen at 27°C and 2 atmospheric pressure ? [24·61 লিটার]

5. 27°C উষ্ণতায় ও 700 mm. পারদ চাপে কোন শুষ্ক গ্যাসের আয়তন 1520 c c. । S T.P. তে ইহার আয়তন কত ?

A dry gas occupies 1520 c.c. at 27°C and 700 mm. of *Hg* pressure. What will be its volume at S. T. P. ? [1274 c.c.]

6. S. T. P. তে বায়ুর ঘনত্ব 1·293 gm./litre. উষ্ণতা স্থির রেখে চাপ দ্বিগুণ ক'রলে ইহার ঘনত্ব কত হয় ?

The density of air at S. T. P. is 1·293 gm/litre. If the pressure is doubled, what will be its density if temperature remains constant ? [2·586 gm/litre]

7. কোন গ্যাসের আণবিক ওজন 128। 27°C উষ্ণতায় ও তিন বায়ুমণ্ডলীয় চাপে 8·21 litre গ্যাসের ওজন কত হয় ? $R=8{\cdot}31\times10^7$ erg/°K/gm. mole ।

The molecular weight of a gas is 128. What will be the weight of 8·21 litre of gas at a pressure of 3 atmosphere and a temperature of 27°C ? [128 gm.]

8. 41°C উষ্ণতায় একটি পাতলা বাল্বে বায়ু সীল করা হয় ও বাল্বকে একটি তেল গাহে রাখা হয়। তেলের উষ্ণতা ক্রমশ বৃদ্ধি ক'রে 198°C করা হ'লে বাল্ব ফেটে যায়। বায়ুমণ্ডলীয় চাপ এককে বাল্ব ফাটার সময় ঐ বায়ুর চাপ নির্ণয় কর।

A thin bulb containing air at 41°C is sealed up and placed in an oil bath. The bath is heated gradually until the bulb bursts at 198°C. Find in atmospheric pressure unit the bursting pressure of the bulb. [1·5 atmosphere]

9. 50°C উষ্ণতা ও 75 cm. পারদ চাপের 1 লিটার বায়ুর উষ্ণতা 10°C ও চাপ 76·5 cm. করা হয়। এই বায়ুর আয়তন কত হয় ? বায়ুর $\gamma_v=0{\cdot}00366/°C$ ।

1 litre of air at 50°C is cooled down to 10°C and at the same time the pressure from 75 cm. to 76·5 cm. of *Hg*. What is the volume reduced to ? [859 c.c.]

10. একটি বাইসাইকেলের টায়ারে 59°F উষ্ণতায় বায়ু আছে। উষ্ণতা 95°F করা হ'লে চাপ শতকরা কত বৃদ্ধি পায় ? টায়ারের প্রসারণ অগ্রাহ্য কর।

The tyre of a bicycle contains air at 59°F. If the temperature increases to 95°F, what will be the percentage increase of pressure if the expansion of tyre is negligible ? [6%]

11. S. T. P.তে বায়ুর ঘনত্ব 0·001293 gm./c.c. । 16·6°C উষ্ণতায় ও 75 cm. পারদ চাপে বায়ুর ঘনত্ব নির্ণয় কর।

The density of air at S. T. P is 0·001293 gm./c.c. Calculate the density of air at 16·6°C and 75 cm. of *Hg* pressure. [0·001203 gm/c.c.]

12. S. T. P.তে 1 লিটার বায়ুর ভর 1·293 gm. হ'লে 1 gm. বায়ুর জন্য গ্যাস ধ্রুবকের মান নির্ণয় কর।

Calculate the gas constant for 1 gm. of air when one litre of air at S. T. P. weighs 1·293 gm. [$2{\cdot}87 \times 10^7$ erg/°K/gm.]

13. একটি ফ্লাস্কে 10°C উষ্ণতায় 80 c. c. বায়ু আছে। ইহার মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ। এই কর্কের মধ্য দিয়ে দুই মুখ খোলা একটি কৈশিক নল প্রবেশ করানো হয়। নলের প্রস্থচ্ছেদ 1 mm^2। এই নলে একটি পারদ সূত্র আছে। ফ্লাস্ককে কত উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে পারদসূত্র 12 cm. সরে যায় ?

A flask of volume 80 c.c. contains air at 10°C. Its mouth is fitted with a cork containing a capillary tube (open end) of crosssection 1 mm^2 and has a mercury thread. To which temperature the flask should be heated so that the thread advances by 12 cm. ? [17·44°C]

14. 35°C উষ্ণতায় ও এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে একটি ফ্লাস্কে বায়ু আছে। ফ্লাস্কে বায়ুর চাপ 3 বায়ুমণ্ডলীয় হ'লে ইহার মুখের কর্ক ছিটকে বেরিয়ে যায়। কোন্ উষ্ণতায় এরূপ ঘটে ?

A flask contains air at 35°C and one atmosphere pressure. If the pressure inside is 3 atmosphere, the cork which is fitted in the flask will be thrown out. At what temperature will this occur ? [651°C]

15. 0°C উষ্ণতায় কোন গ্যাসের পারদ চাপ 100 cm.। আয়তন স্থির রেখে ইহার চাপ 136·63 cm. করা হ'লে উষ্ণতা কত হয় ? গ্যাসের চাপ গুণাঙ্ক 0·003663/°C।

What is the temperature of a gas whose pressure is 136·63 cm. of *Hg* if its pressure is 100 cm. of *Hg* at 0°C, the volume remaining constant ? [100°C]

16. একটি খাড়া সম প্রস্থচ্ছেদের নলে বায়ু ও পারদের পেলেট আছে। এই নলের উপরের প্রান্ত খোলা ও নীচের প্রান্ত বন্ধ। নলের উষ্ণতা যখন 5°C তখন ইহার নীচের প্রান্ত থেকে পেলেটের নীচের প্রান্ত 30·5 cm. উপরে থাকে। নলের উষ্ণতা 100°C করা হ'লে পেলেট কতটা ওঠে ?

A uniform vertical glass tube open at the top and closed at the bottom contains air and a pellet of mercury. The lower end of the pellet is 30·5 cm. above the bottom of the tube when the tube is at a temperature of 5°C. How far will the pellet rise, if the tube is heated 100°C ? [40·92 cm.]

17. যখন ব্যারোমিটারের উচ্চতা 75·3 cm. ও উষ্ণতা 17°C তখন বয়েলের যন্ত্রে বন্ধ নলে বায়ুর আয়তন 32 c.c. এবং এই নলে পারদস্তম্ভের উচ্চতা খোলা নলের তুলনায় 3·5 cm. বেশি। 0°C উষ্ণতায় ও 76 cm. পারদ চাপে বায়ুর আয়তন কত হয় ?

Air is collected in the closed arm of a Boyle's law apparatus and the volume is found to be 32 c.c., the temperature being 17°C and the height of barometer 75·3 cm. while mercury stands at 3·5 cm. higher in the closed arm than in open one. What would be the volume of air at 0°C and 76 cm. of *Hg* pressure ?

[28·45 c.c.]

18. 12°C উষ্ণতায় একটি ফ্লাস্ককে 5 gm. গ্যাস দ্বারা পূর্ণ ক'রে ইহার উষ্ণতা 50°C করা হয়। কিছু গ্যাস বেরিয়ে যাওয়ায় ফ্লাস্কে চাপ অপরিবর্তিত থাকে। বেরিয়ে যাওয়া গ্যাসের ভর নির্ণয় কর।

A flask is filled with 5 gm. of gas at 12°C and then heated to 50°C. Owing to the escape of some of the gas the pressure in the flask remains unchanged. Find what mass of the gas has escaped. [0·59 gm.]

19. 47°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট ভরের কোন গ্যাসের আয়তন 640 c.c. এবং চাপ 74 cm. পারদ। আয়তনের পরিবর্তন না ঘটিয়ে ঐ গ্যাসকে উত্তপ্ত ক'রলে কোন্ উষ্ণতায় ঐ গ্যাসের চাপ দ্বিগুণ হয় ?

[*H. S.* (new) *1980*] [367°C]

20. স্থির চাপে 0°C থেকে 35°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে কোন গ্যাসের আয়তন 1 লিটার থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 1·128 লিটার হয়। ইহার থেকে পরম শূন্যের মান নির্ণয় কর। [*H. S. 1973*] [−273°C]

21. স্থির চাপে 5 litre আয়তন গ্যাসের উষ্ণতা 0°C থেকে 35°C এ বৃদ্ধি ক'রলে গ্যাসের আয়তন 640 c.c. বৃদ্ধি পায়। ইহার থেকে সেলসিয়াস স্কেলে পরম শূন্যের মান নির্ণয় কর।
[*H. S. 1965*] [−273·4°C]

22. 3 লিটার ও 1 লিটার আয়তনের দু'টি কাচ কুণ্ড একটি কৈশিক নল দ্বারা যুক্ত। যন্ত্রটি 30°C উষ্ণতায় ও 76 cm. পারদ চাপে বায়ুপূর্ণ ক'রে সীল করা হয়। 3 লিটার আয়তনের কুণ্ডকে 100°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পে ডুবিয়ে অন্য কুণ্ডটিকে 30°C উষ্ণতায় রাখলে যন্ত্রস্থিত বায়ুর চাপ কত হয়? 3 লিটার কুণ্ডের আয়তন প্রসারণ উপেক্ষা কর। [*Jt. Entrance 1981*] [88·4 cm. পারদ চাপ]

23. একটি কাচ পাত্র 42°C উষ্ণতার বায়ুপূর্ণ আছে। কাচপাত্রকে কত উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে এক চতুর্থাংশ বায়ু নিষ্ক্রান্ত হয়? ধ'রে নাও পাত্রের চাপ অপরিবর্তিত থাকে। [120·75°C]

24. স্থির চাপে 5 লিটার আয়তনের কোন গ্যাসকে 0°C থেকে 35°C পর্যন্ত উত্তপ্ত ক'রলে ইহার আয়তন 640 c.c. বৃদ্ধি পায়। সেণ্টিগ্রেড এককে পরম শূন্য উষ্ণতায় মান নির্ণয় কর। [273·4°C]

25. 10°C উষ্ণতায় এবং 750 mm. চাপে বায়ুর ঘনত্বের সঙ্গে 15°C উষ্ণতায় এবং 760 mm. চাপে বায়ুর ঘনত্বের তুলনা কর। [$\frac{5400}{5477}$]

26. স্বাভাবিক চাপে ও উষ্ণতায় 1 লিটার গ্যাসের ওজন 1562 gm. ; 25°C উষ্ণতায় এবং 78 cm. চাপে 1 লিটার গ্যাসের ওজন কত? [1460 gm./litre]

27. কিছু পরিমাণ গ্যাস 30°C উষ্ণতায় আছে। আয়তন নির্দিষ্ট রেখে ঐ গ্যাসের উষ্ণতা কত ক'রলে ইহার চাপ দ্বিগুণ হয়। চাপ নির্দিষ্ট রেখে ঐ গ্যাসের উষ্ণতা কত ক'রলে ইহার আয়তন দ্বিগুণ হয়? [333°C ; 353°C]

28. কোন বায়ু পূর্ণ ফ্লাস্কের মুখ 20°C উষ্ণতায় ছিপি দিয়ে বন্ধ করা হয় এবং ফ্লাস্ককে জলাধারে রেখে গরম করা হয়। ফ্লাস্কের ভিতরে বায়ুর চাপ দুই বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান হ'লে ছিপি খুলে যায়। কত উষ্ণতায় এই ঘটনা ঘটে? [313°C]

29. 27°C উষ্ণতায় এবং 76 cm. চাপে জলের উপর 100 c.c. গ্যাস সংগৃহীত হ'ল। ঐ স্থান জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত ছিল। প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় শুষ্ক গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর। 27°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পের সর্বোচ্চ চাপ=17·4 mm.। [90·1 c.c.]

30. প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুর ঘনত্ব 0·00129 gm/c c.। ব্যারোমিটারের চাপ 76 cm. থেকে 74 cm. এ ক'মলে 30 লিটার বায়ুর ওজনের কি পার্থক্য হবে? [1·018 gm.]

31. একটি পাতলা কাচ কুণ্ডকে 27°C উষ্ণতায় সীল ক'রে বন্ধ করা হ'ল। উহার আভ্যন্তরীণ চাপ এক-বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান। কুণ্ডটি সর্বাধিক 90 cm. পারদ চাপ সহ্য ক'রতে পারে। কত উষ্ণতায় কুণ্ডটি ফেটে যাবে? [82·2°C]

32. একটি সূক্ষ্ম সমরন্ধ্রবিশিষ্ট কাচনলে 4 cm. দীর্ঘ পারদস্তম্ভ এবং নলের বন্ধ মুখের ভিতরে 47°C উষ্ণতায় কিছু বায়ু আছে। নলের অপর মুখ খোলা। আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য 9 cm. যখন নলকে খাড়াভাবে রাখা হয় এবং খোলামুখ উপর দিকে থাকে। নলকে উল্টিয়ে ধ'রলে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য হয় 10 cm.। কোন এক সময়ে নলের উল্টানো অবস্থায় বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য 9 cm. হ'লে ঐ সময়ে উষ্ণতা কত? [15°C]

33. 20°C উষ্ণতায় একটি ফ্লাস্কে কিছু পরিমাণ বায়ুকে কর্ক দ্বারা আবদ্ধ করা হ'ল। বায়ুর চাপ এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান। ফ্লাস্কের অভ্যন্তরে বায়ুচাপ 1·7 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান হ'লে কর্ক ছিট্‌কিয়ে বেরিয়ে যায়। কত উষ্ণতায় এই ঘটনা ঘটবে?
[*Jt. Entrance 1965*] [225·1°C]

34. স্থির চাপে 1 litre বায়ুর উষ্ণতা 0°C থেকে 35°C করা হ'লে উহার আয়তন 128 c.c. বৃদ্ধি পায়। ইহা থেকে পরম শূন্যের মান নির্ণয় কর। [−273°C]

35. 100 cm. দীর্ঘ একটি খাড়া চোঙের এক মুখ বন্ধ এবং অপর মুখে ঘর্ষণবিহীন একটি চাকতি আছে। চোঙে কিছু গ্যাস আছে। গ্যাসস্তম্ভের উচ্চতা যখন 80 cm. তখন গ্যাসের চাপ ও বায়ুমণ্ডলের চাপের প্রভাবে চাকতি স্থির থাকে। এই অবস্থায় চাকতির উপর পারদ ঢালা হ'ল। চাকতি 32 cm. নেমে গেলে চোঙ থেকে পারদ উপচিয়ে পড়া সুরু করে। বায়ুমণ্ডলের চাপ কত?

[78 cm. পারদ চাপ]

36. 90 cm. দীর্ঘ একটি ব্যারোমিটার নলে পারদের উপরে কিছু বায়ু আছে। যখন ত্রুটিহীন ব্যারোমিটার পাঠ 76 cm. এবং উষ্ণতা 15°C তখন ঐ ব্যারোমিটার পাঠ 74·5 cm.। একদিন 27°C উষ্ণতায় যখন ঐ ব্যারোমিটারে 75·8 cm. পাঠ পাওয়া গেল তখন ত্রুটিহীন পাঠ কত?

37. একটি ভুল ব্যারোমিটারের পাঠ যখন 72·4 cm. এবং 74·9 cm. তখন একটি নির্ভুল ব্যারোমিটারের পাঠ যথাক্রমে 74·9 cm. ও 77·98 cm.। যখন ভুল ব্যারোমিটারের পাঠ 78·95 cm. তখন বায়ুমণ্ডলের প্রকৃত চাপ কত? [79·25 cm.]

38 সম আয়তনের দু'টি কাচকুণ্ড একটি সরু নল দ্বারা যুক্ত। কুণ্ডদ্বয়কে প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় গ্যাস দ্বারা পূর্ণ করা হ'ল। এখন একটি কুণ্ডকে গলা বরফে এবং অপর কুণ্ডকে উষ্ণ গাহে রাখলে গ্যাসের চাপ হয় 900 mm. পারদ চাপ। গাহের উষ্ণতা কত? [123·3°C (প্রায়)]

39. একটি নির্ভুল ব্যারোমিটারের পাঠ যখন 76·2 cm. তখন অপর একটি ব্যারোমিটারে—যার পারদস্তম্ভের উপরে কিছু বায়ু আছে—পাঠ 60·96 cm.। দ্বিতীয় ব্যারোমিটার নলকে 7·62 cm. উপরে ওঠালে পাঠ হয় 63·5 cm. বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বায়ু অধিকৃত নলের দৈর্ঘ্য কত? [5·08 cm.]

40. একটি জলাশয়ের 238 ft. গভীরতায় 1 mm. ব্যাসের একটি বায়ু বুদ্‌বুদ গঠিত হয়। জলাশয়ের উপর তলে এলে বুদ্‌বুদের ব্যাস কত হয়? উষ্ণতা সর্বত্র সমান ধ'রে নাও। জল ব্যারোমিটারের উচ্চতা=34 ft.। [*H. S. 1965*] [2 mm.]

41. একটি হ্রদের তলা থেকে একটি বায়ু বুদ্‌বুদ উপরে ওঠে। তলায় ইহার ব্যাস 3·6 mm. এবং জলের উপরতলে 4 mm.। হ্রদের গভীরতা 2·5 m. এবং জল তলে উষ্ণতা 40°C ; হ্রদের তলার উষ্ণতা কত? বায়ুমণ্ডলের চাপ=76 cm. পারদ চাপ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ=980 cm./sec2। গভীরতার দরুন জলের ঘনত্ব হ্রাস উপেক্ষা কর। [*I. I. T. 1966*] [10·5°C (প্রায়)]

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

ক্যালরিমিতি
(CALORIMETRY)

5.1. তাপ একপ্রকার শক্তি। সুতরাং ইহাকে মাপা যায়। কোন বস্তুকে তাপ দিলে উহা উত্তপ্ত হয়। আবার কোন বস্তু ঠাণ্ডা হ'লে তাপ বর্জন করে। কোন বস্তুকে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রতে হ'লে কি পরিমাণ তাপের প্রয়োজন, কোন বস্তুতে কি পরিমাণ তাপ আছে, কোন বস্তু সর্বাধিক কি পরিমাণ তাপ গ্রহণ বা বর্জন ক'রতে পারে ইত্যাদি পরিমাপ করার পদ্ধতিকে **ক্যালরিমিতি** বলে।

তাপ বাড়লে উষ্ণতা বাড়ে। কাজেই উষ্ণতার ন্যায় তাপকেও মাপা যায়।

যে পাত্র দ্বারা তাপ মাপা হয় তাকে **ক্যালরিমিটার** (*Calorimeter*) বলে। ইহা তামার পাত্র। ইহাতে তামার তৈরি একটি আলোড়ক থাকে। ক্যালরিমিটারে কিছু পরিমাণ তরল নিয়ে তাপ মাপতে হয়। এই তরলকে নাড়ার জন্য আলোড়কটির প্রয়োজন হয়। আলোড়কের সাহায্যে তরলকে নাড়ালে উষ্ণতা সর্বত্র সমান হয়।

তাপের পরিমাণ (*Quantity of heat*) ঃ

কোন বস্তুর তাপের পরিমাণ কতকগুলি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। নীচের পরীক্ষাগুলি দ্বারা এ সম্পর্কে ধারণা করা যায়।

প্রথম পরীক্ষা ঃ একটি তামার পাত্র অর্ধেক জলপূর্ণ করা হয়। এই জলে একটি থার্মোমিটার ও একটি বৈদ্যুতিক হিটার (electric immersion heater) ডোবানো হয়। এই হিটার নির্দিষ্ট হারে তাপ সরবরাহ করে। পাত্রের জল সব সময় আলোড়িত করা হয় ও জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি 5°C, 10°C 15°C ইত্যাদির জন্য প্রয়োজনীয় সময় লক্ষ্য করা হয়। পাত্র তাপ শোষণ না ক'রলে ও অন্য কোনভাবে তাপক্ষয় না হ'লে এই সময় অবকাশগুলির অনুপাত 1 ঃ 2 ঃ 3 ইত্যাদি। কাজেই, হিটার দ্বারা সরবরাহিত তাপ অর্থাৎ জল দ্বারা শোষিত তাপের অনুপাত 1 ঃ 2 ঃ 3 হওয়ায় বোঝা যায় যে, নির্দিষ্ট পরিমাণ জলের বেলায় সরবরাহিত তাপ উষ্ণতা বৃদ্ধির সমানুপাতিক। অন্যান্য বস্তুর বেলাতেও একই ফল পাওয়া যায়।

দ্বিতীয় পরীক্ষা ঃ তামার পাত্রে একে একে 300 গ্রাম, 600 গ্রাম ও 900 গ্রাম জল নিয়ে প্রতিক্ষেত্রে 15°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় সময় লক্ষ্য করা হয়। এই সময় অবকাশগুলির অনুপাত ও পাত্রে নেওয়া জলের অনুপাত একই অর্থাৎ 1 ঃ 2 ঃ 3 হয়। কাজেই, নির্দিষ্ট উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য সরবরাহিত তাপ জলের ভরের সমানুপাতিক। অন্যান্য বস্তুর বেলাতেও একই ফল পাওয়া যায়। কাজেই,

সরবরাহিত তাপ (Q) $\propto$ বস্তুর ভর (m) $\times$ উষ্ণতা বৃদ্ধি (t)

বা, $Q \propto mt$

অর্থাৎ, $Q = smt$;

আনুপাতিক ধ্রুবক s বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভরশীল।

5.2. তাপ পরিমাপের একক (Units of measurement of heat) ঃ

কোন রাশি মাপতে গেলে এককের প্রয়োজন হয়। তাপ মাপার জন্য চারটি একক প্রচলিত আছে। ইহাদের মধ্যে ক্যালরি সবচেয়ে বেশি প্রচলিত।

(a) **ক্যালরি** (*Calorie*) ঃ ইহা সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে তাপের একক। এক গ্রাম বিশুদ্ধ জলের এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড উষ্ণতা বাড়াতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে **ক্যালরি** বলে।

পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, বিভিন্ন উষ্ণতায় 1 গ্রাম বিশুদ্ধ জলের 1°C উষ্ণতা বাড়াতে বিভিন্ন পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয়। তবে তাপের এই পরিমাণের পার্থক্য সাধারণ পরিমাপের বেলায় নগণ্য হওয়ায় অগ্রাহ্য করা যায়। কিন্তু সূক্ষ্ম পরিমাপের জন্য বিজ্ঞানীরা **15°-ক্যালরি** বা **গড়-ক্যালরিকে** তাপ পরিমাপের একক হিসেবে নির্বাচন করেন।

15°-ক্যালরি (*15 degree calorie*) ঃ 14·5°C উষ্ণতার এক গ্রাম জলের উষ্ণতা 15·5°C পর্যন্ত বাড়াতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে **15°-ক্যালরি** বলে।

গড় ক্যালরি (*Average calorie*) ঃ 0°C উষ্ণতায় 1 গ্রাম বিশুদ্ধ জলের 100°C পর্যন্ত উষ্ণতা বাড়াতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে 100 দিয়ে ভাগ ক'রলে যে তাপ পাওয়া যায় তাকে **গড়-ক্যালরি** বলে।

(b) **ব্রিটিশ থার্মাল একক** (*B. Th. U*) ঃ এক পাউন্ড বিশুদ্ধ জলের 1°F উষ্ণতা বাড়াতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে **ব্রিটিশ থার্মাল একক** বা পাউন্ড-ডিগ্রি-ফারেনহাইট একক বলে।

(c) **সেন্টিগ্রেড হিট একক** (*C. H. U.*) ঃ 1 পাউন্ড জলের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে **সেন্টিগ্রেড হিট একক** বলে।

(d) **কিলোগ্রাম ক্যালরি একক** (*Kilogram Calorie unit*) ঃ ইঞ্জিনীয়ারগণ তাপের এই একক ব্যবহার ক'রে থাকেন। 1 কিলোগ্রাম জলের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে **কিলোগ্রাম ক্যালরি** বলে।

(e) **থার্ম** (*Therm*) ঃ ইহা তাপের বাণিজ্যিক একক। ইংলন্ডে রান্নার কাজে যে গ্যাস সরবরাহ করা হয় তার মূল্য থার্ম এককের ভিত্তিতে ধার্য করা হয়।

1 থার্ম = 1,00,000 ব্রিটিশ থার্মাল একক। অর্থাৎ 1,00,000 পাউন্ড জলের উষ্ণতা 1 ডিগ্রী ফারেনহাইট বাড়াতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে **থার্ম** বলে।

5.3. তাপের বিভিন্ন এককগুলির পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between different units of heat) ঃ

(i) **ক্যালরি ও ব্রিটিশ থার্মাল একক** ঃ 1 পাউন্ড = 453·6 gm. এবং 1°F পার্থক্য = $\frac{5}{9}$°C পার্থক্য। 1 পাউন্ড জলের 1°F উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে পরিমাণ

তাপ লাগে তা 453·6 gm. জলের $\frac{5}{9}$°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপের সমান হয়। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে এই তাপ = 453·6 × $\frac{5}{9}$ ক্যালরি = 252 ক্যালরি।

1 ব্রিটিশ থার্মাল একক = 252 ক্যালরি।

(ii) **C. H. U. ও ক্যালরি :** 1 C.H.U = $\frac{9}{5}$ B. Th. U = $\frac{9}{5}$ × 252 ক্যালরি = 453·6 ক্যালরি।

একই ভাবে অন্যান্য একক গুলিরও পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় করা যায়।

তাপের একক (Units of heat) :

একক	বিশুদ্ধজলের ভর	উষ্ণতা পরিবর্তন	গ্রাম-ক্যালরি বা ক্যালরি
গ্রাম-ক্যালরি	1 গ্রাম	1°C	1
বৃহৎ ক্যালরি	1 কিলোগ্রাম	1°C	1000
ব্রিটিশ থার্মাল একক	1 পাউন্ড	1°F	252
থার্ম	10^5 পাউন্ড	1°F	$2·52 \times 10^7$
পাউন্ড-ক্যালরি	1 পাউন্ড	1°C	453·6

5.4. ক্যালরিমিতির মূলনীতি (Fundamental Principle of Calorimetry) :

ক্যালরিমিতিতে বিভিন্ন উষ্ণতার বস্তুকে ক্যালরিমিটারে পরস্পরের সংস্পর্শে আনা হয়। বেশি উষ্ণতার বস্তু থেকে কম উষ্ণতার বস্তুতে তাপ প্রবাহিত হয় যতক্ষণ পর্যন্ত না সব বস্তুই একটি সাধারণ উষ্ণতায় পেঁছায়। অর্থাৎ বেশি উষ্ণতার বস্তু তাপ বর্জন করে এবং কম উষ্ণতার বস্তু তাপ গ্রহণ করে। ধরা যাক, (i) বাইরে থেকে কোন তাপ ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করে না ও ক্যালরিমিটার থেকে কোন তাপ বাইরে যায় না এবং (ii) বস্তুগুলির মধ্যে কোন রাসায়নিক বিক্রিয়া হয় না।

তাহ'লে শক্তির নিত্যতা সূত্র অনুযায়ী বলা যায় যে, **বেশি উষ্ণতার বস্তু দ্বারা বর্জিত তাপ = কম উষ্ণতার বস্তু দ্বারা গৃহীত তাপ।**

সংক্ষেপে বলা যায় যে, **বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ।** ইহাই ক্যালরিমিতির মূল নীতি।

5.5. ক্যলরিমিতির মূলনীতি প্রয়োগে সতর্কতা :

ক্যালরিমিতির মূল নীতিতে ধরা হ'য়েছে যে,

(i) বাইরে থেকে কোন তাপ ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করে না।

(ii) ক্যালরিমিটারের ভিতর থেকে কোন তাপ বাইরে যায় না।

(iii) রাসায়নিক বিক্রিয়ায় কোন তাপ উৎপন্ন বা শোষিত হয় না।

নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে ক্যালরিমিটার বাইরে থেকে তাপ গ্রহণ ক'রতে পারে এবং ভিতর থেকে বাইরে তাপ বর্জন ক'রতে পারে।

(a) **পরিবহন পদ্ধতি** (*Conduction process*) ঃ এই পদ্ধতিতে তাপ চলাচল কমাবার জন্য ক্যালরিমিটারকে কুপরিবাহী ধারকের উপর বসাতে হয়।

(b) **পরিচলন পদ্ধতি** (*Convection process*) ঃ এই পদ্ধতিতে তাপ চলাচল কমাবার জন্য ক্যালরিমিটারকে অন্য একটি পাত্রে বসাতে হয় এবং ক্যালরিমিটার ও পাত্রের মাঝে শুকনো তুলো, পশম, ফেল্ট ইত্যাদি রাখতে হয়। ক্যালরিমিটারের মুখে একটি কুপরিবাহী ঢাকনা রাখতে হয়।

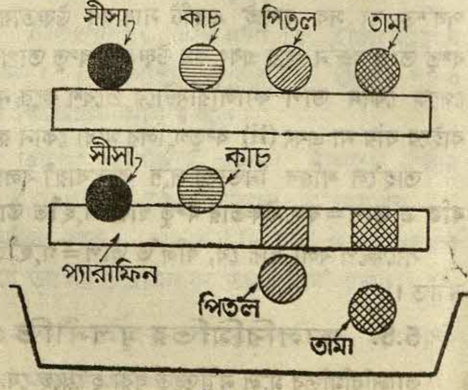
(c) **বিকিরণ পদ্ধতি** (*Radiation process*) ঃ এই পদ্ধতিতে তাপ চলাচল কমাবার জন্য পালিশ করা চকচকে ক্যালরিমিটার নিতে হয়। নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে বিকিরণজনিত ত্রুটি সংশোধন ক'রতে হয়।

5.6. আপেক্ষিক তাপ (Specific heat) ঃ

পরীক্ষা ক'রে দেখা যায় যে, বস্তু দ্বারা গৃহীত বা বর্জিত তাপ (i) বস্তুর ভরের উপর (ii) বস্তুর উষ্ণতার পরিবর্তনের উপর এবং (iii) বস্তুর প্রকৃতি বা উপাদানের উপর নির্ভর করে।

প্রথম দুটি কারণ সহজেই বোঝা যায়। কিন্তু তৃতীয় কারণটির ব্যাখ্যা প্রয়োজন। দেখা যায় যে, সমভরের বিভিন্ন পদার্থের কতকগুলি ধাতব বলকে সমান উষ্ণতা পর্যন্ত উত্তপ্ত ক'রতে তাপের পরিমাণ বিভিন্ন হয়। নীচের পরীক্ষা দ্বারা ইহা সহজে বোঝা যায়।

তামা, সীসা, কাচ ও পিতলের চারটি সমভরের গোলককে কোন জলগাহে রাখা হয়। অনেকক্ষণ ফুটন্ত জলে রেখে গোলকগুলিকে একটি পুরু মোম খণ্ডের উপর রাখা হয়। কিছুক্ষণ পরে দেখা যায় যে, গোলকগুলি বিভিন্ন পরিমাণে মোম গলায়। গোলকগুলিতে তাপের পরিমাণ আলাদা আলাদা হওয়ার জন্যই বিভিন্ন পরিমাণের মোম গলে। কাজেই এই পরীক্ষা দ্বারা বোঝা যায় যে, উষ্ণতা ও ভর সমান হ'লেও গোলকগুলিতে তাপের পরিমাণ সমান নয়। কাজেই তাপের পরিমাণ শুধুমাত্র উষ্ণতা ও ভরের উপর নির্ভর করে না। পদার্থের



চিত্র 30

অপর কোন বিশেষ ধর্মের উপরেও নির্ভর করে। প্রত্যেক বস্তুর এই বিশেষ ধর্মকে **আপেক্ষিক তাপ** বলে।

কোন পদার্থের নির্দিষ্ট ভরের যে কোন উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ ও সম ভর জলের সম উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপের অনুপাতকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলে। কঠিন বা তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ে জলকে নির্দিষ্ট মানের বস্তু হিসেবে নেওয়া হয়। সুতরাং সি. জি. এস. পদ্ধতিতে পদার্থের

$$\text{আপেক্ষিক তাপ, } s=\frac{m \text{ গ্রাম বস্তুর } t^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ}}{m \text{ গ্রাম জলের } t^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ}}।$$

এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে, পদার্থের আপেক্ষিক তাপ,

$$s=\frac{m \text{ পাউন্ড বস্তুর } t^\circ F \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ}}{m \text{ পাউন্ড জলের } t^\circ F \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ}}।$$

উপরের সংজ্ঞা অনুযায়ী দেখা যায় যে, আপেক্ষিক তাপ একটি অনুপাত এবং একটি সংখ্যা মাত্র, ইহার কোন একক নেই।

সুতরাং কোন বস্তুর আপেক্ষিক তাপ সি. জি. এস. ও এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে সমান হয়

আপেক্ষিক তাপের দ্বিতীয় সংজ্ঞা—

কোন বস্তুর আপেক্ষিক তাপ,

$$s=\frac{m \text{ গ্রাম বস্তুর } t^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ}}{m \text{ গ্রাম জলের } t^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ}}।$$

$$=\frac{1 \text{ গ্রাম বস্তুর } 1^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ}}{1 \text{ গ্রাম জলের } 1^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ}}।$$

$$=\frac{1 \text{ গ্রাম বস্তুর } 1^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ}}{1 \text{ ক্যালরি}}$$

এই সংজ্ঞানুযায়ী কোন বস্তুর আপেক্ষিক তাপ ব'লতে সেই বস্তুর 1 গ্রাম ভরের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপকে বোঝায়। তাই **তামার আপেক্ষিক তাপ 0·09 ব'লতে বোঝায় যে, 1 গ্রাম তামার 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে 0·09 ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হয়।**

আবার, m গ্রাম জলের t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে mt ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হওয়ায়,

$$s=\frac{m \text{ গ্রাম বস্তুর } t^\circ C \text{ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ}}{mt \text{ ক্যালরি}}।$$

অর্থাৎ m গ্রাম বস্তুর t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ, $H=mst$ ক্যালরি। অনুরূপভাবে m পাউন্ড ভরের কোন বস্তুর t°F উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ, $H=mst$ ব্রিটিশ থার্মাল একক।

আবার t°C উষ্ণতা ক'মলে m গ্রাম বস্তু mst ক্যালরি তাপ বর্জন করে। অনুরূপভাবে, t° ফারেনহাইট উষ্ণতা ক'মলে m পাউণ্ড বস্তু mst ব্রিটিশ থার্মাল একক তাপ বর্জন করে।

কাজেই,

বর্জিত তাপ বা গৃহীত তাপ, H = mst = ভর × আপেক্ষিক তাপ × উষ্ণতা পার্থক্য।

যদি তাপ গ্রহণের আগে বস্তুর উষ্ণতা t_1 থাকে এবং গ্রহণের পরে ইহার উষ্ণতা বেড়ে t_2 হয়, তবে উষ্ণতা বৃদ্ধি $= t_2 - t_1$; সেক্ষেত্রে $H = ms\,(t_2 - t_1)$ ক্যালরি।

আবার তাপ বর্জনের আগে যদি বস্তুর উষ্ণতা t_1 থাকে এবং বর্জনের পরে যদি উষ্ণতা ক'মে t_2 হয়, তবে উষ্ণতার হ্রাস $= t_1 - t_2$। সেক্ষেত্রে $H = ms\,(t_1 - t_2)$ ক্যালরি

5.7. কয়েকটি সাধারণ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ঃ

পদার্থ	আপেক্ষিক তাপ	পদার্থ	আপেক্ষিক তাপ
লোহা	0·117	প্লাটিনাম	0·0365
তামা	0·094	পারদ	0·0333
পিতল	0·090	বরফ	0·50
অ্যালুমিনিয়াম	0·215	গ্লিসারিন	0·58
টিন	0·055	কেরোসিন	0·45 থেকে 0·65
সীসা	0·031		বা তারো বেশি
দস্তা	0·093	প্যারাফিন	0·51 থেকে 0·54
রুপা	0·056	তার্পিন তেল	0·42
মার্বেল	0·22	জল	1·00
বালি	0·19	অ্যালকোহল	0·547
সোনা	0·031		
মোম	0·69		

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কোন বস্তুর ওজন 190 gm. ও আপেক্ষিক তাপ 0·09। ইহার উষ্ণতা 15°C থেকে 85°C বৃদ্ধি করার জন্য কত তাপের প্রয়োজন হয় ?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে, $m = 190$ gm. $s = 0{\cdot}09$; $t_1 = 15$°C ; $t_2 = 85$°C

আমরা জানি যে, $H = ms\,(t_2 - t_1)$

$\therefore\ H = 190 \times 0{\cdot}09\,(85 - 15) = 190 \times 0{\cdot}09 \times 70$

$= 19 \times 9 \times 7 = 1197$ Cal.।

2. $20^\circ C$ উষ্ণতার জলের সঙ্গে $100^\circ C$ উষ্ণতার কি পরিমাণ জল মেশালে $40^\circ C$ উষ্ণতার 24 গ্যালন জল পাওয়া যায় ? $20^\circ C$ উষ্ণতার আর কত জল মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা ক'মে $35^\circ C$ হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক, m গ্যালন জলের প্রয়োজন। এক্ষেত্রে $100^\circ C$ উষ্ণতার m গ্যালন জল $20^\circ C$ উষ্ণতার $(24-m)$ গ্যালন জলের সঙ্গে মেশানো হয়। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা $40^\circ C$। আমরা জানি যে, 1 গ্যালন জলের ভর 10 পাউন্ড। কাজেই m গ্যালন জলের উষ্ণতা $100^\circ C$ থেকে $40^\circ C$-হ'লে বর্জিত তাপের পরিমাণ $=10m\times(100-40)=600m$.

আবার $(24-m)$ গ্যালন জলের উষ্ণতা $20^\circ C$ থেকে বেড়ে $40^\circ C$ হ'লে প্রয়োজনীয় তাপ $= 24-m)\times 10\times(40-20)=200\times(24-m)$

অতএব, $200\times(24-m)=600m \quad \therefore \quad m=6$ গ্যালন।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ধরা যাক, x গ্যালন জলের প্রয়োজন। এক্ষেত্রে, x গ্যালন জলের উষ্ণতা $20^\circ C$ থেকে $35^\circ C$ করার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $=x\times 10\times(35-20)$ $=150x$। 24 গ্যালন জলের উষ্ণতার $40^\circ C$ থেকে ক'মে $35^\circ C$ হ'লে বর্জিত তাপের পরিমাণ $=24\times 10\times(40-35)=1200$

$\therefore \quad 150x=1200$; বা, $x=8$ গ্যালন।

অতএব $20^\circ C$ উষ্ণতার 8 গ্যালন জল মেশাতে হয়।

3. কোন ঘরে $15^\circ C$ উষ্ণতায় 30 litre বায়ু (আঃ তাঃ $=0{\cdot}2375$) আছে। প্রতি litre বায়ুর ওজন 1·29 gm.। ঘরের উষ্ণতা $30^\circ C$ বাড়াতে কত তাপের প্রয়োজন হয় ?

সমাধান ঃ বায়ুর ভর $=30\times 1{\cdot}29=38{\cdot}7$ gm.।

কাজেই, প্রয়োজনীয় তাপ $=38{\cdot}7\times 0{\cdot}2375(30-15)$ cal. $=137{\cdot}87$ cal।

4. 502 gm. ভরের একখণ্ড টিনকে $99{\cdot}6^\circ C$ উষ্ণতায় উত্তপ্ত করা হয় এবং তারপরে 313 gm. জলে ফেলা হয়। জলের উষ্ণতা $15{\cdot}4^\circ C$ থেকে $19{\cdot}1^\circ C$ পর্যন্ত বাড়লে টিনের আপেক্ষিক তাপ কত হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক যে, টিনের উষ্ণতা $99{\cdot}6^\circ C$ থেকে $19{\cdot}1^\circ C$ তে কমার সময় সমস্ত তাপ জল নেয়। টিন দ্বারা বর্জিত তাপ $=$ টিনের ভর $\times$ আপেক্ষিক তাপ (s) $\times$ উষ্ণতা হ্রাস $=502\times s\times(99{\cdot}6-19{\cdot}1)$ cal.।

অনুরূপভাবে, জল দ্বারা গৃহীত তাপ $=313\times(19{\cdot}1-15{\cdot}4)$ cal.।

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$$502\times s\times(99{\cdot}6-19{\cdot}1)=313\times(19{\cdot}1-15{\cdot}4)$$

বা, $s=0{\cdot}02865$

5.8. বস্তুর তাপগ্রাহিতা (Thermal capacity of a body) ঃ

কোন বস্তুর এক ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে বস্তুর **তাপগ্রাহিতা** (*Thermal capacity*) বলে। সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে বস্তুর ভর m গ্রাম এবং আপেক্ষিক তাপ s হ'লে ইহার তাপগ্রাহিতা হয় ms ক্যালরি ($\because$ $t=1°C$)।

কাজেই বলা যায় যে, 1 গ্রাম বস্তুর তাপগ্রাহিতা ইহার আপেক্ষিক তাপের সমান। অর্থাৎ **আপেক্ষিক তাপকে একক ভরের বস্তুর তাপগ্রাহিতা বলা** যায়। এফ্. পি. এস. পদ্ধতিতে কোন বস্তুর $1°F$ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য ব্রিটিশ থার্মাল একক অনুযায়ী যত তাপ প্রয়োজন হয় তাই ঐ বস্তুর তাপগ্রাহিতা। যদি বস্তুর ভর m পাউন্ড এবং বস্তুর উপাদানের আপেক্ষিক তাপ s হয় তবে বস্তুর তাপগ্রাহিতা ms ব্রিটিশ থার্মাল একক।

5.9. বস্তুর জলসম (Water equivalent of a body) ঃ

কোন বস্তুর 1 ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তা যে **পরিমাণ** জলের 1 ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধি করে তাকে ঐ বস্তুর **জলসম** বলে। অর্থাৎ **কোন বস্তুর তাপগ্রাহিতার মানের সমান জলের পরিমাণকে ঐ বস্তুর জলসম বলে।**

ধরা যাক্, কোন বস্তুর ভর m গ্রাম এবং ইহার উপাদানের আপেক্ষিক তাপ s। তাহ'লে ঐ বস্তুর $1°C$ উষ্ণতা বাড়াতে তাপের প্রয়োজন হয় ms ক্যালরি। কিন্তু ক্যালরির সংজ্ঞানুযায়ী ms ক্যালরি তাপ ms গ্রাম জলের $1°C$ উষ্ণতা বাড়াতে পারে। কেননা 1 ক্যালরি তাপ 1 গ্রাম জলের $1°C$ উষ্ণতা বাড়ায়। অর্থাৎ দেখা যায় যে, s আপেক্ষিক তাপের m গ্রাম বস্তুর $1°C$ উষ্ণতা বাড়াতে যে পরিমাণ তাপ লাগে সেই তাপই ms গ্রাম জলের $1°C$ উষ্ণতা বাড়ায়। **ক্যালরিমিতিতে s আপেক্ষিক তাপের m গ্রাম বস্তু ms গ্রাম জলের সমতুল্য।** কাজেই, কোন বস্তুর ভর m ও আপেক্ষিক তাপ s হ'লে জলসম $W=ms$।

ক্যালরিমিটারের জলসম 15 গ্রাম ব'লতে বোঝায় যে, **15 গ্রাম জলের $1°C$ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে সেই তাপ দিয়ে ক্যালরিমিটারের $1°C$ উষ্ণতা বৃদ্ধি করা যায়।** ক্যালরিমিটারের ভর M গ্রাম ও আপেক্ষিক তাপ s হ'লে $1°C$ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে তাপ লাগে $M\times s\times 1=Ms$ ক্যালরি এবং এই Ms ক্যালরি তাপ Ms গ্রাম জলের $1°C$ উষ্ণতা বাড়ায়। এক্ষেত্রে $Ms=15$ গ্রাম। অর্থাৎ তাপ গ্রহণ বা বর্জনের ব্যাপারে এই ক্যালরিমিটারকে 15 গ্রাম জলের সমতুল্য ধরা যায়।

এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে কোন বস্তুর 1 ডিগ্রী ফারেনহাইট উষ্ণত্য বাড়ানোর জন্য যে পরিমাণ তাপ লাগে সেই তাপ যে পরিমাণ জলের $1°F$ উষ্ণতা বাড়ায় তাকে ঐ বস্তুর জলসম বলে। কাজেই এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে বস্তুর জলসম, $W=m\times s$ পাউন্ড।

5.10. তাপগ্রাহিতা ও জলসমের পার্থক্য (Distinction between thermal capacity and water equivalent) :

(1) তাপগ্রাহিতা কিছু পরিমাণ তাপ। সুতরাং ইহাকে ক্যালরি, ব্রিটিশ থার্মাল একক ইত্যাদিতে প্রকাশ করা যায়। কিন্তু জলসম কিছু পরিমাণ জলকে বোঝায়। তাই জলসমকে গ্রাম, পাউণ্ড ইত্যাদিতে প্রকাশ করা যায়।

(2) কোন বস্তুর তাপগ্রাহিতা ও জলসম উভয়েই বস্তুর ভর ও আপেক্ষিক তাপের গুণফল। অর্থাৎ ইহাদের মান সমান।

উদাহরণ (Examples) :

1. 50 gm. ভরের লোহার টুকরোকে উত্তপ্ত ক'রে 30°C উষ্ণতার 240 gm. জলে রাখা হয়। পাত্রের জলসম 10 gm.। জলের উষ্ণতা বেড়ে 50°C হ'লে কুণ্ডের উষ্ণতা কত হয়? (লোহার আঃ তাপ = 0·1)।

সমাধান : ধরা যাক্, নির্ণেয় উষ্ণতা = t°C

জল দ্বারা গৃহীত তাপ $= 240 \times (50-30) = 4800$ cal.।

পাত্র দ্বারা গৃহীত তাপ $= 10 \times (50-30) = 200$ cal.।

লোহা দ্বারা বর্জিত তাপ $= 50 \times 0{\cdot}1 \times (t-50) = 5(t-50)$ cal.।

মোট গৃহীত তাপ $= 4800 + 200 = 5000$ cal.।

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ হওয়ায়

$5\,(t-50) = 5000$; বা, $t = 1050$°C।

2. কোন লোহার পাত্রে 25°C উষ্ণতায় 100 gm. জল আছে। 60°C উষ্ণতার 50 gm. জল ঐ পাত্রে ঢাললে মিশ্রণের উষ্ণতা 35°C হয়। বিকিরণ বা অন্য কোন উপায়ে তাপক্ষয় না হ'লে পাত্রের জলসম নির্ণয় কর। পাত্রের ওজন 238 gm. হ'লে লোহার আপেক্ষিক তাপ কত হয়? [*H. S. Exam. 1960*]

সমাধান : ধরা যাক্, পাত্রের জলসম = W gm.

উষ্ণ জল দ্বারা বর্জিত তাপ = উষ্ণ জলের ভর × উষ্ণতা হ্রাস

$= 50 \times (60-35) = 1250$ cal.

পাত্র দ্বারা গৃহীত তাপ = পাত্রের জলসম × উষ্ণতা বৃদ্ধি

$= W \times (35-25) = 10\,W$ cal.

পাত্রের ঠাণ্ডা জল দ্বারা গৃহীত তাপ $= 100 \times (35-25) = 1000$ cal।

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ হওয়ায়,

$10\,W + 1000 = 1250$। $\therefore\; W = 25$ gm. ;

আবার, জলসম = পাত্রের ভর × ইহার উপাদানের আপেক্ষিক তাপ (S)

$\therefore\; 25 = 238 \times S$; $\therefore\; S = 0{\cdot}106$ (প্রায়)।

* 5.11. তাপগ্রাহিতা ও আপেক্ষিক তাপ সম্পর্কে বিশেষ আলোচনাঃ

আমরা জানি যে, সমান ভরের দুই পদার্থের সম উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য বিভিন্ন পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয়। যে কোন বস্তুকে ΔQ তাপ দিলে যদি ইহার উষ্ণতা বৃদ্ধি ΔT হয় তাহ'লে ঐ বস্তুর তাপগ্রাহিতা $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ ... ... (i)

কোন বস্তুর এক ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ সংখ্যাগতভাবে বস্তুর **তাপগ্রাহিতার** সমান হয়। **প্রতি একক ভরের তাপগ্রাহিতাকে আপেক্ষিক তাপ বলে।** আপেক্ষিক তাপ পদার্থের বৈশিষ্ট্য।

$$\text{আপেক্ষিক তাপ } S = \frac{\textbf{তাপগ্রাহিতা}}{\textbf{ভর}} = \frac{\Delta Q/\Delta T}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

কোন পদার্থের একক ভরের এক ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ সংখ্যাগতভাবে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপের সমান হয়।

আসলে বস্তুর তাপগ্রাহিতা এবং পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ধ্রুবক নয়। উভয়েই উষ্ণতা অবকাশের (Location of temperature interval) উপর নির্ভর করে। কাজেই উপরের (i) ও (ii) নং সমীকরণ ΔT উষ্ণতা পরিসরে তাপগ্রাহিতা ও আপেক্ষিক তাপের গড় মান নির্দেশ ক'রে। সঠিকভাবে যে কোন উষ্ণতায় কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ, $S = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$।

সুতরাং, m ভরের কোন বস্তুর উষ্ণতা T_1 থেকে T_2 ক'রতে হ'লে $Q = m\int_{T_1}^{T_2} S\,dT$ পরিমাণ তাপ ঐ বস্তুকে দিতে হয়। সাধারণ উষ্ণতায় এবং সাধারণ উষ্ণতা অবকাশে আপেক্ষিক তাপকে ধ্রুবক ধরা যায়।

কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বিভিন্ন হ'তে পারে। যে অবস্থায় তাপ সরবরাহ করা হয় তার উপর নির্ভর ক'রে আপেক্ষিক তাপের মান বিভিন্ন হয়। নির্দিষ্ট m এবং ΔT এর জন্য ΔQ এর মান বিভিন্ন হ'তে পারে। যেমন, কোন গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে ইহার এক ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ ঐ গ্যাসের চাপ স্থির রেখে, এক ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপের চেয়ে কম হয়। তাই গ্যাসের বেলায় দু'টি আপেক্ষিক তাপের কথা বলা হয়— (i) **নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ** এবং (ii) **নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ**।

বরফের আপেক্ষিক তাপ লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় যে, যখন কোন পদার্থ তরল থেকে কঠিনে পরিণত হয় তখন ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বেশি পরিবর্তিত হয়। দেখা যায় যে, আপেক্ষিক তাপ উষ্ণতার উপর নির্ভর করে এবং সাধারণ উষ্ণতার চেয়ে কম উষ্ণতায় আপেক্ষিক তাপের মান বিশেষভাবে ক'মতে থাকে।

প্রতি একক ভরের তাপগ্রাহিতার পরিবর্তে প্রতি একক মোলে (mole) তাপ-গ্রাহিতা লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় যে, 0°C এর বেশি উষ্ণতা পরিসরে সব কঠিন পদার্থের মোলার তাপগ্রাহিতা (Molar heat capacity) প্রায় 6 Cal / (mole) (°C) হয়। যে কোন পদার্থের এক মোলে অণুর সংখ্যা সমান হওয়ায় সব কঠিন পদার্থের এক অণুর উষ্ণতা নির্দিষ্ট পরিমাণ বৃদ্ধি ক'রতে প্রায় সমান পরিমাণ তাপ লাগে। কাজেই, কোন কঠিন পদার্থের উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ প্রত্যেক অণুর ভরের পরিবর্তে অণুর সংখ্যার উপর নির্ভর করে। উষ্ণতার সঙ্গে মোলার তাপগ্রাহিতার পরিবর্তন ক্ল্যাসিক্যাল বলবিদ্যা দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। কোয়ান্টাম বলবিদ্যা অনুযায়ী আপেক্ষিক তাপের তত্ত্ব পরীক্ষাগত ফলাফলের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়।

5·12. ক্যালরিমিটারের জলসম ও আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of water equivalent and specific heat of a calorimeter) ঃ

ক্যালরিমিটারকে পরিষ্কার ক'রে শুকিয়ে আলোড়ক সহ ওজন করা হয়। ইহার মধ্যে কিছু ঠাণ্ডা জল (ক্যালরিমিটারের আয়তনের $\frac{1}{3}$ অংশের মত) ঢেলে ইহার মোট ওজন নেওয়া হয়। ক্যালরিমিটারের জলের উষ্ণতা t_1°C লক্ষ্য করা হয়। এবার অন্য একটি পাত্রে জল গরম ক'রে ইহার উষ্ণতা t_2°C লক্ষ্য ক'রে খুব তাড়াতাড়ি ঐ গরম জলের কিছুটা (ঠাণ্ডা জলের প্রায় সমান) ক্যালরিমিটারের ঠাণ্ডা জলের সঙ্গে মেশানো হয়। তারপর ঢাকনা বন্ধ ক'রে আলোড়কের সাহায্যে নাড়া হয়। ইহাতে মিশ্রিত জলের উষ্ণতা বাড়ে। এই মিশ্রিত জলের উষ্ণতা (t°C) থার্মোমিটারের সাহায্যে লক্ষ্য করা হয়। ক্যালরিমিটারের জল ঘরের উষ্ণতায় এলে ইহাকে আবার ওজন করা হয়।

ধরা যাক্, আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের ভর $= m_1$ gm.

ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ $= s$

ক্যালরিমিটারের জলসম $= m_1 s = W$ gm.

ক্যালরিমিটার + ঠাণ্ডা জলের ভর $= m_2$ gm.

অতএব, ঠাণ্ডা জলের ভর $= m_2 - m_1 = M$ gm.

ধরা যাক, ক্যালরিমিটার + ঠাণ্ডা জল + গরম জলের ভর $= m_3$ gm.

অতএব, গরম জলের ভর $= m_3 - m_2 = m$ gm.

ঠাণ্ডা জলের উষ্ণতা $= t_1$°C

গরম জলের উষ্ণতা $= t_2$°C

মিশ্রিত জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t$°C

গরম জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= m(t_2 - t) = (m_3 - m_2)(t_2 - t)$ cal

ঠাণ্ডা জল দ্বারা গৃহীত তাপ $= M(t - t_1) = (m_2 - m_1)(t - t_1)$ cal

আলোড়কসহ ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ

$$= m_1 s(t - t_1)\text{cal.} = W(t - t_1)\ \text{cal.}$$

আবার বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়, $m(t_2 - t) = M(t - t_1) + W(t - t_1)$

অথবা, $W = \dfrac{m(t_2 - t)}{t - t_1} - M = \left[\dfrac{(m_3 - m_2)(t_2 - t)}{t - t_1} - (m_2 - m_1)\right]$ gm.

এই সমীকরণের ডান দিকের সব রাশির মান জানা থাকায় ক্যালরিমিটারের জলসম (W) নির্ণয় করা যায়। আবার, $s = \dfrac{W}{m_1}$। কাজেই, ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপের মানও পাওয়া যায়।

পরীক্ষায় ত্রুটি ঃ (i) গরম জলের উষ্ণতা বেশি হ'লে জল বাষ্পীভূত হয়। ফলে তাপ বেরিয়ে যায়। তাই গরম জলের উষ্ণতাকে ঘরের উষ্ণতার চেয়ে খুব বেশি করা হয় না।

(ii) বিকিরণের দরুন ক্যালরিমিটার ও গরম জলের তাপ বেরিয়ে যায়। তাই বরফ মিশিয়ে ঠাণ্ডা জলের উষ্ণতা এমন করা হয় যাতে এই উষ্ণতা ঘরের উষ্ণতার চেয়ে যতটা কম হয় গরম জল মেশাবার পর মিশ্রিত জলের উষ্ণতা ঘরের উষ্ণতার চেয়ে ঠিক ততটা বেশি হয়। এই অবস্থায় গরম জল মেশাবার আগে ক্যালরিমিটার বাইরে থেকে যতটা তাপ গ্রহণ করে, গরম জল মেশাবার পরেও ঠিক ততটা তাপ বর্জন করে। কাজেই, বিকিরণজনিত ত্রুটি ঘটে না।

5·13. মিশ্রণ পদ্ধতির সাহায্যে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of the specific heat of a solid by the method of mixture) ঃ

কঠিন পদার্থের একটি ছোট টুকরোকে স্টীম প্রকোষ্ঠে উত্তপ্ত ক'রে ক্যালরিমিটারে নেওয়া ঠাণ্ডা জলের সঙ্গে মেশানো হয় এবং ঐ মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা নির্ণয় করা হয়। ক্যালরিমিটারের ভর ও আপেক্ষিক তাপ, কঠিন পদার্থ ও ঠাণ্ডা জলের ভর ও প্রাথমিক উষ্ণতা এবং মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা জেনে ঐ কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করা হয়। ধরা যাক,

কঠিন পদার্থের ভর $= M$ gm.

আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের ভর $= m_1$ gm.

আলোড়কসহ ক্যালরিমিটার + ঠাণ্ডা জলের ভর $= m_2$ gm.

আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ $= s_1$

কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $= s$

ক্যালরিমিটারে জলের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_1$°C

ক্যালরিমিটারে জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t$°C

স্টীম প্রকোষ্ঠে কঠিন পদার্থের উষ্ণতা $= t_2$°C

ক্যালরিমিটার ও মিশ্রণ থেকে তাপ বাইরে না গেলে বা বাইরে থেকে ইহাদের মধ্যে তাপ না এলে, কঠিন পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ

=(ক্যালরিমিটার + আলোড়ক + জল) দ্বারা গৃহীত তাপ।

অতএব, $Ms(t_2 - t) = m_1 s_1 (t - t_1) + (m_2 - m_1)(t - t_1)$।

কাজেই, $$s = \frac{[m_1 s_1 + (m_2 - m_1)](t - t_1)}{M(t_2 - t)}$$

পরীক্ষায় ত্রুটি ঃ স্টীম প্রকোষ্ঠ থেকে কঠিন পদার্থকে খুব তাড়াতাড়ি ক্যালরিমিটারের জলে ফেলতে হয়। তা না হ'লে বিকিরণের দরুন কঠিন পদার্থ কিছু তাপ হারাতে পারে। আবার কঠিন পদার্থকে জলে ফেলার সময় জল যাতে ছিটকে না পড়ে সেদিকেও লক্ষ্য রাখতে হয়।

(ii) পরিবহন, পরিচলন ও বিকিরণ জনিত তাপক্ষয় বন্ধ ক'রতে হয়। তাই একটি জ্যাকেটে (jacket) ক্যালরিমিটারকে রেখে জ্যাকেট ও ক্যালরিমিটারের মধ্যবর্তী স্থান তাপের কুপরিবাহী পদার্থ দ্বারা ভর্তি করা হয়। ঠাণ্ডা জলের উষ্ণতা যদি এমন নেওয়া হয় যে, এই উষ্ণতা ঘরের উষ্ণতার চেয়ে যতটা কম হয় উত্তপ্ত কঠিন পদার্থ মেশাবার পর মিশ্রণের উষ্ণতা ঘরের উষ্ণতার চেয়ে ঠিক ততটা বেশি হয় তাহ'লে বিকিরণজনিত তাপের অপচয় অনেকটা হ্রাস পায়।

(iii) কঠিন পদার্থ তাপের কুপরিবাহী হ'লে ইহাকে ছোট ছোট টুকরো ক'রে নিতে হয়। তাহ'লে ঐ পদার্থের সব স্থানে উষ্ণতা সমান হয়।

5·14. মিশ্রণ পদ্ধতির সাহায্যে তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of the specific heat of a liquid by the method of mixture) ঃ

এই পদ্ধতিটি মিশ্রণ পদ্ধতিতে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের অনুরূপ। অবশ্য এক্ষেত্রে জানা আপেক্ষিক তাপের কঠিন পদার্থ নিতে হয় এবং ক্যালরিমিটারের জলের পরিবর্তে পরীক্ষাধীন তরল নিতে হয়।

ধরা যাক,

কঠিন পদার্থের ভর $= M$ gm.

কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $= s_1$

ক্যালরিমিটার + আলোড়কের ভর $= m_1$ gm.

ক্যালরিমিটার + আলোড়ক + তরলের ভর $= m_2$ gm.

আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ $= s_2$

তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $= s$

তরল পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_1$°C

কঠিন পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_2$°C

মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t$°C

কঠিন পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ = (ক্যালরিমিটার + আলোড়ক + তরল) দ্বারা গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$$Ms_1(t_2 - t) = m_1 s_2(t - t_1) + (m_2 - m_1)s(t - t_1)$$

কাজেই, $$s = \frac{Ms_1(t_2 - t_1) - m_1 s_2(t - t_1)}{(m_2 - m_1)(t - t_1)}$$ ।

উপরের সমীকরণের ডান দিকের সব রাশির মান জানা থাকায় তরলের আপেক্ষিক তাপ (s) নির্ণয় করা যায়।

5·15. ক্যালরিমিতির কাজে জলের ব্যবহার (Use of water as a calorimetric substance) ঃ

ক্যালরিমিতির কাজে জল বিশেষভাবে ব্যবহৃত হ'লেও জলের ব্যবহার খুব যুক্তি যুক্ত নয়। যে কোন তরলের চেয়ে জলের আপেক্ষিক তাপ বেশি। কাজেই একই পরিমাণ তাপ দিলে অন্যান্য তরলের চেয়ে জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি অনেক কম হয়। আবার স্বাভাবিক চাপে জলের স্ফুটনাংক 100°C হওয়ায় খুব বেশি উষ্ণতা পর্যন্ত পরীক্ষা চালানো সম্ভব হয় না। কারণ সেক্ষেত্রে জল বাষ্পে পরিণত হ'তে পারে। অনেক সময় জলের পরিবর্তে বিভিন্ন ধরনের তেল ব্যবহৃত হয়। তেলের ব্যবহার অনেকটা যুক্তিযুক্ত। কেননা তেলের আপেক্ষিক তাপ জলের আপেক্ষিক তাপের প্রায় অর্ধেক হওয়ায় একই পরিমাণ তাপ দিলে একই ভরের জলের চেয়ে তেলের উষ্ণতা বৃদ্ধি প্রায় দ্বিগুণ হয়। তাছাড়া জলের চেয়ে তেল হাল্কা। ফলে নির্দিষ্ট আয়তনের ক্যালরিমিটারে জলের চেয়ে তেলের ভর কম হয়। কাজেই সেক্ষেত্রে উষ্ণতা বৃদ্ধি অনেক বেশি হয়। অবশ্য বর্তমানে অ্যানিলিন ব্যবহার করা হ'চ্ছে। ইহা বিশুদ্ধ অবস্থায় পাওয়া যায়, ইহার আপেক্ষিক তাপ কম ও স্ফুটনাংক বেশি।

একটি প্রশ্ন ঃ

তোমাকে 20°C এর চেয়ে কম উষ্ণতায় কিছু পরিমাণ জল এবং 50°C থেকে 100°C পর্যন্ত পাঠ দিতে পারে এমন একটি থার্মোমিটার দেওয়া হ'য়েছে। অপর কোন থার্মোমিটার ব্যবহার না ক'রে তুমি কিভাবে ঐ জলের উষ্ণতা মোটামুটি নির্ণয় ক'রতে পার ?

যে পরিমাণ জল দেওয়া হয় তার থেকে কিছু বেশি জল অপর একটি পাত্রে নেওয়া হয়। এই জলকে ফোটানো হয়। এবার এই জলকে দেওয়া জলের সঙ্গে মিশিয়ে চূড়ান্ত উষ্ণতা (t°C) থার্মোমিটারের সাহায্যে লক্ষ্য করা হয়। এই চূড়ান্ত উষ্ণতা 50°C এর চেয়ে কিছু বেশি হয়। ধরা যাক, ঠাণ্ডা জলের ভর $= m$ gm । ঠাণ্ডা জলের উষ্ণতা $= \theta$°C এবং গরম জলের ভর $= m'$gm.

গরম জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= m'(100 - t)$ এবং ঠাণ্ডা জল দ্বারা গৃহীত তাপ $= m(t - \theta)$ ।

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়, $m'(100-t)=m(t-\theta)$।

কাজেই, $\theta=t-\frac{m'}{m}(100-t)$।

এই সমীকরণের ডান দিকের সব রাশির মান জানা থাকায় θ এর মান নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 1 lb. জ্বালানি পোড়ালে 10,000 B. Th. U. তাপ উৎপন্ন হয়। 50 গ্যালন জলের উষ্ণতা 45°C থেকে 100°C পর্যন্ত বাড়াতে কি পরিমাণ জ্বালানি প্রয়োজন হয় ? 1 গ্যালন জলের ওজন 10 lb.।

সমাধান ঃ 50 গ্যালন = 50 × 10 = 500 lb.

জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি = (100 − 45) = 55°C।

ফারেনহাইট স্কেলে এই উষ্ণতা বৃদ্ধি = $\frac{9}{5}\times 55=99$°F।

∴ জলের উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ = 500 × 99 B. Th. U.।

∴ জ্বালানির পরিমাণ = $\frac{500\times 99}{10{,}000}=4{\cdot}95$ lb.।

2. দুই বস্তুর ঘনত্বের অনুপাত 3 ঃ 4। ইহাদের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 0·12 এবং 0·09। প্রতি একক আয়তনে তাপগ্রাহিতাদ্বয়ের তুলনা কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক্, বস্তুদ্বয়ের ঘনত্ব যথাক্রমে 3ρ এবং 4ρ। তাহ'লে প্রতি একক আয়তনে বস্তুদ্বয়ের ভর যথাক্রমে 3ρ gm. এবং 4ρ gm.। কাজেই বস্তুদ্বয়ের প্রতি একক আয়তনে তাপগ্রাহিতা যথাক্রমে $3\rho\times 0{\cdot}12$ cal. এবং $4\rho\times 0{\cdot}09$ cal.

$$\therefore \frac{\text{প্রথম বস্তুর প্রতি একক আয়তনে তাপগ্রাহিতা}}{\text{দ্বিতীয় বস্তুর প্রতি একক আয়তনে তাপগ্রাহিতা}}=\frac{3\rho\times 0{\cdot}12}{4\rho\times 0{\cdot}09}=\frac{{\cdot}36}{{\cdot}36}=1$$

3. সম আয়তনের পারদ এবং কাচের তাপগ্রাহিতা সমান। 13·6 আপেক্ষিক গুরুত্বের পারদের আপেক্ষিক তাপ 0·033 হ'লে 3·5 আপেক্ষিক গুরুত্বের কাচের আপেক্ষিক তাপ কত হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক্, কাচের আপেক্ষিক তাপ s এবং আয়তন V. c c.। তাহ'লে কাচের ভর = V × 3·5 gm.।

আবার পারদের ভর = 13·6V gm.। কাজেই, কাচের তাপগ্রাহিতা = $3{\cdot}5V\times s$ এবং পারদের তাপগ্রাহিতা = 13·6V × 0·033.

∴ $3{\cdot}5V\times s=13{\cdot}6V\times 0{\cdot}033$। বা, $s=0{\cdot}13$ (প্রায়)।

4. কোন তরলের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·8 এবং অপর একটি তরলের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·5। দেখা যায় যে, প্রথম তরলের 4 লিটারের তাপগ্রাহিতা দ্বিতীয় তরলের 5 লিটারের তাপগ্রাহিতার সমান। ঐ দুই তরলের আপেক্ষিক তাপদ্বয়ের তুলনা কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক্, তরলদ্বয়ের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে s_1 এবং s_2।

প্রথম তরলের 4 লিটারের ভর = 4000 × 0·8 = 3200 gm.

দ্বিতীয় তরলের 5 লিটারের ভর $= 5000 \times 0{\cdot}5 = 2500$ gm.

প্রথম তরলের তাপগ্রাহিতা, $H_1 = 3200 \times s_1$ ।

দ্বিতীয় " " $H_2 = 2500 \times s_2$ ।

$H_1 = H_2$ হওয়ায় $3200 s_1 = 2500 s_2$, $\therefore$ $s_1 : s_2 = 25 : 32$ ।

5. 10 gm. ভরের এবং 0·1 আঃ তাপের কোন ইস্পাতের বলকে চুল্লীতে উত্তপ্ত ক'রে একটি পুরু তামার পাত্রে অতি শীঘ্র স্থানান্তরিত করা হয়। তামার পাত্রের ভর 200 gm., আঃ তাপ 0·09 এবং উষ্ণতা 50°C। এবার তামার পাত্রকে ক্যালরিমিটারের জলে রাখা হয়। ক্যালরিমিটারের জলের ভর 180 gm., ইহার জল-সম 20 gm. এবং প্রাথমিক উষ্ণতা 20°C। ক্যালরিমিটারের থার্মোমিটার 26°C চূড়ান্ত উষ্ণতা নির্দেশ করে। চুল্লীর উষ্ণতা নির্ণয় কর। ক্যালরিমিটারের জলের স্থানীয়ভাবে স্ফুটন ঘটবে কি না দেখাও। [*Jt. Entrance 1978*]

সমাধান : ধরা যাক, চুল্লীর উষ্ণতা t°C। তাহ'লে ইস্পাতের বল দ্বারা বর্জিত তাপ $= 10 \times 0{\cdot}1 \times (t - 26)$ cal.

তামার পাত্র দ্বারা বর্জিত তাপ $= 200 \times 0{\cdot}09 \times (50 - 26)$ cal.

ক্যালরিমিটার ও ইহার জল দ্বারা গৃহীত তাপ

$$= (180 + 20) \times 1 \times (26 - 20) \text{ cal.}$$

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$$10 \times 0{\cdot}1 \times (t - 26) + 200 \times 0{\cdot}09 \times (50 - 26) = (180 + 20) \times 1 \times (26 - 20)$$

অতএব, $t = 794$°C।

এই উষ্ণতা জলের স্ফুটনাঙ্কের চেয়ে অনেক বেশি হওয়ায় স্থানীয়ভাবে জলের স্ফুটন ঘটে।

6. সমান ভরের তিনটি বিভিন্ন তরল A, B এবং C এর উষ্ণতা যথাক্রমে 12°C, 19°C ও 28°C। A ও B কে মেশালে উষ্ণতা হয় 16°C এবং B ও C কে মেশালে উষ্ণতা হয় 23°C। A ও C কে মেশালে উষ্ণতা কত হয় ? [*I. I. T. 1976*]

সমাধান : ধরা যাক, প্রত্যেক তরলের ভর m এবং ইহাদের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে s_1, s_2 ও s_3। যখন A ও Bকে মেশানো হয় তখন

$$ms_1(16 - 12) = ms_2(19 - 16)। \quad \text{অথবা,} \quad s_1 = \tfrac{3}{4}s_2 \cdots\cdots \text{(i)}$$

যখন B ও C কে মেশানো হয় তখন $ms_2(23 - 19) = ms_3(28 - 23)$

$$\text{অথবা,} \quad s_3 = \tfrac{4}{5}s_2 \quad \cdots \quad \cdots\text{(ii)}$$

যখন A ও C কে মেশানো হয় তখন চূড়ান্ত উষ্ণতা t°C হ'লে,

$$ms_1(t - 12) = ms_3(28 - t) \quad \ldots \quad \cdots\text{(iii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে (iii) নং সমীকরণে s_1 ও s_3 এর মান বসালে পাওয়া যায়,

$$\tfrac{3}{4}s_2(t - 12) = \tfrac{4}{5}s_2(28 - t)। \quad \text{অতএব } t = 20{\cdot}25\text{°C}।$$

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. ক্যালরিমিতির মূল নীতি ব্যাখ্যা কর। ক্যালরিমিটারের পরীক্ষায় কি কি সতর্কতা নেওয়া প্রয়োজন ? [*H. S.* (new) *1980*]

2. বস্তুর তাপগ্রাহিতা ও জলসম কাকে বলে ? উহাদের মধ্যে পার্থক্য কি ? [*H. S.* (new) *1978*]

3. কোন বস্তুতে তাপের পরিমাণ কি কি বিষয়ের উপর নির্ভর করে ? 'কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা সাধারণত দুই ভাবে দেওয়া হয়'—সংজ্ঞা দুইটি লেখ। ইহাদের মধ্যে কি বিশেষ কোন পার্থক্য আছে ? তোমার উত্তর যুক্তি সহকারে ব্যাখ্যা কর।

'তামার আপেক্ষিক তাপ 0·095' ব'লতে কি বোঝায় ?

What are the factors on which the quantity of heat possessed by a body depend ?

'Specific heat of a substance is generally defined in two ways'—Write the said two definitions. Is there any essential difference between them ? Justify your answer.

Explain what is meant by 'the specific heat of copper is 0·095'.

4. সি. জি. এস্ ও এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে তাপের একক কি কি ? ইহাদের পারস্পরিক সম্পর্ক কি ?

থার্ম ও সেন্টিগ্রেড তাপ একক কাকে বলে ?

গড় ক্যালরি ও 15° ক্যালরি ব'লতে কি বোঝায় ?

What are the units of heat in C. G. S. and F. P. S. systems ? What is the relation between them ?

What do you mean by 'Therm' and 'Centigrade Heat Unit' ?

What do you mean by 'Mean Calorie' and '15° Calorie' ?

5. কোন বস্তুর তাপগ্রাহিতা ও জলসম ব'লতে কি বোঝায় ? ইহাদের পার্থক্য কি ?

'কোন পদার্থের একক ভরের তাপগ্রাহিতাকে আপেক্ষিক তাপ বলা যায়'—ব্যাখ্যা কর।

What do you mean by thermal capacity and water equivalent of a body ? What is the distinction between them ?

'The thermal capacity per unit mass of a substance may be called specific heat'—explain.

6. ক্যালরিমিতির মূল নীতি কি ? এই নীতি প্রয়োগ করার জন্য কি কি শর্ত পূরণ করা দরকার ? নিম্নলিখিত ক্ষেত্রগুলিতে এই নীতি প্রয়োগ করা যায় কিনা ব্যাখ্যা কর—

(i) ক্যালরিমিটারে জল এবং চিনি থাকলে ;

(ii) ক্যালরিমিটারে কঠিন ও তরল রাসায়নিক বিক্রিয়া ঘটালে ;

(iii) ক্যালরিমিটারকে খোলা অবস্থায় বায়ুতে রাখলে।

What is the fundamental principle of calorimetry ? What conditions must be fulfilled for the proper application of this principle ?

Explain whether this principle may be applied in the following cases—

(i) the calorimeter contains water and sugar ;

(ii) the solid and the liquid in the calorimeter react chemically ;

(iii) the calorimeter is exposed to the air.

7. ক্যালরিমিতিক পদার্থ হিসেবে জল কি সুনির্বাচিত ? যদি না হয় তাহ'লে একটি অপেক্ষাকৃত ভাল ক্যালরিমিতিক পদার্থের নাম লেখ।

একই রকম দু'টি কেটলীতে সম-পরিমাণ দুধ ও জল নিয়ে একই চুল্লীর উপর পাশাপাশি রাখা হয়। দেখা যায় যে, জল অপেক্ষা দুধ তাড়াতাড়ি গরম হয়। ইহার কারণ ব্যাখ্যা কর।

Is water a good choice as calorimetric substance ? If not, suggest a better one.

Two exactly similar kettles—one containing water and the other an equal mass of milk—are placed side by side on the same furnace. The rise of temperature of milk is found at quicker rate than in the case of water—Explain.

8. ক্যালরিমিটারের জলসম ব'লতে কি বোঝায় ? কিভাবে একটি ক্যালরিমিটারের জলসম নির্ণয় করা যায় ?

What do you mean by the water equivalent of a calorimeter ? How water equivalent of a calorimeter may be determined ?

9. কোন কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের পদ্ধতি সংক্ষেপে বর্ণনা কর।

এই পদ্ধতিতে তোমাকে ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ দেওয়া না হ'লে তুমি কিভাবে পরীক্ষাটি সম্পন্ন ক'রবে ?

Indicate briefly how would you determine the specific heat of a solid.

If in this method you are not provided with the specific heat of material of the calorimeter, how do you proceed to perform the experiment ?

10. তোমাকে 100°C উষ্ণতা মাপতে পারে এরূপ একটি থার্মোমিটার ও আংশিক জলপূর্ণ একটি ক্যালরিমিটার দেওয়া হ'ল। ইহাদের সাহায্যে তুমি কিভাবে একটি চুল্লীর উষ্ণতা মাপবে ?

You are supplied with a thermometer capable of measuring 100°C and a calorimeter partially filled with water. How with the help of these can you determine the temperature of a furnace ?

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. একটি স্নানাগারে 50°C উষ্ণতায় 60 Kg জল আছে। ঠান্ডা এবং গরম জলের কল খুলে দিলে প্রত্যেকে প্রতিমিনিটে যথাক্রমে 2°C ও 55°C উষ্ণতার 20 Kg জল সরবরাহ ক'রতে পারে। বাথটবের জলের উষ্ণতা 30°C ক'রতে কল দু'টিকে কত সময় ধ'রে খুলে রাখতে হবে ? বিকিরণ জনিত তাপক্ষয় অগ্রাহ্য কর। [20 min.]

2. একটি সংকর ধাতু 50% তামা এবং 50% নিকেল দিয়ে তৈরী। 100 gm. ওজনের একটি টুকরোকে 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রে একটি ক্যালরিমিটারে ফেলা হ'ল। ক্যালরিমিটারে 10°C উষ্ণতায় 80 gm. জল ছিল। ক্যালরিমিটারের জলসম 20 gm. হ'লে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা নির্ণয় কর। তামার আঃ তাপ=0·09 এবং নিকেলের আঃ তাপ=0·11। [16·4°C]

3. 70 gm. ওজনের একখণ্ড উত্তপ্ত কঠিন বস্তুকে 116 gm. জলে ফেলা হ'ল। ঐ জল 10 গ্রাম জলসমের একটি ক্যালরিমিটারে আছে। কঠিন বস্তুর উষ্ণতা হ্রাস যদি জলের উষ্ণতা বৃদ্ধির 15 গুণ হয়, তবে কঠিন বস্তুর আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। [*Jt. Entrance 1967*] [0·12]

4. *A* ও *B* তরলের উষ্ণতা যথাক্রমে 75°C ও 15°C। ইহাদের ভর 2 : 3 অনুপাতে আছে এবং ইহাদের আপেক্ষিক তাপের অনুপাত 3 : 4। এই দুই তরলকে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হয় ? পাত্রের জলসম অগ্রাহ্য কর।

Two liquids *A* and *B* are at temperatures of 75°C and 15°C respectively. Their masses are in the ratio of 2 : 3 and their specific heats are in the ratio of 3 : 4. Calculate the resultant temperature of the mixture when two liquids *A* and *B* are mixed. Neglect the water equivalent of calorimeter. [35°C]

5. A ও B তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে 0·5 gm./c.c. ও 0·6 gm./c.c.। দেখাও যে, 8 litre A তরলের ও 10 litre B তরলের তাপগ্রাহিতা সমান। ইহাদের আপেক্ষিক তাপের অনুপাত কত?

The density of liquid A is 0·5 gm./c.c. and that of liquid B is 0·6 gm./c.c. It is found that the heat capacity of 8 litre of A is equal to the heat capacity of 10 litre of B. What is the ratio of their specific heats? [3 : 2]

6. কোন ফার্নেসের উষ্ণতা জানার জন্য 80 gm. ভরের একটি প্লাটিনাম বলকে ইহাতে রাখা হয়। বলের উষ্ণতা যখন ফার্নেসের উষ্ণতার সমান হয় তখন ইহাকে অতিশীঘ্র 15°C উষ্ণতার জলে ডোবানো হয়। জলের উষ্ণতা 15°C থেকে 80°C হয়। যদি জলের ভর ও ক্যালরিমিটারের জলসম মিলিতভাবে 400 gm. হয় তাহ'লে ফার্নেসের উষ্ণতা কত?

In order to determine the temperature of a furnace, a platinum ball weighing 80 gm. is introduced into it. When it acquired the temperature of furnace, it is transferred quickly to a calorimeter containing water at 15°C. The temperature rises to 80°C. If the weight of water together with water equivalent of calorimeter is 400 gm, what is the temperature of the furnace? [705°C (প্রায়)]

7. সমান আয়তনের পারদ ও কাচের তাপগ্রাহিতা সমান। পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব 13·6 ও তাপগ্রাহিতা 0·0333 cal. এবং কাচের আপেক্ষিক গুরুত্ব 2·5। কাচের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর।

Equal volumes of mercury and glass have same capacity for heat. Calculate the specific heat of glass if the specific gravity of mercury is 13·6 and specific heat of mercury is 0·0333 cal. Sp. gr. of glass = 2·5 [0·181]

8. কোন ইস্পাতের বাষ্প-চুল্লীর ভর 400 Kg এবং ইহাতে 180 Kg জল আছে। ইহার উষ্ণতা 5°C থেকে 100°C ক'রতে কি পরিমাণ তাপ লাগে? ধ'রে নাও যে সরবরাহিত তাপের 70% কাজে লাগে। ইস্পাতের আপেক্ষিক তাপ 460 joule/Kg/°K।

A steam boiler is made of steel and has a mass of 400 Kg. The boiler contains 180 Kg of water. Assuming that 70% of the heat is desirered to the boiler and water, how much heat is required to raise the temperature of the whole from 5°C to 100°C? specific heat of steel is 460 J/Kg/°K. [$1·27 \times 10^8$ Joule]

9. একটি মিশ্র ধাতুর মধ্যে 60% তামা এবং 40% নিকেল আছে, ঐ মিশ্র ধাতুর 50 gm. ওজনের একটি টুকরোকে 80°C পর্যন্ত উত্তপ্ত ক'রে 10 gm. জলসম বিশিষ্ট একটি ক্যালরিমিটারের মধ্যে ফেলে দেওয়া হ'ল। ক্যালরিমিটারের মধ্যে 10°C উষ্ণতায় 90 gm. জল ছিল। মিশ্রণের ফলে চরম উষ্ণতা কত হবে নির্ণয় কর। তামার আপেক্ষিক তাপ = 0·09 এবং নিকেলের = 0·11।

[*H. S.* (new) *1978*] [13·2°C (প্রায়)]

10. 55 gm. ভরের ও 0·2 আপেক্ষিক তাপের একটি থার্মোমিটার ঘরের উষ্ণতায় 15°C পাঠ দেয়। ক্যালরিমিটারের জলে থার্মোমিটার ডোবালে ইহা 44·4°C পাঠ দেয়। ক্যালরিমিটারের জলসম 50 gm. ও জলের ওজন 250 gm. হ'লে থার্মোমিটার ডোবাবার আগে জলের উষ্ণতা কত ছিল?

[*Jt. Extrance 1974*] [45·5°C]

11. 10 gm. ভর ও 0·1 আপেক্ষিক তাপ বিশিষ্ট একটি ইস্পাত বলকে ফার্নেসে উত্তপ্ত ক'রে দ্রুত 200 gm. ভর ও 0·09 আপেক্ষিক তাপবিশিষ্ট একটি তামার পাত্রে (উষ্ণতা 50°C) ফেলা হ'ল ও তৎক্ষণাৎ পাত্রটিকে 20 gm. জলসম বিশিষ্ট একটি ক্যালরিমিটারে স্থানান্তরিত করা হ'ল। ঐ ক্যালরিমিটারে 20°C উষ্ণতার 180 gm. জল ছিল। ক্যালরিমিটারে নিমজ্জিত একটি থার্মোমিটারে 20°C সর্বোচ্চ উষ্ণতা দেখায়। ফার্নেসের উষ্ণতা নির্ণয় কর এবং হিসেব ক'রে দেখাও যে ক্যালরিমিটারের কোন অংশে আঞ্চলিক স্ফুটন হবে কিনা।

[*Jt. Entrance 1978*] [794°C, স্ফুটন হয় না]

12. 100 gm. ওজনের কোন বস্তুকে 122°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করে 50 gm. ওজনের তামার ক্যালরিমিটারের জলে রাখা হয়। ক্যালরিমিটারের জলের উষ্ণতা 28°C। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 30°C। তামার আপেক্ষিক তাপ 0·09 হ'লে বস্তুর আপেক্ষিক তাপ কত? [0·03]

13. 200 gm. সীসাকে 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রে একটি পাত্রে রাখা 200 gm. তরলে নিমজ্জিত করা হয়। পাত্র কোন তাপ শোষণ না ক'রলে এবং তরলের প্রাথমিক উষ্ণতা 0°C হ'লে ইহার চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়? সীসার আপেক্ষিক তাপ=0·03 এবং তরলের আপেক্ষিক তাপ=0·5। [5·66°C]

14. দুই বস্তুর ঘনত্ব 2 gm./c.c. এবং 3 gm./c.c. ও ইহাদের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 0·12 ও 0·09। বস্তুদ্বয়ের প্রতি একক আয়তনে তাপগ্রাহিতার তুলনা কর। [8 : 9]

15. M ভরের কোন বস্তুর উষ্ণতা $T°$। এই বস্তুকে $t°$ উষ্ণতায় m-gm ভরের তরলে রাখা হয়। বস্তু ও তরলের আপেক্ষিক তাপ S ও s হ'লে দেখাও যে চূড়ান্ত উষ্ণতা $\theta=\dfrac{MST+mst}{MS+ms}$ এবং তরল জল হ'লে $S=\dfrac{m(\theta-t)}{M(T-\theta)}$।

16. তিনটি তরলের উষ্ণতা 30°, 20° ও 10°। প্রথম দু'টি তরলের সমান ওজন একসঙ্গে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা হয় 26° এবং প্রথম ও তৃতীয় তরলের সমান ওজন একসঙ্গে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা হয় 25°। দেখাও যে, দ্বিতীয় ও তৃতীয় তরলের সমান ওজন এক সঙ্গে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা হয় $16\frac{2}{3}°$।

17. সমান ওজনের তিনটি তরলের আপেক্ষিক তাপ S_1, S_2, S_3 এবং উষ্ণতা যথাক্রমে $t_1°$, $t_2°$, $t_3°$। তরলগুলিকে এক সঙ্গে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হয়? ধরে নাও $t_1>t_2>t_3$।

[$t=(S_1t_1+S_2t_2+S_3t_3)/(S_1+S_2+S_3)$]

অবস্থার পরিবর্তন
(CHANGE OF STATE)

6.1. পদার্থের অবস্থা তিন ধরনের—কঠিন, তরল ও গ্যাসীয়। পদার্থকে তাপ দিয়ে বা পদার্থ থেকে তাপ বের ক'রে নিয়ে পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন করা যায়। যেমন কোন পাত্রে বরফ নিয়ে ইহাকে ক্রমাগত তাপ দিলে দেখা যায় যে, বরফ প্রথমে গ'লে জলে পরিণত হয় এবং পরে জল বাষ্পে পরিণত হয়। অনুরূপভাবে, বাষ্পকে ক্রমাগত ঠাণ্ডা ক'রলে প্রথমে তরল এবং পরে কঠিন পদার্থ পাওয়া যায়।

6.2. গলন (Melting) ঃ

তাপ দিয়ে কঠিন পদার্থকে তরলে পরিণত করাকে **গলন** বলে। **তাপ বের ক'রে নিয়ে তরল পদার্থকে কঠিনে পরিণত করাকে কঠিনীভবন** (*solidification*) বলে।

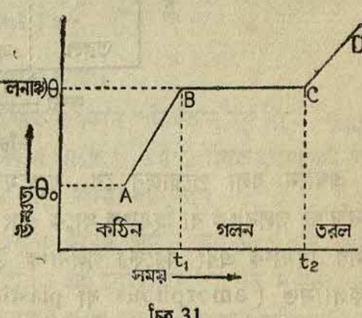
6.3. বাষ্পীভবন (Vaporisation) ঃ

তাপের প্রভাবে পদার্থের তরল অবস্থা থেকে গ্যাসীয় অবস্থায় পরিণত হওয়াকে **বাষ্পীভবন** বলে। তাপ বের ক'রে নেওয়ার দরুন গ্যাসীয় অবস্থা থেকে তরলে পরিণত হওয়াকে **ঘনীভবন বা তরলীভবন** (*condensation or liquefaction*) বলে।

6.4- গলন ও কঠিনীভবন (Melting and solidification) ঃ

(i) **গলন ঃ** নির্দিষ্ট চাপে কোন কঠিন পদার্থের উপর ক্রমাগত তাপ দেওয়া হ'লে প্রথমে ইহার উষ্ণতা বাড়তে থাকে। তারপর পদার্থ এমন এক উষ্ণতায় পৌঁছায় যখন ইহার উষ্ণতা আর বাড়ে না, কিন্তু পদার্থের অবস্থান্তর ঘটে। অর্থাৎ এই উষ্ণতায় কঠিন পদার্থ গ'লে তরলে পরিণত হয়। যতক্ষণ না সমগ্র কঠিন পদার্থ গ'লে তরলে পরিণত হয় ততক্ষণ তাপ দেওয়া সত্ত্বেও ইহার উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। **কোন নির্দিষ্ট চাপে যে উষ্ণতায় কঠিন পদার্থ গ'লে তরলে পরিণত হয় তাকে ইহার গলনাঙ্ক** (*melting point*) বলে।

ক্রমাগত তাপ দেওয়ার দরুন সময়ের সঙ্গে কোন কঠিন পদার্থের উষ্ণতা পরিবর্তন চিত্রে (চিত্র 31) দেখানো হ'য়েছে।



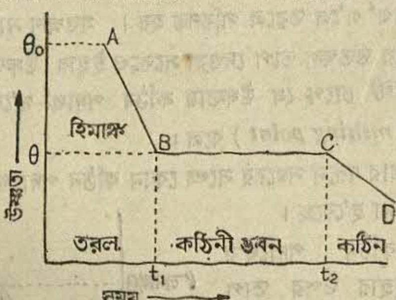
চিত্র 31

এই চিত্রে θ_0 কঠিন পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা। ইহার উপর তাপ প্রয়োগ করার সময় থেকে t_1 সময় পর্যন্ত পদার্থের উষ্ণতা ক্রমাগত বাড়ে (লেখচিত্রে A থেকে B পর্যন্ত)। t_1 থেকে t_2 সময় পর্যন্ত কঠিন পদার্থের উষ্ণতা বাড়ে না, কঠিন পদার্থ গ'লে তরলে পরিণত হয়। তাই t_1 থেকে t_2 সময় অবকাশে লেখচিত্রের BC অংশ সময় অক্ষের সমান্তরাল হয়। এই t_1 থেকে t_2 সময় অবকাশে কঠিন পদার্থের উষ্ণতা θ ডিগ্রীতে স্থির থাকে। সুতরাং এই θ ডিগ্রীই

পদার্থের গলনাঙ্ক। সমগ্র পদার্থ গ'লে যাওয়ার পরও তাপ প্রয়োগ করা হ'লে পদার্থের উষ্ণতা সময়ের সঙ্গে বৃদ্ধি পেতে থাকে। লেখচিত্রের CD অংশ এই বৃদ্ধি সূচিত করে।

কঠিনীভবন: নির্দিষ্ট চাপে কোন তরল পদার্থ থেকে ক্রমাগত তাপ বের ক'রে নেওয়া হ'লেও ইহার উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না, কিন্তু তরল পদার্থ কঠিনে পরিণত হয়। সমগ্র তরল পদার্থ কঠিনে পরিণত না হওয়া পর্যন্ত উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। **কোন নির্দিষ্ট চাপে যে উষ্ণতায় তরল পদার্থ তাপ বর্জন ক'রে কঠিনে পরিণত হয় তাকে উহার হিমাঙ্ক বা কঠিনাঙ্ক** (*freezing point*) বলে। স্বভাবতই কোন পদার্থের গলনাঙ্ক ইহার হিমাঙ্কের সমান। বিভিন্ন পদার্থের গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক বিভিন্ন হয়।

তরল পদার্থ থেকে ক্রমাগত তাপ বের ক'রে নেওয়া হ'লে সময়ের সঙ্গে ঐ পদার্থের উষ্ণতার পরিবর্তন চিত্রে (চিত্র 32) দেখানো হ'য়েছে। চিত্রে θ_0 তরল পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা। তরল পদার্থ থেকে তাপ নিষ্কাশন শুরু করার সময় থেকে t_1 সময় পর্যন্ত ইহার উষ্ণতা ক্রমশ ক'মতে থাকে (লেখচিত্রের A থেকে B পর্যন্ত)। t_1 থেকে t_2 পর্যন্ত ক্রমাগত তাপ বের ক'রে নেওয়া সত্ত্বেও তরল পদার্থের উষ্ণতা θ ডিগ্রীতেই স্থির থাকে, এই সময়ে শুধুমাত্র তরল পদার্থ কঠিনে পরিণত হয়। সুতরাং এই θ ডিগ্রীই পদার্থটির হিমাঙ্ক। সমগ্র পদার্থ কঠিনে পরিণত হওয়ার পরও তাপ বের ক'রে নেওয়া হ'তে থাকলে পদার্থের উষ্ণতা সময়ের সঙ্গে ক'মতে থাকে। লেখচিত্রের CD অংশ এই হ্রাস সূচিত করে।



চিত্র 32

এখানে বলা প্রয়োজন যে, শুধুমাত্র বিশুদ্ধ কেলাস দ্বারা গঠিত পদার্থের সুনির্দিষ্ট গলনাঙ্ক বা হিমাঙ্ক থাকে এবং ইহারা সমান হয়। যেমন স্বাভাবিক চাপে জলের হিমাঙ্ক এবং বরফের গলনাঙ্ক উভয়েই 0°C। কাচ, মোম, চর্বি ইত্যাদি অকেলাসিত (amorphous বা plastic) পদার্থের গলন একটি উষ্ণতা পরিসরে ঘটে। কাজেই ইহাদের কোন নির্দিষ্ট গলনাঙ্ক থাকে না। যেমন মাখন 0°C থেকে 20°C এর মধ্যে গলে, কিন্তু 20°C থেকে 22°C এর মধ্যে কঠিনীভূত হয়। অবিশুদ্ধ পদার্থ এবং মিশ্রণেরও সুনির্দিষ্ট গলনাঙ্ক থাকে না।

6.5. কয়েকটি সাধারণ পদার্থের গলনাঙ্ক ঃ

পদার্থ	গলনাঙ্ক °C	পদার্থ	গলনাঙ্ক °C
বরফ	0	সোনা	1063
লোহা	1200	প্লাটিনাম	1755
তামা	1083	সালফিউরিক অ্যাসিড	10·3
সীসা	327	অ্যাল্মিনিয়াম	657
টিন	232	ন্যাপথালিন	80
পারদ	−39	অ্যালকোহল	−114
মোম	52−58	অক্সিজেন	−219
টাংস্টেন	3000	লিথিয়াম	186
		বিসমাথ	271

6.6. দ্রবণের হিমাঙ্ক (Freezing point of a solution) ঃ

বিশুদ্ধ দ্রাবকের চেয়ে দ্রবণের হিমাঙ্ক কম হয়। যেমন লবণের জলীয় দ্রবণের হিমাঙ্ক জলের হিমাঙ্কের (0°C) চেয়ে কম। যখন দ্রবণকে ঠাণ্ডা করা হয় তখন দ্রাবকের কেলাস পৃথক হ'য়ে যায়। ইহাতে দ্রবণের গাঢ়তা বৃদ্ধি পায় এবং ইহার হিমাঙ্ক আরও ক'মে যায়। কাজেই যত সময় যেতে থাকে ততই দ্রবণের উষ্ণতা ক'মতে থাকে যতক্ষণ না সমগ্র তরল কঠিনে পরিণত হয়।

6.7. লীন তাপ (Latent heat) ঃ

অবস্থার পরিবর্তনের জন্য বস্তু **তাপ শোষণ করে।**

কিন্তু এই শোষিত তাপের জন্য বস্তুর উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। কাজেই বলা যায় যে, এই শোষিত তাপ বস্তুর মধ্যে লীন থাকে। এই শোষিত তাপকেই **লীন তাপ** বলে। এই লীন তাপকে থার্মোমিটার দ্বারা বোঝা যায় না।

আমরা জানি যে, কোন বস্তুকে তাপ দিলে ইহার উষ্ণতা বাড়ে। এই উষ্ণতা বৃদ্ধি থার্মোমিটারের সাহায্যে বোঝা যায়। এই বোধগম্য তাপের দরুন বস্তুর অবস্থার কোন পরিবর্তন হয় না। লীন তাপের ফলে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন হয়, কিন্তু এই তাপের অস্তিত্ব থার্মোমিটার দ্বারা বোঝা যায় না। সুতরাং, লীন তাপ ও বোধগম্য তাপের পার্থক্য বোঝা যায়।

উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে কোন পদার্থের এক একক ভরকে ইহার অবস্থান্তর উষ্ণতায় (Transition temperature) অন্য অবস্থায় রূপান্তরিত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে ঐ পদার্থের **লীন তাপ** বলে।

6.8. কঠিন পদার্থের গলনের লীন তাপ (Latent heat of fusion of solid) ঃ

উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে কোন কঠিন পদার্থের এক একক ভরকে ইহার **গলনাঙ্কে** কঠিন থেকে তরলে রূপান্তরিত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে ঐ পদার্থের গলনের **লীন তাপ** বলে। (The latent heat of fusion of a solid is the quantity of heat required to change unit mass of the substance at its melting point from the solid to the liquid state without change of temperature.)

বরফ গলনের লীন তাপ (*Latent heat of fusion of ice*) ঃ উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে 0°C উষ্ণতার 1 গ্রাম বরফকে জলে পরিণত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে বরফ গলনের **লীন তাপ** বলে। বরফ গলনের লীন তাপের পরিমাণ 80 cal/gm.। কাজেই বোঝা যায় যে, 0°C উষ্ণতায় এক গ্রাম জলে 0°C উষ্ণতার এক গ্রাম বরফের চেয়ে 80 cal. তাপ বেশি থাকে। এই 80 ক্যালরি তাপ বের ক'রে নিলে 0°C উষ্ণতার এক গ্রাম জল 0°C উষ্ণতার এক গ্রাম বরফে পরিণত হয়। আবার 0°C উষ্ণতার এক গ্রাম বরফকে 80 cal. তাপ দিলে ঐ বরফ 0°C উষ্ণতার এক গ্রাম জলে পরিণত হয়।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে বরফ গলনের লীন তাপ ঃ

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal/gm.।

আবার 1 lb = 453·6 gm. এবং 1 B. Th. U = 252 cal.।

অতএব, এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে বরফ গলনের লীন তাপ $= \frac{80 \times 453 \cdot 6}{252}$

$= 144$ B. Th. U/lb.।

কঠিনীভবনের লীন তাপ (*Latent heat of solidification*) ঃ উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে কোন তরল পদার্থের এক একক ভরকে ইহার হিমাঙ্কে কঠিনে পরিণত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ বের ক'রে নিতে হয় তাকে **কঠিনীভবনের লীন তাপ** বলে।

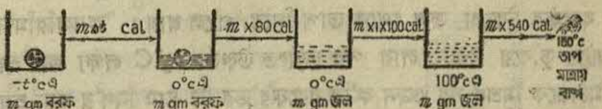
6.9. বাষ্পীভবনের লীন তাপ (Latent heat of vaporisation) ঃ

উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে কোন তরল পদার্থের এক একক ভরকে ইহার স্ফুটনাঙ্কে তরল থেকে গ্যাসে রূপান্তরিত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে ঐ

তরলের **বাষ্পীভবনের লীন তাপ** বলে। (The latent heat of vaporisation of a liquid is the quantity of heat required to change unit mass of the substance at its boiling point from the liquid to the vaporous state without change of temperature.)

জলের বাষ্পীভবনের লীন তাপ (*Latent heat of vaporisation of water*) **ঃ** উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে এক গ্রাম জলকে ইহার স্ফুটনাঙ্কে বাষ্পে পরিণত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে জলের বাষ্পীভবনের লীন তাপ বলে। এই লীন তাপের মান 537 cal/gm.।

$-t^\circ$C উষ্ণতার m gm বরফ (আপেক্ষিক তাপ s)-কে 100°C উষ্ণতার বাষ্পে পরিণত ক'রতে প্রতি স্তরে তাপের পরিমাণ ঃ



চিত্র 33

t°C উষ্ণতার m gm বরফকে 100°C উষ্ণতার বাষ্পে পরিণত ক'রতে মোট তাপ $= mst + m \times 80 + m \times 100 + m \times 540 = m(st + 720)$ cal.। [হিসেবের সুবিধার্থে জলের বাষ্পীভবনের লীন তাপ 540 cal/gm ধরা হ'য়েছে]

ঘনীভবনের লীন তাপ (*Latent heat of Condensation*) **ঃ** উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে কোন গ্যাসীয় পদার্থের এক একক ভরকে ইহার স্বাভাবিক স্ফুটনাঙ্কে তরলে পরিণত ক'রতে যে পরিমাণ তাপ বের ক'রে নিতে হয় তাকে **ঘনীভবনের লীন তাপ** বলে।

6.10. লীন তাপের ব্যাখ্যা (Explanation of latent heat) ঃ

পদার্থের অবস্থান্তরের সময় উষ্ণতার পরিবর্তন হয় না কেন আলোচনা করা যাক্। আমরা জানি যে, কঠিন পদার্থের দৃঢ়তা বেশি—অর্থাৎ অণুগুলির পারস্পরিক আকর্ষণ বেশি এবং আণবিক দূরত্ব কম। কিন্তু তরলে আণবিক আকর্ষণ কঠিনের তুলনায় কম এবং আণবিক দূরত্ব বেশি। সুতরাং কঠিনকে তরলে পরিণত করার অর্থ অণুগুলির পারস্পরিক আকর্ষণের বিরুদ্ধে কাজ ক'রে আণবিক দূরত্ব বাড়িয়ে দেওয়া। অবস্থান্তরের সময় বস্তু যে তাপ নেয় তা এই কাজে ব্যয় হয়। তাই এই তাপ পদার্থের উষ্ণতার কোন পরিবর্তন ঘটাতে পারে না। সমগ্র কঠিন পদার্থ তরলে পরিণত হ'লে শুধুমাত্র তখনই উষ্ণতার পরিবর্তন হয়। কেননা তখন আর ঐ কাজ ক'রতে হয় না। আমরা জানি যে, গ্যাসের দৃঢ়তা কম—আণবিক আকর্ষণ কঠিন ও তরলের তুলনায় নেই ব'ললেই চলে। অতএব গ্যাসে রূপান্তরিত করার অর্থ অণুগুলিকে পরস্পরের আকর্ষণ থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন ক'রে দেওয়া।

এই কাজে প্রয়োজনীয় শক্তি পাওয়া যায় লীন তাপ থেকে। এক্ষেত্রে অণুগুলিকে সম্পূর্ণ ছাড়াছাড়ি ক'রে ফেলার জন্য আভ্যন্তরীণ কাজের পরিমাণ কঠিন থেকে তরলে রূপান্তরের তুলনায় অনেক বেশি হয়। তাছাড়া বাষ্পীভবনের পর পদার্থের আয়তন অনেক বেড়ে যায়। তাই আভ্যন্তরীণ কাজের পরিমাণও বেশি হয়। এই কারণে বাষ্পীভবনের লীন তাপ গলনের লীন তাপের চেয়ে বেশি হয়।

6.11. বরফ গলনের লীন তাপ নির্ণয় (Determination of latent heat of fusion of ice) ঃ

একটি ক্যালরিমিটারকে ওজন ক'রে ইহার ভর (m_1 gm) নির্ণয় করা হয়। এই ক্যালরিমিটারে কিছু জল নিয়ে ওজন করা হয়। ধরা যাক্ এই জলের ভর m_2 গ্রাম ও ইহার উষ্ণতা t_1°C। এবার শুষ্ক বরফের ছোট টুকরো ক্যালরিমিটারে রাখলে বরফের টুকরো জল থেকে তাপ নিয়ে গ'লে যায়। ক্যালরিমিটারের জলে থার্মোমিটার ডুবিয়ে বরফ গলার পর চূড়ান্ত উষ্ণতা t_2°C লক্ষ্য করা হয়। এবার ক্যালরিমিটারকে মিশ্রণ সহ ওজন ক'রে বরফের ভর M gm নির্ণয় করা হয়।

0°C উষ্ণতার M gm বরফ 0°C উষ্ণতার M gm জলে পরিণত হ'তে তাপ নেয় ML ক্যালরি, L বরফ গলনের লীন তাপ।

0°C উষ্ণতার M gm জল t_2°C উষ্ণতার M gm জলে পরিণত হ'তে তাপ নেয় $M(t_2-0)$ ক্যালরি।

ক্যালরিমিটার দ্বারা বর্জিত তাপ $= m_1 s(t_1 - t_2)$ ক্যালরি, $s =$ ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ।

ক্যালরিমিটারের জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= m_2(t_1 - t_2)$ ক্যালরি।

[∵ জলের আঃ তা $= 1$]

মোট গৃহীত তাপ $= ML + Mt_2$ ।

মোট বর্জিত তাপ $= (m_1 s + m_2)(t_1 - t_2)$ । গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ হওয়ায়,

$$\therefore \quad ML + Mt_2 = (m_1 s + m_2)(t_1 - t_2) \text{ ।}$$

$$\therefore \quad L = \frac{(m_1 s + m_2)(t_1 - t_2) - Mt_2}{M} \text{ ।}$$

আলোচনা (*Discussion*) ঃ 0°C উষ্ণতার শুষ্ক বরফ ব্যবহার করা প্রয়োজন। বরফের পরিমাণ যথাসম্ভব কম হওয়া ভালো। জলের উপরে যাতে বরফ ভাসতে না পারে সেজন্য জালিযুক্ত আলোড়ক ব্যবহার করা উচিত। ক্যালরিমিটারকে কুপরিবাহী পদার্থ দ্বারা আবৃত রাখা প্রয়োজন।

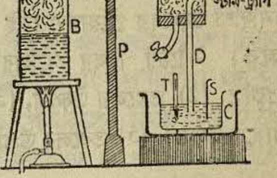
6.12. হিম মিশ্রণ (Freezing mixture) ঃ

হিম মিশ্রণ এমন দু'টি পদার্থের মিশ্রণ যে, সাধারণ উষ্ণতায় ইহাদের একটি বা উভয়েই গ'লে যায়। গ'লে যাওয়ার সময় পদার্থ মিশ্রণ থেকে লীন তাপ নেয়। ফলে মিশ্রণের উষ্ণতা ক'মে যায়। যেমন

বরফের সঙ্গে লবণ মেশালে প্রতিগ্রাম বরফ মিশ্রণ থেকে 80 cal. তাপ নিয়ে গ'লে যায়। মিশ্রণের উষ্ণতা ক'মে যায় এবং ইহা অবশেষে প্রায় $-21°C$ এ নেমে যায়। সাধারণত 3 ভাগ বরফ ও 1 ভাগ লবণের মিশ্রণকে **হিম মিশ্রণ** বলা হয়। 3 ভাগ ক্যালসিয়াম ক্লোরাইডের সঙ্গে 2 ভাগ বরফ মিশিয়ে $-52°C$ উষ্ণতায় উপনীত হওয়া যায়। মাছ, মাংস ইত্যাদি সংরক্ষণে এবং কুলফি বরফ তৈরী ক'রতে বরফ ও লবণের হিম মিশ্রণ ব্যবহৃত হয়।

6.13. লীন তাপ নির্ণয় (Determination of latent heat of vaporisation) ঃ

একটি ক্যালরিমিটার (C) নিয়ে (চিত্র 34) ইহার ভর m_1 gm নির্ণয় করা হয়। এই ক্যালরিমিটারের প্রায় অর্ধেক জলপূর্ণ ক'রে জলের ভর m_2 gm নির্ণয় করা হয়। থার্মোমিটার T কে ক্যালরিমিটারের জলে ডুবিয়ে প্রাথমিক উষ্ণতা $t_1°C$ নেওয়া হয়। বাষ্পাধার B থেকে বিশেষ ব্যবস্থা (চিত্রে স্টীম ট্রাপ ও D নল) অবলম্বন ক'রে $t_2°C$ উষ্ণতার শুষ্ক বাষ্প ক্যালরিমিটারে পাঠানো হয় এবং S আলোড়ক দিয়ে জলকে নাড়া হয়। P পার্টিশান রাখার জন্য B পাত্র থেকে তাপ সরাসরি ক্যালরিমিটারে যেতে পারে না। ক্যালরিমিটার ও জল বাষ্প থেকে তাপ নেয় আর বাষ্প তাপ বর্জন করে।



চিত্র 34

মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা $(t_3°C)$ লক্ষ্য করা হয়। ক্যালরিমিটারকে ওজন ক'রে বাষ্পের ওজন M gm নির্ণয় করা হ'য়। ধরা যাক, বাষ্পীভবনের লীন তাপ $=L$ (লক্ষ্য কর যে, বাষ্পীভবন ও ঘনীভবনের লীন তাপ অভিন্ন)।

$t_2°C$ উষ্ণতার M gm. বাষ্প $t_2°C$ উষ্ণতার M gm জলে পরিণত হ'লে তাপ বর্জন করে ML ক্যালরি

$t_2°C$ উষ্ণতার M গ্রাম জল $t_3°C$ উষ্ণতায় পেঁছালে তাপ বর্জন করে
$M(t_2-t_3)$ ক্যালরি।

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ $=m_1 s\,(t_3-t_1)$ ক্যালরি, $s=$ ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ।

ক্যালরিমিটারের জল দ্বারা গৃহীত তাপ $=m_2(t_3-t_1)$ ক্যালরি।

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ হওয়ায়,

$$(m_1 s+m_2)(t_3-t_1)=ML+M(t_2-t_3)$$

$$\therefore\ L=\frac{(m_1 s+m_2)(t_3-t_1)-M(t_2-t_3)}{M}$$

আলোচনা (*Discussion*) : ঘনীভূত জল বাষ্পের সঙ্গে ক্যালরিমিটারে যাতে প্রবেশ না করে সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হয়। খুব ধীরে ধীরে বাষ্প পাঠানো উচিত। বাষ্পের উষ্ণতা সব সময় 100°C হয় না ব'লে ইহার উষ্ণতা লক্ষ্য ক'রতে হয়। ক্যালরিমিটারে খুব বেশি বাষ্প পাঠানো উচিত নয়। প্রথমে ক্যালরিমিটারের জল উষ্ণ ক'রে নিলে বিকিরণজনিত ত্রুটি কম হয়।

6.14. বাষ্পীভবন (Vaporisation) :

একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কঠিন পদার্থ তরলে রূপান্তরিত হয়। কিন্তু তরল যে কোন উষ্ণতায় বায়বীয় অবস্থায় রূপান্তরিত হ'তে পারে।

স্বাভাবিক চাপে ও উষ্ণতায় তরল পদার্থের বাষ্পে পরিণত হওয়াকে সাধারণ ভাবে বাষ্পীভবন বলা হয়। বাষ্পীভবন দুইভাবে হয়—(i) **বাষ্পায়ন** ও (ii) **স্ফুটন**।

(i) **বাষ্পায়ন** (Evaporation) : যে কোন উষ্ণতায় উপর তল থেকে তরলের বাষ্পে রূপান্তরিত হওয়াকে **বাষ্পায়ন** বলে। বাষ্পায়নের জন্য কোন তরলের নির্দিষ্ট উষ্ণতার প্রয়োজন নেই। তবে বাষ্পায়নের হার তরলের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। নীচের বিষয় গুলির উপর বাষ্পায়ন মোটামুটি নির্ভর করে— 1) তরলের প্রকৃতি, (2) তরলের উষ্ণতা, (3) তরলের উপরতলের ক্ষেত্রফল, (4) তরল সংলগ্ন বায়ুর উষ্ণতা, (5) তরলের উপরে চাপ, (6) বায়ুর আর্দ্রতা ও (7) বায়ু প্রবাহ।

6.15. বাষ্পায়নে উষ্ণতা হ্রাস (Lowering of temperature due to evaporation) :

স্ফুটনের সময় বাইরে থেকে তাপ দিয়ে তরলকে বাষ্পীভূত করা হয়, কিন্তু বাষ্পায়নের সময় বাইরে থেকে তাপ না দিলেও বাষ্পায়ন চ'লতে থাকে। এখন প্রশ্ন, বাষ্পায়নের লীন তাপ কোথা থেকে আসে ? এই লীন তাপ চারপাশ থেকে এবং তরলের অভ্যন্তর থেকে সংগৃহীত হয়। তাই বাষ্পায়নের দরুন তরলের এবং চারপাশের উষ্ণতা হ্রাস পায়। নীচের উদাহরণগুলি থেকে বাষ্পায়নের জন্য উষ্ণতা হ্রাস সহজেই বোঝা যায়।

(i) স্পিরিট বা ইথার জাতীয় উদ্বায়ী তরল পদার্থ হাতে ঢাললে হাত ঠান্ডা হ'য়ে যায়। এই সব তরল পদার্থ দ্রুত বাষ্পীভূত হয় এবং বাষ্পায়নের জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ হাত থেকে নেয়। তাই হাত ঠান্ডা লাগে।

(ii) মাটির কলসীতে জল রাখলে জল ঠান্ডা থাকে। তার কারণ কলসীর দেওয়ালে অসংখ্য ছিদ্র থাকায় জল চুঁইয়ে বাইরে আসে এবং দ্রুত বাষ্পীভূত হয়। বাষ্পায়নের জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ ভিতরের জল থেকে এবং কলসীর দেওয়াল থেকে সংগৃহীত হয়। তাই জল ঠান্ডা থাকে। কাচ বা ধাতব পাত্রে ছিদ্র না থাকায় জল ঠান্ডা হয় না।

(iii) উত্তপ্ত রাস্তা, ঘরের মেঝে বা বাড়ির ছাদে জল ঢাললে জল বাষ্পীভূত হওয়ার জন্য রাস্তা, ঘরের মেঝে বা বাড়ির ছাদ থেকে প্রয়োজনীয় লীন তাপ নেয়। তাই ইহারা ঠাণ্ডা হয়।

(ix) গ্রীষ্মকালে খসখসে জল দিলে জল খসখস ও বায়ু থেকে তাপ নিয়ে বাষ্পীভূত হয়। তাই খসখস ঠাণ্ডা হয়। বাইরের গরম বায়ু এই খসখস দিয়ে ঘরে প্রবেশ করার সময় ঠাণ্ডা হয় এবং ঘর ঠাণ্ডা থাকে।

(v) ভিজে জামা কাপড় গায়ে দিয়ে থাকলে ঠাণ্ডা লাগে। কারণ জামা কাপড়ের জল দেহ থেকে লীন তাপ নিয়ে বাষ্পীভূত হয় এবং শরীর ঠাণ্ডা হ'য়ে যায়।

(iv) জ্বরের সময় কপালে জলপটি দিলে পটির জল শরীর থেকে প্রয়োজনীয় লীন তাপ নিয়ে বাষ্পীভূত হয়। তাই জ্বর ক'মে যায়।

6.16. স্ফুটন (Boiling) ঃ

কোন তরলে ক্রমাগত তাপ দেওয়া হ'লে ইহার উষ্ণতা এবং সঙ্গে সঙ্গে ইহার বাষ্পায়নের হারও বৃদ্ধি পেতে থাকে। একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় না পেঁছানো পর্যন্ত এই রকম চ'লতে থাকে। এই নির্দিষ্ট উষ্ণতায় ও চাপে তরলের সমগ্র অংশ থেকে তরল দ্রুত সশব্দে বাষ্পে রূপান্তরিত হয়। ইহাকে **স্ফুটন** বলে। স্বাভাবিক চাপে যে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় তরলের স্ফুটন হয় তাকে ঐ তরলের **স্ফুটনাঙ্ক** বলে। নির্দিষ্ট উষ্ণতায় বিশেষ রকমের বাষ্পীভবনকেই স্ফুটন বলা চলে। নীচের বিষয়গুলির উপর স্ফুটনাঙ্ক নির্ভর করে—

(1) **তরল পদার্থের প্রকৃতি ঃ** প্রত্যেক তরলের নির্দিষ্ট স্ফুটনাঙ্ক থাকে। অর্থাৎ সব তরল এক উষ্ণতায় ফোটে না।

(2) **তরলের বিশুদ্ধতা ঃ** তরলে অন্য কোন বস্তু দ্রবীভূত থাকলে ইহার স্ফুটনাঙ্ক বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ, বিশুদ্ধ দ্রাবকের চেয়ে দ্রবণের স্ফুটনাঙ্ক বেশি হয়।

(3) **তরলের উপর চাপ ঃ** তরলের উপরে চাপ বাড়ালে স্ফুটনাঙ্ক বাড়ে আর চাপ কমালে স্ফুটনাঙ্ক কমে। উচ্চ স্থানে, (যেমন পাহাড়ের উপরে) চাপ কম হওয়ায় জল কম উষ্ণতায় ফোটে।

এমন অনেক কঠিন পদার্থ আছে যারা উত্তপ্ত হ'লে তরলে রূপান্তরিত হয় না, সরাসরি বায়বীয় পদার্থে রূপান্তরিত হয়। এই ঘটনাকে **ঊর্ধ্বপাতন** বলে। স্বাভাবিক চাপে যে সব পদার্থের স্ফুটনাঙ্ক গলনাঙ্কের চেয়ে কম হয় তাদের বেলায় এইরূপ ঘটনা ঘটে। উচ্চচাপ প্রয়োগে ইহাদের স্ফুটনাঙ্ক বৃদ্ধি পায়। এই জাতীয় কঠিন পদার্থকে **উদ্বায়ী** (*volatile*) বলে।

6.17. কয়েকটি পদার্থের স্বাভাবিক স্ফুটনাঙ্ক ঃ

পদার্থ	স্ফুটনাংক (°C)	পদার্থ	স্ফুটনাংক (°C)	পদার্থ	স্ফুটনাংক (°C)
জল	100	সালফিউরিক অ্যাসিড	326	ক্লোরোফর্ম	61
পারদ	357			ইথার	35
অ্যালকোহল	78	প্যারাফিন	350 – 530	তার্পিন তেল	159
অক্সিজেন	– 183	গ্লিসারিন	290	হাইড্রোজেন	– 253

6.18. গলনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব (Effect of pressure on melting point) ঃ

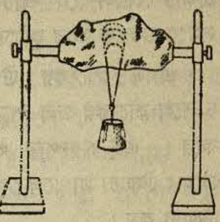
গ'লে গেলে যে সব পদার্থের আয়তন কমে তাদের উপর চাপ বাড়ালে গলনাংক ক'মে যায়। যেমন—পিতল, ঢালাই লোহা, বিসমাথ, টাইপ মেটাল, বরফ ইত্যাদির আয়তন গ'লে যাওয়ার পর কম হয়। কাজেই উহাদের উপর চাপ বৃদ্ধি ক'রলে গলনাংক ক'মে যায়। গ'লে গেলে যে সব পদার্থের আয়তন বেড়ে যায় তাদের উপর চাপ বৃদ্ধি ক'রলে গলনাংক বেড়ে যায়। যেমন মোম, সীসা ইত্যাদির আয়তন গ'লে যাওয়ার পর বেশি হয়। কাজেই, উহাদের উপর চাপ বাড়ালে গলনাংক বেড়ে যায়। এই রকম হওয়ার কারণ প্রথম ক্ষেত্রে চাপ বৃদ্ধি গলনের সহায়তা করে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে গলনের বিরোধিতা করে। যে সব পদার্থ গ'লে যাওয়ার পর আয়তন ক'মে যায় তাদের উপরে চাপ বাড়ালে আয়তন কম হয়। তাই চাপ বাড়ালে গলনাংক ক'মে যায়। আর যে সব পদার্থ গ'লে যাওয়ার পরে আয়তনে বেড়ে যায়, তাদের উপর চাপ বাড়ালে আয়তন ক'মে যায়। তাই চাপ বাড়লে গলানাংক বৃদ্ধি পায়। নীচের পরীক্ষা অনুযায়ী সহজে বোঝা যায় যে, বরফের বেলায় চাপ বাড়ালে গলনাংক কমে এবং চাপ সরিয়ে নিলে গলনাংক বাড়ে।

6.19. বটমলির পরীক্ষা (Bottomley's experiment) ঃ

বরফের একটি বড় টুকরো (চিত্র 35) একটি অবলম্বনের উপর বসানো হয়।

তামার সরু তার ঐ বরফের উপর রেখে এই তারের দুই প্রান্ত জোড়া লাগিয়ে বরফ থেকে ঝুলিয়ে দেওয়া হয়। জোড়ের মুখে ওজন ঝুলিয়ে দেওয়া হয়। এই ওজন ঝোলানোর জন্য তারের নীচে বরফের উপর চাপ পড়ে। ইহাতে ঐ স্থানে বরফের গলনাংক ক'মে যায় ও বরফ গ'লতে শুরু করে। তখন তার ধীরে ধীরে বরফের ভিতরে ঢুকে বরফ কেটে নীচের দিকে নামতে থাকে। তারের উপরের কাটা অংশে বরফ আবার জোড়া লেগে যায়। কাজেই দেখা যায়, তার বরফকে ভেদ ক'রে বরফ থেকে বেরিয়ে আসে। কিন্তু বরফের টুকরো অখণ্ড থেকে যায়। কারণ কি ?

কারণ হিসেবে বলা যায় যে, তার যে অংশে চাপ দেয় সেখানে বরফের গলনাঙ্ক ক'মে যায় এবং চারপাশের বায়ু থেকে লীন তাপ নিয়ে বরফ গ'লে যায়। তার বরফের যে অংশ কেটে নীচে চ'লে যায়, সেখানে চাপ থাকে না। অর্থাৎ, তারের উপরের অংশের বরফে চাপ থাকে না। তাই গলনাঙ্ক বেড়ে যায় এবং এই অংশের বরফ গলা জল বরফ গলার জন্য লীন তাপ তার দিয়ে তারের নীচের বরফে সরবরাহ করে। সুতরাং তারের উপরের অংশের বরফগলা জল জমতে শুরু করে। এই পদ্ধতি চ'লতে থাকে যতক্ষণ না তার বরফ কেটে বেরিয়ে যায়। কাজেই, বরফ খণ্ড কেটে তার বেরিয়ে গেলেও ইহা আগের মত অখণ্ড থেকে যায়।



চিত্র 35

উপরের আলোচনা অনুযায়ী, তারের উপরের বরফ গলা জল থেকে তার দিয়ে তাপকে তারের নীচের বরফে পরিবাহিত হ'তে হয়। তামার চেয়ে লোহার পরিবাহিতাঙ্ক কম হওয়ায় লোহার তার দিয়ে পরীক্ষাটিকে তাড়াতাড়ি করা যায় না। আবার সুতোর পরিবাহিতাঙ্ক খুব কম হওয়ায় সুতো দ্বারা এই পরীক্ষা করা যায় না। চারপাশের বায়ু অত্যন্ত ঠাণ্ডা হ'লেও এই পরীক্ষা করা সম্ভব হয় না।

পুনঃ শিলীভবন (*Regelation*): দুই টুকরো বরফ একসঙ্গে নিয়ে জোরে চাপ দিলে এবং একটু পরে চাপ অপসারণ ক'রলে দেখা যায় যে, টুকরোগুলি পরস্পর যুক্ত হ'য়ে একটি টুকরোয় পরিণত হয়; এই ঘটনাকে **পুনঃ শিলীভবন** বলে। দুই টুকরো বরফকে একসঙ্গে নিয়ে চাপ দিলে ইহাদের স্পর্শতলে চাপ পড়ায় সেখানে গলনাঙ্ক ক'মে যায় অর্থাৎ 0°C এর কম হয়। কিন্তু স্পর্শতলের উষ্ণতা 0°C। কাজেই স্পর্শতলে বরফ গ'লে যায়। গলার জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ বরফ থেকে আসে। চাপ অপসারণ ক'রলে গলনাঙ্ক পুনরায় 0°C হয়। তাই স্পর্শ তলের বরফগলা জল জমে বরফে পরিণত হয়। ইহাতে দুই টুকরো বরফ জমে একটি টুকরোয় পরিণত হয়।

6.20. স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব (Effect of pressure on boiling point):

আমরা জানি যে, তরলের স্ফুটনাঙ্ক তরলের উপরিস্থিত চাপের উপর নির্ভর করে। নীচের পরীক্ষায় বোঝা যায় যে, তরল তলের উপর চাপ কমালে স্ফুটনাঙ্ক কমে আর চাপ বাড়ালে স্ফুটনাঙ্ক বাড়ে।

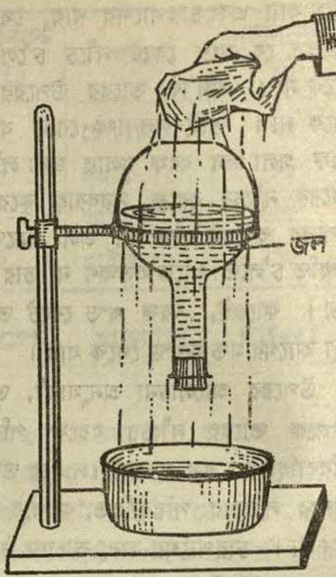
6.21. চাপহ্রাসে স্ফুটনাঙ্কের হ্রাস (Depression of boiling point due to lowering of pressure): ফ্রাঙ্কলিনের পরীক্ষা (Franklin's experiment):

একটি কাচের ফ্লাস্ক অর্ধেক জলপূর্ণ ক'রে গরম করা হয় (চিত্র 36)। জল

বেশ কিছু সময় ফুটলে ফ্লাস্কের ভিতরের বায়ু বেরিয়ে যায়। এইবার ফ্লাস্কের মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ ক'রে ফ্লাস্ককে উল্টিয়ে একটি অবলম্বনে আটকানো হয়। এই সময়ে জলকে আর ফুটতে দেখা যায় না।

এখন ফ্লাস্কের উপরে ঠাণ্ডা জল ঢাললে ফ্লাস্কের জল পুনরায় ফুটতে শুরু করে। এই অবস্থায় থার্মোমিটার দিয়ে জলের উষ্ণতা মাপলে দেখা যায় যে, ইহার উষ্ণতা কম।

ফ্লাস্কের জলের উপর চাপ ইহার উপরিস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপের সমান। ফ্লাস্কের উপরে ঠাণ্ডা জল ঢাললে ঐ জলীয় বাষ্পের কিছু অংশ জলে পরিণত হয়। তাই জলীয় বাষ্পের চাপ ক'মে যায়। অর্থাৎ ফ্লাস্কের জলের উপর চাপ ক'মে যায় এবং ইহার স্ফুটনাঙ্কও ক'মে যায়। তাই কম উষ্ণতাতেই জল ফুটতে শুরু করে।



চিত্র 36

6.22. চাপ বৃদ্ধিতে স্ফুটনাঙ্কের বৃদ্ধি (Elevation of boiling point due to increase of pressure) : রেনোর পরীক্ষা (Regnault's experiment) :

একটি বায়ুনিরুদ্ধ স্ফুটন পাত্র (A) (চিত্র 37)। এই পাত্রে পরীক্ষাধীন তরল রাখা হয় এবং পাত্রকে C নল দ্বারা অপর একটি শক্ত গোলাকার বায়ুপূর্ণ তামার পাত্র B এর সঙ্গে যুক্ত করা হয়। B পাত্র একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতার জলাধারে ডোবানো থাকে। A পাত্রের কর্কের মধ্য দিয়ে একটি থার্মোমিটার T এমনভাবে প্রবেশ করানো হয় যে, থার্মোমিটারের বাল্ব পাত্রের তরলের খানিকটা উপরে থাকে। C নলকে একটি শীতকের সাহায্যে ঠাণ্ডা রাখার ব্যবস্থা করা হয়। B পাত্রের কর্কের মধ্য দিয়ে ম্যানোমিটারের (M) একটি বাহু প্রবেশ করানো হয়। এই বাহুর সঙ্গে যুক্ত একটি নল বায়ু সংনমন পাম্পের সাথে যুক্ত থাকে। পাম্পের সাহায্যে B পাত্রের বায়ুর চাপ বা A পাত্রের তরলের উপরের চাপ বৃদ্ধি করা যায়। ম্যানোমিটার দ্বারা ঐ চাপের পরিমাণ জানা যায়।



চিত্র 37

প্রথমে পাম্পের সাহায্যে B পাত্রের চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান করা হয়। A পাত্রে ক্রমাগত তাপ দেওয়া হ'লে এক সময়ে তরল ফুটতে শুরু করে। শীতকের জন্য C নলের ভিতর দিয়ে তরলের বাষ্প B পাত্রে যেতে পারে না। থার্মোমিটারে যে পাঠ পাওয়া যায় তাই স্বাভাবিক চাপে তরলের স্ফুটনাংক।

পাম্পের সাহায্যে B পাত্রের চাপ বৃদ্ধি ক'রলে দেখা যায় যে, অধিক উষ্ণতায় তরল ফুটতে শুরু করে। এইভাবে চাপ বৃদ্ধি ক'রতে থাকলে দেখা যায় যে, স্ফুটনাংকও বাড়তে থাকে। অর্থাৎ তরলের চাপ বাড়লে ইহার স্ফুটনাংক বাড়ে।

চাপ হ্রাসে যে স্ফুটনাংকের হ্রাস হয় তাও এই পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করা যায়। কেবল এক্ষেত্রে বায়ু সংনমন পাম্পের পরিবর্তে বায়ু নিষ্কাশন পাম্প ব্যবহার ক'রতে হয়। B পাত্রের বায়ু ক্রমশ নিষ্কাশিত ক'রে দেখা যায় যে, তরলের উপরে চাপ ক'মতে থাকলে স্ফুটনাংকও ক'মতে থাকে।

পরীক্ষা ক'রে দেখা যায় যে, প্রতি 27 mm. বায়ুর চাপ পরিবর্তনে জলের স্বাভাবিক স্ফুটনাংক 1°C পরিবর্তিত হয়। **চাপ বৃদ্ধিতে স্ফুটনাংকের বৃদ্ধি ধর্মকে কাগজের মণ্ড, কৃত্রিম সিল্ক ইত্যাদি তৈরী ক'রতে; ব্যান্ডেজ, তোয়ালে ইত্যাদিকে জীবাণুমুক্ত ক'রতে ও টিনজাত খাদ্যদ্রব্য প্রস্তুত ক'রতে কাজে লাগানো হয়। পাহাড়ের উপরে বায়ুর চাপ কম হওয়ায় জলের স্ফুটনাংক কম হয়। তাই সেখানে মাংস, ডিম ইত্যাদি ঠিক মত সিদ্ধ হয় না।**

6.23. দ্রবণের স্ফুটনাঙ্ক (Boiling point of a solution) ঃ

ফ্লাস্কের ভিতরে লবণের জলীয় দ্রবণ নিয়ে একটি থার্মোমিটারের কুণ্ডকে দ্রবণের ভিতরে রেখে ফ্লাস্ককে তাপ দিলে দেখা যায় যে, দ্রবণের স্ফুটনাংক বিশুদ্ধ জলের স্ফুটনাংকের চেয়ে বেশি হয়। থার্মোমিটারের কুণ্ডকে দ্রবণ থেকে তুলে ফ্লাস্কের ফাঁকা জায়গায় রাখলে দেখা যায় যে, উষ্ণতা ধীরে ধীরে ক'মে বিশুদ্ধ জলের স্ফুটনাংকের সমান হয়। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, কোন নির্দিষ্ট চাপে কোন দ্রবণের স্ফুটনাংক বিশুদ্ধ দ্রাবকের স্ফুটনাংকের চেয়ে বেশি হয়। কিন্তু বাষ্পের উষ্ণতা উভয় ক্ষেত্রে সমান হয়।

6.24. বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের পার্থক্য (Difference between evaporation and boiling) ঃ

(i) বাষ্পায়ন নিঃশব্দে ধীরে ধীরে হয়, কিন্তু স্ফুটন সশব্দে খুব তাড়াতাড়ি হয়।

(ii) বাষ্পায়ন শুধুমাত্র তরলের উপর তল থেকে হয়, কিন্তু স্ফুটন তরলের সর্বত্র ঘটে।

(iii) বাষ্পায়ন সকল চাপ ও উষ্ণতায় হয়, কিন্তু স্ফুটন নির্দিষ্ট চাপে একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় হয়।

(iv) কোন তরলের বাষ্পায়নের জন্য লীন তাপ উষ্ণতার উপর নির্ভর করে, কিন্তু স্ফুটনের বেলায় লীন তাপ বিশেষ পদার্থের জন্য স্থির থাকে।

(v) স্ফুটনের সময় তরল বাষ্পের চাপ তরলের উপরের চাপের সমান হয় না।

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. পাখার নীচে ঠাণ্ডা লাগে কেন ?

শরীর থেকে নির্গত তাপ চারপাশের বায়ুকে উত্তপ্ত করে। এই উত্তপ্ত বায়ুস্তর থাকায় শরীর থেকে আর তাপ নির্গত হ'তে পারে না। তাই গরম লাগে। পাখার নীচে দাঁড়ালে বায়ুপ্রবাহের জন্য উত্তপ্ত বায়ুস্তর অপসারিত হয় এবং শরীর থেকে তাপ নির্গত হয়। তাছাড়া বায়ুপ্রবাহের জন্য শরীরের ঘাম তাড়াতাড়ি বাষ্পীভূত হয়। এই বাষ্পায়নের জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ শরীর সরবরাহ করে। কাজেই, পাখার নীচে শরীর থেকে তাপ বেরিয়ে যায় ব'লেই ঠাণ্ডা লাগে।

2. কোন উত্তপ্ত তরলকে ছড়িয়ে দিলে ইহা দ্রুত ঠাণ্ডা হয় কেন ?

তরলকে ছড়িয়ে দিলে ইহার উপর তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। তাই তরল থেকে তাপ তাড়াতাড়ি বেরিয়ে যায় এবং তরল দ্রুত ঠাণ্ডা হয়।

3. একটি টেস্টটিউবে কিছুটা জল নিয়ে চারপাশে বরফ দ্বারা আবৃত করা হয়। টেস্টটিউবের জল কি বরফে পরিণত হয় ?

বরফের উষ্ণতা 0°C। কাজেই টেস্টটিউবে জলের উষ্ণতা 0°C হয়। ইহার ভিতরে ও বাইরে উষ্ণতা 0°C হওয়ায় ইহার ভিতরের জল থেকে তাপ আর বেরিয়ে যেতে পারে না। কিন্তু টেস্টটিউবের ভিতরে 0°C উষ্ণতার জলকে বরফে পরিণত হ'তে হ'লে 80 cal/gm. তাপ ঐ জল থেকে বেরিয়ে যেতে হয়। এই অবস্থায় তা সম্ভব নয়। কাজেই টেস্টটিউবের জল বরফে পরিণত হয় না।

4. ফুটন্ত জলে থার্মোমিটার ডুবিয়ে জলকে সর্বদা বার্নার থেকে তাপ সরবরাহ করা হ'লেও উষ্ণতা বৃদ্ধি দেখা যায় না কেন ?

ফুটন্ত জলে সরবরাহিত তাপ জলের উষ্ণতা বাড়ায় না, ইহা জলকে বাষ্পে পরিণত করে। কাজেই, থার্মোমিটারে উষ্ণতা বৃদ্ধি দেখা যায় না।

5. একটি কাচ নলে কিছু জল নিয়ে ঐ নলকে ফুটন্ত জলে এমনভাবে রাখা হয় যে, ইহার খোলা মুখ ফুটন্ত জলের বাইরে থাকে। দেখা যায় যে, নলকে অনেক সময় ধ'রে এইভাবে রাখলেও নলের জল ফোটে না। ইহার কারণ কি ?

নলের জলের উষ্ণতা কিছু সময় পরে 100°C হয়। নলের বাইরে জলের উষ্ণতা 100°C। নলের ভিতরে এবং বাইরে জলের উষ্ণতা সমান হওয়ায় ইহাদের মধ্যে তাপের সঞ্চালন ঘটে না। তাই নলের জল ফোটার জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ পায় না। কাজেই, ঐ জল ফোটে না।

উদাহরণ (**Examples**) ঃ

1. $0°C$ উষ্ণতার 5 gm. বরফকে $20°C$ উষ্ণতার 15 gm. জলের সঙ্গে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হয় ?

সমাধান ঃ 15 gm. জল $20°C$ উষ্ণতা থেকে $0°C$ উষ্ণতায় পরিণত হ'লে তাপ বর্জন করে $mst = 15 \times 1 \times 20 = 300$ cal.

এই 300 cal. তাপ $\frac{300}{80} = 3{\cdot}75$ gm. বরফ গলাতে পারে। কাজেই, সমগ্র বরফ (5 gm.) গ'লবে না। সুতরাং, মিশ্রণের উষ্ণতা $0°C$ থাকে এবং $5 - 3{\cdot}75 = 1{\cdot}25$ gm. বরফ গলে না।

2. $0°C$ উষ্ণতার 100 gm. বরফকে কোন ক্যালরিমিটারের লবণাক্ত জলে ফেলা হয়। ক্যালরিমিটারের জলের উষ্ণতা $0°C$ ও আপেক্ষিক তাপ $0{\cdot}9$। মিশ্রণের উষ্ণতা $-2°C$ হ'লে ক্যালরিমিটারে জলের পরিমাণ কত ? ক্যালরিমিটারের ভর অগ্রাহ্য কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক, ক্যালরিমিটারে লবণাক্ত জলের পরিমাণ $= m$ gm. ; $0°C$ থেকে $-2°C$ তে পরিণত হওয়ার জন্য m gm. জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= m \times 0{\cdot}9 \times 2 = 1{\cdot}8m$ cal. ... ... (i)

$0°C$ উষ্ণতার জলে পরিণত হওয়ার জন্য 100 gm. বরফ দ্বারা বর্জিত তাপ $= 100 \times 80 = 8000$ cal.। এই 100 gm. জল লবণাক্ত জলের সঙ্গে মিশে লবণাক্ত হয় এবং $0°C$ উষ্ণতার এই 100 gm. জল $-2°C$ উষ্ণতায় পরিণত হ'লে তাপ বর্জন করে $= 100 \times 0{\cdot}9 \times 2 = 180$ cal.

আমরা জানি যে,

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ।

কাজেই, $1{\cdot}8\,m + 180 = 8000$

অতএব, $m = 4344$ gm. (প্রায়)।

3. কিছু পরিমাণ বাষ্পের উষ্ণতা $110°C$ এবং কিছু পরিমাণ বরফের উষ্ণতা $-15°C$। ইহারা স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে $40°C$ উষ্ণতায় জলরূপে পরস্পরের সঙ্গে তাপ সাম্যে থাকে। বরফ ও বাষ্পের ভরের অনুপাত নির্ণয় কর।

বাষ্প ও বরফের লীন তাপ যথাক্রমে 540 cal/gm. ও 80 cal/gm. এবং বরফ ও বাষ্পের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে $0{\cdot}53$ cal/gm.°C ও $0{\cdot}48$ cal/gm.°C।

সমাধান ঃ ধরা যাক বাষ্পের ভর M gm. এবং বরফের ভর m gm.।

$110°C$ থেকে $100°C$ তে পরিণত হওয়ার জন্য M gm. বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপ $= M \times 0{\cdot}48 \times 10 = 4{\cdot}8M$ cal.।

$100°C$ উষ্ণতার জলে পরিণত হওয়ার জন্য $100°C$ উষ্ণতার M gm. বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপ $= M \times 540$ cal.।

$100°C$ থেকে $40°C$ তে পরিণত হওয়ার জন্য এই M gm. জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= M \times 60$ cal. ।

কাজেই, মোট বর্জিত তাপ $= 4{\cdot}8\ m + 540M + 60M = 604{\cdot}8M$ cal. ।

$-15°C$ থেকে $0°C$ তে পরিণত হওয়ার জন্য m gm. বরফ দ্বারা গৃহীত তাপ $= m \times 0{\cdot}53 \times 15 = 7{\cdot}95\ m$ cal. ।

$0°C$ উষ্ণতার জলে পরিণত হওয়ার জন্য $0°C$ উষ্ণতার m gm. বরফ দ্বারা গৃহীত তাপ $= m \times 80$ cal. ।

$0°C$ থেকে $40°C$ উষ্ণতায় পরিণত হওয়ার জন্য m gm. বরফ দ্বারা গৃহীত তাপ $= m \times 40$ cal. ।

কাজেই, মোট গৃহীত তাপ $= 7{\cdot}95\ m + 80\ m + 40\ m = 127{\cdot}95\ m$ cal. ।

আবার, বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$$604{\cdot}8M = 127{\cdot}95\ m.$$

অতএব, $\frac{m}{M} = \frac{604{\cdot}8}{127{\cdot}95} = 4{\cdot}73$ ।

4. 50 gm. জলে 10 gm. বরফ $0°C$ উষ্ণতায় ভাসে। যদি $100°C$ উষ্ণতায় 20 gm. বাষ্প ঐ মিশ্রণে পাঠান হয় তাহ'লে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়? বাষ্প ও বরফের লীন তাপ যথাক্রমে 540 cal/gm. ও 80 cal/gm. ।

সমাধান ঃ ধরা যাক, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t°C$ ।

বরফ গলাতে প্রয়োজনীয় তাপ $= 10 \times 80 = 800$ cal. ।

50 gm. জল ও বরফ গলা জলের $t°C$ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 60(t-0)$ cal. ।

20 gm. বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপ $= 540 \times 20 + 20(100 - t)$ ।

অতএব, $80 + 60t = 10800 + 2000 - 20t$

বা, $t = 150°C$.

কাজেই, $100°C$ উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রতে যে পরিমাণ বাষ্পের প্রয়োজন হয় তার চেয়ে অনেক বেশি বাষ্প ঐ মিশ্রণে পাঠান হয়। ধরা যাক m gm. বাষ্প ঘনীভূত হয়।

বরফ গলাতে ও বরফ গলা জল সহ সমগ্র জলের উষ্ণতা $100°C$ বৃদ্ধি ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= 10 \times 80 + 60 \times (100 - 0) = 6800$ cal. ।

ঘনীভূত হওয়ার জন্য m gm. বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপ $= 540 \times m$ cal. ।

অতএব, $540 \times m = 6800$

বা, $m = 12{\cdot}59$ gm.

কাজেই মিশ্রণে $(20 - 12{\cdot}59) = 7{\cdot}41$ gm. বাষ্প এবং $(60 + 12{\cdot}59)$ $= 72{\cdot}59$ gm. জল $100°C$ উষ্ণতায় থাকে।

5. 1 Kg. বরফ ও 1 Kg. জলের মিশ্রণে 100°C উষ্ণতার 100 gm. বাষ্প পাঠান হয়। সমগ্র বাষ্পই জলে পরিণত হয়। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়? কত বরফ গলে? বরফ ও বাষ্পের লীন তাপ যথাক্রমে 80 cal/gm. ও 540 cal/gm.

সমাধান : বরফ ও জলের মিশ্রণের প্রাথমিক উষ্ণতা = 0°C.।

100°C উষ্ণতার 100 gm. বাষ্প 100°C উষ্ণতার জলে পরিণত হ'লে বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপ $= 100 \times 540 = 54{,}000$ cal.।

এই 100 gm. জলকে 0°C উষ্ণতায় পরিণত ক'রলে এই জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= 100 \times 100 = 10{,}000$ cal.।

মিশ্রণের প্রাথমিক উষ্ণতা 0°C হওয়ায় উষ্ণতা আর কমে না। কাজেই, বাষ্প দ্বারা মোট বর্জিত তাপ $= 54{,}000 + 10{,}000 = 64{,}000$ cal.।

আবার 1 Kg. বরফকে 0°C উষ্ণতার জলে পরিণত ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= 1000 \times 80 = 80{,}000$ cal.।

কাজেই, বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপে সমগ্র বরফ গলে না। সুতরাং, মিশ্রণের উষ্ণতা 0°C হয়।

1 gm. বরফ গালাতে 80 cal. তাপের প্রয়োজন হওয়ায় 64000 cal. তাপে গলা বরফের পরিমাণ $= \frac{64000}{80} = 800$ gm.।

6. কোন ক্যালরিমিটারে 30°C উষ্ণতার 5 gm. জলের সঙ্গে −20°C উষ্ণতার 5 gm. বরফ মেশানো হয়। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা নির্ণয় কর। ঐ ক্যালরিমিটারের জল সম অগ্রাহ্য কর। বরফের আপেক্ষিক তাপ 0·5 cal/gm./°C ও লীন তাপ 80 cal/gm.। *[I. I. T. 1977]*

সমাধান : −20°C উষ্ণতায় 5 gm. বরফকে 0°C উষ্ণতার জলে পরিণত ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= 5 \times 0{\cdot}5 \times 20 + 5 \times 80 = 450$ cal.। 30°C থেকে 0°C উষ্ণতায় পরিণত হওয়ার জন্য 5 gm. জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= 5 \times 1 \times 30 = 150$ cal.। এই পরিমাণ তাপ সমগ্র বরফ গলাতে পারে না। কাজেই, চূড়ান্ত উষ্ণতা 0°C হয়।

7. কোন শিল্পে 10 Kg. জলকে 20°C থেকে 80°C তে উত্তপ্ত ক'রতে হয়। এই কারণে ঐ জলে নিমজ্জিত তামার কুণ্ডলীর ভিতর দিয়ে 150°C উষ্ণতার বাষ্প বয়লার থেকে পাঠান হয়। কুণ্ডলীতে বাষ্প জলে পরিণত হয় এবং বয়লারে 90°C উষ্ণতার জলরূপে ফিরে আসে। প্রতি ঘণ্টায় কত Kg. বাষ্পের প্রয়োজন হয়? বাষ্পের আপেক্ষিক তাপ 1 cal/gm./°C এবং লীন তাপ = 540 cal/gm.।

[I. I. T. 1972]

সমাধান : এক ঘণ্টায় বয়লারের জল দ্বারা গৃহীত তাপ $Q_1 = 10 \times 10^3 \times (80 - 20) = 6 \times 10^5$ cal.। প্রতি ঘণ্টায় m gm. বাষ্প পাঠান হ'লে বাষ্প

দ্বারা বর্জিত তাপ $Q_2 = m \times 1 \times (150-100) + m \times 540 + m \times (100-90) = 600\ m$ cal.।

শর্তানুযায়ী, $Q_1 = Q_2$। কাজেই $600\ m = 6 \times 10^5$,

অথবা, $m = 1000$ gm.।

8. একটি ক্যালরিমিটারে 250 gm. জল ও 200 gm. বরফ 0°C উষ্ণতায় আছে। ক্যালরিমিটারের জলসম 50 gm.। 100°C উষ্ণতার 200 gm. বাষ্প ঐ মিশ্রণে পাঠালে চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়? ক্যালরিমিটারে জলের মোট ভর কত হয়?

সমাধান : 200 gm. বাষ্প 100°C উষ্ণতার জলে পরিণত হ'লে বর্জিত তাপ $= 540 \times 200 = 108000$ cal.। ক্যালরিমিটারের জল এবং বরফের উষ্ণতা 100°C করার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 200 \times 80 + (200+250+50) \times 100 = 66000$ cal.।

কাজেই, সমগ্র বাষ্পের কিছু অংশ 100°C উষ্ণতার জলে পরিণত হয় এবং ক্যালরিমিটার ও জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা হয় 100°C।

ধরা যাক, m gm. বাষ্প জলে পরিণত হয়। তাহ'লে
$m \times 540 = 66000$; অথবা, $m = 122{\cdot}2$ gm.।

আবার, ক্যালরিমিটারে মোট জলের ভর $= 250 + 200 + 122{\cdot}2 = 572{\cdot}2$ gm.।

9. −10°C উষ্ণতার বরফ ও 50°C উষ্ণতার জল সমপরিমাণে মেশালে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়? বরফের আপেক্ষিক তাপ 0·5।

সমাধান : ধরা যাক, m গ্রাম বরফ ও m গ্রাম জল মেশানো হয়। m গ্রাম বরফের উষ্ণতা −10°C থেকে 0°C করার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= m \times 0{\cdot}5 \times 10 = 5m$ ক্যালরি। আবার 0°C উষ্ণতার m গ্রাম বরফকে ঐ একই উষ্ণতার m গ্রাম জলে পরিণত করার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 80m$ ক্যালরি। কিন্তু m গ্রাম জলের উষ্ণতা 50°C থেকে 0°C ক'রলে, তাপ পাওয়া যায় $50m$ ক্যালরি। এই তাপের মধ্যে $5m$ ক্যালরি তাপ লাগে m গ্রাম বরফের উষ্ণতা −10°C থেকে 0°C ক'রতে। অবশিষ্ট $45m$ ক্যালরি তাপ $\frac{45m}{80}$ গ্রাম বরফকে 0°C উষ্ণতার জলে পরিণত করে। কাজেই, $\left(m - \frac{45m}{80}\right)$ বা $\frac{35m}{80}$ গ্রাম বরফ থেকে যায়। সুতরাং, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা হয় 0°C।

10. −10°C উষ্ণতার 5 গ্রাম বরফের সহিত 60°C উষ্ণতার 40 গ্রাম জল মেশালে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়? বরফের আপেক্ষিত তাপ 0·5

সমাধান : ধরা যাক, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t$°C

5 গ্রাম বরফের উষ্ণতা −10°C থেকে t°C করার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 5 \times 0{\cdot}5 \times 10 + 5 \times 80 + 5t = 425 + 5t$

জল দ্বারা বর্জিত তাপ $= 40 \times (60 - t)$ ক্যালরি।

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ হওয়ায়,
$425 + 5t = 40 \times (60 - t)$

বা, $t = 43{\cdot}9$°C (প্রায়)

11. 50°C উষ্ণতার 20 গ্রাম ধাতুকে জল ও বরফের মিশ্রণে রাখলে মিশ্রণের আয়তন 120 ঘন মিলিমিটার ক'মে যায়, কিন্তু উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে। বরফের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·92 হ'লে ধাতুর আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর।

সমাধান : আয়তন ও ঘনত্ব পরস্পরের ব্যস্তানুপাতিক হওয়ায়, যখন V c.c. বরফ V′ c.c. জলে পরিণত হয় তখন,

$$\frac{V}{V'}=\frac{1}{0·92}=1·09 \text{ c.c.}$$ (প্রায়)

কাজেই, 1 গ্রাম বরফ জলে পরিণত হ'লে 0·09 c.c. আয়তন কমে। ধাতুর আপেক্ষিক তাপ s হ'লে ইহার দ্বারা বর্জিত তাপ $=20\times s\times(50-0)=1000\,s$ ক্যালরি।

মিশ্রণের আয়তন হ্রাস = 120 ঘন মিলিমিটার = $\frac{3}{25}$ সি সি·

কাজেই, গলা বরফের পরিমাণ $=\frac{3}{25}\times\frac{1}{0·09}=\frac{1}{0·75}$ গ্রাম

আবার, $\frac{1}{0·75}$ গ্রাম বরফ গলাতে প্রয়োজনীয় তাপ $=\frac{80}{0·75}$ ক্যালরি।

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$$1000\,s=\frac{80}{0·75}$$

$$\therefore\ s=\frac{80}{0·75\times1000}=0·107$$ (প্রায়)

12. 0°C উষ্ণতার বরফের ব্লকের গহ্বরে 2 লিটার গরম জল রেখে উহার মুখ বন্ধ করা হয়। কিছু সময় পরে ঐ গহ্বরে $2\frac{1}{2}$ লিটার বরফ শীতল জল পাওয়া যায়। জলের প্রাথমিক উষ্ণতা কত ?

সমাধান : ধরা যাক, গরম জলের উষ্ণতা = t°C

" " ভর = 2000 গ্রাম

অতএব গলা বরফের আয়তন = 500 c.c. ;

বরফ গলা জলের ভর = 500 গ্রাম

জল দ্বারা বর্জিত তাপ $=2000\times(t-0)$ ক্যালরি।

0°C উষ্ণতার 1 গ্রাম বরফকে 0°C উষ্ণতার 1 গ্রাম জলে পরিণত ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ = 80 ক্যালরি।

আবার বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$$2000t=500\times80$$

বা, $t=20$°C

13. একটি পাত্রে 5 গ্রাম বরফ ও 100 গ্রাম জল 0°C উষ্ণতায় আছে। ইহাতে 100°C উষ্ণতার বাষ্প পাঠিয়ে ইহার উষ্ণতা 10°C করা হয়। পাত্রের জলসম ও

বিকিরণের দরুন তাপক্ষয় অগ্রাহ্য ক'রে ঘনীভূত বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয় কর। বাষ্পের লীন তাপ 536 cal/gm ও বরফের লীন তাপ 80 cal/gm.।

সমাধান ঃ ধরা যাক, ঘনীভূত বাষ্পের ভর $= m$ gm.

বাষ্প দ্বারা বর্জিত তাপ $= m \times 536 + m(100-10)$

বরফ দ্বারা গৃহীত তাপ $= 5 \times 80 + 5 \times (10-0)$

জল দ্বারা গৃহীত তাপ $= 100 \times (10-0)$

$\therefore$ মোট গৃহীত তাপ $= 5 \times 80 + 50 + 1000 = 1450$ cal.

গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ হওয়ায়,

$m \times 536 + 90m = 1450$

বা, $m = 2 \cdot 32$ gm.

14. 0°C উষ্ণতার 10 গ্রাম বরফের সহিত 100°C উষ্ণতার 2 গ্রাম বাষ্প মিশ্রিত ক'রলে চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক, চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t$°C

0°C উষ্ণতার 10 গ্রাম বরফকে 0°C উষ্ণতার 10 গ্রাম জলে পরিণত ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= 10 \times 80 = 800$ ক্যালরি।

10 গ্রাম জলকে 0°C থেকে t°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= 10 \times t$ ক্যালরি।

100°C উষ্ণতার 2 গ্রাম বাষ্পকে 100°C উষ্ণতার 2 গ্রাম জলে পরিণত ক'রলে উৎপন্ন তাপ $= 2 \times 536 = 1072$ ক্যালরি।

2 গ্রাম জলকে 100°C থেকে t°C তে শীতল ক'রলে উৎপন্ন তাপ $= 2 \times (100-t)$

অতএব, মোট গৃহীত তাপ $= 800 + 10t$

ও মোট বর্জিত তাপ $= 1072 + 2 \times (100-t)$

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ হওয়ায়,

$800 + 10t = 1072 + 2 \times (100-t)$

বা, $t = 39 \cdot 33$°C (প্রায়)।

15. 60°C উষ্ণতার 1 কিলোগ্রাম জলকে এরূপ দুই অংশে ভাগ কর যে, এক অংশকে 0°C উষ্ণতার বরফে পরিণত ক'রলে যে তাপ বর্জিত হয় তার দ্বারা অপর অংশকে বাষ্পীভূত করা যায়।

বরফ ও বাষ্পের লীন তাপ যথাক্রমে 80 cal/gm ও 536 cal/gm.।

সমাধান ঃ ধরা যাক 1 কিলোগ্রাম অর্থাৎ 1000 গ্রাম জলকে এরূপ দুই অংশে ভাগ করা হয় যে এক অংশ $= x$ গ্রাম ও অপর অংশ $= y$ গ্রাম। x গ্রাম জলকে 0°C উষ্ণতার বরফে পরিণত ক'রলে যে তাপ বর্জিত হয় তার দ্বারা y গ্রাম জলকে বাষ্পে রূপান্তরিত করা যায়। তাহ'লে $x + y = 1000$ ... ... (i)

60°C উষ্ণতার x গ্রাম জলকে 0°C উষ্ণতার x গ্রাম বরফে পরিণত ক'রলে বর্জিত তাপ $= 60x + 80x = 140x$ cal

আবার 60°C উষ্ণতার y গ্রাম জলকে বাষ্পে পরিণত ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= y(100-60) + 536y$

শর্তানুযায়ী, $y(100-60) + 536y = 140x.$

বা, $576y = 140x$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায়,

$y = 195{\cdot}53$ গ্রাম (প্রায়)।

$\therefore x = 804{\cdot}47$ গ্রাম।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. পদার্থের গলন ও কঠিনীভবন ব'লতে কি বোঝায়? পদার্থের গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক কাকে বলে? লোহার গলনাঙ্ক 1300°C ব'লতে কি বোঝায়? সকল পদার্থের ক্ষেত্রেই কি গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক সমান হয়?

What do you mean by melting and solidification of a substance? What are melting point and freezing point of a substance? What do you mean by 'the melting point of iron is 1300°C'? Are melting point and freezing point same for all substances?

2. গলনের লীন তাপ কাকে বলে? 'বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal./gm., ব'লতে কি বোঝায়? −5°C উষ্ণতার বরফকে 50°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রলে প্রযুক্ত তাপের প্রভাব সাধারণভাবে বিবৃত কর।

What is latent heat of fusion? What is meant by the statament, 'Latent heat of fusion of ice is 80 cal/gm.? State in general terms the effect of application of heat to ice at −5°C, until the temperature of 50°C is reached.

3. পদার্থের গলনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব কি? 'পুনঃশিলীভবন' ব'লতে কি বোঝায়? দুই প্রান্তে দু'টি সমান ভারী বস্তু সহ একটি তামার তার কিভাবে একটি বরফের ব্লককে না কেটে ভেদ ক'রে যেতে পারে? এই পরীক্ষায় (i) তামার তারের পরিবর্তে সুতো ব্যবহার ক'রলে এবং (ii) পারিপার্শ্বিক বায়ুর উষ্ণতা 0°C এর কম হ'লে কি ঘটে? যুক্তি সহ ব্যাখ্যা কর।

What is the influence of pressure upon the melting point of a substance? What is meant by 'Regelation'?

Explain how a copper wire carrying two equal weights can pass through a block of ice without actually cutting the block. State with reasons what will happen if (i) the copper wire be replaced by an ordinary thread and (ii) the temperature of air goes below 0°C.

4. গলন বা ঘনীভবনের সময় সাধারণত পদার্থের আয়তন কিভাবে পরিবর্তিত হয়? এই নিয়মের কোন ব্যতিক্রম আছে কি? একটি উদাহরণের সাহায্যে তোমার বক্তব্য প্রতিষ্ঠা কর।

'জল জমে বরফ হ'লে আয়তনে বাড়ে'—এই ঘটনার সুবিধা ও অসুবিধাগুলি আলোচনা কর।

Enumerate how a solid generally changes in volume during melting and freezing. Is there any exception to this general rule? Give one example in support of your statement.

'Water when freezes increases in volume'—discuss the advantages and disadvantages of this phenomenon.

5. 'লীন তাপ' ও 'ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য তাপের' সংজ্ঞা দাও। গলনের সূত্রগুলি বিবৃত কর।

Define 'Sensible heat' and 'latent heat'. State the laws of melting.

6. তরলের বাষ্পায়নের হার কি কি বিষয়ের উপর নির্ভর করে?

'বাষ্পায়নের ফলে শৈত্যের সঞ্চার হয়'—উদাহরণের সাহায্যে এই উক্তির সার্থকতা বিচার কর।

100°C উষ্ণতার বাষ্প না 100°C উষ্ণতার জল বেশি ক্ষত সৃষ্টি করে? কেন?

What are the factors which influence the rate of evaporation of a liquid?

'Evaporation causes cooling'—explain with examples.

Which would cause severe barning—steam at 100°C or water at 100°C? Why?

7. বাষ্পায়ন ও স্ফুটন ব'লতে কি বোঝায়? ইহাদের পার্থক্য কি? ঘরের উষ্ণতায় একটি পাত্রে কিছু পরিমাণ জল আছে। এই জলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপে স্টীম পাঠালে কি জল ফুটবে? যুক্তি সহ ব্যাখ্যা কর।

'জলকে বিভিন্ন উষ্ণতায় ফোটানো যায়'—পরীক্ষার সাহায্যে এই উক্তির সার্থকতা বিচার কর।

What do you mean by evaporation and boiling?

What are the distinctions between them?

A vessel of water is kept in a room. Can this water be made to boil by passing steam through it at atmospheric pressure? Give reasons for your answer.

8. কোন তরলের স্ফুটনাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায়? তরলের উপরিস্থিত চাপের সহিত স্ফুটনাঙ্কের সম্পর্ক কি? একটি পরীক্ষার সাহায্যে এই সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। ইহার ব্যবহারিক প্রয়োগ উল্লেখ কর।

What do you mean by boiling point of a liquid? What is the relation between boiling point of a liquid and the pressure on it? Establish this relation by means of an experiment? Give some examples of its practical application.

9. বাষ্পীভবনের লীন তাপ কাকে বলে? 'জলের বাষ্পীভবনের লীন তাপ 540 cal./gm.' ব'লতে কি বোঝায়?

স্টীমের লীন তাপ নির্ণয়ের পদ্ধতি সংক্ষেপে বর্ণনা কর।

What do you mean by latent heat of evaporation? What is meant by the statement—'Latent heat of steam is 540 cal/gm.'?

Briefly discuss how the latent heat of steam can be determined.

10. তরলের স্ফুটনাঙ্ক কি কি বিষয়ের উপর নির্ভর করে? স্ফুটনের সূত্রগুলি বিবৃত কর।

What are the factors upon which the boiling point of a liquid depends?

State the laws of boiling.

11. ব্যাখ্যা কর—

(i) উষ্ণতা বেশি থাকলেও বর্ষাকালের তুলনায় শীতকালে জামা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকোয়।

(ii) গরমের সময় খসখসে জল ছিটালে ঘর ঠাণ্ডা থাকে।

(iii) দুই খণ্ড বরফকে এক সঙ্গে রেখে চাপ দিলে জোড়া লাগে।

(iv) গ্রীষ্মকালে পাখার হাওয়ায় শরীর ঠাণ্ডা হয়।
(v) ধাতব কলসীর তুলনায় মাটির কলসীতে জল বেশি ঠাণ্ডা হয়।
(vi) দার্জিলিং-এ জল 100°C অপেক্ষা কম উষ্ণতায় ফোটে।
(vii) স্ফুটনের সময় তাপ প্রয়োগে উষ্ণতা বাড়ে না।
(viii) একটি থার্মোমিটার কুণ্ডকে ভিজে কাপড় দিয়ে আবৃত ক'রলে ইহার পাঠ ক'মে যায়।
(ix) জল 100°C উষ্ণতার কমেও ফুটতে পারে।
(x) শীতের দেশে অনেক সময় জলের পাইপ ফেটে যায়।

Explain—

(i) Wet clothes usually become dry sooner in winter than in the rainy-season though the temperature during the rainy-season is higher.
(ii) When a khus khus is moistened with water, a sensation of cold is produced in the room.
(iii) Two pieces of ice when pressed together become one piece.
(iv) During summer human body becomes cold under the fan.
(v) Water becomes colder in earthen pitcher than in metal vessels.
(vi) Water boils at Darjeeling at a much lower temperature than 100°C.
(vii) On application of heat temperature does not rise during boiling.
(viii) The reading of a thermometer becomes less if its bulb be covered with a piece of wet cloth.
(ix) Water may boil below 100°C.
(x) Sometimes exposed water pipes are found to burst during cold weather.

12. কোন্ কোন্ কারণের উপর বাষ্পায়নের হার নির্ভর করে? বাষ্প ও গ্যাসের মধ্যে পার্থক্য কি? [*H. S.* (new) *1980*]

13. স্ফুটন কাকে বলে? তরলের উপরকার চাপের সহিত ইহার সম্পর্ক কি? পরীক্ষা দ্বারা তোমার উত্তর ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1980*]

14. বরফ গলনের লীন তাপ নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি নির্ণয় কর। [*H. S.* (new) *1980*]

15. পুনঃশিলীভবন কি? ভার যুক্ত একটি তামার তার একখণ্ড বরফ কেটে কিরূপে বার হয় তা ব্যাখ্যা কর। (i) তামার তারের পরিবর্তে সাধারণ সুতো নিলে (ii) বায়ুর উষ্ণতা 0°C অপেক্ষা কম হ'লে কি ঘটবে কারণ সহ ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1981*]

16. বোধগম্য তাপ এবং লীন তাপ' কাকে বলে? বরফ গলনের লীন তাপ '80 ক্যালরি প্রতিগ্রাম' ব'লতে কি বোঝ? [*H. S.* (new) *1980*]

17. বাষ্পায়ন ও স্ফুটন কাকে বলে? ইহাদের পার্থক্য কি? [*H. S.* (new) *1980*]

18. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ :—

(i) কোন তরলের স্ফুটনাঙ্ক নির্ণয়ে থার্মোমিটার কুণ্ড তরলের সংস্পর্শে না রেখে বাষ্পের সংস্পর্শে রাখা হয় কেন? [*H. S.* (new) *1979*, *'80*]

(ii) বড় একখণ্ড বরফে গর্ত ক'রে গর্তে কিছু জল রাখা হয়। ঐ জল কি জমে যাবে? [*H. S.* (new) *1980*]

19. (a) স্ফুটন কাকে বলে? বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের পার্থক্য কি? (b) পুনঃশিলীভবন দেখাবার জন্য বটমূলীর পরীক্ষাটি বর্ণনা কর, এবং পরীক্ষার ফলাফল ব্যাখ্যা কর। [*Tripura H. S. 1981*]

20. (a) বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের পার্থক্য কি? (b) বাষ্পায়নের হার কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর নির্ভর করে আলোচনা কর। [*Tripura H. S. 1980*]

21. লীন তাপ কাকে বলে? স্টীমের লীন তাপ কিভাবে নির্ণয় করা হয়?

[*Tripura H. S. 1980*]

22. মনে কর চন্দ্র পৃষ্ঠে কোন মহাকাশচারী তার থার্মো ফ্লাস্ক থেকে প্রায় 20°C উষ্ণতা বিশিষ্ট জলকে একটি কাচের বীকারে ঢালে। ঐ জলের কি হবে ব'লে তোমার মনে হয় তা সংক্ষেপে ব্যাখ্যা কর।

[*Tripura H. S. 1979, Jt. Entrance 1976*]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. 10°C উষ্ণতা বিশিষ্ট 120 gm. জলের সহিত 0°C উষ্ণতা বিশিষ্ট 25 gm. বরফ মেশালে কতটা বরফ গ'লবে? [*Tripura H. S, 1981*] [15 gm.]

2. 30°C উষ্ণতায় 22 gm. জলের সহিত –10°C উষ্ণতার 5 gm. বরফ মেশানো হ'লে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হবে? (বরফের আপেক্ষিক তাপ = 0·5)। [*Tripura H. S. 1980*] [8·7°C]

3. 0°C উষ্ণতায় 150 gm. বরফ 50°C উষ্ণতার 300 gm. জলে মেশালে চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হয়?

Determine the resulting temperature when 150 gm. of ice at 0°C are mixed with 300 gm. of water at 50°C. [6·7°C]

4. একটি রেফ্রিজারেটর 15°C উষ্ণতায় 2 Kg. জলকে 0°C উষ্ণতার বরফে পরিণত ক'রতে কত তাপ শোষণ করে?

How much heat is absorbed by refrigerator in changing 2 Kg of water at 15°C to ice at 0°C ? [$7{\cdot}96 \times 10^5$ Joule]

5. 80°C উষ্ণতায় 200 gm. লোহাকে 0°C উষ্ণতায় 1000 gm. জলে রাখা হয়। ন্যূনতম কত গ্রাম বরফ ঐ জলে দিলে উষ্ণতা 0°C হয়? লোহার আপেক্ষিক তাপ 0·1।

200 gm. of iron at 80°C is placed in 1000 gm. of water at 0°C. What is the least amount of ice which has to be added to reduce the temperature of water to 0°C ? [20 gm.]

6. 0°C উষ্ণতায় শুষ্ক বরফকে 100°C উষ্ণতায় তামার পাত্রে রাখা হয়। পাত্রের ভর 60 gm. এবং আপেক্ষিক তাপ 0·1। কি পরিমাণ বরফ রাখলে পাত্রের উষ্ণতা 40°C হয়?

Dry ice at 0°C is dropped into a copper vessel at 100°C, the weight of the vessel being 60 gm. and sp. heat of copper is 0·1. How much ice will reduce the temperature of the vessel to 40°C ? [3 gm.]

7. একটি ধাতব বলের আপেক্ষিক গুরুত্ব 8 ও আপেক্ষিক তাপ 0·1। ইহাকে 0°C উষ্ণতায় বরফের ব্লকের উপর রাখা হয়। ব্লকে বলের অর্ধেক ডোবে। বলের উষ্ণতা কত? বরফের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·92 ও লীন তাপ 80 cal./gm.।

A metal ball (sp. gr. = 8, sp. heat = 0·1) is placed on a large block of dry ice (sp. gr. = 0·92, latent heat = 80 cal/gm.) at 0°C into which it sinke until half submerged. What is the temperature of the tall ? [46°C]

8. – 10°C উষ্ণতায় 1 gm. বরফকে 100°C উষ্ণতার বাষ্পে পরিণত ক'রতে কি পরিমাণ তাপ লাগে? বরফের আপেক্ষিক তাপ = 0·5।

How much heat is required to convert 1 gm. of ice at – 10°C into steam at 100°C ? [721 cal.]

9. 100°C উষ্ণতার 20 gm. বাষ্পকে ঘনীভূত ক'রে 20°C উষ্ণতায় পরিণত ক'রলে কি পরিমাণ তাপ পাওয়া যায়?

How much heat is given up when 20 gm. of steam at 100°C is condensed and cooled to 20°C ? [5.19×10^4 Joule]

10. 0°C উষ্ণতার 1 gm. বরফ ও 100°C উষ্ণতার 1 gm. বাষ্প একসঙ্গে মেশালে, মিশ্রণের উষ্ণতা কত হয়?

If one gm. of ice at 0°C and one gm. of steam at 100°C are mixed together what will be the temperature of the mixture ? [100°C]

11. 0°C উষ্ণতার বরফ ও 100°C উষ্ণতার জল সমান পরিমাণে মেশালে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হয়?

If equal amounts of ice at 0°C and water at 100°C be mixed up, what will be the temperature of the mixture ? [10°C]

12. যদি 733 mm. পারদ চাপে জল 99°C উষ্ণতায় ফোটে তাহ'লে 787 mm. পারদ চাপে জল কত উষ্ণতায় ফোটে?

If water boils at 99°C when the pressure is 733 mm. of *Hg*, at which temperature will it boil if the pressure is 787 mm. of *Hg* ? [101°C]

13. বায়ুমণ্ডলীয় চাপ এক একক পরিমাণ বাড়লে বরফের গলনাঙ্ক 0·0072°C কমে। কত চাপে বরফ – 1°C উষ্ণতায় গলে?

The melting point of ice decreases by 0·0072°C if the pressure increases by 1 atmosphere. What would be the pressure so that ice may melt at – 1°C ?

[139·8 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ]

14. 0·5 Kg. জল ও 100 gm. বরফ 0°C উষ্ণতায় সাম্য অবস্থায় থাকে। 100°C উষ্ণতার 200 gm. বাষ্প এই মিশ্রণে পাঠালে চূড়ান্ত উষ্ণতা ও মিশ্রণের গঠন কি হয়?

0·5 Kg. water and 100 gm. of ice are in temperature equilibrium at 0°C. If 200 gm. of steam at 100°C are introduced into the mixture, what will be the final temperature and composition of the mixture ?

[100°C ; 74 gm. বাষ্প ও 726 gm. জল]

15. $-10^\circ C$ উষ্ণতার 20 gm. বরফ একটি ক্যালরিমিটারে রাখা $60^\circ C$ উষ্ণতায় 100 gm. জলে ফেলা হয়। ক্যালরিমিটারের জলসম 50 gm. হ'লে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা নির্ণয় কর। বরফের আপেক্ষিক তাপ এবং গলনের লীন তাপ যথাক্রমে 0·5 এবং 80 cal./gm.

[*H. S.* (new) *1980*] [$42{\cdot}9^\circ C$]

16. $-10^\circ C$ উষ্ণতায় 5 gm. বরফকে $100^\circ C$ উষ্ণতায় স্টীমে পরিণত ক'রতে কত তাপ প্রয়োজন? বরফের আপেক্ষিক তাপ = 0·5 ; বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal./gm. ; স্টীমের লীন তাপ = 540 cal./gm.।

[*H. S.* (new) *1979*] [3625 cal.]

17. $5^\circ C$ উষ্ণতায় 1 Kg জলকে কিভাবে দুই অংশে ভাগ করা যায় যাতে এক অংশ বরফে পরিণত হ'লে অবস্থা পরিবর্তনের জন্য যে তাপ বর্জিত হয় তা অন্য অংশকে বাষ্পে পরিণত ক'রবে? বাষ্পের লীন তাপ 540 cal ও বরফের লীন তাপ 80 cal. প্রতি গ্রামে।

[*Jt. Entrance 1980*] [0·8819 Kg. ; 0 1181 Kg.]

18. একটি পারদ থার্মোমিটারে 0·4 c.c. পারদ $0^\circ C$ উষ্ণতায় আছে। থার্মোমিটার রন্ধ্রের ব্যাস 0·5 mm.। $0^\circ C$ থেকে $100^\circ C$ পর্যন্ত পাঠ দেওয়ার জন্য ইহার স্কেলের দৈর্ঘ্য কত ক'রতে হবে? কাচের তুলনায় পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক $1{\cdot}7\times10^{-4}/^\circ C$।

[*Jt. Entrance 1973*] [0·0433 cm./°C]

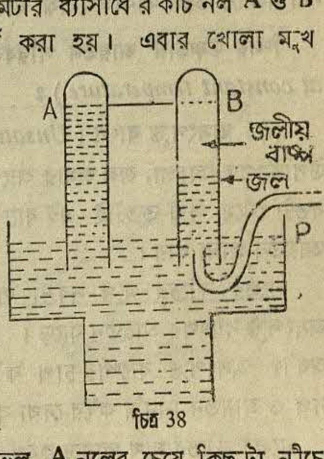
হাইগ্রোমিতি (HYGROMETRY)

7.1. বাষ্প ও বাষ্প চাপ (Vapour and vapour pressure)ঃ

তরল গরম হ'লে ইহার অণুগুলির গড় গতিবেগ বাড়ে। তবে কণাগতিবাদ (kinetic theory) অনুযায়ী যে-কোন উষ্ণতাতেই অণুগুলির বেগ শূন্য থেকে অসীম মানের হ'তে পারে। সুতরাং স্বাভাবিক উষ্ণতাতেও তরলতলে যথেষ্ট শক্তিমান অণু থাকে। এই অণুগুলি মুক্ত হ'য়ে তরলের উপরে চ'লে যেতে পারে। এইরকম অণুর সংখ্যা স্বাভাবিক উষ্ণতায় কম হ'লেও উত্তপ্ত তরলে বেশি হয়। তাই উষ্ণতা বাড়লে অসংখ্য অণু পরস্পরের আকর্ষণ থেকে বিচ্ছিন্ন হ'য়ে তরলের বাইরে চ'লে যায়। এই অণুগুলি গ্যাসের অণুর ন্যায় আচরণ করে। কেননা ইহাদের ভরবেগ আছে এবং ইহারাও চাপ দিতে পারে। এই অণুগুলিই তরলের উপরের আবদ্ধ স্থানে জমা হ'য়ে তরল বাষ্প সৃষ্টি করে। ইহারা আবদ্ধ স্থানে চারদিকে চলাচলের সময় পাত্রের দেওয়ালে এবং তরলের উপরে আঘাত করে। ইহাতে পাত্রের দেওয়ালে ও তরলের উপর তলে চাপ পড়ে। এই চাপকে **বাষ্প চাপ** বলে।

আবদ্ধ স্থানে তরলের উপরে যে অণুগুলি বাষ্প তৈরি করে তাদের মধ্যে কিছু কিছু তরলের উপরে আঘাত ক'রে আবার তরলে ফিরে আসে। মুক্ত অণুর সংখ্যা বাড়লে ফিরে আসা অণুর সংখ্যাও বাড়ে। কিছু সময় পরে যে হারে অণু তরল ত্যাগ করে আবার সেই হারে ফিরে আসে। এই অবস্থায় তরলের উপরের বাষ্পকে **সংপৃক্ত বাষ্প** (*saturated vapour*) বলে। অর্থাৎ ঐ আবদ্ধ স্থানে যে পরিমাণ বাষ্প থাকে তার চেয়ে বেশি বাষ্প ঐ স্থানে থাকতে পারে না। উষ্ণতা বাড়িয়ে সংপৃক্ত বাষ্পকে অসংপৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়। অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপকে **অসংপৃক্ত বাষ্পচাপ** বলে। সংপৃক্ত বাষ্পের চাপকে **সংপৃক্ত বাষ্পচাপ** বলে।

পরীক্ষা (*Experiment*)ঃ চার-পাঁচ মিলিমিটার ব্যাসার্ধের কাচ নল A ও B নেওয়া হয় (চিত্র 38)। নল দুটিকে পারদপূর্ণ করা হয়। এবার খোলা মুখ আঙুল দিয়ে চেপে ধ'রে ইহাদের উল্টিয়ে পারদপূর্ণ পাত্রের মধ্যে খাড়াভাবে পাশাপাশি রাখা হয়। এই অবস্থায় উভয় নলের মধ্যে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা সমান হয়। কারণ উভয়েই বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্দেশ করে। তারপর একটি বাঁকা নলের (P) সাহায্যে যে কোন একটি নলে (ধরা যাক B নলে) ফোঁটা ফোঁটা ক'রে জল প্রবেশ করালে দেখা যায় যে, জল পারদের চেয়ে হাল্কা হওয়ায় ইহা পারদের উপরে উঠে আসে এবং টরিসেলীর শূন্যস্থানে এসে বাষ্পে পরিণত হয়।



চিত্র 38

এই সময়ে দেখা যায় যে, B নলের পারদের লেভেল A নলের চেয়ে কিছুটা নীচে

নেমে আসে। ইহার কারণ কি? কারণ হিসেবে বলা যায় যে, টরিসেলীর শূন্যস্থানে জলীয় বাষ্প যাওয়ায় ঐ জলীয় বাষ্প B নলে পারদের উপর চাপ দেয়। তাই পারদ নেমে আসে। আরও কয়েক ফোঁটা জল এইভাবে প্রবেশ করালে দেখা যায় যে, জল টরিসেলীর শূন্যস্থানে সম্পূর্ণ রূপে বাষ্পীভূত হয় এবং ঐ স্থানে বাষ্পের পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। কাজেই, পারদের লেভেলও নীচের দিকে নামে। ক্রমাগত জলের ফোঁটা প্রবেশ করাতে থাকলে এক সময় দেখা যায় যে, জল আর বাষ্পীভূত হয় না। কেননা ঐ স্থানে আর জলীয় বাষ্প ধারণ করার ক্ষমতা নেই। তাই জল আর বাষ্পে পরিণত হয় না। কাজেই বলা যায় যে, নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তনের স্থান, নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধারণ ক'রতে পারে। দেখা যায় যে, জল যখন প্রথমে পারদের উপর জমে তখন পারদের লেভেল আর নীচের দিকে নামে না। নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের আবদ্ধ স্থান যে সর্বোচ্চ পরিমাণ বাষ্প ধারণ ক'রতে পারে সেই পরিমাণ বাষ্প থাকলে ইহা বাষ্প দ্বারা সংপৃক্ত হয় ও এই অবস্থায় বাষ্পকে **সংপৃক্ত বাষ্প** (*saturated vapour*) বলা হয়। এই বাষ্পের চাপকে **সংপৃক্ত বাষ্প চাপ** বলে। যদি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট আয়তন স্থানে যে সর্বোচ্চ পরিমাণ বাষ্প থাকতে পারে তার থেকে কম পরিমাণ বাষ্প থাকে তাহ'লে ঐ বাষ্পকে **অসংপৃক্ত বাষ্প** (*unsaturated vapour*) বলে ও এই বাষ্পের চাপকে **অসংপৃক্ত বাষ্প চাপ** বলে। কাজেই এই পরীক্ষা অনুযায়ী বাষ্প সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত উভয় অবস্থাতেই চাপ দেয় এবং **কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ সর্বোচ্চ হয়।**

এই প্রসঙ্গে বলা যায় যে, কোন আবদ্ধ স্থানে সাম্য অবস্থায় তরলের সংস্পর্শে যে বাষ্প থাকে তা সংপৃক্ত। কেননা ঐ স্থানে বাষ্প সংপৃক্ত না হ'লে তরল বাষ্পীভূত হ'তে থাকবে যতক্ষণ না বাষ্প সংপৃক্ত হয় ও সাম্য অবস্থা প্রতিষ্ঠিত হয়। কাজেই, স্থায়িভাবে তরল থাকলে বোঝা যায় যে, ইহার উপরের বাষ্প সংপৃক্ত।

স্থির উষ্ণতায় আয়তন পরিবর্তন প্রভাব (*Influence of change of volume at constant temperature*) :

(i) **অসংপৃক্ত বাষ্প** (*Unsaturated vapour*) : 38 নং চিত্রে পারদ স্তম্ভের উপরিস্থিত জায়গা, জল জমার আগে অসংপৃক্ত বাষ্প দ্বারা পূর্ণ থাকে। পারদ স্তম্ভ যতটা নেমে যায় ততটাই এই বাষ্পের চাপ। নলের অংশাঙ্কন থেকে এই বাষ্পের আয়তন জানা যায়।

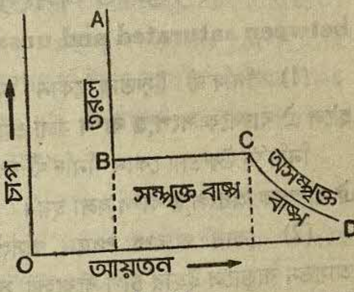
নলের নীচের মুখ সর্বদা পারদের মধ্যে রেখে ইহাকে উপর দিকে তুললে ঐ অসংপৃক্ত বাষ্পের আয়তন বাড়ে। আবার নলে পারদ স্তম্ভের উচ্চতাও বাড়তে থাকে অর্থাৎ অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপ ক'মতে থাকে। নলের বিভিন্ন অবস্থানে ঐ বাষ্পের চাপ ও আয়তন নির্ণয় ক'রে দেখা যায় যে, ইহাদের গুণফল ধ্রুবক থাকে।

নলের নীচের মুখ পারদে ক্রমশ ডুবিয়ে দেখা যায় যে, ঐ অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপ

ও আয়তনের গুণফল ধ্রুবক থাকে, যে পর্যন্ত না ইহার কিছু অংশ জলে পরিণত হয়। এই অবস্থায় ইহা সংপৃক্ত বাষ্পে পরিণত হয়। **কাজেই, অসংপৃক্ত বাষ্প মোটামুটি বয়েলের সূত্র মেনে চলে।**

(ii) **সংপৃক্ত বাষ্প** (*Saturated vapour*) : 38 নং চিত্রে পারদ স্তম্ভের উপরিস্থিত স্থানে ক্রমশ জল প্রবেশ করালে একসময়ে ইহাতে সামান্য জল থেকে যায়। এই অবস্থায় এই স্থান সংপৃক্ত বাষ্প দ্বারা পূর্ণ হয়। নলকে পারদে আরো ডোবালে এই সংপৃক্ত বাষ্পের আয়তন কমে, জলের পরিমাণ বাড়ে, কিন্তু পারদ স্তম্ভের উচ্চতার কোন পরিবর্তন হয় না। নলকে উপর দিকে কিছুটা তুললে সামান্য জল বাষ্পীভূত হ'য়ে ঐ স্থানকে সংপৃক্ত রাখে। এই অবস্থাতেও পারদ স্তম্ভের উচ্চতা অপরিবর্তিত থাকে। কাজেই, নির্দিষ্ট উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্পচাপ ইহার আয়তনের উপর নির্ভর করে না। স্নুতরাং, **সংপৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মানে না।**

এই ঘটনাগুলি 39 নং চিত্রে দেখানো হয়েছে। নির্দিষ্ট পরিমাণ অসংপৃক্ত বাষ্পের আয়তন কমালে বয়েলের সূত্রানুযায়ী ইহার চাপ বাড়ে। ইহা DC দ্বারা সূচিত করা হ'য়েছে। C বিন্দুতে বাষ্প সংপৃক্ত হয়। এই অবস্থায় ইহার আয়তন কমালে ইহার চাপ অপরিবর্তিত থাকে। সংপৃক্ত বাষ্প ক্রমশ তরলে পরিণত হয়। এই অবস্থায় চাপ বাড়ালে আয়তনের পরিবর্তন হয় না, কেননা তরল অসংনম্য (incompressible)। তাই AB অংশ মোটামুটি চাপ-অক্ষের সমান্তরাল।



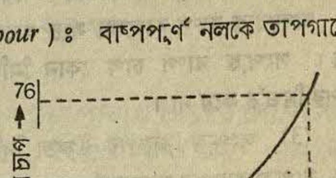
চিত্র 39

উষ্ণতা পরিবর্তনের প্রভাব (*Influence of change of temperature*) :

(i) **অসংপৃক্ত বাষ্প** (*Unsaturated vapour*) : বাষ্পপূর্ণ নলকে তাপগাহে রেখে উষ্ণতার সাথে বাষ্প চাপের পরিবর্তন দেখা যায়।

চাপ সূত্রানুযায়ী নির্দিষ্ট আয়তনে অসংপৃক্ত বাষ্প চাপ উষ্ণতা বাড়ার সংগে বাড়তে থাকে।

আয়তন নির্দিষ্ট রেখে উষ্ণতা কমালে অসংপৃক্ত বাষ্প চাপ ঐ একই সূত্রানুযায়ী ক'মতে থাকে যে পর্যন্ত না বাষ্প সংপৃক্ত হয়। এই অবস্থায় উষ্ণতা আরো কমালে, বাষ্পের কিছু অংশ তরলে পরিণত হয়।



চিত্র 40

(ii) **সংপৃক্ত বাষ্প** (*Saturated vapour*) : উষ্ণতা বাড়ালে সংপৃক্ত বাষ্প চাপ

সাধারণত বাড়ে। কিন্তু এই বৃদ্ধি চাপ সূত্রানুযায়ী হয় না, অনেক তাড়াতাড়ি হয়। কাজেই সংপৃক্ত বাষ্প চাপ-সূত্র মানে না।

40 নং চিত্রে উষ্ণতার সাথে সংপৃক্ত বাষ্প চাপের পরিবর্তন দেখানো হ'য়েছে। 0°C উষ্ণতায় এই চাপের মান প্রায় 0·4 cm. পারদ চাপ। উষ্ণতা বৃদ্ধির সাথে এই চাপ প্রথমে ধীরে ধীরে ও পরে তাড়াতাড়ি বাড়তে থাকে। 100°C উষ্ণতায় এই চাপ 76 cm. পারদ চাপ। অন্যান্য বিশুদ্ধ তরলের বেলাতেও বাষ্প চাপ বক্ররেখার অবয়ব মোটামুটি একইরূপ।

জেনে রাখবে যে, উষ্ণতার সহিত সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের পরিবর্তন সূচক কোন তাত্ত্বিক সমীকরণ নেই।

7.2. সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পের পার্থক্য (Difference between saturated and unsaturated vapour) ঃ

(1) নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট স্থানে বাষ্প চাপ ঐ উষ্ণতায় সর্বাধিক হ'লে ঐ বাষ্পকে **সংপৃক্ত বাষ্প** বলা হয়।

নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট স্থানে বাষ্প চাপ ঐ উষ্ণতায় সর্বাধিক না হ'লে ঐ বাষ্পকে অসংপৃক্ত বাষ্প বলা হয়।

(2) কোন আবদ্ধ স্থানে অসংপৃক্ত বাষ্পের উষ্ণতা অপরিবর্তিত রেখে ইহার আয়তন বাড়ালে ইহার চাপ বয়েলের সূত্রানুযায়ী কমে। অসংপৃক্ত বাষ্পের উষ্ণতা স্থির রেখে আয়তন ক্রমশ কমালে ইহার চাপ বয়েলের সূত্রানুযায়ী ততক্ষণ বাড়ে যতক্ষণ না ঐ উষ্ণতায় চাপ সংপৃক্ত বাষ্প চাপের সমান হয়। ইহার চাপ সংপৃক্ত বাষ্প চাপের সমান হ'লে বাষ্প সংপৃক্ত হয়। আয়তন যদি আরও কমানো হয় তাহ'লে সংপৃক্ত বাষ্প চাপের আর কোন পরিবর্তন হয় না। শুধুমাত্র আয়তন ক'মে যাওয়ায় সংপৃক্ত বাষ্প ঘনীভূত হ'য়ে তরলে পরিণত হ'তে থাকে। কাজেই,

অসংপৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মানে, কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মানে না। সংপৃক্ত বাষ্প চাপ কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় স্থির থাকে এবং ইহা আয়তনের উপর নির্ভর করে না।

(3) সংপৃক্ত বাষ্পের উষ্ণতা নির্দিষ্ট রেখে ইহার আয়তন বাড়ালে দেখা যায় যে, সংপৃক্ত বাষ্পের সংস্পর্শে তরল থাকলে ইহা ক্রমশ বাষ্পীভূত হ'য়ে বাষ্পকে সংপৃক্ত রাখে ও বাষ্প চাপ সংপৃক্ত থাকে। কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্পের সংস্পর্শে তরল না থাকলে ইহার আয়তন বৃদ্ধি ক'রলে ইহা অসংপৃক্ত হ'য়ে পড়ে এবং ইহার চাপ স্থির না থেকে বয়েলের সূত্রানুযায়ী কমে।

(4) চাপ স্থির রেখে উষ্ণতা বাড়ালে চার্লসের সূত্রানুযায়ী অসংপৃক্ত বাষ্পের আয়তন বাড়ে। কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্পের বেলায় চাপ স্থির রেখে উষ্ণতা বাড়ানো যায় না। প্রকৃত পক্ষে, **চাপ স্থির থাকলে একই পরিমাণ বাষ্প বিভিন্ন উষ্ণতায় সংপৃক্ত থাকতে পারে না।**

(5) আয়তন নির্দিষ্ট রেখে উষ্ণতা বাড়ালে অসংপৃক্ত বাষ্প চাপ সাধারণ গ্যাসের ন্যায় বাড়ে। কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্প চাপ সাধারণ গ্যাসের চেয়ে অনেক বেশি বাড়ে। কাজেই বলা যায় যে, **অসংপৃক্ত বাষ্প চার্লস সূত্র মানে কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্প চার্লস সূত্র মানে না।**

(6) তরলের সংস্পর্শে সাম্য অবস্থায় সংপৃক্ত বাষ্প থাকতে পারে, কিন্তু অসংপৃক্ত বাষ্প থাকতে পারে না।

গ্যাস ও বাষ্পের পার্থক্য (*Distinction between gas and vapour*) ঃ দেখা যায় যে, প্রত্যেক গ্যাসীয় পদার্থ একটি বিশেষ উষ্ণতার চেয়ে কম উষ্ণতায় থাকলে ইহার উপর চাপ প্রয়োগ ক'রে ইহাকে তরলে পরিণত করা যায়। কিন্তু গ্যাসীয় পদার্থ ঐ উষ্ণতার চেয়ে বেশি উষ্ণতায় থাকলে ইহার উপর চাপ যতবেশিই প্রয়োগ করা হ'ক না কেন, ইহা তরলে পরিণত হয় না। এই প্রান্তিক উষ্ণতা (limiting temperature) কে **সন্ধি উষ্ণতা** (*critical temperature*) বলে। এই সন্ধি উষ্ণতার মান গ্যাসীয় পদার্থের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। **কোন পদার্থ ইহার গ্যাসীয় অবস্থায় সন্ধি উষ্ণতার উপরে থাকলে ইহাকে গ্যাস বলে।** কিন্তু যদি **ঐ পদার্থ গ্যাসীয় অবস্থায় সন্ধি উষ্ণতার নীচে থাকে তাহ'লে ইহাকে বাষ্প বলে।**

সন্ধি উষ্ণতায় কোন গ্যাসীয় পদার্থকে তরলে পরিণত ক'রতে যে চাপের প্রয়োজন হয় তাকে **সন্ধি চাপ** (*critical pressure*) বলে। সন্ধি-চাপ ও সন্ধি উষ্ণতায় গ্যাসীয় পদার্থের আয়তনকে **সন্ধি আয়তন** (*critical volume*) বলে।

অ্যামোনিয়া ও কার্বন ডাইঅক্সাইডের সন্ধি উষ্ণতা যথাক্রমে 133°C এবং 31°C যা সাধারণ উষ্ণতার চেয়ে বেশি। কাজেই, সাধারণ উষ্ণতায় ইহাদের উপর চাপ প্রয়োগ ক'রে সহজেই তরলে পরিণত করা যায়। কিন্তু হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনের সন্ধি-উষ্ণতা যথাক্রমে −240°C এবং −119°C যা সাধারণ উষ্ণতার চেয়ে অনেক কম। তাই শুধুমাত্র চাপ প্রয়োগ ক'রে ইহাদের তরলে পরিণত করা যায় না। কাজেই, ইহাদের **স্থায়ী গ্যাস** (*Permanent gas*) বলা হয়।

7.3. শিশির (Dew) ঃ

হেমন্তকালে বা শীতকালে ভোর বেলায় গাছের পাতায়, টিনের চালে, ঘাসের উপরে বিন্দু বিন্দু জলকণা দেখতে পাওয়া যায়। ইহাদের **শিশির** বলে। বায়ুতে সব সময়েই জলীয় বাষ্প থাকে। কারণ—সমুদ্র, খালবিল, নদনদী থেকে সর্বদাই জলীয় বাষ্প বায়ুমণ্ডলে মিশে যায়। সাধারণত বায়ুতে যে জলীয় বাষ্প থাকে তাতে ঐ বায়ু সংপৃক্ত হয় না। কিন্তু যদি ঐ বায়ু ক্রমশ শীতল হয় তাহ'লে ঐ বায়ু এমন উষ্ণতায় পৌঁছায়—যে উষ্ণতায় ঐ জলীয় বাষ্পই ঐ বায়ুকে সংপৃক্ত ক'রতে পারে। উষ্ণতা আর সামান্য ক'মলে সংপৃক্ত বায়ু জ'মে জলকণায় পরিণত হয়। সূর্যাস্তের পর ভূ-পৃষ্ঠের তুলনায় গাছের পাতা, ঘাস ইত্যাদি দ্রুত শীতল হয় এবং বায়ুমণ্ডলের বাষ্প ইহাদের সংস্পর্শে এসে বিন্দু বিন্দু জলকণারূপে

জমতে থাকে। যে বস্তু ভাল তাপ বিকিরক অথচ তাপ কুপরিবাহী তার উপরে তাড়াতাড়ি শিশির জমে। কেননা ঐ সব বস্তু তাপ বিকিরণ ক'রে সহজেই ঠাণ্ডা হয় ; আবার তাপ কুপরিবাহী হওয়ায় পারিপার্শ্বিক বস্তু থেকে সহজে তাপ নেয় না। ভূপৃষ্ঠ দ্রুত ঠাণ্ডা হয় না, তাই ভূ-পৃষ্ঠে সহজে শিশির জমে না। দিনের বেলায় উচ্চ উষ্ণতায় যে বাষ্প অসংপৃক্ত থাকে, রাত্রে উষ্ণতা ক'মে যাওয়ায় সেই বাষ্প সংপৃক্ত হয় এবং ঠাণ্ডা বস্তুর সংস্পর্শে এসে ঘনীভূত হ'য়ে শিশিরে পরিণত হয়।

যে উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ বায়ুতে অবস্থিত জলীয় বাষ্প ঐ বায়ুকে সংপৃক্ত করে তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাংক (*Dewpoint*) বলে।

(*Dewpoint is the temperature at which the atmosphere would be saturated with the contained water vapour*)।

আকাশে মেঘ থাকলে শিশির জমে না। কারণ পৃথিবীর উপরে মেঘের আবরণ থাকায় পৃথিবীর বস্তুগুলি ঐ সময়ে শিশির জমার মত ঠাণ্ডা হয় না। আকাশ পরিষ্কার থাকলে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সহজে তাপ-বিকিরিত হ'তে পারে এবং সব বস্তু দ্রুত ঠাণ্ডা হয়। তাই ইহাদের উপর শিশির জমে।

বেশি বায়ু প্রবাহ না থাকলে শিশির ভালভাবে জমতে পারে। কেননা বায়ুর বেগ কম থাকলে বায়ুস্তর বেশি সময় ধ'রে ঠাণ্ডা বস্তুর সংস্পর্শে থাকতে পারে এবং শিশিরাঙ্কের নীচে যেতে পারে। রাত্রে ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি বায়ু সব চেয়ে ঠাণ্ডা থাকে, কেননা উপরের বায়ু ঠাণ্ডা হ'লে ভারী হ'য়ে নীচে নেমে আসে এবং উপরের স্তর অপেক্ষাকৃত উষ্ণ বায়ু দখল করে। তাই ভূ-পৃষ্ঠের ঘাস ইত্যাদি ছোট ছোট গাছে শিশির সহজে জমে, উঁচু গাছের উপর দিকের পাতায় তেমন শিশির জমে না।

7.4. কুয়াশা ও কুহেলিকা (Fog and mists) ঃ

ভূ-পৃষ্ঠ দিনের বেলায় উত্তপ্ত থাকে এবং রাত্রি বেলায় তাপ বিকিরণ ক'রে ঠাণ্ডা হয়। উপরের বায়ুস্তর যদি অপেক্ষাকৃত উষ্ণ হয় তাহ'লে নিম্নস্তরের বাষ্প ঘনীভূত হ'য়ে বায়ুতে ভাসমান কণাকে আশ্রয় ক'রে বিন্দু জলকণায় পরিণত হয় এবং বায়ুর নীচের স্তরে ভাসতে থাকে। ভাসমান এই জলাকণাগুলিকে একত্রে **কুয়াশা** বলে। বায়ুমণ্ডলে ধূলিকণা, ধোঁয়া ইত্যাদি বেশি থাকলে ঘন কুয়াশা হয়।

ঘনীভবনের মাত্রানুযায়ী জলীয় বাষ্পের ঘনীভবনকে দু'ভাগে ভাগ করা যায়— (i) **কুয়াশা** ও (ii) **কুহেলিকা**। তাছাড়া কুয়াশা সাধারণত স্থলভাগের উপরে এবং কুহেলিকা জলের উপরে উৎপন্ন হয়। দিনের উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে কুয়াশার অবসান ঘটে। কারণ বায়ুমণ্ডল তখন অসংপৃক্ত হ'য়ে পড়ে।

7.5. মেঘ (Cloud) ঃ

বায়ুর উচ্চস্তরে গঠিত কুহেলিকাই মেঘ। নানা কারণে বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প থাকে। যেমন সমুদ্র, নদী, নালা, খালবিল থেকে অবিরাম বাষ্প বায়ুমণ্ডলে

জমা হয়। নীচে থেকে হাল্কা জলীয় বাষ্প উপরে ওঠে। উপরের ঠাণ্ডা বায়ুর সংস্পর্শে এসে ঠাণ্ডা হ'য়ে ঐ জলীয় বাষ্প ধূলিকণার উপর ঘনীভূত হয় এবং জলকণারূপে বায়ুতে ঘুরে বেড়ায়। তাছাড়া বায়ুমণ্ডলের উপরের দিকে চাপ কম থাকায় জলীয় বাষ্প আয়তনে প্রসারিত হয়, অধিকতর ঠাণ্ডা হয় এবং ভাসমান ধূলিকণাকে আশ্রয় ক'রে জলকণায় পরিণত হ'য়ে ভাসতে থাকে। এইভাবে মেঘের উৎপত্তি ঘটে।

আকৃতি ও প্রকৃতি বিচার ক'রে মেঘকে চার ভাগে ভাগ করা হয়।

যেমন,—অলক মেঘ, স্তূপ মেঘ, স্তর মেঘ ও বাদল মেঘ। বাদল মেঘ ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি থাকে এবং এই মেঘ থেকেই বৃষ্টি হয়। মেঘের জলকণাগুলি, ভাসতে ভাসতে পরস্পর যুক্ত হ'লে বড় বড় বিন্দু কণায় পরিণত হয় এবং বৃষ্টিরূপে নীচে পড়ে। মেঘের জলকণাগুলির অনবরত ভাঙাগড়া চ'লতে থাকে। কখনও বা একটি জলকণা ভেঙে গিয়ে অসংখ্য জলকণায় পরিণত হয়, আবার কখনও অসংখ্য জল কণা যুক্ত হ'য়ে একটি বড় কণায় পরিণত হয়।

7.6. হাইগ্রোমিতি (Hygrometry)

বিজ্ঞানের যে শাখায় বায়ুতে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ও ইহার প্রভাব আলোচনা করা হয় তাকে **হাইগ্রোমিতি** বলে। বিভিন্ন প্রাকৃতিক ঘটনা এই জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। যেমন—মেঘ, ঝড়, কুয়াশা, শিশির, গুমোট আবহাওয়া ইত্যাদি সবই বায়ুতে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ বায়ুমণ্ডলে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প থাকলে আবহাওয়া এক রকম হয় আর অসংপৃক্ত জলীয় বাষ্প থাকলে-আবহাওয়া আর একরকম হয়। আবার জলীয় বাষ্পের এই দুই অবস্থা বায়ুমণ্ডলের উষ্ণতার উপর নির্ভর করে। সুতরাং একমাত্র জলীয় বাষ্পের পরিমাণ জানলেই বায়ুমণ্ডলের প্রকৃতি জানা যায় না। অর্থাৎ বায়ুমণ্ডলের শুষ্কতা বা আদ্রর্তা পরম আদ্রর্তার দ্বারা সঠিক ভাবে বোঝা যায় না। কোন নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে বায়ুর **পরম আদ্রর্তা** (*Absolute humidity*) বলে। **প্রতি ঘনমিটার বায়ুতে যত গ্রাম জলীয়বাষ্প থাকে তাকে পরম আদ্রর্তা বলে।** বায়ুর শুষ্কতা বা আদ্রর্তা পরম আদ্রর্তার চেয়ে আপেক্ষিক আদ্রর্তা (Relative humidity) দ্বারা সঠিক ভাবে বোঝা যায়।

আপেক্ষিক আদ্রর্তা (*Relative humidity*)ঃ কোন উষ্ণতায় বায়ুমণ্ডলের নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ও ঐ উষ্ণতায় ঐ বায়ুকে সংপৃক্ত ক'রতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় এই দুইয়ের অনুপাতকে **আপেক্ষিক আদ্রর্তা** বলে।

কাজেই, আপেক্ষিক আদ্রর্তা

$$= \frac{t°\text{C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{ঐ বায়ুকে } t°\text{C উষ্ণতায় সংপৃক্ত ক'রতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

অসংপৃক্ত বাষ্প মোটামুটিভাবে বয়েলের সূত্র মেনে চলে। অতএব বাষ্পের ভর ইহার চাপের সমানুপাতিক হয়।

কাজেই, আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$= \frac{t°\text{C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{t°\text{C উষ্ণতায় ঐ বায়ুকে সংপৃক্ত ক'রতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

অনেক ক্ষেত্রে আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে সংপৃক্ততার শতকরা হারে প্রকাশ করা হয়। তাছাড়া যে কোন উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে অবস্থিত জলীয় বাষ্প ঐ বায়ুকে শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত করে। অর্থাৎ, নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে যে জলীয় বাষ্প থাকে তার চাপ শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের সমান হয়। সুতরাং,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}\text{।}$$

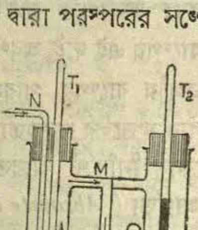
শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ f এবং বায়ুর উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ F হ'লে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{f}{F} \times 100\%\text{।}$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হ'লে, বাষ্পায়ন দ্রুত হয়। কেননা বায়ুকে সংপৃক্ত করার মত জলীয় বাষ্প থাকে না। আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হ'লে বাষ্পায়ন কম হয়।

7.7. রেনোর হাইগ্রোমিটার (Regnault's Hygrometer) ঃ

যে যন্ত্র দ্বারা শিশিরাঙ্ক, আপেক্ষিক আর্দ্রতা ইত্যাদি নির্ণয় করা যায় তাকে **হাইগ্রোমিটার** বলে। রেনোর যন্ত্রে P ও Q টেস্টটিউব M নল দ্বারা পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত থাকে (চিত্র 41)। এই M নলের সাথে একটি পার্শ্ব নল আটকানো থাকে। এই পার্শ্ব নল রাবার নল দ্বারা বায়ু শোষণ যন্ত্রের সঙ্গে যুক্ত থাকে। P টেস্টটিউবের কিছু অংশ ইথার দ্বারা পূর্ণ করা হয় এবং ইহাতে একটি সরু বাঁকানো নল (N) প্রবেশ করানো হয়। T_1 ও T_2 থার্মোমিটারকে P ও Q টেস্টটিউবে রাখা হয়। Q টেস্ট-টিউবে কোন তরল থাকে না। P ও Q টেস্টটিউবের নীচের দিকের খানিকটা অংশ রুপোর চকচকে পাত দিয়ে তৈরী করা হয়। Q এর সঙ্গে যুক্ত M নলের অংশ বায়ুনিরুদ্ধ-ভাবে বন্ধ থাকে।



চিত্র 41

বায়ু শোষণ যন্ত্র দ্বারা P এর বায়ু বের ক'রে নিলে N নল দিয়ে ইথারে বায়ু প্রবেশ করে এবং ইথার দ্রুত বাষ্পে পরিণত হয়। ইথার P থেকে লীন তাপ নেওয়ায় ইহা ঠাণ্ডা হয়। এইভাবে P ধীরে ধীরে ঠাণ্ডা হওয়ায় বায়ুমণ্ডল থেকে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হ'য়ে ইহার রুপোর পাতের উপর বিন্দু বিন্দু জলকণারূপে জমতে

থাকে। এই সময়ে T_1 থার্মোমিটারে উষ্ণতা (θ_1) লক্ষ্য করা হয়। দূরবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা দূর থেকে P ও Q এর রূপোর পাতের ঔজ্জ্বল্যের পার্থক্য লক্ষ্য ক'রে P টেস্টটিউবে জলকণার উপস্থিতি বোঝা যায়।

বায়ু শোষণ যন্ত্র বন্ধ ক'রলে P ধীরে ধীরে উত্তপ্ত হয় এবং ইহার উপর ঘনীভূত জলকণা অদৃশ্য হয়। এই সময়ে T_1 থার্মোমিটারে উষ্ণতা (θ_2) লক্ষ্য করা হ'য়। এই দুই উষ্ণতার (θ_1 ও θ_2) গড় উষ্ণতা (θ) বায়ুর শিশিরাঙ্ক। Q এর তুলনায় P এর ঔজ্জ্বল্য পরীক্ষা করা হয়। T_2 থার্মোমিটার থেকে ঘরের উষ্ণতা (θ') জানা যায়।

রেনোর জলীয় বাষ্প চাপের তালিকা থেকে θ ও θ' উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে f ও F পাওয়া যায়। কাজেই আপেক্ষিক আর্দ্রতা $=\frac{f}{F}\times 100\%$, নির্ণয় করা যায়।

এই যন্ত্রের সুবিধা ঃ (i) বায়ু শোষণ যন্ত্রের জল প্রবাহ নিয়ন্ত্রিত ক'রে ইথারের বাষ্পায়নের হার নিয়ন্ত্রিত করা যায়। (ii) দূরবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা দূর থেকে P ও Q কে লক্ষ্য করা হয় ব'লে ব্যক্তির উপস্থিতিতে যন্ত্রের চারপাশের বায়ু দূষিত (vitiated) হয় না। (iii) Q এর রূপোর পাতের ঔজ্জ্বল্যের সঙ্গে তুলনা ক'রে P টেস্টটিউবে ঠিক কখন শিশির জমে বোঝা যায়। (iv) রূপো তাপের সুপরিবাহী হওয়ায় থার্মোমিটার, তরল এবং রূপোর পাত একই উষ্ণতায় থাকে।

7.8. আপেক্ষিক আর্দ্রতার প্রয়োজনীয়তা (Utility of relative humidity) ঃ

কোন উষ্ণতায় বায়ুমণ্ডলের শুষ্কতা বা আর্দ্রতা শুধুমাত্র বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে না। ঐ উষ্ণতায় বায়ুকে সংপৃক্ত ক'রতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের উপরও নির্ভর করে। অর্থাৎ আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানার প্রয়োজন হয়। এই আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর আমাদের অনুভূতি নির্ভর করে। নীচে আপেক্ষিক আদ্র'তার গুরুত্ব আলোচনা করা হ'ল—

(i) বায়ুর আর্দ্রতা যত কম হয় জলের বাষ্পায়ন তত বেশি হয়। বর্ষাকালে ভিজে কাপড় সহজে শুকোতে চায় না। কারণ বর্ষাকালে বায়ুতে বেশি জলীয় বাষ্প থাকে। শীতকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকায় উষ্ণতা কম হওয়া সত্ত্বেও ভিজে কাপড় তাড়াতাড়ি শুকিয়ে যায়।

(ii) গ্রীষ্মকালে পুরী ও দিল্লীর উষ্ণতা কোনদিন সমান হ'লেও পুরীর তুলনায় দিল্লী বেশি আরামপ্রদ মনে হয়। কারণ পুরী সমুদ্রতীরে অবস্থিত হওয়ায় পুরীর বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে। তাই পুরীতে গায়ের ঘাম সহজে শুকোতে চায় না। কিন্তু দিল্লীর কাছাকাছি সমুদ্র না থাকায় দিল্লীর বায়ুতে জলীয় বাষ্প খুব কম থাকে। তাই সেখানে গায়ের ঘাম তাড়াতাড়ি শুকিয়ে যায় এবং আরামপ্রদ মনে হয়।

(iii) কিছু কিছু রোগ জীবাণু আর্দ্র আবহাওয়ায় দ্রুত বংশ বৃদ্ধি করে।

(iv) কোন কোন শিল্পের পক্ষে আর্দ্র আবহাওয়ার প্রয়োজন হয়।

(v) আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হ'লে বৃষ্টির সম্ভাবনা থাকে।

7.9. বিভিন্ন উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ; রেনোর তলিকা (Regnault's chart) ঃ

(চাপ ঃ মি. মি. পারদ ; উষ্ণতা ঃ °C)

উষ্ণতা	চাপ	উষ্ণতা	চাপ	উষ্ণতা	চাপ
0°	4·6	12°	10·4	24°	22·2
1°	4·9	13°	11·1	25°	23·5
2°	5·3	14°	11·9	30°	31·7
3°	5·7	15°	12·78	35°	41·8
4°	6·1	16°	13·5	40°	55·1
5°	6·54	17°	14·4	50°	59·3
6°	7·0	18°	15·3	60°	141·2
7°	7·5	19°	16·3	70°	233·1
8°	8·0	20°	17·51	80°	315·1
9°	8·5	21°	18·5	90°	525·8
10°	9·2	22°	19·6	100°	760·0
11°	9·8	23°	20·9		

একটি প্রশ্ন ঃ

গ্লাসে বরফ নিয়ে ঘরের মধ্যে রাখলে দেখা যায় ইহার বাইরের দেওয়ালে বিন্দু বিন্দু জল জমে। কেন?

গ্লাসের বাইরের দেওয়াল খুব বেশি ঠাণ্ডা হওয়ায় ইহার সংস্পর্শে এসে ঘরের বায়ু ঠাণ্ডা হয় এবং বায়ুর উষ্ণতা শিশিরাঙ্কে পৌঁছায়। তাই ঐ বায়ুর জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হ'য়ে গ্লাসের দেওয়ালে জলকণারূপে জমতে থাকে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কিছু পরিমাণ বায়ু 100°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত অবস্থায় আছে, ইহার আয়তন অপরিবর্তিত রেখে ইহার উষ্ণতা 200°C ও চাপ দুই বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান করা হয়। 0°C উষ্ণতায় ঐ বায়ুর শুষ্ক অবস্থায় আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক, 100°C উষ্ণতায় শুষ্ক বায়ুর চাপ = P mm. পারদ চাপ। 100°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পের চাপ 760 mm. পারদ চাপ হওয়ায়, সংপৃক্ত বায়ুর 100°C উষ্ণতায় মোট চাপ = (P + 760) mm. পারদ চাপ। 100°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বায়ু 200°C উষ্ণতায় অসংপৃক্ত হয়। কাজেই বায়ু ও বাষ্প উভয়েই গ্যাস সূত্র মেনে চলে। সুতরাং চার্লসের সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{P+760}{100+273}=\frac{2\times760}{200+273}$$

বা, $P = 438{\cdot}6$ mm. পারদ চাপ।

0°C উষ্ণতায় শুষ্ক বায়ুর চাপ P_0 হ'লে চার্লসের সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{438{\cdot}6}{100+273}=\frac{P_o}{273}$$

অতএব, $P_o = 321{\cdot}01$ mm. পারদ চাপ।

2. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 40 m., 20 m. ও 6 m.। 20°C উষ্ণতায় এই ঘরের আপেক্ষিক আদ্রতা 10% থেকে 60% ক'রতে কত গ্রাম জলকে বাষ্পীভূত ক'রতে হয়? 20°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব $17{\cdot}3\times10^{-6}$gm/c.c.

সমাধান ঃ 10% আপেক্ষিক আদ্রতায় ও 20°C উষ্ণতায় বাষ্পের ঘনত্ব ρ_1 হ'লে

$$\frac{\rho_1}{17.3\times10^{-6}}=0{\cdot}1$$

বা, $\rho_1 = 1{\cdot}73\times10^{-6}$ gm. / c. c.

আপেক্ষিক আদ্রতা 60% হ'লে জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব

$$\rho_2 = 6\times1{\cdot}73\times10^{-6}\text{gm/c.c.}$$

জল বাষ্পীভূত করার জন্য ঘনত্ব বৃদ্ধি, $\rho_2-\rho_1 = 5\times1{\cdot}73\times10^{-6}$gm/c.c.

ঘরের আয়তন, $V = 20\times40\times6\ m^3 = 48\times10^8\ cm^3$। কাজেই,

বাষ্পীভূত জলের ভর, $m = (\rho_2-\rho_1)\times V = 5\times1{\cdot}73\times10^{-6}\times48\times10^8$
$= 41520$ gm. $= 41{\cdot}52$ Kg.।

3. একটি নির্দিষ্ট আয়তন বিশিষ্ট পাত্রে বায়ু ও তরল বাষ্প মিশ্রিত অবস্থায় আছে। 20°C ও 40°C উষ্ণতায় এই মিশ্রণের চাপ যথাক্রমে 80 cm. ও 100 cm.। 20°C উষ্ণতায় তরলের বাষ্প চাপ 15 cm. হ'লে 40°C উষ্ণতায় চাপ কত হয়?

সমাধান ঃ 20°C উষ্ণতায় মোট চাপ = 80 cm. এবং বাষ্প চাপ = 15 cm.। কাজেই, ডাল্টনের আংশিক চাপ সূত্রানুযায়ী, 20°C উষ্ণতায় বায়ুর চাপ = 80 − 15 = 65 cm. = P_{20}। বায়ুর আয়তন ধ্রুবক থাকায় চার্লসের সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{P_{40}}{P_{20}}=\frac{273+40}{273+20}$$

অথবা, $P_{40} = 69{\cdot}4$ cm. = 40°C উষ্ণতায় বায়ুর চাপ। 40°C উষ্ণতায় মোট চাপ = 100 cm. হওয়ায় এই উষ্ণতায় বাষ্পের চাপ = 100 − 69·4 = 30·6 cm.

4. কোন একদিন বায়ুর উষ্ণতা 16·5°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 12°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = 1·046 cm পারদ চাপ এবং 16°C উষ্ণতায় ও 17°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 1·364 ও 1·442 cm. পারদ চাপ।

সমাধান : 1°C উষ্ণতা পার্থক্যের জন্য বাষ্প চাপের পরিবর্তন
= (1·442 − 1·364) = 0·078 cm.।

অনুপাতের নিয়ম অনুযায়ী 0·5°C উষ্ণতা পরিবর্তনের জন্য বাষ্প চাপের পরিবর্তন
= 0·039 cm.।

16·5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্প চাপ = 1·364 + 0·039 = 1·403 cm.।

অতএব, আপেক্ষিক আর্দ্রতা = $\dfrac{12°\text{C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্প চাপ}}{16{\cdot}5°\text{C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্প চাপ}} = \dfrac{1{\cdot}046}{1{\cdot}403}$
= 0·7457 = 74·57%।

5. বায়ুর উষ্ণতা 16·5°C হ'লে এবং শিশিরাঙ্ক 6·5°C হ'লে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

6°C	উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ	= 7·05 mm.
7°C	" " " " "	= 7·51 "
16°C	" " " " "	= 13·62 "
17°C	" " " " "	= 14·42 "

সমাধান : প্রথম দুই পাঠ থেকে শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত বাষ্প-চাপ নির্ণয় ক'রতে হয়। 1°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য সংপৃক্ত বাষ্প চাপের পরিবর্তন = (7·51 − 7·05) = 0·46 mm.

সুতরাং, অনুপাতের নিয়ম অনুযায়ী 0·5°C উষ্ণতা পরিবর্তনের জন্য বাষ্প চাপের পরিবর্তন = 0·23 mm.।

∴ 6·5°C উষ্ণতায় অর্থাৎ শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ
= 7·05 + 0·23 = 7·28 mm.।

শেষ দুই পাঠ থেকে 16·5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্প চাপ নির্ণয় ক'রতে হয়। 16°C থেকে 17°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য অর্থাৎ 1°C উষ্ণতা বাড়ার জন্য জলীয় বাষ্প চাপের পরিবর্তন = (14·42 − 13·62) = 0·8 mm.।

∴ অনুপাতের সূত্র অনুযায়ী 0·5°C উষ্ণতা পরিবর্তনের জন্য বাষ্পচাপের পরিবর্তন = 0·8 × 0·5 mm. = 0·4 mm.। কাজেই,

16·5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = 13·62 + 0·4 = 14·02 mm.।

অতএব, আপেক্ষিক আর্দ্রতা = $\dfrac{6{\cdot}5°\text{C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ}}{16{\cdot}5°\text{C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ}}$

$= \dfrac{7{\cdot}28 \text{ mm}}{14{\cdot}02 \text{ mm}} = 0{\cdot}5193 = 51{\cdot}93\ \%$।

6. আবহাওয়ার খবর অনুযায়ী কোন দিনের উষ্ণতা 68°F এবং শিশিরাঙ্ক 50°F। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত ?

20°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = 17·01 mm.
10°C ... ... = 9·21 mm.

সমাধান ঃ ফারেনহাইট পাঠকে সেন্টিগ্রেডে রূপান্তরিত ক'রলে,

$$68°F=\frac{(68-32)\times5}{9}=\frac{36\times5}{9}=20°C$$

$$50°F=\frac{(50-32)\times5}{9}=\frac{18\times5}{9}=10°C$$

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা $=\frac{9\cdot21}{17\cdot51}=0\cdot5254=52\cdot54\%$ (প্রায়)।

7. কোন আবদ্ধ স্থানে বায়ুর উষ্ণতা 15°C এবং শিশিরাঙ্ক 8°C। যদি উষ্ণতা ক'মে 10°C হয় তবে শিশিরাঙ্ক কত হয় ? 7°C ও 8°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 7·49 mm. ও 8·02 mm.।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, শিশিরাঙ্কে বায়ু সংপৃক্ত হয়। অতএব 15°C উষ্ণতায় আবদ্ধ স্থানে অসংপৃক্ত বাষ্প থাকে। আবার যেহেতু উষ্ণতা 10°C হয় এবং শিশিরাঙ্কের বেশি হয় সেইহেতু আবদ্ধ স্থান অসংপৃক্ত থাকে। অসংপৃক্ত বাষ্প গ্যাসের ন্যায় আচরণ করায় চাপ পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়।

$$\therefore \frac{15°C \text{ উষ্ণতায় চাপ}}{10°C \text{ উষ্ণতায় চাপ}}=\frac{15+273}{10+273}।$$

কিন্তু, 15°C উষ্ণতায় বাষ্প চাপ = শিশিরাঙ্কে বাষ্প চাপ
= 8°C উষ্ণতায় বাষ্প চাপ = 8·02 mm.।

$$\therefore \frac{8\cdot02}{10°C \text{ উষ্ণতায় চাপ}}=\frac{288}{283}$$

$$\therefore 10°C \text{ উষ্ণতায় চাপ}=\frac{280\times8\cdot02}{288}=7\cdot881 \text{ mm.}।$$

দেওয়া মান অনুযায়ী 1°C উষ্ণতা পরিবর্তনের জন্য চাপ পরিবর্তন $=(8\cdot02-7\cdot49)=0\cdot53$ mm.।

$\therefore$ $(8\cdot02-7\cdot881)$ বা 0·139 mm. চাপ হ্রাসে শিশিরাঙ্ক হ্রাস

$$=\frac{0\cdot139}{0\cdot53}=0\cdot2622°C.।$$

$\therefore$ নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক $=(8-0\cdot2622)=7\cdot7378°C$।

8. একটি শুষ্ক সীল করা ঘরের আয়তন 76 m³ ও উষ্ণতা 17°C। ঐ ঘরে একটি পাত্রে জল আছে। 17°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ 15 m.m. পারদ চাপের সমান। জল ইহার বাষ্পের সঙ্গে সাম্য অবস্থায় আসার আগে কি পরিমাণে বাষ্পীভূত হয় ? *(I. I. T. 1972)*

সমাধান ঃ ঘরের আয়তন $= 76\ m^3 = 76 \times 10^6\ cm^3$ ।

পরম স্কেল উষ্ণতা $= 273 + 17 = 290°A$ ।

ধরা যাক m. gm. জল বাষ্পে পরিণত হয়। জলীয় বাষ্প চাপ $P = 15$ mm. পারদ চাপ। আমরা জানি যে,

$PV = nRT$ ও $\frac{PV}{T} = \frac{Rm}{M}$; M = জলের আণবিক ওজন = 18 gm. এবং $n = \frac{m}{M}$ । অতএব,

$$\frac{1{\cdot}5 \times 13{\cdot}6 \times 980 \times 76 \times 10^6}{290} = \frac{8{\cdot}31 \times 10^7 \times m}{18}$$ ।

আবার, $m = 1135$ gm. (প্রায়)।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্প ব'লতে কি বোঝায় ? ইহাদের ধর্মগুলি লেখ এবং ইহাদের পার্থক্য বল।

What do you mean by saturated and unsaturated vapours ? Write down their properties and distinguish them.

2. পরীক্ষার সাহায্যে কিভাবে দেখানো যায় যে বাষ্পও গ্যাসের ন্যায় চাপ প্রয়োগ করে।

'স্ফুটনাঙ্কে কোন তরলের সংপৃক্ত বাষ্প চাপ ইহার উপরিস্থিত চাপের সমান হয়'—একটি সহজ পরীক্ষার সাহায্যে ইহা প্রমাণ কর।

How can you experimentally demonstrate that vapour also exerts pressure like a gas ?

'A liquid boils at a temperature when its vapour pressure equals the superincumbent pressure'—explain this by a simple experiment.

3. গ্যাস ও বাষ্পের পার্থক্য নির্ণয় কর। অক্সিজেনকে স্থায়ী গ্যাস বলা হয় কেন ?

সংপৃক্ত বাষ্প চাপ ও অসংপৃক্ত বাষ্প চাপের পার্থক্য নির্ণয় কর। ইহাদের উপর স্থির আয়তনে উষ্ণতার পরিবর্তন ও স্থির উষ্ণতায় আয়তন পরিবর্তনের ফল কি হয় ?

Distinguish between a gas and a vapour. Why is oxygen called a permanent gas ?

Distinguish between saturated and unsaturated vapour pressure. Discuss the effects of change in temperature at constant valume and change of volume at constant temperatuie on saturated and unsaturated vapours.

4. 'শিশিরাঙ্কের' সংজ্ঞা লেখ। গলনাঙ্কের ন্যায় ইহাও কি স্থির বিন্দু ? শিশিরাঙ্ক নির্ণয় করার প্রয়োজনীয়তা কি ? বায়ুর উষ্ণতা শিশিরাঙ্কের সমান হ'লে বায়ুমণ্ডলের অবস্থা কিরূপ হয় ?

কোন ঘরের উষ্ণতা বাড়ালে শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার কি পরিবর্তন হয় ? ঘরে জল ছিটালে ইহাদের কিরূপ পরিবর্তন হয় ?

Define 'dewpoint'. Is the dew point a fixed point in the sense that the melting point is ?

What is the utility of the determination of dew point ? What is the condition of the atmosphere if the temperature of the air is equal to the dew point ?

If the temperature of a room be raised, what will the effect be on dewpoint and relative humidity of the air in the room ? How do they change if water is sprayed in the room ?

5. পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা লেখ।

হাইগ্রোমিটার কাকে বলে ? রেনোর হাইগ্রোমিটার যন্ত্রের বর্ণনা দাও ও ইহার কার্যনীতি ব্যাখ্যা কর। শিশিরাঙ্ক কখনও 0°C অপেক্ষা কম হ'তে পারে ?

Define 'Absolute' and 'Relative humidity'.

What is a hygrometer ? Describe Regnault's hygrometer and explain its action ?

Is it possible for the dew point to be below 0°C ?

6. ব্যাখ্যা কর—

(i) একটি কাচ পাত্রে বরফ জল রাখলে পাত্রের গায়ে জল বিন্দু জমা হয়।

(ii) মেঘমুক্ত আকাশ শিশির জমার পক্ষে বেশি অনুকূল।

(iii) পুরীর কোন উষ্ণ দিন দিল্লীর সমান উষ্ণ দিনের তুলনায় বেশি অস্বস্তিকর হয়।

(iv) গাছের পাতা অপেক্ষা ঘাসের উপর বেশি শিশির জমে।

Explain—

(i) Water drops deposit on the outer surface of a glass vessel containing ice-cold water.

(ii) Cloudless nights are better than cloudy nights for dew to deposit.

(iii) A hot day in Puri is much more uncomfortable than a similar hot day in Delhi.

(iv) Dew is formed more on the blades of grass than on the leaves of trees.

7. পরম আর্দ্রতা এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা—ইহার মধ্যে কোনটি আবহাওয়া পূর্বাভাসে প্রয়োজন হয় ? [*H. S.* (new) *1980*]

8. ঘরে কিছু জল ছিটিয়ে দিলে উহা (i) শিশিরাঙ্ক এবং (ii) আপেক্ষিক আর্দ্রতার কি পরিবর্তন ক'রবে ? [*H. S.* (new) *1979*]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. বায়ু উষ্ণতা 25°C এবং শিশিরাঙ্ক 15°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত ? 25°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্প চাপ 3200 newton/m² এবং 15°C উষ্ণতায় 1700 newton/m²।

If the air temperature is 25°C and the dewpoint is 15°C, what is the relative humidity ? S. V. P. at 25°C = 3200 newton/m², at 15°C = 1700 newton/m². [53%]

2. কোন একদিন বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100%। ঘরের উষ্ণতা 25°C হ'লে শিশিরাঙ্ক কত ?

On a certain day the relative humidity is 100%. If the room temperature is 25°C, what is the dew point ? [25°C]

3. কোন এক স্থানে প্রতি ঘনমিটারে 10 gm. জলীয় বাষ্প আছে। যদি প্রতি ঘনমিটারে সম্পৃক্ততার জন্য 40 gm. জলীয় বাষ্প লাগে তাহ'লে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত?

A given space contains 10 gm. of water vapour per cubic metre. If the water vapour required for saturation is 40 gm. per cubic metre, what is the relative humidity? [25%]

4. 20°C উষ্ণতায় বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 52%। শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ নির্ণয় কর। 20°C উষ্ণতায় জলের S. V. P.=17·5 mm. পারদ চাপ।

Calculate S.V.P. at the dew point when the relative humidity of air at 20°C is 52%. The S. V. P. of water at 20°C is 17·5 mm. of *Hg*. [9·1 mm. পারদ চাপ]

5. একটি নলে ক্যালসিয়াম ক্লোরাইড নিয়ে ইহাতে কোন ঘরের বায়ুর 1 লিটার পাঠালে ক্যালসিয়াম ক্লোরাইডের ওজন 1·2 gm. বৃদ্ধি পায়। এক লিটার বায়ুকে প্রথমে জলের মধ্যে পাঠিয়ে তারপর ঐ নলে পাঠালে ক্যালসিয়াম ক্লোরাইডের ওজন 2·4 gm. বৃদ্ধি পায়। ঘরের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতার শতকরা হিসেবে নির্ণয় কর।

One litre of air in a room is passed through a tube of calcium chloride and the weight of the solid increases by 1·2 gm. One litre of air is first bubbled through a tube of calcium chloride. This time the increase in weight is 2·4. Calculate the percentage of relative humidity of air in the room. [50%]

6. গরমের দিনে কোন ঘরের উষ্ণতা 30°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% হ'লে ঐ ঘরের বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ কত? 30°C উষ্ণতায় জলের সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 4220 newton/m^2।

What is the pressure of water vapour in the air on a hot day when temperature is 30°C and the relative humidity is 60%? Pressure of saturated water vapour at 30°C is 4220 newton/m^2. [2530 newton/m^2]

7. 100°C উষ্ণতায় 2 gm. জলীয় বাষ্প 10°C উষ্ণতায় 55 gm. জলে পাঠালে মিশ্রণের উষ্ণতা 30°C হয়। ঐ জল 50 gm. ওজনের একটি তামার ক্যালোরিমিটারে আছে। জলের বাষ্পীভবনের লীন তাপ নির্ণয় কর। তামার আপেক্ষিক তাপ 0·1। [*Jt. Entrance 1972*] [530 cal/gm.]

8. কোন দিনের উষ্ণতা 20°C ও বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%; উষ্ণতা 5°C হ'লে জলীয় বাষ্পের কত ভগ্নাংশ জলে পরিণত হয় নির্ণয় কর। 20°C ও 5°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পের সংপৃক্ত চাপ যথাক্রমে 17·5 mm. ও 6·5 mm. পারদ চাপ। [*Jt. Entrance 1976*] [0·31]

9. 30°C উষ্ণতা ও 90% আপেক্ষিক আর্দ্রতার বায়ু হিমকারক যন্ত্রে প্রবেশ করিয়ে উষ্ণতা 20°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% কমানো হ'ল। এক ঘনমিটার বায়ু থেকে হিমকারক যন্ত্র কত গ্রাম জল অপসারণ করে? বায়ুর আয়তন পরিবর্তন অগ্রাহ্য কর। 30°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব 30 gm./m2 ও 29°C উষ্ণতায় 17 gm./m^2। [*Jt. Entrance 1972*] [18·5 gm.]

10. কোন একদিন বায়ুর উষ্ণতা 16·5°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% ব'লতে কি বোঝায়? 12°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পের চাপ 7·046 cm, 16°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পের চাপ 1·364 cm. এবং 17°C উষ্ণতায় জলীয় বাষ্পের চাপ 1·442 cm.।

11. শিশির, মেঘ, কুয়াশা ও কুহেলিকা কিরূপে উৎপন্ন হয়?

দুই ঘরের উষ্ণতা 22°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা এক ঘরে 60% এবং অন্য ঘরে 80%। কোন্ ঘর বেশি আরামদায়ক হয়?

শিশিরাঙ্ক 15°C এবং বায়ুর উষ্ণতা 30°C। 15°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ 12·78 mm.। বায়ুতে বাষ্পের চাপ নির্ণয় কর। [12·78 mm.]

12. কোন একদিন বায়ুর উষ্ণতা 20°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। ঐদিন বায়ুর উষ্ণতা হঠাৎ 5°C হ'য়ে গেলে বায়ুর জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হয়? 20°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ=17·5 mm., 5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ=6·5 mm.। [38·1%]

অষ্টম পরিচ্ছেদ

তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক
MECHANICAL EQUIVALENT OF HEAT

8.1. তাপ সম্পর্কে প্রাচীন মতবাদ (Earlier concept about heat) ঃ

ষষ্ঠদশ শতক থেকে বিজ্ঞানীদের ধারণা ছিল যে, ক্যালরিক (caloric) নামে এক প্রকার অতি হাল্কা ধরনের প্রবাহী আছে। পদার্থের মধ্যে এই প্রবাহী প্রবেশ ক'রলে ইহার উষ্ণতা বাড়ে এবং সংগে সংগে আয়তনও বাড়ে, কিন্তু পদার্থের ভর বিশেষ বাড়ে না। আবার কোন পদার্থ থেকে ক্যালরিক নির্গত হ'লে ইহার উষ্ণতা কমে, আয়তনও কিছু কমে এবং ভরও অতি সামান্য কমে। তাপের স্বরূপ সম্পর্কিত এই তত্ত্বের নাম দেওয়া হয় **ক্যালরিক তত্ত্ব** (*caloric theory*)। কিন্তু এই ক্যালরিক তত্ত্ব সব ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না। যেমন জল জমে বরফ হ'লে জল থেকে তাপ নির্গত হয়। কাজেই, সেক্ষেত্রে এই মতবাদ অনুযায়ী বরফের আয়তন জলের চেয়ে কম হওয়া উচিত। কিন্তু বরফের আয়তন জলের চেয়ে বেশি হয়। তাছাড়া ক্যালরিক তত্ত্ব লীনতাপের ব্যাখ্যা দিতে পারে না।

8.2. তাপ সম্পর্কে পরবর্তী গবেষণা (Later discovery about heat) ঃ

1762 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী ব্ল্যাক 1 মিলিগ্রাম পর্যন্ত ভর মাপা যায় এরূপ একটি তুলাযন্ত্র উদ্ভাবন করেন। তিনি একটি অত্যুষ্ণ লোহার পেরেককে ঐ যন্ত্রে ওজন ক'রে তুলাপাত্রের উপর রাখেন এবং লক্ষ্য করেন যে পেরেক ঠাণ্ডা হ'লেও ইহার ভরের কোন পরিবর্তন হয় না। তিনি লীন তাপও আবিষ্কার করেন। এই সব পরীক্ষা নিরীক্ষা থেকে তাঁর ক্যালরিক তত্ত্বে আস্থা ক'মে যায়।

রামফোর্ডের পরীক্ষা (Rumford's experiment) ঃ

1798 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী কাউন্ট রামফোর্ড লক্ষ্য করেন যে, একটি কামানের ব্যারেল (barrel) ছিদ্র করার সময় ঐ ব্যারেলে এবং ছিদ্রকারী যন্ত্রে প্রচুর তাপ উৎপন্ন হয়। তিনি আরও লক্ষ্য করেন যে, ছিদ্রকারী যন্ত্র যত ভোঁতা হয় ছিদ্র করার সময় তত বেশি তাপ উৎপন্ন হয়। এই তাপ কোথা থেকে আসে ? ক্যালরিক তত্ত্বানুযায়ী ছিদ্রকারী যন্ত্র এই তাপ ব্যারেল থেকে বের ক'রে দেয়। কিন্তু রামফোর্ড বলেন যে, ছিদ্র করার সময় যে অল্প পরিমাণ ধাতুর গুঁড়ো পাওয়া যায় তাতে এত বেশি তাপ থাকা সম্ভব নয়। তখন বলা হয় যে, চারপাশের বায়ু এই ক্যালরিক সরবরাহ করে। ইহা পরীক্ষা ক'রে দেখার জন্য রামফোর্ড জলের মধ্যে ব্যারেলকে ছিদ্র করার ব্যবস্থা করেন এবং লক্ষ্য করেন যে, কয়েক ঘণ্টা ছিদ্র ক'রলে জল ফুটতে শুরু করে। এক্ষেত্রে জল কখনই ক্যালরিক সরবরাহ করে না, কারণ জলই ক্যালরিক গ্রহণ ক'রে। এই সব পরীক্ষা থেকে রামফোর্ড সিদ্ধান্তে

আসেন যে, ক্যালরিক মতবাদ গ্রহণ যোগ্য নয়। তিনি এই অভিমত প্রকাশ করেন যে, **তাপ কোন পদার্থ নয়—ইহার সহিত গতির বিশেষ সম্পর্ক আছে।**

ডেভীর পরীক্ষা (Davy's experiment) ঃ

1799 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী ডেভী বায়ুশূন্য পাত্রে $-2^\circ C$ উষ্ণতায় দুই খণ্ড বরফকে ঘ'ষে দেখান যে বরফ গ'লে যায়। বরফ গলনের জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ কোথা থেকে আসে ? ডেভী বলেন যে, ঘর্ষণের জন্য এই তাপ উৎপন্ন হয়। রামফোর্ডের পরীক্ষা এবং তাঁর নিজের পরীক্ষার ফলাফল অনুযায়ী ডেভী এই সিদ্ধান্তে আসেন যে, ঘর্ষণের দরুন বস্তুর কণাগুলির কম্পন বৃদ্ধি পায়। তাই বস্তুতে তাপ উৎপন্ন হয়।

কিন্তু রামফোর্ড এবং ডেভীর এই সব সিদ্ধান্ত সত্ত্বেও বিজ্ঞানীরা ক্যালরিক তত্ত্ব বর্জন ক'রে তাপকে শক্তি হিসেবে আরও চল্লিশ বছর স্বীকার করেন নি।

জেমস্ ওয়াটের পরীক্ষা ঃ

বিজ্ঞানী ব্ল্যাকের ছাত্র জেমস্ ওয়াট 1769 খ্রীষ্টাব্দে স্টীম এঞ্জিন আবিষ্কার ক'রে দেখান যে, তাপশক্তি অনবরত কার্য সম্পন্ন ক'রতে পারে এবং কার্য সম্পন্ন করার দরুন স্টীমের উষ্ণতা ক'মে যায়। স্টীমের চাপ দেওয়ার ক্ষমতা ইহার অণু-পরমাণুর উপর নির্ভর করে। এই আবিষ্কারে অনুপ্রাণিত হ'য়ে বিজ্ঞানী স্যাডি ১৪24 সালে প্রথম তাত্ত্বিকভাবে প্রমাণ করেন যে, তাপশক্তি অণু-পরমাণুর গতিশক্তির উপর নির্ভর করে। 1844 খ্রীষ্টাব্দে লর্ড কেলভিন নিঃসংশয়ে প্রমাণ করেন যে, অণু-পরমাণুর গতিশক্তির জন্যই তাপ উৎপন্ন হয়।

8.3. তাপ সম্পর্কে বর্তমান মতবাদ (Modern concept of heat) ঃ

পদার্থের অণুগুলি স্থির অবস্থায় থাকে না, ইহারা সর্বদাই গতিশীল। কাজেই, ইহাদের গতিশক্তি আছে। **পদার্থের অণুগুলির এই গতিশক্তিই ইহার তাপশক্তির পরিমাপ।** অণুগুলির গতিশক্তি বাড়লে পদার্থের উষ্ণতা বাড়ে, আর গতিশক্তি কমলে পদার্থের উষ্ণতা কমে। এই মতবাদ অনুযায়ী তাপ সম্পর্কিত বিভিন্ন ঘটনা সহজে ব্যাখ্যা করা যায়। যেমন—

(i) **বাষ্পায়ন ঃ** বাষ্পায়নের সময় তরলের উষ্ণতা কমে। কেননা তরল বাষ্পীভুত হ'লে বেশি গতিশক্তির অণুগুলি তরল থেকে বেরিয়ে যায়। কিন্তু কম গতিশক্তির অণুগুলি তরলের অন্যান্য অণুর সংসক্তি (cohesion) বলের প্রভাব থেকে মুক্ত হ'তে পারে না। কাজেই তারা তরলে থেকে যায়। অধিক গতিশক্তির অণুগুলি তরল থেকে বেরিয়ে যাওয়ায় তরলের অণুগুলির মোট গতিশক্তি ক'মে যায়। তাই তরল বাষ্পীভুত হ'লে ইহার উষ্ণতা ক'মে যায়।

(ii) **গ্যাসের চাপ :** দেখা যায় যে, কোন গ্যাসকে গরম ক'রলে ইহা বেশি চাপ দেয়। বেশি চাপ দেওয়ার অর্থ গ্যাসের অণুগুলি বেশি জোরে দেওয়ালে ধাক্কা দেয়। অর্থাৎ গ্যাস উত্তপ্ত হ'লে ইহার অণুগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়।

কাজেই বোঝা যায় যে, পদার্থের অণুগুলির গতিশক্তিই ইহার তাপশক্তি।

8.4. তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক (Mechanical equivalent of heat) :

কাজ ও তাপের সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য 1842 খ্রীষ্টাব্দ থেকে 1848 খ্রীষ্টাব্দ পর্যন্ত নানা পরীক্ষা-নিরীক্ষার পর জুল দেখান যে, **যে-কোন প্রকার কার্যের দরুন উৎপন্ন তাপ কৃত কার্যের সমানুপাতিক হয়।** অর্থাৎ সোজা কথায় নির্দিষ্ট মানের কাজ থেকে নির্দিষ্ট মানের তাপ পাওয়া যায়। এই বক্তব্যটিকে একটি সূত্রের আকারে প্রকাশ করা হয়। **এই সূত্রকে জুলের সূত্র বলে।**

"যখন কার্য তাপে রূপান্তরিত হয় বা তাপ কার্যে রূপান্তরিত হয় তখন একটি অপরটির সমতুল্য হয়।" (*When work is transformed into heat or heat into work, the quantity of work is mechanically equivalent to the quantity of heat*)

যদি W পরিমাণ কার্য H পরিমাণ তাপে রূপান্তরিত হয় তা'হলে $W \propto H$। অথবা, $W = JH$, J একটি ধ্রুবরাশি। এই ধ্রুবরাশি J কে বলা হয় তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক বা জুল তুল্যাংক। উপরের সমীকরণে $H = 1$ হ'লে $W = J$। অতএব, **এক একক তাপ উৎপন্ন ক'রতে যে পরিমাণ কাজকে তাপে রূপান্তরিত ক'রতে হয় তাকেই যান্ত্রিক তুল্যাংক বা জুল তুল্যাঙ্ক বলে।**

8.5. বিভিন্ন এককে যান্ত্রিক তুল্যাঙ্কের মান (Value of mechanical equivalent of heat in different systems of units) :

(1) **সি. জি. এস. পদ্ধতি**—যখন তাপ ক্যালরিতে এবং কাজ আর্গে প্রকাশিত হয় তখন জুলতুল্যাঙ্কের মান হয় $4{\cdot}2 \times 10^7$ erg/cal. অর্থাৎ $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ erg/calorie। যেহেতু 1 জুল $= 10^7$ erg, অতএব $J = 4{\cdot}2$ Joule/calorie। **$J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ erg/calorie কথার অর্থ, এক ক্যালরি তাপ উৎপন্ন ক'রতে $4{\cdot}2 \times 10^7$ erg কার্যকে তাপে রূপান্তরিত ক'রতে হয়।**

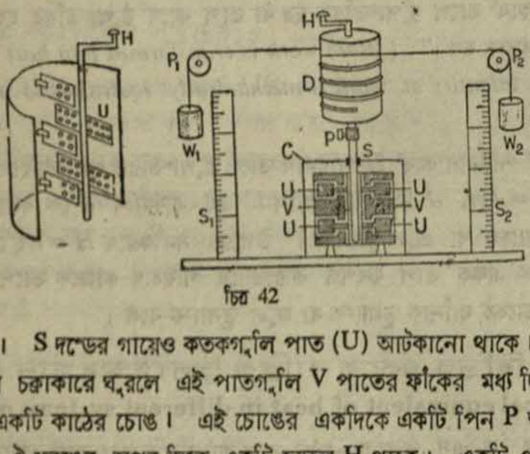
(2) **এফ. পি. এস. পদ্ধতি**—যখন তাপ ব্রিটিশ থার্মাল এককে এবং কাজ ফুট-পাউন্ড এককে প্রকাশিত হয় তখন J-এর মান হয় 778 ft. lb./B. Th. U.। এই কথার অর্থ এক B. Th. U তাপ উৎপন্ন ক'রতে 778 ft. lb. কার্যকে তাপে রূপান্তরিত ক'রতে হয়। আধুনিক উন্নত ধরনের পরীক্ষা থেকে জুল তুল্যাঙ্কের মান পাওয়া যায় $4{\cdot}184 \times 10^7$ erg/cal. অর্থাৎ এক ক্যালরি তাপ উৎপন্ন ক'রতে $4{\cdot}184 \times 10^7$ আর্গ কাজ ক'রতে হয়।

8.6. জুল তুল্যাঙ্ক নির্ণয় (Determination of Joule's equivalent) ঃ

জুল পরীক্ষা ক'রে দেখান যে, কাজ ও উৎপন্ন তাপের অনুপাত সর্বদা ধ্রুবক হয়। নীচে জুলের পরীক্ষা বর্ণনা করা হ'ল।

এই পরীক্ষায় ক্যালরিমিটারের জলে যান্ত্রিক শক্তির সাহায্যে আবর্তন সৃষ্টি করা হয়। এই আবর্তনকে বাধা দিয়ে তাপ উৎপন্ন করা হয় এবং এই তাপের পরিমাণ ক্যালরিমিতির নীতি অনুযায়ী নির্ণয় করা হয়।

যন্ত্র বর্ণনা (*Description of apparatus*)—একটি ক্যালরিমিটারের (C) দেওয়ালে কয়েক জোড়া ধাতব পাত (V) শক্ত ক'রে আটকানো হয় (চিত্র 42)। ক্যালরিমিটারে কিছু জল নিয়ে ইহার মুখ ঢাকনা দিয়ে বন্ধ করা হয়। S একটি ধাতব দণ্ড। এই দণ্ড ঢাকনার ছিদ্র দিয়ে খাড়া ভাবে ক্যালরিমিটারের অক্ষ বরাবর ইহার ভূমির উপর



চিত্র 42

দাঁড়িয়ে থাকে। S দণ্ডের গায়েও কতকগুলি পাত (U) আটকানো থাকে। এই দণ্ড খাড়া অবস্থায় চক্রাকারে ঘুরলে এই পাতগুলি V পাতের ফাঁকের মধ্য দিয়ে ঘুরতে পারে। D একটি কাঠের চোঙ। এই চোঙের একদিকে একটি পিন P দ্বারা S দণ্ড আটকানো। ঐ চোঙের অপর দিকে একটি হাতল H থাকে। একটি থার্মোমিটার দ্বারা ক্যালরিমিটারের জলের উষ্ণতা দেখা হয়।

W_1 ও W_2 দুই সমান ওজনের ভারিবস্তু। এই বস্তু দ্বয় সুতোর সাহায্যে P_1 ও P_2 ঘর্ষণহীন কপিকলের উপর দিয়ে D চোঙের সঙ্গে যুক্ত থাকে। D চোঙের H হাতল ঘুরিয়ে দুগাছা সুতোকে একই দিকে জড়ালে W_1 ও W_2 উপরে আসে এবং ছেড়ে দিলে খাড়াভাবে নীচে নেমে যায়। W_1 ও W_2 এর পাশে S_1 ও S_2 স্কেল থাকে।

কার্য প্রণালী (*Procedure*) ঃ (I) ক্যালরিমিটারের (C) জলসম নির্ণয় ক'রে ইহাতে জল নিয়ে ওজন করা হয়। থার্মোমিটার দ্বারা জলের প্রাথমিক উষ্ণতা দেখা হয়।

(2) P পিনকে আলগা ক'রে D চোঙের H হাতল ঘুরিয়ে W_1, W_2 কে উপরে তোলা হয়। P পিন আলগা থাকায় এই সময়ে S দণ্ড ঘোরে না।

(3) এবার P পিনকে শক্ত ক'রে লাগিয়ে H হাতল ছেড়ে দেওয়া হয়। এই অবস্থায় নিজের ভারে W_1, W_2 নীচে নামে এবং S দণ্ডের U পাতগুলি ঘুরে গিয়ে জলে আবর্তন সৃষ্টি করে। ক্যালরিমিটারের দেওয়ালে আটকানো V পাতগুলি জলের এই আবর্তনকে বাধা দেয়। ইহাতে জলের গতিশক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হ'য়ে জলের উষ্ণতা বাড়ায়।

(4) এই ভাবে (2) ও (3) নং কার্যক্রমের কয়েকবার পুনরাবৃত্তি করা হয় যাতে জলের উষ্ণতা 4°C থেকে 6°C বৃদ্ধি পায়।

(5) W_1, W_2 বস্তু যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা S_1 ও S_2 স্কেল থেকে জানা যায়। বস্তুদ্বয় ভূমিস্পর্শ করার আগে ইহাদের বেগ নির্ণয় করা হয়।

(6) পরীক্ষা শেষে জলের চূড়ান্ত উষ্ণতার পাঠ থার্মোমিটার দ্বারা দেখা হয়।

গণনা (*Calculation*) :

ধরা যাক ক্যালরিমিটারের জল সম $= w$ gm.

ক্যালরিমিটারে জলের ভর $= m$ gm.

জলের প্রাথমিক উষ্ণতা $= \theta_1$°C

জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= \theta_2$°C

পতনশীলবস্তু দ্বয়ের প্রত্যেকের ভর $= M$ gm.

বস্তু দ্বয় দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব $= h$ cm.

বস্তু দ্বয়ের পতনের মোট সংখ্যা $= n$

নীচের প্রান্তে পে'ছাবার আগে বস্তুর বেগ $= v$ cm/sec.

অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$ cm/sec²

মোট উৎপন্ন তাপ $= (w+m)(\theta_2-\theta_1)$।

পড়ার আগে যে কোন একটি বস্তুর মোট স্থিতি শক্তি $= Mgh$ erg.

ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার আগে ঐ বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}Mv^2$ erg.

∴ কোন একটি বস্তু দ্বারা মোট কৃত কার্য $= (Mgh - \frac{1}{2}Mv^2)$ erg.

∴ বস্তু দ্বয়ের n সংখ্যকবার পতনের জন্য মোট কার্য $W = 2n(Mgh - \frac{1}{2}Mv^2)$

∴ যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক $J = \frac{W}{H} = \frac{2Mn(gh - \frac{1}{2}v^2)}{(w+m)(\theta_2 - \theta_1)}$ erg/calorie।

পরীক্ষায় ত্রুটি (*Errors in the experiment*) :

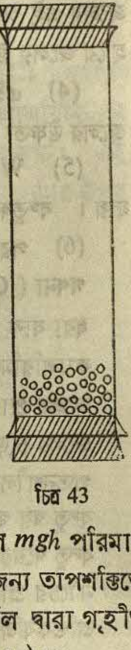
(i) পুলির ঘর্ষণের জন্য, শব্দ এবং অন্যান্য যান্ত্রিক কম্পনের জন্য কিছু পরিমাণ তাপশক্তির ক্ষয় হয়।

(ii) বিভিন্ন উষ্ণতায় জলের আপেক্ষিক তাপের পরিবর্তন হয়।

(iii) পরিবহন ও পরিচলনের জন্য শক্তি ক্ষয় হ'তে পারে। বিকিরণের জন্য তাপ ক্ষয় সংশোধন ক'রতে হয়।

8.7. পতনশীল সীসার গুলির পরীক্ষা (Falling lead shot experiment) ঃ

অপরিবাহী পদার্থের তৈরী প্রায় এক মিটার লম্বা এবং মাঝামাঝি প্রস্থচ্ছেদের একটি দুই মুখ খোলা নল নেওয়া হয় (চিত্র 43)। এবার নলের মধ্যে বেশ কতকগুলি সীসারগুলি নিয়ে নলের দুই মুখ কর্কের ছিপি দ্বারা বন্ধ করা হয়। নলকে উল্টিয়ে ধ'রলে সীসার গুলি অভিকর্ষজ বলের ক্রিয়ায় নীচের দিকে পড়ে। কাজেই সীসার গুলি গতিশক্তি লাভ ক'রে। কর্কের ছিপিতে বাধা পাওয়ার জন্য সীসার গুলির গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। বেশ কয়েকবার নলকে উল্টালে সীসার গুলির উষ্ণতা বৃদ্ধি পরিমাপযোগ্য হয়। এই উষ্ণতা বৃদ্ধি মেপে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়—



চিত্র 43

ধরা যাক্, পতনশীল সীসার গুলির মোট ভর $= m$ gm

ইহাদের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_1$°C

ইহাদের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t_2$°C

সীসার আপেক্ষিক তাপ $= s$

সীসার গুলি যে উচ্চতা থেকে পড়ে বা নলের দুই প্রান্তের দূরত্ব $= h$

নলকে উল্টানোর সংখ্যা $= n$

সীসার গুলি একবার নলের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে প'ড়লে mgh পরিমাণ যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। কাজেই, n বার পড়ার জন্য তাপশক্তিতে রূপান্তরিত যান্ত্রিক শক্তির মান $W = n\,mgh$। আবার সীসার গুলি দ্বারা গৃহীত তাপ $H =$ ইহাদের ভর $\times$ আপেক্ষিক তাপ $\times$ উষ্ণতা বৃদ্ধি $= ms\,(t_2 - t_1)$।।

আমরা জানি যে, $W = JH$।

$$\text{কাজেই,}\quad J = \frac{W}{H} = \frac{n\,mgh}{ms\,(t_2 - t_1)} = \frac{n\,gh}{s\,(t_2 - t_1)}$$

এই সমীকরণের ডানদিকের সব রাশির মান জানা থাকায় J এর মান সহজেই পাওয়া যায়।

পরীক্ষায় ত্রুটি (*Errors in the experiment*) ঃ

(i) প্রত্যেক বার পড়ার সময় কিছুটা যান্ত্রিক শক্তি শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

(ii) পরিবহন, পরিচলন ও বিকিরণের জন্য উৎপন্ন তাপ শক্তির কিছুটা অপচয়িত হয়।

(iii) উৎপন্ন তাপ শক্তির কিছটা কর্কের ছিপি দ্বারা শোষিত হয়।

এই সব কারণের জন্য এই পদ্ধতিতে প্রাপ্ত J-এর মান সঠিক হয় না।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 13 Kg ওজনের দুটি ভার 160 cm. উচ্চতা থেকে 20 বার নীচে পড়ে। কৃত কার্য দ্বারা উৎপন্ন তাপ 6000 gm. জলের উষ্ণতা 0·3°C বাড়ায়। ক্যালরিমিটারের জলসম 300 gm.। তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক নির্ণয় কর। সমগ্র কার্য ক্যালরিমিটারে জলকে উত্তপ্ত ক'রতে ব্যয় হয় ধ'রে নাও।

সমাধান ঃ ভার দ্বয়ের n সংখ্যকবার পড়ার জন্য কৃত কার্যের পরিমাণ

$$W = 2Mghn\,;$$

$M = 13$ Kg. $= 13{,}000$ gm., $h = 160$ cm., $n = 20$, $g = 980$ cm/sec^2।

অতএব, $W = 2 \times 13000 \times 980 \times 160 \times 20 = 8153{\cdot}6 \times 10^7$ erg।

উদ্ভূত তাপ $H = (6000 + 300) \times 0{\cdot}3 = 1890$ cal.

$$\therefore\ J = \frac{\text{কৃত কার্য}}{\text{উদ্ভূত তাপ}} = \frac{W}{H} = \frac{8153{\cdot}6 \times 10^7}{1890} = 4{\cdot}314 \times 10^7 \text{ erg/cal.}$$

2. কোন ট্রেনের ভর 778 ton। ব্রেকের সাহায্যে এই ট্রেনের বেগ 60 mile/hour থেকে 30 mile/hour করা হয়। ব্রেকের ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কৃত কার্য সম্পূর্ণরূপে তাপে পরিণত হ'লে কত তাপ উৎপন্ন হয়? তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক $= 778$ ft-lb/B. Th. U.।

সমাধান ঃ ট্রেনের ভর $= 778$ ton. $= 778 \times 2240$ lb.

ট্রেনের প্রাথমিক বেগ $= 60$ mile/hour $= 88$ ft./sec.

ট্রেনের চূড়ান্ত বেগ $= 30$ mile/hour $= 44$ ft./sec.

ট্রেনের প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times 778 \times 2240 \times 88^2$ ft.-poundal.

ট্রেনের চূড়ান্ত গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times 778 \times 2240 \times 44^2$ ft.-poundal.

$\therefore$ ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কৃত কার্য = গতিশক্তির হ্রাস

$$= \frac{1}{2} \times 778 \times 2240 \times (88^2 - 44^2) \text{ ft.-poundal.}$$

$$= \frac{778 \times 2240 \times 44 \times 132}{2 \times 32} \text{ ft.-lb.}$$

$$\therefore\ \text{উৎপন্ন তাপ} = \frac{778 \times 2240 \times 44 \times 132}{2 \times 32 \times 778} = 203280 \text{ lb. } {}^\circ F \text{ unit}$$

3. একখণ্ড বরফ কত উচ্চতা থেকে প'ড়লে ইহা সম্পূর্ণ রূপে গ'লে যায়। ধ'রে নাও যে 50% শক্তি বরফকে উত্তপ্ত করে।

সমাধান ঃ ধরা যাক, m gm বরফ h উচ্চতা থেকে পড়ে। তাহ'লে বরফকে উত্তপ্ত করে $W = \frac{1}{2}mgh$ পরিমাণ শক্তি। m gm. বরফকে গলাতে প্রয়োজনীয় তাপ শক্তি $H = 80m$ cal। আমরা জানি যে,

$$W = JH\,; \qquad \therefore\ \tfrac{1}{2}mgh = J \times 80m$$

আবার, $\frac{1}{2} \times 980 \times h = 4{\cdot}2 \times 10^7 \times 80$

অথবা, $h = 6{\cdot}8 \times 10^6$ cm.

4. 0°C উষ্ণতার এক খণ্ড বরফ কত বেগে 0°C উষ্ণতার দেওয়ালে আঘাত ক'রলে সম্পূর্ণরূপে গ'লে যায় ?

সমাধান ঃ বরফের ভর m gm ও বেগ v হ'লে ইহার গতিশক্তি $W=\frac{1}{2}mv^2$ । m gm বরফকে গলাতে প্রয়োজনীয় তাপশক্তি, $H=80m$ cal. । আমরা জানি যে, $W=JH$

অতএব, $\frac{1}{2}mv^2=4{\cdot}2\times10^7\times80m$ অথবা, $v=8{\cdot}2\times10^4$ cm/sec.

5. 0°C উষ্ণতার 1 gm. জলকে বাষ্পে পরিণত ক'রলে বায়ুমণ্ডলের বিরুদ্ধে কৃত কার্য ক্যালরিতে নির্ণয় কর ।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, 76 cm. পারদ চাপে জল 100°C উষ্ণতায় বাষ্পে পরিণত হয় ।

$\therefore$ ঐ সময়ে চাপ $=76\times13{\cdot}6\times981$ dyne/cm² । 1 gm. জল 100°C উষ্ণতার বাষ্পে পরিণত হ'লে ইহার আয়তন 1672 c.c. বাড়ে । কাজেই নির্ণেয় কার্য $=76\times13{\cdot}6\times981\times1672$ erg.

$$=\frac{76\times13{\cdot}6\times981\times1672}{4{\cdot}2\times10^7}=40{\cdot}37\text{ cal.}$$

6. অপরিবাহী নলের মধ্যে 800 gm সীসার গুলি নিয়ে নলের দুই মুখ বন্ধ করা হয় । নলের দৈর্ঘ্য 1 metre । ইহাকে উল্লম্বভাবে ধরা হয় । নলকে হঠাৎ উল্টালে সীসার গুলি একপ্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে আসে । এইভাবে নলকে 50 বার উল্টানোর পর সীসার গুলির উষ্ণতা 3·89°C বাড়ে । উৎপন্ন তাপ শুধু মাত্র সীসার উষ্ণতা বাড়ায় । তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্কের মান নির্ণয় কর । সীসার আপেক্ষিক তাপ = 0·03 । [*H. S.* (New) *1978*]

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $J=\frac{ngh}{s(t_2-t_1)}$ ।

এক্ষেত্রে, $n=50$, $g=980$ cm/sec², $s=0{\cdot}03$, $h=1$ metre $=100$ cm. এবং $t_2-t_1=3{\cdot}89$°C

অতএব, $J=\frac{50\times980\times100}{0{\cdot}03\times3{\cdot}89}=4{\cdot}2\times10^7$ erg/cal. ।

7. একটি সীসার গুলি কোন প্লেটের উপর 300 metre/sec. বেগে আঘাত করে এবং স্থির অবস্থায় আসে । যদি উৎপন্ন তাপ বুলেট ও প্লেটের মধ্যে সমান ভাবে বণ্টিত হয় তাহ'লে বুলেটের উষ্ণতা কত বাড়ে ? [*I. I. T. 1974*]

সমাধান ঃ ধরা যাক বুলেটের ভর $=m$ gm. । ইহার গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times m\times(3\times10^4)^2$ erg । প্লেটকে আঘাত করার পড়ে এই শক্তির অর্ধেক বুলেটে থাকে । বুলেট দ্বারা গৃহীত তাপ $=\frac{1}{4}\times m\times\frac{(3\times10^4)^2}{4{\cdot}2\times10^7}$ cal. । উষ্ণতা বৃদ্ধি θ হ'লে $ms\,\theta=m\times0{\cdot}03\times\theta=\frac{m\times9\times10^8}{4\times4{\cdot}2\times10^7}$ ।

অথবা, $\theta=\frac{9\times10^8}{4\times4{\cdot}2\times10^7\times0{\cdot}03}=178{\cdot}6$°C ।

8. নাইগ্রা জলপ্রপাতে জল 200 m. উঁচু স্থান থেকে পড়ে। যদি জলের সমগ্র গতিশক্তি জলপ্রপাতের নীচে জলকে উত্তপ্ত করে তাহ'লে নীচের জলের উষ্ণতা উপরের জলের তুলনায় কত বেশি হয় ?

সমাধান : m gm জল প'ড়লে ইহার গতিশক্তি = স্থিতিশক্তির হ্রাস $= m \times 980 \times 200 \times 100$ erg।

অতএব, গতিশক্তির জন্য উৎপন্ন তাপ $= \dfrac{m \times 980 \times 200 \times 100}{4{\cdot}2 \times 10^7}$।

জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি t হ'লে, $m \times t = \dfrac{m \times 980 \times 200 \times 100}{4{\cdot}2 \times 10^7}$; $t = 0{\cdot}467°C$।

9. প্রতি সেকেন্ডে 200 metre বেগে ছুটন্ত সীসার গুলি প্রতিবন্ধকে বাধা পেয়ে স্থির অবস্থায় আসে। গতিশক্তির 80% তাপে রূপান্তরিত হয় ধ'রে নিলে আঘাতের পর গুলির উষ্ণতা কত বাড়ে ?

(সীসার আঃ তাঃ $= 0{\cdot}03$ এবং $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ erg/cal.)

সমাধান : ধরা যাক্, গুলির উষ্ণতা $t°C$ বাড়ে। যখন গুলি আঘাত করে তখন ইহার গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(200 \times 100)^2 = 2m \times 10^8$ erg, গুলির ভর m এবং $v = 200 \times 100$ cm/sec.।

80% গতিশক্তি তাপে রূপান্তরিত হওয়ায়, $2m \times 10^8 \times \frac{80}{100} = 16m \times 10^7$ erg তাপে রূপান্তরিত হয়।

কাজেই, উৎপন্ন তাপ $= \dfrac{16m \times 10^7}{4{\cdot}2 \times 10^7} = \dfrac{16m}{4{\cdot}2}$ cal.

$$\therefore \quad \frac{16m}{4{\cdot}2} = m \times 0{\cdot}03 \times t, \text{ বা, } t = \frac{16}{4{\cdot}2 \times 0{\cdot}03} = 127°C \text{ (প্রায়)।}$$

10. 50°C উষ্ণতায় ধাবমান একটি সীসার গুলি প্রতিবন্ধকে বাধা পেয়ে স্থির অবস্থায় এলে যে তাপ উৎপন্ন হয় তাতে গুলিটি গ'লে যায়। গুলির বেগ কত ? সীসার আপেক্ষিক তাপ $= 0{\cdot}031$; সীসার গলনাঙ্ক $= 335°C$; সীসার গলনের লীন তাপ $= 5{\cdot}37$ cal/gm. এবং $J = 4{\cdot}18 \times 10^7$ erg/cal.।

সমাধান : ধরা যাক্, গুলির ভর $= m$ gm এবং গুলির বেগ $= v$ cm/sec। তা'হলে গুলির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$ erg.। এই শক্তি তাপে পরিণত হ'য়ে গুলির উষ্ণতাকে 335°C করে এবং সীসাকে গলায়।

উৎপন্ন তাপ $= \{m \times 0{\cdot}031 \times (335 - 50) + m \times 5{\cdot}37\}$ cal.
$= m \times 14{\cdot}205$ cal.

আবার, $W = JH$ হওয়ায়, $\frac{1}{2}mv^2 = 4{\cdot}18 \times 10^7 \times m \times 14{\cdot}205$ erg।

$$v = \sqrt{2 \times 4{\cdot}18 \times 10^7 \times 14{\cdot}205} = 34{\cdot}46 \times 10^3 \text{ cm/sec.।}$$

11. জুলের পরীক্ষায় তামার ক্যালরিমিটারের ভর 122 gm.। এই ক্যালরিমিটারে 1680 gm. তেল নেওয়া হয়। এই তেলকে 10^8 dyne-cm দ্বন্দ্বের সাহায্যে

ঘোরানো হয়। 900 বার পূর্ণ আবর্তনের দরুন তেলের উষ্ণতা 16°C বৃদ্ধি পায়। J এর মান নির্ণয় কর। তেলের আপেক্ষিক তাপ 0·5 এবং তামার আপেক্ষিক তাপ 0·095।

সমাধান ঃ কৃত কার্য $=2\pi\times900\times10^8$ erg.

ক্যালরিমিটার ও তেল দ্বারা গৃহীত তাপ

$=(122\times0{\cdot}095\times16+1680\times0{\cdot}5\times16)$ cal.।

আবার, $W=JH$ হওয়ায়,

$$2\pi\times900\times10^8=J\times(122\times0{\cdot}095\times16+1680\times0{\cdot}5\times16)।$$

$\therefore\ J=4{\cdot}15\times10^7$ erg/cal.

8.8. তাপগতি বিজ্ঞানের প্রথম সূত্র (First Law of Thermodynamics) ঃ

তাপগতি বিজ্ঞানের প্রথম সূত্র শক্তির নিত্যতা সূত্রের একটি বিশেষ রূপ। এই সূত্র অনুযায়ী শক্তির বিনাশ বা ক্ষয় নেই, কিন্তু ইহা বিশেষ নিয়মে এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হ'তে পারে। বিভিন্ন ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা পরীক্ষিত হ'য়েছে। যেমন অভিকর্ষের অধীনে বস্তুর অবাধ গতির বেলায় এবং সরল দোলকের পিণ্ডের গতির বেলায় এই সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করা যায়।

আমরা জানি যে, তাপ একপ্রকার শক্তি। সুতরাং যখন তাপের শোষণ বা উদ্ভব ঘটে তখন শক্তির রূপান্তর নিয়ম অনুযায়ী শক্তির নিত্যতাসূত্র প্রযোজ্য হয়। যখন কোন বস্তু তাপ শোষণ করে তখন ইহার কিছু অংশ বস্তুর আভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি ক'রতে ব্যয় হয়, আর বাকি অংশ বাহ্যিক কাজে ব্যয় হয়।

ধরা যাক্, বস্তু dq পরিমাণ তাপ শোষণ করে, এবং dw পরিমাণ বাহ্যিক কাজ হয়। তাহ'লে $dq=du+dw$, $du=$ আভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি। এই সমীকরণ তাপগতি বিজ্ঞানের প্রথম সূত্রের গাণিতিক রূপ।

8.9. তাপগতি বিজ্ঞানের প্রথম সূত্রের সংজ্ঞা ঃ

কেলভিনের সংজ্ঞা (*Kelvin's definition*) ঃ যদি কিছু পরিমাণ শক্তি, তাপীয় উৎস থেকে উৎপন্ন হয় অথবা তাপীয় ফলাফলে ক্ষয় প্রাপ্ত হয়, তাহ'লে সমান পরিমাণের তাপ একই সঙ্গে শোষিত বা উদ্ভূত হয়। (If equal quantities of energy whatsoever, are produced from purely thermal sources, or lost in purely thermal effects, then equal quantities of heat are at the same time absorbed or liberated.)

ম্যাক্সওয়েলের সংজ্ঞা (*Maxwell's definition*) ঃ যখন কার্য তাপে রূপান্তরিত হয় অথবা তাপ কার্যে রূপান্তরিত হয় তখন **কার্যের পরিমাণ** তাপের মানের সমতুল্য হয়। (When work is transformed into heat, or, heat into work, the quantity of work is mechanically equivalent to the quantity of heat.)

8.10. গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ (Specific heats of gases) ঃ

কঠিন ও তরলের বেলায় আপেক্ষিক তাপের যে সংজ্ঞা দেওয়া হ'য়েছে গ্যাসের বেলায় তা প্রযোজ্য নয়। কারণ কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসে চাপের প্রভাব অসীম। তাপ প্রয়োগ না ক'রে শুধুমাত্র চাপ পরিবর্তন ক'রে গ্যাসের উষ্ণতার পরিবর্তন করা যায়। যদি একক ভরের কোন গ্যাসকে হঠাৎ সংনমিত (compressed) করা হয় তাহ'লে দেখা যায় যে, ইহার উষ্ণতা বৃদ্ধি পায় যদিও ঐ গ্যাসে কোন তাপ দেওয়া হয় না। এক্ষেত্রে তাপ (H) না দেওয়া সত্ত্বেও উষ্ণতা বৃদ্ধি (t) ঘটায় আপেক্ষিক তাপের মান শূন্য হয় অর্থাৎ, $S=\frac{H}{t}=\frac{0}{t}=0$.।

আবার ঐ গ্যাসকে হঠাৎ যদি প্রসারিত করা হয় তবে গ্যাস ঠাণ্ডা হ'য়ে যায়। এই অবস্থায় উষ্ণতা অপরিবর্তিত রাখতে ($t=0$) হ'লে গ্যাসে তাপ (H) সরবরাহ ক'রতে হয় এবং এক্ষেত্রে আপেক্ষিক তাপের মান অসীম হয়। কারণ, $S=\frac{H}{t}=\frac{H}{0}=\infty$।

কাজেই গ্যাসের ভৌত অবস্থা নির্দিষ্ট ক'রে না দিলে ইহার আপেক্ষিক তাপ শূন্য থেকে অসীমের মধ্যে যে কোন মানের হ'তে পারে। দুই ভৌত অবস্থার উপর নির্ভর ক'রে গ্যাসের দুটি আপেক্ষিক তাপ বিবেচনা করা হয়। (i) **নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ** ও (ii) **নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ**।

(i) **নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ** (*Specific heat at constant volume*) —আয়তন অপরিবর্তিত রেখে একক ভরের কোন গ্যাসের উষ্ণতা 1 ডিগ্রী বৃদ্ধি ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে **নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ** বলা হয়।

গ্যাসের আভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি ক'রতে এই তাপ ব্যয়িত হয়।

(ii) **নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ** (*Specific heat at constant pressure*) —চাপ অপরিবর্তিত রেখে একক ভরের কোন গ্যাসের উষ্ণতা 1 ডিগ্রী বৃদ্ধি ক'রতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে **নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ** বলে।

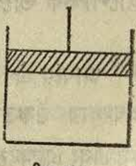
চাপ স্থির রেখে কোন গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি ক'রলে স্থির চাপের বিরুদ্ধে তাপ কিছু কার্য করে। সুতরাং তাপের কিছু অংশ গ্যাসের আভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি করে এবং বাকি অংশ চাপের বিরুদ্ধে কার্য করে। সুতরাং নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ, c_p, নির্দিষ্ট আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ c_v এর চেয়ে বেশি হয়।

এক গ্রাম গ্যাসের পরিবর্তে এক গ্রাম অণু গ্যাস নিয়ে কাজ করা বেশি সুবিধাজনক। তাই **গ্রাম-আণবিক আপেক্ষিক তাপ** (*gram molecular specific*

heat) কথাটি প্রচলিত আছে। গ্যাসের আণবিক ওজন M হ'লে নির্দিষ্ট আয়তনে গ্রাম-আণবিক আপেক্ষিক তাপ $C_V = Mc_V$ এবং নির্দিষ্ট চাপে গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ $C_P = Mc_P$ ।

৪.11. C_V অপেক্ষা C_P বৃহত্তর : C_P ও C_V এর সম্পর্ক (C_P is greater than C_V : Relation between C_P and C_V) :

কোন চোঙের মধ্যে এক গ্রাম অণু আদর্শ গ্যাস নেওয়া হয় (চিত্র 44)। চোঙের পাশের দেওয়ালগুলি তাপ-কুপরিবাহী ও ইহার নীচের দেওয়াল তাপ-সুপরিবাহী। এই চোঙে A ক্ষেত্রফলের একটি ঘর্ষণবিহীন পিস্টন আটকানো হয়।


চিত্র 44

গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে চোঙের নীচের দেওয়ালে অতি অল্প তাপ (Q) দেওয়া হয়। ইহাতে গ্যাসের অতি সামান্য উষ্ণতা বৃদ্ধি (T) হয়।

যেহেতু তাপের পরিমাণ = ভর × আপেক্ষিক তাপ × উষ্ণতা পার্থক্য,

$$\therefore \quad Q = 1 \times C_V \times T \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

C_V = নির্দিষ্ট আয়তনে গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ।

এবার গ্যাসের আয়তন স্থির না রেখে পিস্টনকে নির্দিষ্ট P চাপে অল্প দূরত্ব (x) সরানো হয়। এই প্রসারণের জন্য গ্যাসের উষ্ণতা T এর কিছু কম হয়। যদি এই উষ্ণতা হ্রাস বন্ধ ক'রতে হয় তা'হলে আরও কিছু অতিরিক্ত তাপ (h) সরবরাহ ক'রতে হয়।

অর্থাৎ নির্দিষ্ট চাপে একক ভরের গ্যাসের T উষ্ণতা বাড়াতে মোট তাপের প্রয়োজন হয়, $Q+h$।

অতএব, $Q + h = 1 \times C_P \times T$

$$\therefore \quad Q + h = C_P T \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

C_P = নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ। এক্ষেত্রে পিস্টনকে x দূরত্ব সরাতে h পরিমাণ তাপ ব্যয় ক'রতে হয়।

$\therefore \quad h$ = কৃত কার্যের পরিমাণ = বল × সরণ,

= চাপ × ক্ষেত্রফল × সরণ।

$= P.V \quad [\because V =$ ক্ষেত্রফল × সরণ $]$

h-এর মান সমীকরণ (2) এ বসালে পাওয়া যায়,

$$Q + PV = C_P T$$

$$\therefore \quad C_V T + PV = C_P T \qquad [\text{ 1নং সমীকরণ অনুযায়ী }]$$

অথবা, $(C_P - C_V)T = PV$

$$\therefore\ C_P - C_V = \frac{PV}{T} = R \cdots\ \cdots\ \cdots\ \text{(ii)}$$

[গ্যাস সূত্র অনুযায়ী $PV = RT$]

এই সমীকরণে C_P, C_V ও R-কে কার্যের এককে ধরা হ'য়েছে। যদি ইহাদের তাপ এককে অর্থাৎ ক্যালরিতে ধরা হয় তা'হলে (ii) নং সমীকরণ হয়

$$C_P - C_V = \frac{R}{J} \cdots\ \cdots\ \cdots\ \text{(ii)}$$

J = তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক। ইহার মান $4{\cdot}18 \times 10^7$ erg/cal.।

8.12. রুদ্ধতাপ পরিবর্তন (Adiabatic change) ঃ

যে ভৌত পরিবর্তনে মোট তাপের কোন পরিবর্তন হয় না তাকে **রুদ্ধতাপ পরিবর্তন** বলে এবং যে পদ্ধতিতে ইহা সংঘটিত হয় তাকে **রুদ্ধতাপ পদ্ধতি** (*adiabatic process*) বলে।

আবদ্ধ গ্যাসের স্থির উষ্ণতায় আয়তনের সংগে চাপের যে পরিবর্তন হয় তাকে **সমোষ্ণ** (*isothermal*) **পরিবর্তন** বলে। কারণ এই পরিবর্তনে উষ্ণতা স্থির থাকে, শুধু চাপের সংগে আয়তনের পরিবর্তন হয়। এই পদ্ধতিতে চাপের পরিবর্তন অবশ্য খুব ধীরে ধীরে ক'রতে হয়।

যদি চাপের পরিবর্তন খুব তাড়াতাড়ি করা হয় তাহ'লে গ্যাসের উষ্ণতা স্থির থাকে না। চাপ বাড়ালে উষ্ণতা বাড়ে আর চাপ কমালে উষ্ণতা কমে। যদি এই পদ্ধতিতে কোন তাপ বাইরে থেকে গ্যাসে না আসে এবং গ্যাস থেকে বাইরে না যায় তাহ'লে এই পরিবর্তনকে **রুদ্ধতাপ পরিবর্তন** বলা হয়।

চাপ ধীরে ধীরে পরিবর্তন করার সময় ঐ গ্যাস পরিবেশের সংগে তাপ বিনিময় ক'রে স্থির উষ্ণতায় থাকে। কিন্তু চাপ তাড়াতাড়ি পরিবর্তন করার সময় ঐ গ্যাসের মোট তাপশক্তির কোন পরিবর্তন হয় না। কারণ ঐ অতি অল্প সময়ে গ্যাস পরিবেশের সংগে তাপ আদান প্রদান ক'রে উষ্ণতা স্থির রাখতে পারে না। অর্থাৎ তাপের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকে। কাজেই,

(i) সমোষ্ণ পদ্ধতি খুব ধীরে ধীরে কিন্তু রুদ্ধতাপ পদ্ধতি খুব তাড়াতাড়ি সংঘটিত হয়।

(ii) সমোষ্ণ পদ্ধতিতে উষ্ণতা স্থির থাকে, কিন্তু রুদ্ধতাপ পদ্ধতিতে তাপের পরিমাণ স্থির থাকে।

(iii) সমোষ্ণ পদ্ধতিতে তাপীয় অবস্থার পরিবর্তন হয় না ; কিন্তু রুদ্ধতাপ পদ্ধতিতে তাপীয় অবস্থার পরিবর্তন হয়।

যে পদ্ধতিতে উষ্ণতা কমে এবং গ্যাসের চাপ দ্রুত হ্রাস পাওয়ায় গ্যাসের আয়তন বাড়ে কিন্তু তাপের পরিমাণ স্থির থাকে, তাকে **রুদ্ধতাপ প্রসারণ** (*adiabatic expansion*) বলে।

আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপ সমীকরণ, $PV^{\gamma}=$ ধ্রুবক, $\left[\frac{C_p}{C_v}=\gamma \text{ (ধ্রুবক)}\right]$,

গ্যাসের চাপ $=P$ ও আয়তন $=V$ এবং $\gamma=$ রুদ্ধতাপ ধ্রুবক।

উদাহরণ (Examples)

1. নির্দিষ্ট চাপে হাইড্রোজেন গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ 6·85 cal/gm. mol., সাধারণ উষ্ণতা ও চাপে হাইড্রোজেন গ্যাসের ঘনত্ব 0·0899 gm/litre এবং $J=4{\cdot}19\times10^7$ erg/cal। হাইড্রোজেন গ্যাসের গ্রাম আণবিক ওজন $=2{\cdot}016$ হ'লে নির্দিষ্ট আয়তনে হাইড্রোজেন গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $C_p-C_v=\frac{R}{J}$ এবং $R=\frac{PV}{T}$।

হাইড্রোজেনের চাপ $P=76\times13{\cdot}6\times981$ dyne/sq. cm.।

" উষ্ণতা $T=273°$K

" আয়তন $V=\frac{\text{ভর}}{\text{ঘনত্ব}}=\frac{2{\cdot}016}{\frac{0{\cdot}0899}{1000}}=\frac{1000\times2{\cdot}016}{0{\cdot}0899}$।

$$\therefore\quad R=\frac{76\times13{\cdot}6\times981\times(\frac{1000}{0{\cdot}0899}\times2{\cdot}016)}{273},$$

$$=8{\cdot}31\times10^7 \text{ erg/gm. mol/°C}$$

আবার, $C_v=C_p-\frac{R}{J}=6{\cdot}85-\frac{8{\cdot}31\times10^7}{4{\cdot}19\times10^7}=4{\cdot}864$ cal./gm. mol.

2. নির্দিষ্ট আয়তনে বায়ুর আপেক্ষিক তাপ 0·1684 এবং নির্দিষ্ট চাপে 0·2375। J-এর মান নির্ণয় কর। N. T. P. তে বায়ুর ঘনত্ব $=0{\cdot}001293$ gm/cc. এবং 1 gm. বায়ুর আয়তন $=773{\cdot}3$ c.c.

সমাধান ঃ বায়ুর স্বাভাবিক চাপ $P=76\times13{\cdot}6\times981$ dyne/cm².।
0°C উষ্ণতায় 1 gm. বায়ুর আয়তন $V=773{\cdot}3$ cc.।

কাজেই, 1 gm. বায়ুর জন্য $R=\frac{PV}{273}=\frac{76\times13{\cdot}6\times981\times773{\cdot}3}{273}$ erg.।

আবার, $C_P-C_v=R/J$ হওয়ায়

$$0{\cdot}2375-0{\cdot}1684=\frac{76\times13{\cdot}6\times981\times773{\cdot}3}{273\times J}\,।$$

$\therefore\ J=4{\cdot}16\times10^7$ erg/cal.।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. 'তাপ এক প্রকার শক্তি'—ব্যাখ্যা কর। ইহার সমর্থনে কয়েকটি উদাহরণ দাও।

'Heat is a form of energy'—explain. Give examples in support of your statement.

2. তাপ শক্তির যান্ত্রিক শক্তিতে ও যান্ত্রিক শক্তির তাপ শক্তিতে রূপান্তর সংক্রান্ত জুলের সূত্র বিবৃত কর।

তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক ব'লতে কি বোঝায়? সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার মান লেখ ও এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার মান নির্ণয় কর।

State Joule's law for conversion of heat into mechanical energy and vice versa. What is meant by mechanical equivalent of heat? Mention its value in C.G.S system and then calculate its value in F. P. S. system.

3. তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক $4{\cdot}2\times10^7$ erg/cal. ব'লতে কি বোঝায়?

তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য জুলের পরীক্ষা বর্ণনা কর। এই পরীক্ষার ত্রুটিগুলি উল্লেখ কর।

What is meant by the statement that mechanical equivalent of heat is $4{\cdot}2\times10^7$ erg/cal.?

Describe Joule's experiment for the determination of mechanical equivalent of heat. Indicate the sources of error in the experiment.

4. তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর। গ্যাসের আভ্যন্তরীণ শক্তি ব'লতে কি বোঝায়? ইহা কি কি বিষয়ের উপর নির্ভর করে?

প্রসারিত গ্যাস দ্বারা কৃত কার্যের পরিমাণ নির্ণয় কর।

State and explain 'First law of thermodynamics'. What is meant by 'internal energy' of a gas? What are the factors upon which it depends?

Obtain an expression for the external work done by an expanding gas.

5. গ্যাসের ক্ষেত্রে দু'টি আপেক্ষিক তাপ থাকে কেন? স্থির চাপে ও স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা লেখ। স্থির চাপে আপেক্ষিক তাপ স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ অপেক্ষা বেশি হয় কেন?

গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ ব'লতে কি বোঝায়?

কোন গ্যাসের স্থির চাপে মোলার আপেক্ষিক তাপ C_P ও স্থির আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ C_V এবং সার্বিক গ্যাস ধ্রুবক R হ'লে প্রমাণ কর যে $C_P - C_V = R$।

Why there are two specific heats of a gas? Define the specific heats of a gas at constant pressure and at constant volume. Why the specific heat at constant pressure is greater than the specific heat at constant volume?

What is meant by molar specific heat of a gas?

Prove the relation $C_P - C_V = R$ where C_P and C_V are molar specific heats at constant pressure and at constant volume respectively and R is the universal gas constant

6. সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া ব'লতে কি বোঝায় ? এই দুই প্রক্রিয়া কিভাবে সংঘটিত হয় ? দেখাও যে, সমোষ্ণ প্রসারণে সরবরাহিত তাপ গ্যাস দ্বারা কৃত কার্যের সমান হয়।

'রুদ্ধতাপ প্রসারণে গ্যাস শীতল হয়'—ব্যাখ্যা কর।

What do you mean by isothermal and adiabatic processes ? How these are realised in practice ?

Show that in isothermal expansion, the heat supplied equals the external work done by the gas.

'In adiabatic expansion a gas becomes cool'– explain.

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. কি পরিমাণ যান্ত্রিক শক্তি 500 cal. তাপের সমতুল্য ?

How much mechanical energy is equivalent to 500 cal. of heat ?

[2100 Joule]

2. এক বিশেষ ধরনের খাদ্যে শক্তির পরিমাণ 2400 Kilo cal.। এই শক্তি দিয়ে 1 Kg. ভরকে কত উচ্চতায় তোলা যায় ? $g = 10$ m/sec^2।

A typical diet has energy contents of 2400 Kilo cal. If this energy is used to lift a mass of 1 Kg, to which height can it be raised ? [1008 Km.]

3. যদি 500 m. উঁচু কোন জল প্রপাতের জলের সমগ্র স্থিতিশক্তি নীচে সংঘর্ষের ফলে তাপে পরিণত হয় তাহ'লে ইহার উপর ও নীচের জলের উষ্ণতা পার্থক্য নির্ণয় কর। ধ'রে নাও $g = 10$ m./sec^2।

If all the potential energy of the water at the top of a water fall 500 m. high is converted finally into heat energy on impact at the bottom, calculate the approximte rise of teamperature between top and bottom of water fall.

[1·17°C]

4. একটি বুলেট 100 m/sec. বেগে কোন কংক্রীটের দেওয়ালে ধাক্কা দেয়। যদি ইহার সমগ্র গতিশক্তি তাপে পরিণত হয় ও ইহাতে বর্তমান থাকে, তবে ইহার উষ্ণতা কত বৃদ্ধি পায় ? বুলেটের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ=0·1 Joule/gm./°C।

A bullet travelling at 100 m/sec. hits a concrete wall. If all its kinetic energy is converted into heat energy and is confined to the bullet, what will be the approximate rise in temperature ? [50°C]

5. কি পরিমাণ তাপ 1260 Joule যান্ত্রিক শক্তির সমতুল্য হয় ?

What is the amount of heat which is equivalent to 1260 Joule of mechanical energy ? [300 cal.]

6. এক খণ্ড বরফ কোন উচ্চতা থেকে পড়ে এবং ইহার ভরের 0·1% গ'লে যায়। যদি উৎপন্ন তাপের অর্ধেক বরফ গলায় তাহ'লে ঐ উচ্চতা নির্ণয় কর।

A piece of ice falls from a height and 0·1% of its total mass melts. If half of the heat produced goes to the ice, calculate the height from which it falls.

[68·5 m.]

7. 84 gm. ভরের একটি বল 100 m/sec. বেগে যায়। ইহার গতিশক্তি ক্যালরিতে প্রকাশ কর।

A ball of mass 84 gm. is moving with a velocity of 100 m/sec. Express its kinetic energy in cal. [100 cal.]

8. উৎপন্ন তাপের সম্পূর্ণ জলের মধ্যে আছে ধ'রে নিলে 50m. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি জল প্রপাতের উপরের ও নীচের জলের উষ্ণতার ব্যবধান নির্ণয় কর। তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক $=4\cdot2\times10^7$ erg/cal.। [*Tripura H. S. 1981*] [0·117°C]

9. তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র বিবৃত কর। [*H. S.* (new) *1978*]

1 Kg ভরের একটি বস্তু 1 Km. উঁচু থেকে মাটিতে পড়ল। সমস্ত শক্তিই তাপে রূপান্তরিত হ'লে কত তাপ উৎপন্ন হবে? $J=4\cdot2\times10^7$ erg/cal. [*H. S* (new) *1981*]

10. তাপ অপরিবাহী বস্তু দ্বারা তৈরী একটি নলের মধ্যে 500 gm. সীসাগুলি ভর্তি ক'রে নলের দুই মাথা বন্ধ করা হয়। নলটি 1 m. লম্বা ও উল্লম্বভাবে ধরা। নলটিকে হঠাৎ উল্টানো হ'ল যার ফলে সীসারগুলি কটি এক মাথা থেকে অন্য মাথায় এসে পড়ল। 50 বার এই রকম উল্টানোর ফলে দেখা গেল যে সীসারগুলির উষ্ণতা 3·89°C বেড়েছে। উৎপন্ন তাপ সম্পূর্ণভাবে সীসায় থাকে ধ'রে নিয়ে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্কের মান বার কর। সীসার আপেক্ষিক তাপ = 0·03।

[$4\cdot2\times10^7$ erg./cal (প্রায়)] [*H. S.* (new) *1978,*]

11. 30 m উঁচু থেকে একটি লোহার বল প'ড়লে যে গতিশক্তি উৎপন্ন হয় তার দ্বারা বলটির উষ্ণতা 0·7°C বৃদ্ধি পায়। ইহা হইতে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্কের কি মান পাওয়া যায়?

[*H. S. 1961*] [$4\cdot2\times10^7$ erg/cal.]

12. 100 m উচ্চ একটি জল প্রপাতের শীর্ষদেশ ও তলদেশের মধ্যে উষ্ণতা পার্থক্য নির্ণয় কর। উৎপন্ন তাপের 90% জলে আবদ্ধ আছে ধ'রে নাও। [*H. S. 1963*] [0·21°C]

13. কত উচ্চতা থেকে একখণ্ড বরফ ফেললে উহা সম্পূর্ণরূপে গ'লে যাবে? পতনের দরুন 50% শক্তি বরফে আবদ্ধ আছে ধ'রে নাও। বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal/gm. [68·5 Km.]

14. এক ঘন মাইল সমুদ্রজলের উষ্ণতা 1°C হ্রাস করার দরুন যে শক্তি পাওয়া যায় তাকে সম্পূর্ণরূপে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত ক'রলে উহার সাহায্যে 2000 হর্স পাওয়ারের একটি মোটরকে কত সময় ধ'রে কাজ করানো যায়? সমুদ্রজলের আঃ গুরুত্ব = 1·1।

[*Jt. Entrance 1967*] [$35\cdot7\times10^5$ hr.]

15. একটি এক্স রশ্মি নলে 2×10^6 m/sec. বেগে ধাবিত 10^{18} সংখ্যক ইলেকট্রন প্রতি সেকেন্ডে টার্গেটে আঘাত করে। টার্গেটের ভর 200 gm. এবং আঃ তাপ 0·12; প্রতি ইলেকট্রনের ভর $9\cdot1\times10^{-28}$ gm.। যদি শক্তির 98% তাপে পরিণত হয় তবে টার্গেটের উষ্ণতা 5°C বৃদ্ধি ক'রতে কত সময় লাগবে? $J=4\cdot2\times10^7$ erg/cal.। [4·7 min. (প্রায়)]

16. 100 gm. ওজনের একটি তামার ক্যালরিমিটারে 1 Kg. তেল আছে। ঘূর্ণায়মান প্যাডল দ্বারা 10^8 dyne-cm. টর্ক উৎপন্ন ক'রে তেলকে মন্থন করা হয়। 440 বার ঘূর্ণনের পর তেলের উষ্ণতা 10°C বাড়লে J এর মান কত? তামা ও তেলের আঃ তাপ যথাক্রমে 0·09 এবং 0·64।

[$4\cdot2\times10^7$ erg/cal.]

17. সূর্য থেকে পৃথিবী 8·4 J/cm². min. হারে শক্তি পায়। 150 gm. ওজনের কৃষ্ণবর্ণ একটি ক্যালরিমিটারে রাখা 100 gm. জলের উষ্ণতা 15°C থেকে 90°C ক'রতে কত সময় লাগবে? সূর্যের দিকে মুখ ক'রে রাখা 100 sq. cm. উন্মেষ বিশিষ্ট একটি অবতল দর্পণের ফোকাসে ঐ ক্যালরিমিটার অবস্থিত। J = 4·2 Joule/cal. এবং তামার আঃ তাপ = 0·1 [4·3 min.]

18. কয়লা দহনে যে তাপ পাওয়া যায় তার সবটাই উপযোগী কার্যে পরিণত হয় ধ'রে নিলে যে স্টীম এঞ্জিন প্রতি ঘণ্টায় 25 lb. কয়লা দহন করে তার হর্স পাওয়ার নির্ণয় কর। 1 lb. কয়লা 1000 বৃ. থা. এ. তাপ উৎপন্ন করে; J=778 ft-lb./B. th. U.; 1 H. P.=550 ft-lb/sec

[98·2 H. P. (প্রায়)]

19. পৃথিবীর আবহমণ্ডল ভেদ করার দরুন 42 Kg. ওজনের একটি জ্যোতিষ্কের বেগ 20 Km./min. থেকে হ্রাস পেয়ে 5 Km/min. হয়। বেগ পরিবর্তনের দরুন মোট তাপ ক্যালরিতে নির্ণয় কর। $J=4{\cdot}2\times10^{7}$ erg/cal.।

[*H. S. 1964*] [$5{\cdot}2\times10^{5}$ cal.]

20. একটি আগুন নেভানো হোস পাইপের জল নির্গত হওয়ার মুখের ব্যাস 4 cm.; উহা প্রতি 8 sec. অন্তর এক ঘনমিটার জল নিক্ষেপ ক'রতে পারে। জল একটি দৃঢ় দেওয়ালে আঘাত ক'রলে জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি কত হয়? জলের সমগ্র গতিশক্তি তাপে পরিণত হ'য়ে জলে আবদ্ধ আছে ধ'রে নাও। $J=4{\cdot}2\times10^{7}$ erg./cal.।

[0·24°C]

9.1. কণাগতিবাদ (Kinetic Theory) ঃ

সব পদার্থই সূক্ষ্ম সূক্ষ্ম কণাদ্বারা গঠিত। গ্যাসের কণাগতিবাদ পদার্থের এই গঠন প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। তরলের এবং গ্যাসের কণাগুলি সর্বদা গতিশীল। তরল ও গ্যাসের কণাগুলির অক্রম গতি (random motion) সম্পর্কে নীচে আলোচনা করা হ'ল।

1. **তরলে ব্যাপন** (*Diffusion in liquid*) ঃ

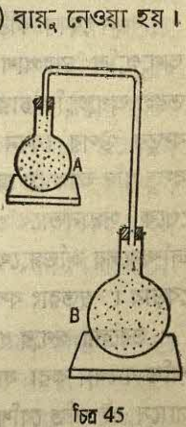
একটি বড় চোঙে দু'টি তরল পরপর নেওয়া হয়। একটি তরলের চেয়ে অপর তরলের ঘনত্ব বেশি। যদি তরলগুলি পরস্পর না মেশে তাহ'লে চোঙকে নাড়াচাড়া না ক'রলে তরল দ্বয়ের অবস্থানের কোন পরিবর্তন হয় না। কিন্তু যদি তরল দুটি মেশে তাহ'লে চোঙকে না নাড়ালেও কিছু সময় পরে উহারা নিজে নিজে পরস্পরের সঙ্গে মিশে যায়। ঘনত্ব বেশি হওয়া সত্ত্বেও বেশি ঘনত্বের তরল উপরের দিকে যায় এবং কম ঘনত্বের তরল নীচের দিকে যায়।

সমমিশ্রণ (uniform mixture) প্রস্তুত না হওয়া পর্যন্ত তরলদ্বয় মিশতে থাকে। দুটি বিভিন্ন ঘনত্বের তরলের এই স্বত মিশ্রণকে ব্যাপন বলে। এই পদ্ধতিতে ভরের স্থানান্তর ঘটে।

তরলের ব্যাপন প্রমাণ করে যে, **তরলের কণাগুলি গতিশীল এবং অভিকর্ষের প্রভাবমুক্ত।**

2. **গ্যাসে ব্যাপন** (*Diffusion in Gas*) ঃ

তরলের চেয়ে গ্যাসে ব্যাপন তাড়াতাড়ি ঘটে। A ফ্লাস্কে কোলগ্যাস নেওয়া হয় (চিত্র 45)। A এর চেয়ে 8 গুণ বড় অপর একটি ফ্লাস্কে (B) বায়ু নেওয়া হয়। রাবারের ছিপিদ্বারা ফ্লাস্ক দ্বয়ের মুখ বন্ধ করা হয় এবং রাবারের ছিপির ভিতর দিয়ে একটি কাচ নলদ্বারা ফ্লাস্কদ্বয়কে পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত করা হয়। দু'তিন ঘণ্টা নাড়াচাড়া না ক'রে খাড়া অবস্থায় ফ্লাস্কদ্বয়কে রাখলে ব্যাপন পদ্ধতিতে B ফ্লাস্কের ভারি অণু অভিকর্ষের বিরুদ্ধে উপরের A ফ্লাস্কে চ'লে যায়। এই সময়ে A ফ্লাস্কের হালকা অণু নীচের দিকে B ফ্লাস্কে চ'লে আসে। এই পরীক্ষা অনুযায়ী বলা যায় যে, গ্যাসের কণাগুলি সর্বদা অক্রম গতিতে ঘুরে বেড়ায় এবং অভিকর্ষ দ্বারা এই গতি প্রভাবিত হয় না।

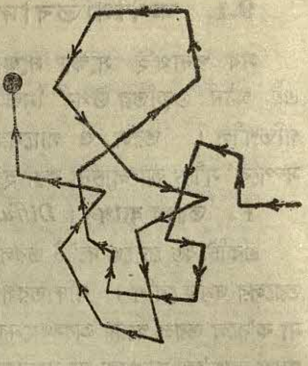


চিত্র 45

3. **ব্রাউনীয় গতি** (*Brownian motion*) ঃ

প্রখ্যাত উদ্ভিদবিদ্ রবার্ট ব্রাউন পদার্থ কণিকার একটি অদ্ভুত গতি লক্ষ্য করেন। তিনি প্রথম আবিষ্কার করেন যে, ফুলের রেণু যখন জলে ভাসে তখন ইহাদের এদিক

ওদিক যাতায়াতের জন্য অক্রম গতি দেখা যায়। 46 নং চিত্রে এইরূপ গতি দেখানো হ'য়েছে। তাঁর পর্যবেক্ষণ অনুযায়ী জানা যায় যে, শুধুমাত্র ফুলের রেণুই নয়—অনুরূপ সব ক্ষুদ্র কণিকাই জলে বা হাল্কা তরলে ভাসমান অবস্থায় ছুটে বেড়ায়। এই গতি দেখে ক্ষুদ্র কণিকাগুলি সজীব ব'লে মনে হয়। বৃহৎ কণিকাগুলি প্রকৃত পক্ষে স্থিরাবস্থায় থাকে। তরলে ক্ষুদ্র কণিকাগুলির এদিক ওদিক ছুটে বেড়ানোর অক্রম গতিকেই **ব্রাউনীয় গতি** বলে। উষ্ণতা বাড়লে কণিকাগুলির গতিবেগ বাড়ে।



চিত্র 46

ব্রাউনীয় গতি সম্পর্কে নীচের তথ্যগুলি জানা যায়—

(i) এই গতি অবিচ্ছিন্ন, শাশ্বত এবং অক্রম। কোন সময়ে কোন স্থানে দুটি কণা একই দিকে যায় না।

(ii) তরল পাত্রকে নাড়ালেও এই গতির কোন পরিবর্তন হয় না।

(iii) তরলের সান্দ্রতা যত কম হয় এই গতিবেগও তত বেশি হয়।

(iv) কণাগুলির সাইজ যত ছোট হয় ইহাদের গতিবেগও তত বেশি হয়।

(v) একই উষ্ণতায় দুটি সমান সাইজের কণা সমানভাবে যায়।

(vi) উষ্ণতা যত বাড়ে গতিবেগও তত বাড়ে।

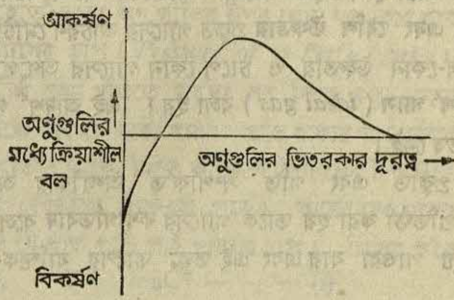
9.2. ব্রাউনীয় গতির ব্যাখ্যা (Explanation of Brownian motion) ঃ

যখন কোন কঠিন বস্তুকে জলে বা অন্য কোন তরলে রাখা হয় তখন সেই তরলের অণুগুলি চারপাশ থেকে ইহাকে ধাক্কা দেয়। যদি বস্তু আকারে বড় হয় তাহ'লে তরল অণুগুলি চারদিক থেকে বস্তুর উপরে প্রায় সমানভাবে ধাক্কা দেয়। এই অবস্থায় বস্তুর উপর কোন লব্ধ বল ক্রিয়া করে না। কাজেই ইহা স্থির থাকে। কিন্তু বস্তু যদি আকারে ছোট হয় তাহ'লে জলের অণুগুলির আঘাত বস্তুর উপর চারদিক থেকে সমানভাবে পড়ে না। কাজেই বস্তুর উপর লব্ধিবল ক্রিয়া করে। তাই বস্তু লব্ধিবলের অভিমুখে সরে যায়। তরলের অণুগুলি অক্রম গতিতে এদিক ওদিক ছুটে বেড়ায়। সুতরাং বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল লব্ধিবলের মান ও অভিমুখ ঠিক থাকে না।

তরলের অণুর ধারণা দ্বারা কম সান্দ্রতার তরলে এবং অধিক উষ্ণতার তরলে বস্তুর গতি ব্যাখ্যা করা যায়। গ্লিসারিনের সান্দ্রতা বেশি হওয়ায় এই গতি কম হয়। গ্যাসে এই গতি বেশি হয়।

উপরের ঘটনাগুলি প্রমাণ করে যে, **তরল ও গ্যাস, অণুদ্বারা গঠিত এবং এই অণুগুলি সর্বদাই গতিশীল।**

অবশ্য কোন কঠিন পদার্থের দিকে তাকিয়ে অণুগুলির গতি দেখা যায় না। অণুগুলি এত তাড়াতাড়ি চলে ও এত কম দূরত্ব যায় এবং এত তাড়াতাড়ি গতির অভিমুখ পালটায় যে ইহাদের গতি দেখা সম্ভব হয় না। যেমন 0°C উষ্ণতায় একটি হাইড্রোজেন অণুর গড় গতিবেগ 170,000 cm./sec, গড় মুক্ত পথ (Mean free path) $1{\cdot}6 \times 10^{-5}$ cm.। ইহা প্রতি সেকেন্ডে 10^{10} বার ধাক্কা খায়। আবার একটি অক্সিজেন অণুর 0°C উষ্ণতায় গড় গতিবেগ 43,000 cm./sec, গড় মুক্ত পথ $0{\cdot}9 \times 10^{-5}$ cm.। ইহা প্রতি সেকেন্ডে $4\ 5 \times 10^{10}$ বার ধাক্কা খায় ইত্যাদি।



চিত্র 47

কঠিন, তরল ও গ্যাসের ভৌতধর্ম পর্যবেক্ষণ ক'রে অণুগুলির মধ্যে ক্রিয়াশীল বল সম্পর্কে ধারণা করা যায়। আমরা জানি যে, কঠিন পদার্থের কোন অংশকে বিচ্ছিন্ন করার জন্য প্রচুর বলের প্রয়োজন হয়। কাজেই, কঠিন পদার্থের অণুগুলির মধ্যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া ক'রে। তরলের কোন অংশকে পৃথক ক'রতে কম বলের প্রয়োজন হয়। গ্যাসের অণুগুলিকে মুক্ত অবস্থায় রাখলে ইহারা আপনা থেকেই বিচ্ছিন্ন হয়। এই সব ঘটনা থেকে বোঝা যায় যে, অণুগুলির পারস্পরিক দূরত্ব বাড়লে আকর্ষণ বল খুব দ্রুত ক'মে যায়। আবার আমরা দেখি যে, যদি কোন কঠিন বা তরল পদার্থের আয়তন কমাতে হয় তবে বেশি বল প্রয়োগ করার প্রয়োজন হয়। কাজেই আমরা এই সিদ্ধান্তে আসি যে, অণুগুলির পারস্পরিক দূরত্ব খুব কম হ'লে ইহাদের মধ্যে বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এই দূরত্ব ক'মলে বিকর্ষণ বল খুব দ্রুত বাড়ে। 47 নং চিত্রে অণুগুলির মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের আচরণ দেখানো হ'য়েছে।

যদি অণুগুলি ইহাদের মাত্রার (dimension) অধিক দূর থেকে কাছাকাছি হয় তবে পরস্পরের উপর প্রযুক্ত বল প্রথমে খুব কম থাকে। ইহারা আরো কাছাকাছি হ'লে আকর্ষণ বলের উদ্ভব হয় এবং এই আকর্ষণ বল চরম মানে পেঁছায়। তারপর এই আকর্ষণ বল ক'মতে থাকে ও শূন্যমানের হয় এবং অবশেষে ইহা বিকর্ষণ বলে রূপান্তরিত হয়। অণুগুলির দূরত্ব খুব ক'মতে থাকলে এই বিকর্ষণ বল খুব দ্রুত বাড়তে থাকে।

9.3. গ্যাসের কণাগতিবাদ (Kinetic Theory of gases) ঃ

উপরের বিভিন্ন পর্যবেক্ষণ থেকে গ্যাসের কণাগতিবাদের অবতারণা করা হয়। বার্নলি প্রথম সব গ্যাসকে অণু দ্বারা গঠিত ধ'রে গ্যাসের চাপ ব্যাখ্যা করেন। গ্যাসের অণুগুলির আচরণ ব্যাখ্যা করার জন্য ইহাদের প্রকৃতি এবং গতি সম্পর্কে কয়েকটি অঙ্গীকারের (assumption) প্রয়োজন হয়। এই অঙ্গীকার গুলির উপর ভিত্তি ক'রে গ্যাসের আচরণ সম্পর্কে কয়েকটি নিয়ম প্রবর্তন করা হয়। পরীক্ষা ক'রে দেখা যায় যে, নিয়মগুলি প্রকৃত গ্যাসের আচরণের সঙ্গে ঠিকমত মেলে না। কিন্তু **অল্প চাপে এবং বেশি উষ্ণতায়** প্রকৃত গ্যাসের আচরণ মোটামুটি নিয়মগুলি অনুযায়ী হয়। যে-কোন উষ্ণতায় ও চাপে কোন গ্যাসের অণুগুলি ঐ সব নিয়ম মানলে ইহাকে **আদর্শ গ্যাস** (*ideal gas*) বলা হয়। এই আদর্শ গ্যাস কাল্পনিক। বাস্তবে ইহার অস্তিত্ব নেই।

গ্যাস অণুর প্রকৃতি এবং গতি সম্পর্কিত অঙ্গীকার অনুযায়ী গ্যাসের আচরণের যে তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা করা হয় তাকে গ্যাসের **কণাগতিবাদ** বলে। কণাগতিবাদ থেকে বয়েলের সূত্র পাওয়া যায় এবং এই তত্ত্ব তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক থেকেও সমর্থিত হয়।

9.4. কণাগতিবাদ তত্ত্বের অঙ্গীকার (Assumptions of the Kinetic Theory of gases) ঃ

1. বিন্দুভর (*point mass*)—গ্যাস অসংখ্য অণু দ্বারা গঠিত। গ্যাসের এই অণুগুলিকে বিন্দু রূপে কল্পনা করা হয়। গ্যাসকে ছোট বা বড় যে কোন পাত্রেই রাখা হোক না কেন, পাত্রের আয়তনের তুলনায় গ্যাসের অণুগুলির মোট আয়তন অগ্রাহ্য করা যায়। অণুগুলি সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক গোলাকার বস্তু। ইহারা নিউটনের গতি সূত্র মেনে চলে।

2. অক্রম গতি (*random motion*)—অণুগুলি অক্রম গতিতে সর্বদা সব দিকে ছুটে বেড়ায়। ইহাদের বেগ শূন্য থেকে অসীম মানের হ'তে পারে।

3. শক্তি (*energy*)—গ্যাসের অণুগুলি পরস্পরের প্রতি আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল প্রয়োগ করে না। অর্থাৎ গ্যাসের স্থিতিশক্তি নেই, শুধুমাত্র গতিশক্তি আছে।

4. বেগের অভিমুখ (*direction of velocity*)—সাম্য অবস্থায় অণুগুলির বেগ সব দিকে সমান হয়।

5 সংঘর্ষ (*collision*)—সাম্য অবস্থায় অণুগুলি পরস্পরের সঙ্গে এবং পাত্রের দেওয়ালের সঙ্গে ধাক্কা খায়। ধাক্কার দরুন অণুর গতিবেগ পরিবর্তিত হয়, কিন্তু রৈখিক ভরবেগ ও গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে।

6. ঘনত্ব (*density*)—পাত্রের মধ্যে গ্যাস অণুগুলি অবিরাম ছোটাছুটি করে। সাম্য অবস্থায় অণুগুলি পাত্রের সর্বত্র সমানভাবে ছড়িয়ে থাকে। অর্থাৎ সাম্য

অবস্থায় প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা সমান হয়। এই সংখ্যাকে **ঘনত্ব সংখ্যা** (*number density*) বলে।

7. সমদৈশিকতা (*isotropy*) ঃ গ্যাসের অণুর কাছে সব দিকই সমান, কোন দিকের বিশেষত্ব নেই।

8. ক্ষণস্থায়ী ধাক্কা (*transitory collision*) ঃ যে সময় ধ'রে ধাক্কা সংঘটিত হয় তা মুক্ত পথ (পর পর দুই ধাক্কার মধ্যবর্তী পথকে মুক্ত পথ বলে) অতিক্রম করার সময়ের তুলনায় অতি নগণ্য। অর্থাৎ অণুগুলি নিমেষের মধ্যে ধাক্কা খায়। ধাক্কা খাবার মুহূর্ত ছাড়া অণুগুলির উপর কোন বল ক্রিয়া করে না।

আদর্শ গ্যাসের চাপ (*Pressure of a Perfect gas*) ঃ কোন পাত্রে আবদ্ধ গ্যাসের অণুগুলি অক্রম গতিতে সর্বদা সব দিকে ছুটে বেড়ায়। এই অণুগুলি পাত্রের দেওয়ালে সর্বদা ধাক্কা খায়। প্রতি ধাক্কায় অণুগুলির ভরবেগের অনুভূমিক উপাংশ অপরিবর্তিত থাকে, কিন্তু অভিলম্ব উপাংশের দিক উল্টে যায়। তাই প্রতি ধাক্কায় পাত্রের দেওয়ালে ঘাত-বল পড়ে। পাত্রের দেওয়ালের এক একক ক্ষেত্রফলে প্রতি সেকেন্ডে যে ঘাত পড়ে তাই গ্যাসের চাপ। হিসেব ক'রে দেখানো যায় যে এই চাপের মান হয়, $P=\frac{1}{3}\,mnC^2$ ... ... (i)

m = অণুর ভর,

n = অণুর ঘনত্ব সংখ্যা,

C^2 = অণুর গড় বর্গবেগ * (mean square velocity).

আবার গ্যাসের ঘনত্ব $\rho=m.n$ হওয়ায়,

$P=\frac{1}{3}\rho\,C^2$ ... ... (ii)

এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন V হ'লে,

$PV=\frac{1}{3}\rho\,VC^2=\frac{1}{3}MC^2=\frac{1}{3}m\,N_0C^2$ ... ... (iii)

M = আণবিক ভর,

N_0 = অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা।

আবার 'গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ' C হ'লে,

$PV=\frac{1}{3}m\,N_0C^2$ ... ... (iv)

9.5. কণাগতিবাদ অনুযায়ী সিদ্ধান্ত (Deductions from Kinetic theory) ঃ

(i) **বয়েলের সূত্র** (*Boyle's law*) ;

কণাগতিবাদ অনুযায়ী পাওয়া যায়, $P=\frac{1}{3}mn\,C^2=\frac{1}{3}\rho C^2$;

$\rho=\frac{M}{V}$, M = গ্যাসের ভর এবং V = গ্যাসের আয়তন।

---

* n সংখ্যক অণুর বেগ $C_1, C_2 \cdots\cdots C_n$ হ'লে

গড় বর্গ বেগ $C^2=\frac{1}{n}\;(C_1{}^2+C_2{}^2+\cdots\cdots+C_n{}^2)$।

ইহার বর্গমূলকে 'গড়বর্গবেগের বর্গমূল বেগ' (root mean square velocity) বলে।

অতএব, $P=\frac{1}{3}.\frac{M}{V}C^2$; অথবা, $PV=\frac{1}{3}MC^2$ । M এর মান নির্দিষ্ট। আবার উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকলে C^2 এর মান ধ্রুবক থাকে। কাজেই, নির্দিষ্ট উষ্ণতায় PV = ধ্রুবক। সুতরাং কণাগতিবাদ দ্বারা বয়েলের সূত্র পাওয়া যায়।

(ii) **চার্লস্-এর সূত্র** (*Charles' law*) :

কণাগতিবাদ অনুযায়ী পাওয়া যায়, $PV=\frac{1}{3}MC^2$ ।

আবার $C^2 \propto T$ । অতএব, $PV \propto T$ । কাজেই নির্দিষ্ট চাপে $V \propto T$ । সুতরাং কণাগতিবাদ দ্বারা চার্লসের সূত্র পাওয়া যায়।

(iii) **অ্যাভোগাড্রোর সূত্র** (*Avogadro's law*) :

ধরা যাক্ একক আয়তন কোন গ্যাসে অণুর সংখ্যা n_1, প্রত্যেক অণুর ভর m_2 এবং অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ C। অপর একটি একক আয়তন গ্যাসে অণুর সংখ্যা n_2, প্রত্যেক অণুর ভর m_2 এবং অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ C_2 । যদি এই দুই গ্যাসের চাপ যথাক্রমে P_1 ও P_2 হয় তবে গ্যাসের কণাগতিবাদ অনুযায়ী,

$$P_1=\frac{1}{3}m_1n_1C_1^2 \text{ এবং } P_2=\frac{1}{3}m_2n_2C_2^2 \text{ ।}$$

আবার, $P_1=P_2$ হ'লে $\frac{1}{3}m_1n_1C_1^2=\frac{1}{3}m_2n_2C_2^2 \cdots \cdots$ (i)

গ্যাস দ্বয়ের উষ্ণতা সমান হ'লে উভয় গ্যাসের প্রতি অণুর গড় গতিশক্তি সমান হয়। কাজেই, $\frac{1}{2}m_1C_1^2=\frac{1}{2}m_2C_2^2 \cdots \cdots \cdots$ (ii)

সুতরাং, (i) ও (ii) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী পাওয়া যায়,

$$\frac{\frac{1}{3}m_1n_1C_1^2}{\frac{1}{2}m_1C_1^2}=\frac{\frac{1}{3}m_2n_2C_2^2}{\frac{1}{2}m_2C_2^2} \text{ । অথবা, } n_1=n_2 \text{ ।}$$

কাজেই, একই উষ্ণতা ও চাপে সম আয়তন সব গ্যাসে সমান সংখ্যক অণু থাকে। সুতরাং গ্যাসের কণাগতিবাদ দ্বারা অ্যাভোগাড্রোর সূত্র পাওয়া যায়।

(iv) **ডালটনের আংশিক চাপ সূত্র** (*Dalton's law of partial pressure*) :

ধরা যাক্, তিনটি বিভিন্ন গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n_1; n_2 ও n_3 এবং একটি অণুর ভর যথাক্রমে m_1, m_2 ও m_3 । এই গ্যাস তিনটির চাপ যথাক্রমে P_1, P_2 ও P_3 হ'লে লেখা যায়,

$$P_1=\frac{1}{3}m_1n_1C_1^2 \text{ ; } P_2=\frac{1}{3}m_2n_2C_2^2 \text{ ; } P_3=\frac{1}{3}m_3n_3C_3^2 \text{ ।}$$

আবার যদি ঐ তিনটি গ্যাসকে এক সঙ্গে মেশানো হয় তবে একক আয়তনে মিশ্রিত গ্যাসের চাপ P হয় বিভিন্ন অণুগুলির মোট লব্ধি চাপ। অর্থাৎ, $P=\frac{1}{3}m_1n_1C_1^2+\frac{1}{3}m_2n_2C_2^2+\frac{1}{3}m_3n_3C_3^2$ । কাজেই, $P=P_1+P_2+P_3$ ।

অনুরূপভাবে, কতকগুলি গ্যাসের মিশ্রণের বেলায়

$$P=P_1+P_2+P_3+ \cdots \cdots \cdots$$

কাজেই, কণাগতিবাদ দ্বারা ডালটনের সূত্র পাওয়া যায়।

(v) গ্রাহামের ব্যাপন সূত্র (*Graham's law of diffusion*) ঃ

ধরা যাক্, দুই গ্যাসের ঘনত্ব ρ_1 ও ρ_2 এবং ইহাদের অণুর গড় বর্গের বর্গমূল বেগ যথাক্রমে C_1 ও C_2 । তাহ'লে প্রথম গ্যাসের চাপ, $P_1 = \frac{1}{3}\rho_1 C_1{}^2$ এবং দ্বিতীয় গ্যাসের চাপ, $P_2 = \frac{1}{3}\rho_2 C_2{}^2$ । আবার $P_1 = P_2$ হ'লে

$\frac{1}{3}\rho_1 C_1{}^2 = \frac{1}{3}\rho_2 C_2{}^2$ । অথবা, $\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$

গ্যাসের ব্যাপন হার ইহার অণুর গড় বর্গের বর্গমূল বেগের সমানুপাতিক হওয়ায় $\frac{\text{প্রথম গ্যাসের ব্যাপন হার}}{\text{দ্বিতীয় গ্যাসের ব্যাপন হার}} = \sqrt{\frac{\text{দ্বিতীয় গ্যাসের ঘনত্ব}}{\text{প্রথম গ্যাসের ঘনত্ব}}}$ ।

অর্থাৎ গ্যাসের ব্যাপন হার $\propto \frac{1}{\sqrt{\text{গ্যাসের ঘনত্ব}}}$ । ইহাই **ব্যাপন সূত্র** ।

কাজেই কণাগতিবাদ দ্বারা গ্রাহামের ব্যাপন সূত্র পাওয়া যায় ।

(vi) আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (*Perfect gas equation*) ঃ

গ্যাসের কণাগতিবাদ অনুযায়ী পাওয়া যায়, $PV = \frac{1}{3}MC^2$;

P = গ্যাসের চাপ, V = গ্যাসের আয়তন,

M = গ্যাসের ভর, C^2 = গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ ।

আমরা জানি যে, $C^2 \propto T$, T = গ্যাসের পরম উষ্ণতা । আবার $\frac{1}{3}M$ ধ্রুবক হওয়ায়, $PV \propto T$, বা $PV = RT$, R একটি ধ্রুব রাশি । কাজেই, গ্যাসের কণাগতিবাদ দ্বারা আদর্শ গ্যাস সমীকরণ $PV = RT$ পাওয়া যায় ।

(vii) চাপ, গতিশক্তি এবং বোল্‌জম্যানের ধ্রুবক (***Pressure, Kinetic energy and Boltzmann's constant***) ঃ

গ্যাসের কণাগতিবাদ দ্বারা পাওয়া যায়, $PV = \frac{1}{3}MC^2$, P = চাপ, V = আয়তন, M = ভর এবং C^2 = অণুর গড় বর্গ বেগ ।

আবার, $PV = \frac{1}{3}MC^2 = \frac{2}{3} . \frac{1}{2}MC^2 = \frac{2}{3}E$,

$E = \frac{1}{2}MC^2$ = গ্যাস অণুর মোট গতিশক্তি ।

আবার, $P = \frac{2}{3}\frac{E}{V} = \frac{2}{3} \times$ গ্যাসের শক্তি ঘনত্ব ;

$\frac{E}{V}$ = গ্যাসের **শক্তি ঘনত্ব** বা প্রতি একক আয়তনে গ্যাসের শক্তি ।

আমরা জানি যে, $PV = \frac{1}{3}MC^2$ এবং $PV = RT$

কাজেই, $\frac{1}{3}MC^2 = RT$, বা $MC^2 = 3RT$ । অতএব $C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ ।

আবার, $\frac{1}{2}MC^2=\frac{3}{2}RT$। কাজেই, এক গ্রাম অণু গ্যাসের মোট গতিশক্তি $=\frac{3}{2}RT$। আবার $M=mn$, $n=$একক আয়তনে গ্যাস অণুর সংখ্যা এবং $m=$ প্রত্যেক অণুর ভর। কাজেই, $\frac{1}{2}mnC^2=\frac{3}{2}RT$।

$$\text{বা, } \frac{1}{2}mC^2=\frac{3}{2}\times\frac{R}{n}T=\frac{3}{2}KT,\ K=\frac{R}{n}=\text{বোলজ্‌ম্যান ধ্রুবক।}$$

অতএব, একটি অণুর গতিশক্তি $=\frac{3}{2}\times$ বোলজ্‌ম্যান ধ্রুবক $\times$ পরম উষ্ণতা।

9.6. কণাগতিবাদ দ্বারা উষ্ণতার ব্যাখ্যা (Kinetic interpretation of temperature) ঃ

কণাগতিবাদের অঙ্গীকারে বলা হ'য়েছে যে, গ্যাসের অণুগুলি সর্বদা অক্রমগতিতে ছুটে বেড়ায়। এই তত্ত্ব দ্বারা প্রমাণ করা যায় যে, $P=\frac{1}{3}mnC^2$, $mn=$ গ্যাসের ঘনত্ব, $P=$গ্যাসের চাপ এবং $C^2=$অণুর গড় বর্গবেগ। কাজেই, $P=\frac{1}{3}mnC^2=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}mnC^2=\frac{2}{3}\times E=\frac{2}{3}\times$একক আয়তন গ্যাসে অণুগুলির মোট গতিশক্তি। কারণ, $\frac{1}{2}mC^2$ একটি গড় গতিশক্তি এবং $n\times\frac{1}{2}mC^2=E=$একক আয়তন গ্যাসে অণুগলির মোট গতিশক্তি। কাজেই গ্যাসের চাপ, প্রতি একক আয়তনে অণুগুলির মোট গতিশক্তির $\frac{2}{3}$ গুণ।

আবার, $P=\frac{1}{3}mnC^2$ হওয়ায় $PV=\frac{1}{3}mnVC^2=\frac{1}{3}mNC^2$, যেখানে গ্যাসের আয়তন V ও উহার অণুর মোট সংখ্যা, N। এক গ্রাম-অণু গ্যাসের আয়তনকে V ধ'রলে N হয় এক গ্রাম-অণু গ্যাসে অণুর সংখ্যা—অর্থাৎ অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা। এই সংখ্যাকে N_o ধ'রলে $mN_0=M=$গ্যাসের আণবিক গুরুত্ব।

$\therefore\ PV=\frac{1}{3}mN_0C^2$ (এক গ্রাম অণু গ্যাসের জন্য)।

আবার, এক গ্রাম-অণু আদর্শ গ্যাসের বেলায়,

$$PV=RT\text{।}$$

কাজেই, $\frac{1}{3}mN_0C^2=RT$

একটি অণুর গড় গতিগতি $\frac{1}{2}mC^2$ হওয়ায়,

$$\frac{1}{2}mC^2=\frac{3}{2}\cdot\frac{RT}{N_0}=\frac{3}{2}KT\ ;\ K=\frac{R}{N_0}=\text{বোলজ্‌ম্যান ধ্রুবক।}$$

সুতরাং বলা যায় যে, $C^2\propto T$; অর্থাৎ গড় বর্গবেগ পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক।

আবার যদি $T=0$ হয় তবে, $C^2=0$ অর্থাৎ পরম উষ্ণতার শূন্য ডিগ্রীতে অণুগুলি স্থির হ'য়ে যায় এবং ইহাদের কোন গতিশক্তি থাকে না। কিন্তু আধুনিক বিজ্ঞানে শূন্য ডিগ্রীতে অণুর স্থির হ'য়ে যাওয়ার সমর্থন পাওয়া যায় না।

যেহেতু আদর্শ গ্যাসের অণুগুলির মধ্যে পারস্পারিক আকর্ষণ নেই, তাই ইহাদের স্থিতিশক্তি শূন্য। ইহাদের শুধু গতিশক্তি আছে এবং গ্যাসের উষ্ণতা গতিশক্তি দ্বারা নির্ধারিত হয়। গতিশক্তি বাড়লে উষ্ণতা বাড়ে এবং গতিশক্তি ক'মলে উষ্ণতা কমে। কণাগতিবাদ দ্বারা গ্যাসের উষ্ণতাকে এইভাবে ব্যাখ্যা করা যায়।

9.7. আদর্শ গ্যাসসূত্রের সীমাবদ্ধতা (Limitations of ideal gas law) ঃ

(1) বয়েল ও চার্লসের সূত্রের সমন্বয়ে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ পাওয়া যায়। আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ,

$$PV = RT \cdots\cdots(1)$$

কিন্তু বয়েল লক্ষ্য করেন যে, এই সূত্র উচ্চ উষ্ণতায় এবং কম চাপে প্রযোজ্য হয়।

(2) অ্যামাগাট দেখান যে নাইট্রোজেন এবং কার্বন ডাইঅক্সাইডের বেলায় কম চাপে চাপ বৃদ্ধির দরুন PV হ্রাস পায় এবং হাইড্রোজেনের বেলায় ইহা বৃদ্ধি পায়। অবশ্য যদি চাপ ক্রমশ বাড়ানো হয় তবে এই তিনটি গ্যাসের বেলাতেই PV ও বাড়তে থাকে। এইভাবে দেখা যায় যে, বাস্তব গ্যাসগুলি আদর্শ গ্যাস নয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, আদর্শ গ্যাস সূত্র বাস্তব গ্যাসের আচরণ সঠিকভাবে ব্যাখ্যা ক'রতে পারে না।

গ্যাসের কণাগতিবাদ দ্বারা আদর্শ গ্যাসের 1 নং সমীকরণ পাওয়া যায়। এই তত্ত্বে দুটি গুরুত্বপূর্ণ অঙ্গীকার—

(i) গ্যাসের অণুগুলির আয়তন নেই,

(ii) অণুগুলির কোন স্থিতিশক্তি নেই, শুধু গতিশক্তি আছে।

এই অঙ্গীকার দুটি যথার্থ নয় এবং শুধুমাত্র কম চাপের গ্যাসের বেলায় প্রযোজ্য হয়। ক্লসিয়াস প্রথম বলেন যে, গ্যাসের চাপ নির্ণয়ে ইহার অণুগুলির আয়তনও বিবেচনা করা প্রয়োজন।

1864 খ্রীষ্টাব্দে হার্ন বলেন যে, গ্যাস অণুগুলি পরস্পরের প্রতি আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। কঠিন ও তরল পদার্থে অণুগুলি এই আণবিক আকর্ষণ বলের জন্য পরস্পর আবদ্ধ থাকে। কাজেই, গ্যাসের সমগ্র শক্তি গতিশক্তি নয়, অণুগুলির পারস্পরিক আকর্ষণের জন্য স্থিতিশক্তিও বিবেচনা ক'রতে হয়। অণুগুলির আয়তন ও পারস্পরিক আকর্ষণ বলের অস্তিত্ব মেনে নিয়ে ভ্যানডারওয়াল বাস্তব গ্যাসের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করেন। এক গ্রাম মোল গ্যাসের জন্য তাঁর সমীকরণ,

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT,$$

P = গ্যাসের চাপ, V = গ্যাসের আয়তন, $P + \frac{a}{V^2}$ = গ্যাসের পরিবর্তিত চাপ, $V - b$ = গ্যাসের হ্রাসপ্রাপ্ত আয়তন এবং a ও b ধ্রুবরাশি।

এই সমীকরণ মোটামুটি ভাবে বাস্তব গ্যাসের আচরণ ব্যাখ্যা করে।

কয়েকটি প্রশ্ন ঃ

1. কোন গ্যাসপূর্ণ পাত্রকে চলন্ত ট্রেনে রাখলে ঐ গ্যাসের উষ্ণতা কি বাড়বে ?

ভর কেন্দ্রের তুলনায় রৈখিক গতিশক্তির উপর গ্যাসের উষ্ণতা নির্ভর করে। গ্যাসের ভরকেন্দ্রের গতির উপর ইহার উষ্ণতা নির্ভর করে না। সুতরাং, এক্ষেত্রে গ্যাসের উষ্ণতার বৃদ্ধি বা হ্রাস ঘটে না।

2. 400°K উষ্ণতায় একটি স্থির পাত্রে এক মোল হিলিয়াম গ্যাসের অণুগুলির মোট ভরবেগ কত ?

গতি অক্রম (random) হওয়ায় ভরবেগ ভেক্টর গুলির যোগফল শূন্য হয়। কাজেই, মোট ভরবেগ শূন্য হয়।

3. সমগ্রভাবে একটি গ্যাসের এবং ইহার আধারের রৈখিক গতিবেগ না থাকলে ঐ গ্যাসের অণুগুলির গড় বেগ শূন্য হয়, কিন্তু গড় দ্রুতি শূন্য হয় না কেন ?

বেগ ভেক্টর রাশি। ইহার মান ও দিক্ আছে। গ্যাসের অণুগুলির গতি অক্রম। কোন মুহূর্তে যতগুলি অণুর বামদিকে একটি নির্দিষ্ট বেগ আছে ঐ মুহূর্তে ঠিক ততগুলি অণুর ডানদিকে ঐ একই বেগ আছে। কাজেই, গড় বেগ শূন্য হয়। কিন্তু দ্রুতি স্কেলার রাশি। কাজেই, দ্রুতিকে ধনাত্মক বা ঋণাত্মক বলার মানে হয় না। যদি পাত্রে N সংখ্যক অণুর দ্রুতি $C_1, C_2, C_3, \cdots C_n$ হয় তবে ইহাদের গড় দ্রুতি

$$C=\frac{C_1+C_2+C_3+\quad\cdots+C_n}{N}$$ এবং ইহা কখনই শূন্য হ'তে পারে না।

উদাহরণ (Examples)

1. যে কোন গ্যাসের আণবিক ভরে $6{\cdot}02\times10^{23}$ সংখ্যক অণু আছে। প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় 1 c.c. নাইট্রোজেন গ্যাসে অণুর সংখ্যা কত ?

সমাধান : প্রমাণ চাপ $P=0{\cdot}76$ m পারদ চাপ, প্রমাণ উষ্ণতা $T=273°K$ নাইট্রোজেনের আয়তন $1\text{ c.c.}=10^{-6}\text{ m}^3$ হওয়ায়

মোল সংখ্যা $n=\frac{PV}{RT}=\frac{0{\cdot}76\times10^{-6}}{8{\cdot}31\times273}$

এক মোল গ্যাসে অণুর সংখ্যা, $N_o=6{\cdot}02\times10^{23}$

অতএব, নির্ণেয় অণুর সংখ্যা, $N=nN_o=\frac{0{\cdot}76\times10^{-6}\times6{\cdot}02\times10^{23}}{8{\cdot}31\times273}$

$$=2{\cdot}07\times10^{14}$$

2. তামার পারমাণবিক ভর 63·6 ও আঃ গুরুত্ব 8·9 ; পরমাণু প্রতি গড় আয়তন কত ?

সমাধান : $6{\cdot}02\times10^{23}$ সংখ্যক পরমাণুর ভর = 63·6 gm.।

অতএব, 1 c.c. তামায় পরমাণুর সংখ্যা $=\frac{6{\cdot}02\times10^{23}\times8{\cdot}9}{63{\cdot}6}$

কাজেই, পরমাণু প্রতি গড় আয়তন $=\frac{63{\cdot}6}{6{\cdot}02\times10^{23}\times8{\cdot}9}=1{\cdot}2\times10^{-23}\text{c.c.}$

3. 0°C উষ্ণতায় ও 76 cm. পারদ চাপে অক্সিজেন অণুর গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বেগ নির্ণয় কর। অক্সিজেনের ঘনত্ব 1·429 gm/litre.।

সমাধান ঃ যদি অক্সিজেনের প্রতি অণুর ভর m এবং এক একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n_o হয় তবে ইহার ঘনত্ব $\rho = mn_o$

কাজেই, চাপ $P = \frac{1}{3} mn_o C^2 = \frac{1}{3} \rho C^2$

$$\therefore \quad C = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

এক্ষেত্রে $P = 76$ cm. পারদ চাপ $= 1{\cdot}010 \times 10^5$ newton/m² ও $P = 1{\cdot}429$ gm/litre. $= 1{\cdot}429$ Kg/m³

$$\text{অতএব, } C = \sqrt{\frac{3 \times 1{\cdot}013 \times 10^5}{1{\cdot}429}} = 432 \text{ m/sec.}$$

4. প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় হিলিয়াম পরমাণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ $1{\cdot}30 \times 10^3$ m/sec.। এই অবস্থায় হিলিয়ামের ঘনত্ব কত ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $\rho = \frac{3P}{C^2}$

এক্ষেত্রে, $P = 1{\cdot}013 \times 10^5$ newton/m² ও $C^2 = (1{\cdot}3 \times 10^3)^2 = 1{\cdot}69 \times 10^6 \text{m}^2/\text{sec}^2$

$$\text{অতএব, } \rho = \frac{3 \times 1{\cdot}013 \times 10^5}{1{\cdot}69 \times 10^6} = 0{\cdot}18 \text{ Kg/m}^3.$$

5. 15°C উষ্ণতায় ও 76 cm. পারদ চাপে নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $C = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8{\cdot}31 \times 10^7 \times 288}{28}}$

$$= 5{\cdot}06 \times 10^4 \text{ cm./sec.}$$

6. 3940°K উষ্ণতায় গ্যাসের একটি অণুর গড় শক্তি নির্ণয় কর। $R = 8{\cdot}31 \times 10^7$ erg deg⁻¹ mole⁻¹ ও $N = 6{\cdot}025 \times 10^{23}$ ।

সমাধান ঃ একটি অণুর গড় শক্তি,

$$E = \frac{3}{2} KT = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} \times \frac{8{\cdot}31 \times 10^7}{6{\cdot}025 \times 10^{23}} \times 3940$$

$$= 8 \times 10^{-12} \text{ erg. (প্রায়)।}$$

7. একটি হাইড্রোজেন অণুর ভর $3{\cdot}32 \times 10^{-24}$ gm.। যদি 10^5 cm/sec. বেগে ধাবমান 10^{23} সংখ্যক হাইড্রোজেন অণু কোন দেওয়ালের 2 cm² ক্ষেত্রফলে অভিলম্বের সহিত 45° কোণে আঘাত করে তবে প্রযুক্ত চাপ কত হয় ?

সমাধান ঃ দেওয়ালে প্রযুক্ত ভরবেগের অভিলম্ব উপাংশ $= 2mv \cos 45^o = \sqrt{2}\, mv$; হাইড্রোজেন অণুর ভর $= m$ ও বেগ $= v$,

$$\text{অতএব, চাপ} = \frac{\sqrt{2}mv}{2} = \frac{\sqrt{2} \times 3{\cdot}32 \times 10^{-24} \times 10^5 \times 10^{23}}{2}$$

$$= 2{\cdot}36 \times 10^4 \text{ dyne/cm}^2 \text{ ।}$$

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. গ্যাসের কণাগতিবাদ ব'লতে কি বোঝায় ? ইহার সমর্থনে কয়েকটি পরীক্ষা বর্ণনা কর।

What is meant by Kinetic Theory of matter ? Mention the experimental evidences in support of the Kinetic Theory.

2. ব্রাউনীয় গতি কাকে বলে ? এই গতির কারণ ও বৈশিষ্ট্যগুলি লেখ। ব্রাউনীয় গতি থেকে কিভাবে কণাগতিবাদের সমর্থন পাওয়া যায় ?

What is Brownian motion ? Write down the causes and the characteristics of this motion. How Brownian motion supports Kinetic Theory of matter ?

3. আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে কণাগতিবাদের মৌলিক অঙ্গীকারগুলি বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর। ইহারা কি পরস্পর সমান ? কণাগতিবাদ তত্ত্বে কোন্‌টি বেশি গুরুত্বপূর্ণ ?

State and explain the basic assumptions of the Kinetic Theory of ideal gases. Explain what are meant by mean velocity and root mean square velocity. Are the two velocities identical ? Which one is more important in Kinetic Theory ?

4. কণাগতিবাদে গ্যাসের চাপ কিভাবে ব্যাখ্যা করা হয় ? গ্যাসের চাপ, ঘনত্ব ও অণুর গড় বর্গ বেগ সম্পর্কিত রাশি লেখ। দেখাও যে অণুর গড় গতিশক্তি অপরিবর্তিত থাকলে গ্যাসের চাপ ও ঘনত্ব পরস্পর সমানুপাতিক হয়।

কণাগতিবাদ তত্ত্বে কিভাবে গ্যাসের উষ্ণতা ব্যাখ্যা করা হয় ?

How pressure of a gas is explained on the basis of Kinetic Theory ? Give an expression for the pressure in terms of the density and the root mean square velocity of the molecules of the gas. Show that the pressure of a gas is proportional to its density if the average kinetic energy of the molecules remains same.

How temperature is interpreted on the basis of Kinetic Theory ?

5. গ্যাসের কণাগতিবাদ তত্ত্বের সাহায্যে কিভাবে বয়েলের সূত্র, চার্লসের সূত্র, অ্যাভোগাড্রোর সূত্র ও ডাল্টনের আংশিক চাপ সূত্র ব্যাখ্যা করা যায় ?

দেখাও যে, একই উষ্ণতায় সকল গ্যাসের প্রতি মোলের গতিশক্তি সমান।

How can Boyle's law, Charle's law, Avogadro's hypothesis and Dalton's law of partial pressure be accounted for by the Kinetic Theory of gas.

Show that kinetic energy per mole is the same for all gases at the same temperature.

6. ব্রাউনীয় গতি কাকে বলে ? এই গতির বৈশিষ্ট্য কি ? এরূপ গতির কারণ কি ?

[*H. S.* (new) *1979*]

7. গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব কাকে বলে ? এই তত্ত্বের মূল অঙ্গীকারগুলি বিবৃত কর।

[*H. S.* (new) *1978*]

8. গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব অনুযায়ী গ্যাসের চাপ ব্যাখ্যা কর এবং ইহার একটি রাশিমালা লেখ।

[*H. S.* (new) *1978*]

9. গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব অনুযায়ী উষ্ণতার ব্যাখ্যা কি ? [*H. S.* (new) *1978*]

10. আদর্শ গ্যাস সমীকরণের সীমাবদ্ধতা আলোচনা কর। [*H. S.* (new) *1979*]

11. বাস্তব গ্যাসের আচরণ আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুযায়ী হয় না কেন ?

বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য একটি সমীকরণ লেখ।

Why real gases do not obey perfect gas equation ?

Write down an equation of state for a real gas.

12. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও—

(i) জলের উপর ভাসমান কর্কের ব্রাউনীয় গতি হয় না কেন ?

(ii) উষ্ণতা বাড়লে সকল পদার্থই গ্যাসে পরিণত হয় কেন ?

(iii) অক্সিজেন ও নাইট্রোজেন গ্যাস পূর্ণ দুই আধারে গ্যাসের উষ্ণতা ও ঘনত্ব সমান। কোন্ গ্যাসের চাপ বেশি।

Answer the following questions :—

(i) Why Brownian motion is not observed in a cork floating on the surface of water ?

(ii) Why all substances become gas at higher temperature ?

(iii) The temperature and density of two vessels—one containing oxygen and the other containing nitrogen—are same Which gas exerts more pressure ?

13. (a) গ্যাসের গতিতত্ত্বের মূল অঙ্গীকারগুলি কি ? (b) গ্যাসের গতি অনুযায়ী গ্যাসের উষ্ণতার ব্যাখ্যা দাও। (c) ব্রাউনীয় গতি কি ? [*Tripura H. S 1980*]

14. (a) আদর্শ গ্যাস কাকে বলে ? (b) আদর্শ গ্যাস সমীকরণের সীমাবদ্ধতা সম্পর্কে সংক্ষেপে আলোচনা কর। [*Tripura H S. 1981*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. কোন্ উষ্ণতায় কোন গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 0°C উষ্ণতায় ইহার মানের দ্বিগুণ হয় ?

At which temperature the R. M. S. velocity of gas molecules will be double of its value at 0°C ? [819°C]

2. S. T. P.তে হাইড্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 1800 m/sec.। 100°C উষ্ণতায় এই মান কত হয় ?

The R. M. S. velocity of hydrogen molecule at S. T. P. is 1800 m/sec. What will be the R. M. S. velocity at 100°C ? [2102 m/sec]

3. S. T. P.তে হাইড্রোজেন অণুর গড় বর্গ বেগের বর্গমূল মান 1800 m/sec.। S. T. P.তে অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল কত হয় ?

The R. M. S. velocity of hydogen molecule is 1800 m/sec. at S. T. P. What will be the R. M. S. velocity of oxygen molecule at S. T. P. ? [450 m/sec.]

4. কোন্ উষ্ণতায় অণুর গড় বর্গ বেগের বর্গমূল মান শূন্য হয় ?

What is the temperature at which the root mean square velocity of the molecules will be zero ? [0°K]

5. 27°C উষ্ণতায় হাইড্রোজেন অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি $6{\cdot}2\times10^{-21}$ Joule। 127°C উষ্ণতায় এই গতিশক্তি কত হয় ?

The average kinetic energy of translatory motion of hydrogen molecules at 27°C is $6{\cdot}2\times10^{-21}$ Joule. What will be the average kinetic energy at 127°C ? [$8{\cdot}26\times10^{-21}$ Joule]

6. 227°C উষ্ণতায় আদর্শ গ্যাস অণুর গতিশক্তি নির্ণয় কর। বোলজম্যান ধ্রুবকের মান $1{\cdot}38\times10^{-23}$ Joule/°K।

Calculate the kinetic energy of a molecule of a perfect gas at 227°C. [$10{\cdot}35\times10^{-21}$ Joule]

7. S. T. P.তে এক গ্রাম মোল হাইড্রোজেন গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। $R=8{\cdot}31\times10^{7}$ erg/°K/gm. mole.।

Calculate K. E. of 1 gm. mole of hydrogen gas at S. T. P. [$3{\cdot}4\times10^{7}$ erg]

8. S. T. P.তে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বেগ নির্ণয় কর। S. T. P.তে গ্যাসের ঘনত্ব 1·4 gm./litre।

Calculate the R. M. S. velocity of gas molecules at S. T. P. if its density at S. T. P. is 1·4 gm/litre. [465·8. m/sec.]

9. S. T. P. তে 1 gm. হিলিয়াম গ্যাসের গড় গতিশক্তি নির্ণয় কর। $R=8\cdot31\times10^7$ erg/°K/gm. mole।

Calculate the average K. E. of one gm. helium gas at S. T. P. [$18\cdot5\times10^9$ erg]

10. 0°C উষ্ণতায় হাইড্রোজেন অণুর গতিশক্তি $5\cdot64\times10^{-14}$ erg. এবং $R=8\cdot32\times10^7$ erg/°K/gm. mole. অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা নির্ণয় কর।

The kinetic energy of a molecule of hydrogen gas at 0°C is $5\cdot64\times10^{-14}$ erg. Calculate Avogadro number. [$6\cdot08\times10^{23}$]

11. উষ্ণতা 1°C বৃদ্ধি পেলে গ্যাস অণুর গতিশক্তি কত বৃদ্ধি পায়? বোলজম্যান ধ্রুবক= $1\cdot38\times10^{-16}$ erg/°C।

What is the increase in K. E. of gas molecules if the temperature increases by 1°C? [$2\cdot07\times10^{-16}$ erg]

12. বাষ্পীভবনের দরুন একটি মাটির পাত্র থেকে 1 মিনিটে 1 gm. জল বাষ্পীভূত হয়। পাত্রটির জল সম 0·5 Kg.; পাত্রে 9·5 Kg. জল থাকলে জলের উষ্ণতা 32°C থেকে কমে 30°C হ'তে কত সময় লাগবে? বিকিরণের প্রভাব অগ্রাহ্য কর। জলের বাষ্পীভবনের লীনতাপ=540 cal./gm. [37·37 min.]

13. 100 gm. ভরের একটি অ্যালুমিনিয়াম পাত্রে −20°C উষ্ণতায় 200 gm. বরফ আছে। পাত্রে প্রতি সেকেন্ডে 100 cal. তাপ সরবরাহ করা হ'লে 4 মিনিট পরে সমগ্র ব্যবস্থার উষ্ণতা কত হবে? [*I. I. T. 1973*] [25·5°C]

14. 10 gm. জলসমের ক্যালরিমিটারে −10°C উষ্ণতায় 100 gm. বরফ আছে। 100°C উষ্ণতায় 20 gm. স্টীম ঐ ক্যালরিমিটারে পাঠানো হ'ল। ক্যালরিমিটার এবং উহার দ্রব্যাদির চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হবে? বরফের আঃ তাপ=0·5; বরফ গলনের লীন তাপ=80 cal./gm.; স্টীমের লীনতাপ= 540 cal/gm. [*I. I. T. 1971*] [32·3°C]

15. বরফের আঃ গুরুত্ব 0·92। 10 gm. ওজনের একখণ্ড ধাতুকে 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত ক'রে বরফ-জলের মিশ্রণে ফেলা হ'ল। ইহার দরুন কিছু বরফ গ'লে গেল এবং মিশ্রণের আয়তন 0·1 c.c. ক'মে গেল, কিন্তু উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হ'ল না। জলের আঃ গুরুত্ব 1 এবং বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal /gm. হ'লে ধাতুর আঃ তাপ নির্ণয় কর। [*I. I. T. 1963*] [0·092]

16. −10°C উষ্ণতার 1 gm. বরফকে 100°C উষ্ণতার স্টীমে পরিণত ক'রতে কত তাপের প্রয়োজন হবে? বরফের আঃ তাপ=0·5; বরফ গলনের লীনতাপ=80 cal/gm.; স্টীমের লীন তাপ=540 cal/gm.। [*J. Entrance 1963*] [725 cal]

17. একটি ক্যালরিমিটারে 0°C উষ্ণতায় 250 gm. জল ও 200 gm. বরফের মিশ্রণ আছে। ঐ ক্যালরিমিটারের জল সম 50 gm.। যদি 100°C উষ্ণতার 200 gm. স্টীম ঐ মিশ্রণে পাঠানো হয় তবে ক্যালরিমিটারের চূড়ান্ত উষ্ণতা এবং ক্যালরিমিটারের বস্তুর মোট পরিমাণ নির্ণয় কর। আপেক্ষিক তাপ ও লীন তাপের প্রচলিত মান নিতে পার। [*I. I. T. 1974*] [100°C; 577·2 gm.]

18. একটি বন্ধঘরের পরিমাপ 5 m × 5 m × 4 m। ঘর 27°C উষ্ণতায় বায়ুপূর্ণ। যদি ঘরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 90% থেকে ক'মে 40% হয় তবে ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয় কর। 27°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ=26·7 mm. পারদ চাপ; গ্যাস ধ্রুবক $R=8\cdot3\times10^7$/gm. mol.; পারদের ঘনত্ব = 13·6 gm./c.c.; জলের আণবিক ওজন=18; $g=980$ cm./sec²। [*I. I. T. 1970*] [1286 gm.]

19. একটি শীতাতপ নিয়ন্ত্রক যন্ত্রের মধ্যে 30°C উষ্ণতায় এবং 90% আপেক্ষিক আর্দ্রতায় বায়ু টেনে নিয়ে 20°C উষ্ণতায় শীতল করা হয়। ইহাতে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা ক'মে 50% হয়। এক ঘন মিটার বায়ু থেকে ঐ যন্ত্র কত গ্রাম জলীয় বাষ্প অপসারণ করে? বায়ুর আয়তন পরিবর্তন অগ্রাহ্য কর। 30°C ও 20°C উষ্ণতায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব যথাক্রমে 30 gm./m³ এবং 17 gm/m³। [*Jt. Entance 1972*] [18·5 gm.]

20. কোন দিনের উষ্ণতা 20°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%; যদি উষ্ণতা হ্রাস পেয়ে 5°C হয়, তবে কত ভগ্নাংশের জলীয় বাষ্প জমে? 30°C ও 5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 17·5 mm. ও 6·5 mm.। [*Jt. Entrance 1976*] [$\frac{8}{21}$]

দশম পরিচ্ছেদ

তাপ সঞ্চালন
(TRANSMISSION OF HEAT)

10·1. তাপ পরিবহন (Conduction of heat) ঃ

উষ্ণতা পার্থক্যের দরুন এক বস্তু থেকে অন্য বস্তুতে তাপ সঞ্চালিত হওয়াকে তাপ সঞ্চালন বলে। তিনটি বিভিন্ন পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালিত হ'য়ে থাকে—(i) **পরিবহন** (ii) **পরিচলন** ও (iii) **বিকিরণ**।

একটি লোহ দণ্ডের একপ্রান্ত আগুনে ধ'রলে কিছু সময় পরে অন্য প্রান্তও গরম হয়।

লোহ দণ্ডটি অসংখ্য কণার সমষ্টি। আগুনের তাপে দণ্ডের কণাগুলির স্পন্দন বেগ বৃদ্ধি পায়। এই বর্ধিত বেগ সংঘর্ষের দরুন সংলগ্ন অণুগুলিতে সঞ্চালিত হয় এবং উহাদের স্পন্দন বেগ বাড়ায়। তাই পরবর্তী অণুগুলির শক্তিও বৃদ্ধি পায়। এইভাবে শক্তি, কণা থেকে কণাতে সঞ্চালিত হ'য়ে অন্য প্রান্তে পেঁছায়। লক্ষ্য করা দরকার যে, তাপ পরিবহনে অণুগুলি নিজেদের জায়গা ছেড়ে যায় না।

যে পদ্ধতিতে তাপ, কোন বস্তুর উষ্ণতর অংশ থেকে শীতলতর অংশে অণুর কম্পনের দরুন প্রবাহিত হয় অথচ অণুর স্থান পরিবর্তন হয় না তাকে পরিবহন বলে। **ম্যাক্সওয়েলের সংজ্ঞা** (*Maxwell's definition*) ঃ "অসম ভাবে উত্তপ্ত বস্তুর মধ্য দিয়ে উষ্ণতর স্থান থেকে শীতলতর স্থানে তাপ প্রবাহকে পরিবহন বলে।" (The flow of heat through an unequally heated body from places of higher to places of lower temperature is called conduction.)

কাজেই, অণুগুলির পরস্পর সংযোগ না থাকলে তাপ পরিবহন সম্ভব নয়। সাধারণত কঠিন বস্তুর বেলায় পরিবহন পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালিত হয়।

10.2. পরিবাহিতা (Conductivity) ঃ

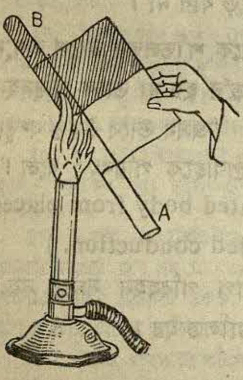
কোন বস্তুর তাপ পরিবহনের ধর্মকে **পরিবাহিতা** (*conductivity*) বলে। সব পদার্থের পরিবহন ক্ষমতা সমান নয়। যে সব পদার্থে তাপ দ্রুত ও সহজে সঞ্চালিত হ'তে পারে তাদের **সুপরিবাহী** (*good conductor*) বলা হয়। আর যে সব বস্তু শীঘ্র ও সহজে তাপ পরিবহন করে না তাদের **কুপরিবাহী** (*bad conductor*) বলা হয়।

সাধারণত সোনা, তামা, পিতল, রুপো প্রভৃতি ধাতু সুপরিবাহী। কাচ, কাঠ, বেত, পশম ইত্যাদি কঠিন পদার্থ কুপরিবাহী। তাছাড়া অধিকাংশ তরল ও গ্যাসীয় পদার্থ কুপরিবাহী।

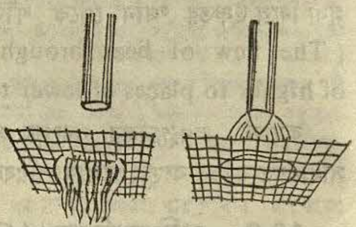
10.3. বিভিন্ন পদার্থের তাপ পরিবহন ক্ষমতা বিভিন্ন দেখানোর পরীক্ষা (Experiments to show that different materials have different conducting power) :

(i) একটি ত্রিপদ স্ট্যান্ডের উপর তামার তার-জালি নিয়ে একটি পাতলা কাগজের ঠোঙা রাখা হয়। তারপর ঠোঙায় জল রাখা হয়। তার জালির নীচে ধীরে ধীরে তাপ দিলে দেখা যায় যে, কিছু সময় পরে ঠোঙার জল ফুটতে থাকে। পাতলা কাগজ দিয়ে তাপ তাড়াতাড়ি পরিবাহিত হ'য়ে জলে চ'লে যায়। জলের উষ্ণতা 100°C এর বেশি না হওয়ায় ঠোঙা পুড়ে যায় না।

(ii) 48 নং চিত্রে AB দণ্ডের A অর্ধ কাঠের ও B অর্ধ তামার তৈরী। এই দণ্ডের উপর এক খণ্ড পাতলা কাগজ এমন ভাবে জড়ানো হয় যে, কাগজের কিছুটা কাঠের উপর এবং বাকিটা তামার উপরে থাকে। এবার বুনসেন বার্নারের শিখার উপর দণ্ডকে ধ'রলে দেখা যায় যে, কাঠের উপরে জড়ানো কাগজ তামার উপরে জড়ানো কাগজের চেয়ে অনেক আগেই ঝলসিয়ে যায়। তামা তাপের সুপরিবাহী হওয়ায় ইহা দ্রুত তাপ টেনে নেয়। তাই ইহার উপরের কাগজ অক্ষত থাকে। কিন্তু কাঠ তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় তত দ্রুত তাপ টেনে নিতে পারে না। তাই ইহার উপরের কাগজ ঝলসিয়ে যায়।



চিত্র 48

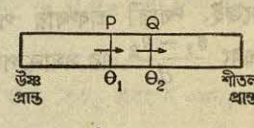

চিত্র 49

(iii) একটি বুনসেন বার্নার থেকে চার-পাঁচ সেন্টিমিটার উপরে তামার তার জালি ধ'রে উপরের গ্যাস জ্বালালে শুধুমাত্র তার জালির উপরেই শিখা জ্বলতে দেখা যায়, নীচের গ্যাস জ্বলে না (চিত্র 49)। কারণ তার জালির তামা তাপের সুপরিবাহী হওয়ায় ইহা দ্রুত তাপ পরিবাহিত করে। তাই তার জালির নীচের গ্যাসের উষ্ণতা ইহার জ্বলনাঙ্কের সমান হয় না এবং শিখাও তার-জালি ভেদ ক'রে নীচে নামতে পারে না। এই একই কারণে বুনসেন বার্নারের শিখার উপর তামার তার-জালি ধ'রলে শিখা জালি ভেদ ক'রে উপরে উঠতে পারে না।

(iv) এক খণ্ড বরফকে এক টুকরো লোহার সঙ্গে বেঁধে একটি জলপূর্ণ লম্বা কাচ নলের ভিতরে নিমজ্জিত করা হয়। বুনসেন বার্নারের সাহায্যে নলের উপরের অংশে তাপ দিলে দেখা যায় যে, ঐ অংশের জল ফোটে, কিন্তু নলের নীচে বরফ গলে না। জল তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় নলের উপরের অংশের জল থেকে ইহার নীচের অংশে তাপ খুব বেশি পরিবাহিত হয় না। তাই নীচের বরফ গলার আগেই উপরের জল ফুটতে থাকে।

10.4. তাপ পরিবাহিতাঙ্ক (Thermal Conductivity) ঃ

ধরা যাক্, কোন পদার্থের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A, দৈর্ঘ্য d, ইহার এক প্রান্তের উষ্ণতা θ_1 এবং অপর প্রান্তের উষ্ণতা θ_2 (চিত্র 50)। উষ্ণ প্রান্ত থেকে তাপ পাঠিয়ে এবং শীতল প্রান্ত থেকে তাপ অপসারণ ক'রে θ_1-কে θ_2-এর চেয়ে বড় করা যায়। ধরা হয় **যে পদার্থের তল থেকে কোন ভাবে তাপ নষ্ট হয় না**। উষ্ণ প্রান্ত থেকে শীতল প্রান্তে তাপ প্রবাহিত হয় এবং ঐ দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী অংশের উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। P ও Q তলদ্বয় পদার্থের দৈর্ঘ্যের লম্ব ভাবে নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত। উষ্ণতর তল P দিয়ে প্রবাহিত তাপ



চিত্র 50

শীতলতর তল Q দিয়ে নির্গত তাপের চেয়ে বেশি হয়। এই বেশি তাপ P ও Q-এর মধ্যবর্তী অংশের উষ্ণতা বৃদ্ধি ক'রে। এই উষ্ণতা বৃদ্ধি হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে পদার্থের উষ্ণ প্রান্ত এবং P তলের মধ্যে উষ্ণতার পার্থক্য ক'মতে থাকে এবং পদার্থের শীতল প্রান্ত ও Q তলের মধ্যে উষ্ণতার পার্থক্য বাড়তে থাকে। ইহাতে একক সময়ে PQ অংশে প্রবিষ্ট তাপের পরিমাণ ক'মতে থাকে এবং ঐ অংশ থেকে নির্গত তাপের পরিমাণ বাড়তে থাকে যতক্ষণ না এই দুই তাপের পরিমাণ সমান হয়। যখন পদার্থের সব বিন্দু এই অবস্থায় উপনীত হয় তখন ইহার কোন অংশের উষ্ণতার পরিবর্তন হয় না। এই অবস্থাকে **স্থায়ী অবস্থা** (*steady state*) বলে। এই অবস্থায় পদার্থের প্রত্যেক অংশের উষ্ণতা বিভিন্ন, কিন্তু যে-কোন অংশের উষ্ণতা সব সময়ে অপরিবর্তিত থাকে। গণিতের ভাষায়, **পদার্থের কোন বিন্দুর উষ্ণতা ইহার দৈর্ঘ্য বরাবর ঐ বিন্দুর দূরত্বের সময় নিরপেক্ষ অপেক্ষক** (*function*)। লক্ষ্য করা দরকার যে, স্থায়ী অবস্থায় কোন সময়ে পদার্থে প্রেরিত তাপের পরিমাণের সঙ্গে ঐ সময়ে পদার্থ থেকে নির্গত তাপের পরিমাণ সমান হয়। আবার তাপের এই পরিমাণ ঐ সময়ে পদার্থের যে কোন তল দিয়ে প্রবাহিত তাপের পরিমাণের সংগেও সমান হয়। আরও লক্ষ্য করা দরকার যে, স্থায়ী অবস্থায় উষ্ণতা ও তাপ প্রবাহ পদার্থের আপেক্ষিক তাপের উপর নির্ভর করে না। কেননা এই অবস্থায় উষ্ণতার কোন পরিবর্তন ঘটে না।

পরীক্ষা দ্বারা দেখা যায় যে, উপরের ঐ শর্তগুলি পূর্ণ হ'লে পদার্থের কোন

তল দিয়ে লম্বভাবে প্রবাহিত তাপ (Q) পদার্থের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল (A) এবং সময়ের (t) সঙ্গে সমানুপাতিক হয়। ধরা যাক, নির্দিষ্ট তাপীয় অবস্থায় কোন পদার্থের 1 বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফল দিয়ে 1 সেকেন্ডে 10 ক্যালরি তাপ প্রবাহিত হয়। ঐ একই পদার্থের অপর 1 বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফল দিয়েও 1 সেকেন্ডে 10 ক্যালরি তাপ প্রবাহিত হয়। যদি এই দুই ক্ষেত্রফলকে এমন ভাবে পাশাপাশি রাখা হয় যে ইহাদের সদৃশ পার্শ্বগুলি পরস্পরের সঙ্গে মিলে যায় তাহ'লে 1 সেকেন্ডে এই সমবায় দিয়ে 20 ক্যালরি তাপ প্রবাহিত হয়। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে লম্বভাবে প্রবাহিত তাপ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক হয়। এই ভাবে সময়ের সঙ্গেও অনুরূপ সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করা যায়।

পরীক্ষা দ্বারা আরও দেখা যায় যে, একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট পদার্থ দিয়ে একক সময়ে লম্বভাবে প্রবাহিত তাপ ঐ পদার্থের দুই প্রান্তের উষ্ণতা পার্থক্যের ($\theta_1 - \theta_2$) সঙ্গে সমানুপাতিক হয় এবং উহার বেধ d এর সঙ্গে ব্যস্তানুপাতিক হয়। কাজেই, স্থায়ী অবস্থায় পদার্থের যে কোন তলে লম্বভাবে প্রবাহিত তাপ A, t এবং $\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}$ এর সমানুপাতিক হয়। সুতরাং বলা যায়,

$$Q \propto At\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}$$

$$Q = KAt.\frac{\theta_1 - \theta_2}{d},$$ K একটি ধ্রুব রাশি। ইহাকে পদার্থের পরিবাহিতাঙ্ক বলে। এই ধ্রুবরাশির মান **পদার্থের প্রকৃতি ও উষ্ণতার উপর নির্ভর করে।**

আবার, $A = 1$, $t = 1$, $\theta_1 - \theta_2 = 1$ এবং $d = 1$ হ'লে $Q = K$ হয়।

যদি একক বেধ ও একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট পদার্থের দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা পার্থক্য এক একক হয় তবে স্থায়ী অবস্থায় ঐ পদার্থের এক তল থেকে অপর তলে লম্ব ভাবে একক সময়ে যে পরিমাণ তাপ প্রবাহিত হয় তাকে উহার **পরিবাহিতাঙ্ক** বলে। (The co-efficient of thermal conductivity is numerically equal to the quantity of heat which flows per second across unit area of a plate of unit thickness, having unit difference of temperature between its faces.)।

তামার পরিবাহিতাঙ্ক 0·92 ব'লতে বোঝায় যে, যদি 1 সেন্টিমিটার বেধ ও 1 বর্গসেন্টিমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোন তামার খণ্ডের দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা পার্থক্য 1°C হয় তবে স্থায়ী অবস্থায় প্রতি সেকেন্ডে 0·92 ক্যালরি তাপ ঐ পদার্থের এক তল থেকে অপর তলে লম্বভাবে প্রবাহিত হয়।

K-এর মান যত বেশি হয় পদার্থ তত তাপের সুপরিবাহী হয়।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে পরিবাহিতাঙ্কের একক (*Units of Conductivity in C. G. S. system*) ঃ

$$K=\frac{Qd}{A(\theta_1-\theta_2)t}=\frac{\text{cal. cm.}}{\text{cm}^2.\ ^0\text{C. sec.}}=\text{cal. cm}^{-1}\ ^0\text{C}^{-1}\ \text{sec}^{-1}$$

উষ্ণতার নতিমাত্রা (*Temperature gradient*) ঃ উপরের সমীকরণে $\frac{\theta_1-\theta_2}{d}$ কে উষ্ণতার **নতিমাত্রা** বলে। তাপ প্রবাহের দিকে দূরত্বের তুলনায় উষ্ণতা পরিবর্তনের হার $\frac{\theta_1-\theta_2}{d}$ হওয়ায় ইহাকে নতিমাত্রা বলে।

কুপরিবাহী পদার্থ দ্বারা আবৃত ও অনাবৃত দণ্ডের দৈর্ঘ্য বরাবর উষ্ণতা পরিবর্তন (*Temperature variation with distance in a lagged and unlagged bar*) ঃ

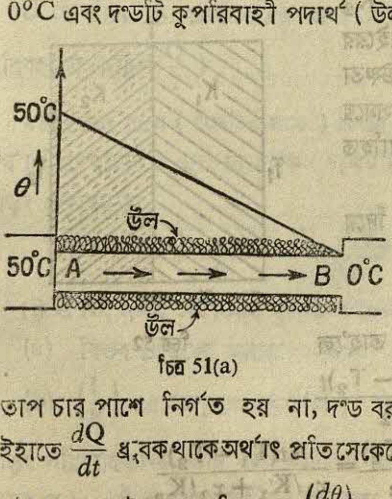
স্থায়ী অবস্থায় একটি দণ্ডের দুই প্রান্তের উষ্ণতা θ_1 ও θ_2 এবং দণ্ড দিয়ে (t) সেকেন্ডে পরিবাহিত তাপ Q হ'লে,

$$Q=\frac{KA(\theta_1-\theta_2)t}{l}$$ [l = দণ্ডের দৈর্ঘ্য ও $\theta_1>\theta_2$ এবং K = দণ্ডের উপাদানের পরিবাহিতাঙ্ক ; A = দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল।]

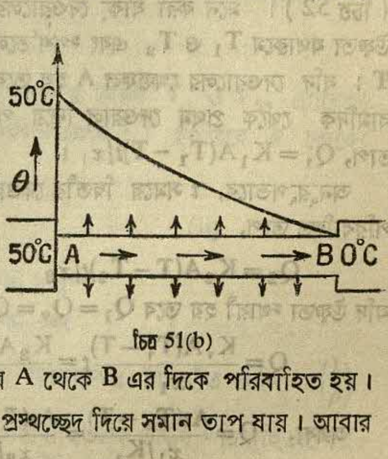
অতএব, $$\frac{1}{A}\cdot\frac{dQ}{dt}=-K\frac{d\theta}{dl}\quad\cdots\quad\cdots\quad\text{(i)}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে, l বাড়লে θ কমে অর্থাৎ উষ্ণতার নতি মাত্রা ঋণাত্মক।

মন্তব্য ঃ ধরা যাক **AB** দণ্ডের (চিত্র 51(a)) দুই প্রান্তের উষ্ণতা 50^0C ও 0^0C এবং দণ্ডটি কুপরিবাহী পদার্থ (উল) দ্বারা আবৃত। এই অবস্থায় দণ্ড থেকে



চিত্র 51(a)



চিত্র 51(b)

তাপ চার পাশে নির্গত হয় না, দণ্ড বরাবর A থেকে B এর দিকে পরিবাহিত হয়। ইহাতে $\frac{dQ}{dt}$ ধ্রুবক থাকে অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে প্রস্থচ্ছেদ দিয়ে সমান তাপ যায়। আবার এই অবস্থায় উষ্ণতার নতি মাত্রা $\left(\frac{d\theta}{dl}\right)$ ও স্থির থাকে এবং দণ্ডের দৈর্ঘ্য বরাবর উষ্ণতা পরিবর্তন একটি সরলরেখা হয়।

অনাবৃত দণ্ডের বেলায় তাপ চার পাশে নির্গত হয়। ইহাতে $\frac{dQ}{dt}$ স্থির থাকে না, ক্রমশ ক'মতে থাকে। (i) নং সমীকরণ অনুযায়ী $\frac{d\theta}{dl}$ ও ক্রমশ ক'মতে থাকে। (চিত্র 51(b)) অর্থাৎ উষ্ণতার নতি মাত্রা দণ্ডের উষ্ণ প্রান্ত থেকে শীতল প্রান্তের দিকে হ্রাস পায়।

তাপ পরিবাহিতাঙ্কের সি. জি. এস্. একক থেকে এফ্. পি. এস্. এককে রূপান্তর *(Conversion of thermal conductivity from C. G. S. units into F. P. S. units)* :

ধরা যাক,

1 C. G. S. একক তাপ পরিবাহিতাঙ্ক $= x$ F. P. S. একক তাপ পরিবাহিতাঙ্ক।

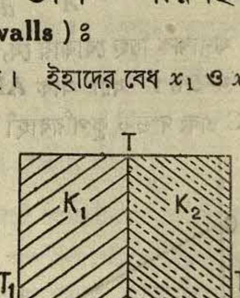
$$1 \frac{\text{cal}}{\text{cm. }^{\circ}\text{C sec.}} = x \frac{\text{B. Th. U}}{\text{ft.}^{\circ}\text{F.sec.}}$$

অথবা, $$x = \frac{\text{cal}}{\text{B. Th.U}} \times \frac{\text{ft.}}{\text{cm.}} \times \frac{^{\circ}\text{F}}{^{\circ}\text{C}} = \frac{1}{252} \times 30{\cdot}48 \times \frac{5}{9} = 0{\cdot}0672\text{ ।}$$

S. I. পদ্ধতিতে তাপের একক watt (W) এবং তাপ পরিবাহিতাঙ্কের একক $\text{Wm}^{-1}\ ^{\circ}\text{K}^{-1}$।

10.5. সংযুক্ত দেওয়াল দিয়ে তাপ পরিবহন (Conduction of heat through composite walls) :

ধরা যাক, দুই সমান্তরাল দেওয়াল সংস্পর্শে আছে। ইহাদের বেধ x_1 ও x_2 এবং তাপ পরিবাহিতাঙ্ক যথাক্রমে K_1 ও K_2 (চিত্র 52)। মনে করা যাক্ দেওয়ালের বাইরের উষ্ণতা যথাক্রমে T_1 ও T_2 এবং স্পর্শতলের উষ্ণতা T। যদি দেওয়ালের ক্ষেত্রফল A হয় তবে t সময়ে বামদিক থেকে প্রথম দেওয়াল দিয়ে পরিবাহিত তাপ, $Q_1 = K_1 A(T_1 - T)t/x_1$।



চিত্র 52

অনুরূপভাবে, t সময়ে দ্বিতীয় দেওয়াল দিয়ে পরিবাহিত তাপ,

$$Q_2 = K_2 A(T - T_2)t/x_2$$

যদি উষ্ণতা স্থায়ী হয় তবে $Q_1 = Q_2 = Q$। তাহ'লে

$$Q = \frac{K_1 A(T_1 - T)}{x_1} t = \frac{K_2 A(T - T_2)t}{x_2}\text{ ।}$$

অথবা, $$Q = \frac{At(T_1 - T)}{x_1/K_1} = \frac{At(T - T_2)}{x_2/K_2} = \frac{At(T_1 - T_2)}{x_1/K_1 + x_2/K_2}$$

$$\left[\because \frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A+C}{B+D} \right]$$

কাজেই সংযুক্ত দেওয়ালের আচরণ (x_1+x_2) বেধ এবং K পরিবাহিতাংক বিশিষ্ট একটি সমসত্ত্ব পদার্থের ন্যায়, যেখানে

$$\frac{x_1+x_2}{K}=\frac{x_1}{K_1}+\frac{x_2}{K_2}$$

এই সিদ্ধান্ত যে-কোন সংখ্যক দেওয়ালের বেলাতেই প্রযোজ্য হয় এবং লেখা যায়

$$\frac{x_1+x_2+\cdots}{K}=\frac{x_1}{K_1}+\frac{x_2}{K_2}+\cdots\cdots$$

আবার, $\frac{K_1}{x_1}(T_1-T)=\frac{K_2}{x_2}(T-T_2)$

$$\therefore \quad T\left(\frac{K_1}{x_1}+\frac{K_2}{x_2}\right)=\frac{K_1T_1}{x_1}+\frac{K_2T_2}{x_2}$$

$$\therefore \quad T=\frac{\frac{K_1T_1}{x_1}+\frac{K_2T_2}{x_2}}{\left(\frac{K_1}{x_1}+\frac{K_2}{x_2}\right)}$$

10.6. তাপীয় রোধ (Thermal resistance)

তাপ পরিবহনের সমীকরণকে লেখা যায়,

$$\frac{Q}{t}=\frac{\theta_1-\theta_2}{\frac{1}{K}\frac{d}{A}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (i)$$

d দৈর্ঘ্যের, A প্রস্থচ্ছেদের এবং K পরিবাহিতাংকের, পরিবাহী দিয়ে তাপ পরিবহনের হার $=\frac{Q}{t}$ ।

যদি কোন রোধ (resistance) R এর দুই প্রান্তের বিভব V_1 ও V_2, রোধের দৈর্ঘ্য l, প্রস্থচ্ছেদ a এবং রোধাংক (specific resistance) ρ হয় তবে ঐ রোধে তড়িৎ প্রবাহমাত্রা,

$$I=\frac{V_1-V_2}{R}=\frac{V_1-V_2}{\rho l/a} \quad \cdots \quad \cdots \quad (ii)$$

(i) ও (ii) নম্বর সমীকরণ তুলনা ক'রলে দেখা যায়—

(a) বিভব প্রভেদের অনুরূপ উষ্ণতা পার্থক্য এবং

(b) $\left(\frac{1}{K}\right)$ এর অনুরূপ রোধাংক। যেহেতু রোধাংকের বিপরীত রাশি $\left(\frac{1}{\rho}\right)$ তড়িৎ পরিবাহিতাংক, তাই বলা যায় যে, তাপ পরিবাহিতাংক তড়িৎ পরিবাহিতাংকের অনুরূপ। এই কারণে (d/KA) কে বলা হয় **তাপীয় রোধ**। প্রতি সেকেন্ডে এক ক্যালরি তাপ পরিবহন ক'রতে প্রয়োজনীয় উষ্ণতা পার্থক্যের সমানই তাপীয় রোধ।

10.7. তাপ পরিবাহিতা ও উষ্ণতা বৃদ্ধি (Heat conduction and rise of temperature) :

কোন দণ্ডের এক প্রান্তকে আগুনে ধ'রলে ইহার যে স্তর আগুনের সংস্পর্শে থাকে তা প্রথমে তাপ পায়। দণ্ডকে দৈর্ঘ্যের অভিলম্বে কতকগুলি পাতলা স্তরের সমষ্টিরূপে কল্পনা করা যায়। গৃহীত তাপের কিছু অংশ স্তর শোষণ করে, কিছু অংশ ইহার পৃষ্ঠ থেকে বিকিরিত হয় এবং অবশিষ্টাংশ পরবর্তী স্তরে প্রবাহিত হয়। শোষিত তাপ স্তরের উষ্ণতা বাড়ায়। এইভাবে কিছু সময় ধ'রে তাপ শোষণ ও উষ্ণতা বৃদ্ধি চ'লতে থাকে। দণ্ডের এই অবস্থাকে বলা হয় **অস্থায়ী অবস্থা** (*variable state*)। বেশ কিছু সময় পরে দেখা যায় যে, দণ্ডের কোন অংশেরই উষ্ণতার পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ কোন অংশেই আর তাপ শোষিত হয় না। সমগ্র তাপ বিকিরিত ও পরিবাহিত হয়। দণ্ডের এই অবস্থাকে স্থায়ী অবস্থা (stationary state) বলে। **অস্থায়ী অবস্থায় উষ্ণতাবৃদ্ধি পদার্থের তাপ পরিবাহিতা ও আপেক্ষিক তাপের উপর নির্ভর করে।**

পদার্থের যে কোন অংশে তাপ সঞ্চালন ইহার পরিবাহিতার উপর নির্ভর করে এবং তাপ দ্বারা উষ্ণতাবৃদ্ধির পরিমাণ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ও ঘনত্বের উপর নির্ভর করে। যদি পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বেশি হয় তাহ'লে পরিবাহিতাঙ্ক বেশি হ'লেও উষ্ণতা বৃদ্ধি কম হয়। কিন্তু যদি আপেক্ষিক তাপ কম হয় তাহ'লে তাপ পরিবাহিতাঙ্ক কম হ'লেও স্থায়ী অবস্থায় না পেঁছানো পর্যন্ত দ্রুত উষ্ণতা বৃদ্ধি হয়। অস্থায়ী অবস্থায় তাপ ব্যাপনতা (diffusivity) তাপ প্রবাহকে নিয়ন্ত্রণ করে।

50 নং চিত্রে ধরা যাক্ প্রতিসেকেন্ডে Q_1 পরিমাণ তাপ P তল দিয়ে PQ অংশে যায় ও Q_2 পরিমাণ তাপ Q তল দিয়ে নির্গত হয়। যদি বিকিরণের জন্য তাপক্ষয় না হয় তবে PQ অংশ দ্বারা শোষিত তাপ $= Q_1 - Q_2$।

যদি দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A ও PQ অংশের দৈর্ঘ্য x হয় তবে PQ অংশের আয়তন $= A \,.\, x$। দণ্ডের উপাদানের ঘনত্ব ρ হ'লে PQ অংশের ভর $= A \,.\, x \,.\, \rho$। কাজেই, দণ্ডের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ s এবং PQ অংশের উষ্ণতা বৃদ্ধির হার θ হ'লে $Q_1 - Q_2 = (Ax\rho)s\theta$, বা, $\theta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Ax\rho s}$।

আবার Q_1 ও Q_2 দণ্ডের উপাদানের পরিবাহিতাঙ্ক K এর সমানুপাতিক হওয়ায় দণ্ডের যে কোন অংশে উষ্ণতা বৃদ্ধির হার,

$$\theta \propto \frac{K}{\rho s}।$$

কাজেই, অস্থায়ী অবস্থায় দণ্ডের কোন অংশের উষ্ণতা বৃদ্ধির হার শুধু মাত্র K এর উপর নির্ভর করে না। ইহা $\frac{K}{\rho s}$ এর উপর নির্ভর করে। এই $\frac{K}{\rho s}$ রাশিকে পদার্থের তাপ ব্যাপনতা বলে। কাজেই,

$$\text{তাপ ব্যাপনতা } h = \frac{\text{পরিবাহিতাংক}}{\text{আপেক্ষিত তাপ} \times \text{ঘনত্ব}} = \frac{\text{পরিবাহিতাংক}}{\text{একক আয়তনের তাপগ্রাহিতা}}।$$

কাজেই, কোন পদার্থের পরিবাহিতাংক ও একক আয়তনে তাপগ্রাহিতার অনুপাতকে ঐ পদার্থের তাপ ব্যাপনতা বলে। (The ratio of the thermal conductivity of a substance to its thermal capacity per unit volume is called diffusivity)।

স্থায়ী অবস্থায় পদার্থের সব অংশে উষ্ণতা স্থির থাকে। কাজেই কোন তাপ শোষিত হয় না। তাই স্থায়ী অবস্থায় তাপ পরিবহন শুধু মাত্র পরিবাহিতাংকের উপর নির্ভর করে।

কোন বস্তুর পরিবাহিতাংক কম, কিন্তু তাপ ব্যাপনতা বেশি হ'তে পারে। যেমন সীসা, বিসমাথ ইত্যাদির পরিবাহিতাংক লোহার তুলনায় কম, কিন্তু ইহাদের তাপ ব্যাপনতা লোহার তুলনায় অনেক বেশি। তাই সীসা ও লোহার একই রকমের দণ্ড নিয়ে ইহাদের এক প্রান্ত তাপের কোন উৎসে রাখলে দেখা যায় যে, সীসার দণ্ডের বিভিন্ন অংশে লোহার তুলনায় দ্রুত উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়।

উদাহরণ (Examples):

1. 2 cm. পুরু এবং একক প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট কোন বরফ খণ্ডের এক পার্শ্বের উষ্ণতা 0°C এবং অপর পার্শ্বের উষ্ণতা −10°C। ইহার পরিবাহিতাংক 0·00223। এই বরফ খণ্ড দিয়ে 1 ঘণ্টায় কত তাপ পরিবাহিত হয়? যদি এই তাপ 0°C উষ্ণতার জল থেকে নির্গত হয় তবে কত আয়তনের জল 0°C উষ্ণতার বরফে পরিণত হয়?

সমাধান: আমরা জানি যে,

$$Q = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d} = \frac{0{\cdot}00223 \times 1 \times 10 \times 60 \times 60}{2} = 40{\cdot}15 \text{ cal.}$$

বরফে পরিণত জলের আয়তন $= \frac{40{\cdot}15}{80} = \frac{1}{2}$ c.c. (প্রায়)।

2. একটি ঘরের দেওয়াল 20 cm. পুরু এবং পাথরের তৈরী। পাথরের পরিবাহিতাংক 0·009, যদি ঘরের ভিতরে উষ্ণতা 20°C এবং বাইরে −10°C হয় তবে দেওয়ালের প্রতি বর্গমিটার স্থান দিয়ে প্রতি ঘণ্টায় কত তাপ পরিবাহিত হয়।

সমাধান: দেওয়ালের ক্ষেত্রফল $= 100 \times 100 = 10^4$ sq. cm.।

দেওয়ালের বেধ = 20 cm., উষ্ণতা প্রভেদ $= 20 - (-10) = 30$°C।

$$\therefore \quad Q = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d} = \frac{0{\cdot}009 \times 10^4 \times 30 \times 3600}{20}$$

$$= 48{\cdot}6 \times 10^4 \text{ cal.}$$

3. একটি বরফ-বাক্স 1·75 cm. পুরু কাঠ দিয়ে তৈরী। বাক্সের উপর 3·0 cm. বেধের কর্কের লাইনিং দেওয়া হয়। যদি কর্কের ভিতর পৃষ্ঠের উষ্ণতা 0°C এবং কাঠের বাইরের পৃষ্ঠের উষ্ণতা 12°C হয় তবে কর্ক ও কাঠের মধ্যবর্তী তলের উষ্ণতা কত হয়? কাঠের পরিবাহিতাংক 0·00060 এবং কর্কের পরিবাহিতাংক 0·00012।

সমাধান ঃ ধরা যাক্ মধ্যবর্তী তলের উষ্ণতা $=\theta$, কাঠের বাইরের পৃষ্ঠের উষ্ণতা $=\theta_1$, কর্কের ভিতরের পৃষ্ঠের উষ্ণতা $=\theta_2$। স্থিরাবস্থায়, কাঠ ও কর্কের প্রতি একক ক্ষেত্রফল দিয়ে তাপপ্রবাহের হার সমান হয়।

$$\therefore \frac{Q}{t}=\frac{0\cdot00060\times(12-\theta)}{1\cdot75}=\frac{0\cdot00012\times(\theta-0)}{3}$$

অথবা, $\frac{12-\theta}{0\cdot35}=\frac{\theta}{3}$, অথবা, $0\cdot35\theta=36-3\theta$

অতএব, $\theta=\frac{36}{3\cdot35}=10\cdot75°C.$।

4. কোন পাত্র 5 mm. পুরু তামার পাত দিয়ে তৈরী। ইহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 1 sq. metre। এই পাত্রকে বরফ দ্বারা পূর্ণ করা হয় এবং 100°C উষ্ণতার জলে ডোবানো হয়। যদি তামার পরিবাহিতাংক 0·72 এবং বরফগলনের লীন তাপ 80 cal/gm হয় তবে প্রতিসেকেন্ডে কত বরফ গলে?

সমাধান ঃ ধরা যাক, এক সেকেন্ডে m gm. বরফ গলে।

তাহ'লে, $Q=\frac{KA(\theta_1-\theta_2)t}{d}=m\times80$

অথবা, $\frac{0\cdot72\times10000\times100\times1}{0\cdot5}=m\times80$।

অতএব, $m=1800$ gm.।

5. কোন স্টীম প্রকোষ্ঠের উপরতল 60 cm. লম্বা, 5 cm. চওড়া এবং 1 cm. পুরু একটি পাথরের স্লাব (slab) দিয়ে তৈরী। এই স্লাবের উপর বরফ রাখা হয় এবং দেখা যায় যে, আধ ঘণ্টায় 5 Kg. বরফ গ'লে যায়। পাথরের তাপ পরিবাহিতাংক কত? 0°C উষ্ণতায় বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal/gm.।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে, $Q=\frac{KA(\theta_1-\theta_2)t}{d}=m\text{L}$।

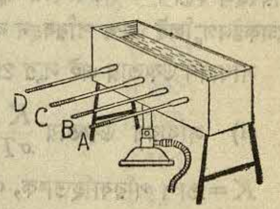
এখানে $A=60\times5=300$ sq. cm.; $\theta_1-\theta_2=100°C$;
$t=1800$ sec.; $d=1$ cm.; $m=5000$ gm.; $\text{L}=80$ cal/gm.।

অতএব, $K=\frac{5000\times80\times1}{300\times100\times1800}$
$=0\cdot0074$ cal. cm^{-1}.°C^{-1}. sec^{-1}.।

10.8. বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতা তুলনা (Comparison of conductivities of different substances) ঃ

ইনজেন হুজের পরীক্ষা (Ingen Hausz's experiment) ঃ

বিভিন্ন কঠিন পদার্থের তাপ পরিবাহিতা বিভিন্ন হয়। ইহা ইনজেন হুজের পরীক্ষা দ্বারা দেখানো যায়। এই পরীক্ষার জন্য বিভিন্ন পদার্থের (যেমন, তামা, লোহা, পিতল, কাচ ইত্যাদি) সমান দৈর্ঘ্য ও সমান প্রস্থচ্ছেদের দণ্ড A, B, C, D নেওয়া হয় (চিত্র 53)। এই দণ্ডগুলির গায়ে মোমের প্রলেপ দেওয়া হয়। একটি ধাতব পাত্রের গায়ে ছিদ্র ক'রে কর্কের সাহায্যে দণ্ডগুলির সমান অংশ পাত্রের মধ্যে প্রবেশ করানো হয়। ঐ পাত্রে ফুটন্ত জল নেওয়া হয়। প্রত্যেক দণ্ড ফুটন্ত জল থেকে তাপ নিয়ে বাইরের শীতল অংশে সঞ্চালিত করে। দণ্ডের যে অংশের উষ্ণতা মোমের গলনাঙ্কের সমান হয় সেই অংশে মোমের প্রলেপ গ'লে যায়। পরীক্ষা শেষে দেখা যায় যে, বিভিন্ন দণ্ডে মোমের প্রলেপ বিভিন্ন দূরত্ব পর্যন্ত গলে। তামার দণ্ডে বেশি দূরত্ব পর্যন্ত আর কাচ দণ্ডে কম দূরত্ব পর্যন্ত মোম গলে। সুতরাং কাচের চেয়ে তামার পরিবাহিতা বেশি। অতএব এই পরীক্ষা দ্বারা বোঝা যায় যে, বিভিন্ন পদার্থের তাপ পরিবাহিতা বিভিন্ন।



চিত্র 53

দেখা যায় যে, কোন দণ্ডের উপাদানের পরিবাহিতা ঐ দণ্ডের মোম-গলন দৈর্ঘ্যের সঙ্গে সমানুপাতিক হয়।

ধরা যাক্, বিভিন্ন পদার্থের দণ্ডে l_1, l_2, l_3 …ইত্যাদি দৈর্ঘ্য পর্যন্ত মোম গলে। যদি দণ্ডগুলির পরিবাহিতাংক যথাক্রমে K_1, K_2, K_3……ইত্যাদি হয় তবে প্রমাণ করা যায় যে, $\frac{K_1}{l_1^2}=\frac{K_2}{l_2^2}=\frac{K_3}{l_3^2}=\cdots=$ ধ্রুবক।

অর্থাৎ, স্থায়ী অবস্থায় বিভিন্ন দণ্ডের মোম-গলন দৈর্ঘ্য l_1, l_2, l_3……ইত্যাদি নির্ণয় ক'রে বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতাংক তুলনা করা যায়। যে কোন একটি পদার্থের পরিবাহিতাংক জানা থাকলে এই পরীক্ষা দ্বারা অপর পদার্থের পরিবাহিতাংক নির্ণয় করা যায়।

Wiedemann-Franz সূত্র ঃ 1853 খ্রীষ্টাব্দে Wiedemann ও Franz লক্ষ্য করেন যে, যে-সব পদার্থ তাপের সুপরিবাহী তারা আবার তড়িতেরও সুপরিবাহী। পরিমাপ ক'রে তাঁরা এই সিদ্ধান্তে আসেন যে, কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় সব ধাতুর বেলাতে তাপ ও তড়িৎ পরিবাহিতাংকের অনুপাত সমান হয়। 1872 খ্রীষ্টাব্দে লোরেঞ্জ (Lorentz) দেখান যে, এই অনুপাত আবার পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়।

সুতরাং বলা যায় যে,

সব ধাতুর বেলাতেই কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় তাপ পরিবাহিতাংক ও তড়িৎ পরিবাহিতাংকের অনুপাত সমান হয় এবং এই অনুপাতের মান পরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়।

এই সূত্রকেই Wiedemann-Franz সূত্র বলে। Jaeger, Disselhorst, Meissner এবং Lees পরীক্ষা দ্বারা দেখান যে, সাধারণ উষ্ণতায় এই সূত্রটি মোটামুটি ঠিক। কাজেই সিদ্ধান্ত করা হয় যে, একই পরিবাহক তাপ ও তড়িৎ পরিবহন করে। **পরিবাহীর মুক্ত ইলেকট্রনগুলি তড়িৎপরিবহন করে। কাজেই এই ইলেকট্রনগুলিই তাপ পরিবহন করে।**

সাধারণ উষ্ণতায় এই সূত্র প্রযোজ্য হ'লেও কম উষ্ণতায় হয় না। দেখা যায় যে,

(i) সাধারণ উষ্ণতায় $\frac{K}{\sigma T}$ = ধ্রুবক,

K = তাপ পরিবাহিতাংক, σ = তড়িৎ পরিবাহিতাংক এবং

T = পরম উষ্ণতা। কিন্তু খুব কম উষ্ণতায় $\frac{K}{\sigma T}$ এর মান ক'মতে থাকে এবং পরম শূন্য উষ্ণতায় এই মান শূন্য ব'লে মনে হয়।

(ii) যত উষ্ণতা ক'মতে থাকে ততই তাপ পরিবাহিতাংক বাড়তে থাকে ঠিকই কিন্তু তড়িৎ পরিবাহিতাংক আরও বেশি বাড়তে থাকে। পরম শূন্যের কাছাকাছি উষ্ণতায় K এর মান স্থির থাকে।

এই সব আলোচনা অনুযায়ী বোঝা যায় যে, **শুধুমাত্র মুক্ত ইলেকট্রনগুলিই ধাতব পদার্থে তাপ পরিবহন করে না।** সাধারণ উষ্ণতায় মুক্ত ইলেকট্রনগুলি অধিকাংশ তাপ পরিবহন ক'রলেও খুব কম উষ্ণতায় নিশ্চিতই অপর কোন পদ্ধতি অধিকতর গুরুত্বপূর্ণ হয়।

সাধারণ উষ্ণতায় কঠিন পদার্থে দু'ভাবে তাপ পরিবাহিত হয়—(i) মুক্ত ইলেকট্রন দ্বারা এবং (ii) ল্যাটিসের (Lattice) স্থিতিস্থাপক কম্পন দ্বারা। তড়িৎ-অন্তরক পদার্থে এই দ্বিতীয় পদ্ধতিই একমাত্র সম্ভব। ধাতব পদার্থে প্রথম পদ্ধতি অধিকতর গুরুত্বপূর্ণ।

10.9. তরল ও গ্যাসের পরিবাহিতা (Conductivities of liquids and gases):

কোন তরল বা গ্যাসকে উত্তপ্ত ক'রলে পরিচলন স্রোত উৎপন্ন হয়। কাজেই, তরল বা গ্যাসের তাপ পরিবাহিতাংক নির্ণয় করার জন্য পরিচলনের প্রভাব অপসারিত ক'রতে হয়।

পরীক্ষা দ্বারা দেখা যায় যে, বিস্তৃত উষ্ণতা পরিসরে গ্যাসের পরিবাহিতা ইহার চাপের উপর নির্ভর করে না। অবশ্য কম চাপে যখন গড় মুক্ত পথ

(mean free path) গ্যাস পাত্রের মাত্রার (dimensions) সঙ্গে তুলনীয় হয় তখন গ্যাসের পরিবাহিতা চাপের উপর নির্ভর করে।

উষ্ণতা বাড়লে গ্যাসের পরিবাহিতা বাড়ে। জলের বেলাতেও অনুরূপ ঘটনা ঘটে। তেলের বেলায় সাধারণত উষ্ণতা বাড়লে পরিবাহিতা ক'মতে থাকে।

10.10. কয়েকটি সাধারণ পদার্থের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক :

পদার্থ	তাপ পরিবাহিতাঙ্ক (K) C.G.S. একক	পদার্থ	তাপ পরিবাহিতাঙ্ক (K) C.G.S. একক
রুপা	0·990	সোনা	0·700
তামা	0·918	দস্তা	0·265
অ্যালুমিনিয়াম	0·504	পিতল	0·260
ইস্পাত	0·11	লোহা	0·161
কাচ	0·0025	টিন	0·155
জল (20°C)	0·0014	নিকেল	0·142
বায়ু	0·000053	সীসা	0·083
ফেল্ট	0·000087	বরফ	0·0025
পোর্সিলেন	0·00025	কাগজ	0·0003
		সিল্ক	0·000095

10.11. তাপ পরিবাহিতার ব্যবহারিক দৃষ্টান্ত (Practical applications of heat conduction) :

(i) আমাদের শরীর থেকে তাপ বেরিয়ে গেলে আমরা ঠাণ্ডা অনুভব করি। যদি আমাদের শরীর তাপের কুপরিবাহী কোন পদার্থ দিয়ে ঢেকে রাখা হয় তাহ'লে শরীর থেকে আর তাপ বাইরে যেতে পারে না। ফলে আমাদের শরীর গরম থাকে। দেখা যায় যে, পশম, ফ্লানেল, উল, পশুর লোম প্রভৃতি তাপের কুপরিবাহী। তাছাড়া পশম ও ফ্লানেলের আঁশ খুব আলগা ভাবে থাকে এবং ইহাদের ফাঁকে ফাঁকে বেশি বায়ু আটকে থাকে। এই বায়ু তাপের কুপরিবাহী। পশমের পোশাক ও ইহার মধ্যে আবদ্ধ বায়ু উভয়েই তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় শীতকালে এই পোশাক ব্যবহারে আমাদের শরীর থেকে তাপ বাইরে বেরিয়ে যেতে পারে না। তাই আমাদের শরীর গরম থাকে। শীতকালে গরম পোশাক আরামপ্রদ হ'লেও গ্রীষ্মকালে মোটেই আরামবোধ হয় না। গরম পোশাকের জন্য বাইরের উষ্ণ বায়ু শরীরে প্রবেশ ক'রতে পারে না ঠিকই তবে শরীরের ঘামেরও বাষ্পায়ন হয় না। তাই গ্রীষ্মকালে পশম ইত্যাদির জামাকাপড় ব্যবহার করা হয় না।

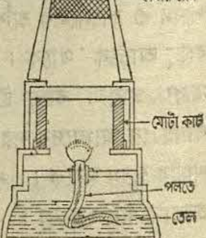
(ii) অনেক সময় চায়ের কেটলির হাতলে বেত জড়ানো থাকে। চায়ের কেটলি ফুটন্ত জলের উষ্ণতা পায়। কেটলির হাতলও সেই একই উষ্ণতা পায়। কিন্তু

কেটলির হাতলে বেত জড়িয়ে দিলে হাতল গরম হয় না। তাই সহজে হাতল ধ'রে উনুন থেকে কেটলিকে নামানো যায়। কেননা বেত তাপের কুপরিবাহী। ইহা কেটলির হাতলের সংস্পর্শে থাকলেও বেশি গরম হয় না।

(iii) দেখা যায় যে, বরফকে কাঠের গুঁড়ো দিয়ে ঢেকে রাখলে ইহা সহজে গলে না। কারণ কাঠের গুঁড়ো তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় বাইরের বায়ুমণ্ডল থেকে তাপ সহজে বরফে যেতে পারে না। বায়ুমণ্ডল ও বরফের মধ্যে কুপরিবাহী স্তর থাকায় বরফ গলতে পারে না।

(iv) খড়ের চালের ঘর গ্রীষ্মকালে ঠাণ্ডা থাকে। খড়ের ফাঁপা অংশ বায়ু পূর্ণ থাকে। এই বায়ু তাপের কুপরিবাহী। যদি ঘরের চাল খড়ের তৈরি হয় তবে গরম-কালে বাইরের তাপ খড় ভেদ ক'রে সহজে ঘরে যেতে পারে না। তাই খড়ের ছাওয়া ঘর ঠাণ্ডা থাকে। আবার শীতকালে ঘরের তাপ খড়ের চাল দিয়ে সহজে বেরিয়ে যেতে পারে না ব'লেই বাইরের তুলনায় ঘর গরম থাকে। কিন্তু টিন সুপরিবাহী হওয়ায় টিনের চাল দিয়ে গরমকালে বাইরের তাপ ঘরে আসে এবং শীতকালে ঘরের তাপ বাইরে যায়।

(v) **ডেভির নিরাপত্তা বাতি** (*Davy's safety lamp*) ঃ কয়লা খনিতে এক রকম গ্যাস (মার্স গ্যাস) বায়ুর সঙ্গে মিশে থাকে। এই মিশ্রণে আগুন লাগলে বিস্ফোরণ ঘটে এবং তাতে জীবনহানির আশঙ্কা দেখা দেয়। তাই বিস্ফোরণের হাত থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য বিজ্ঞানী ডেভি একধরনের নিরাপত্তা বাতি নির্মাণ করেন। এই বাতির শিখার চারপাশে কাচের চিমনির বদলে তামার তার জালির বেষ্টনী রাখা হয়। ইহাতে শিখার তাপ তার জালি দিয়ে দ্রুত পরিবাহিত হ'য়ে যায় এবং বাইরের গ্যাস জলনাঙ্কে পেঁছাতে পারে না। তামার তার জালি না থাকলে বাইরের গ্যাস বাতির আগুনের সংস্পর্শে জ্বলে ওঠে। কিন্তু তামার তার জালি থাকায় বাইরের গ্যাস জ্বলনাঙ্কে পেঁছায় না। তাই আগুন লাগার সম্ভাবনা থাকে না।



চিত্র 54

বাতির শিখার বর্ণ লক্ষ্য ক'রে বিষাক্ত গ্যাসের অস্তিত্ব সম্পর্কে মোটামুটি ধারণা করা যায়। খনির ভিতরে বিস্ফোরক গ্যাস জমলে, বাতির সংস্পর্শে এসে এই গ্যাস নীলাভ শিখায় জ্বলতে থাকে। তাই শিখার রঙ বদলালে বোঝা যায় যে, খনির অভ্যন্তরে বিস্ফোরক গ্যাস আছে।

সাধারণত এই বাতিতে এমন পরিমাণ তেল নেওয়া হয় যাতে বাইরের গ্যাস জ্বলনাঙ্কে পেঁছানোর আগেই তেল ফুরিয়ে যায় এবং বাতি নিভে যায়।

(vi) একখণ্ড লোহা ও একখণ্ড কাঠকে কিছু সময় রৌদ্রে রেখে হাত দিলে লোহার খণ্ডকে গরম মনে হয়। তার কারণ লোহা তাপের সুপরিবাহী

হওয়ায় হাতকে দ্রুত তাপ দেয়। কিন্তু কাঠ তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় হাতকে ধীরে ধীরে তাপ দেয়। তাই যদিও উভয়ের উষ্ণতা সমান কিন্তু লোহাকে বেশি গরম বোধ হয়।

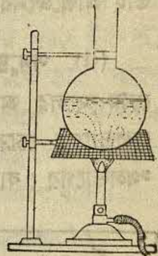
10.12. পরিচলন (Convection) :

ম্যাক্সওয়েলের সংজ্ঞা (*Maxwell's definition*) : "নিজের তাপ নিজের সঙ্গে বহনকারী বস্তুর আপন গতিই পরিচলন।" (Convection is the motion of the hot body itself carrying its heat with it.)

যে পদ্ধতিতে পদার্থের উত্তপ্ত কণাগুলি অবস্থান পরিবর্তন ক'রে আপন গতি দ্বারা তাপ সঞ্চালিত করে তাকে **পরিচলন** বলে। তরল ও গ্যাসীয় পদার্থে পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালিত হয়।

10.13. তরলে তাপ পরিচলনের পরীক্ষা (Experiment on convection of heat in liquid) :

একটি কাচের ফ্লাস্কে জল নিয়ে কয়েক দানা নীল ফেলা হয় এবং ফ্লাস্ককে বার্নার দ্বারা উত্তপ্ত করা হয়। পাত্রের তলায় নীল জল প্রথমে উত্তপ্ত, প্রসারিত ও হাল্কা হ'য়ে পাত্রের মাঝখান দিয়ে উপরে ওঠে এবং আবার পাত্রের গা বেয়ে নেমে আসে (চিত্র 55)। সুতরাং ফ্লাস্কে উপর দিকে উষ্ণ জলস্রোতের ও নীচের দিকে শীতল জলস্রোতের উৎপত্তি হয়। সম্পূর্ণ জল একই উষ্ণতায় না আসা পর্যন্ত এইরকম চ'লতে থাকে। জলের কণাগুলি এই ভাবে নিজেরা স্থানত্যাগ ক'রে তাপ সঞ্চালন করে।



চিত্র 55

10.14. বায়ুর পরিচলনের পরীক্ষা (Experiment on convection of air) :

(i) একটি বড় পাত্রের মাঝখানে জ্বলন্ত মোমবাতি রেখে জল ঢালা হয়। জ্বলন্ত মোমবাতির উপরে একটি চিমনি বসিয়ে চিমনির খোলা মুখ বন্ধ করা হয় (চিত্র 56)। দেখা যায় যে, বাতির শিখা ক্রমশ ক্ষীণ হয় এবং অবশেষে নিভে যায়। বাতি জ্বলার জন্য প্রয়োজনীয় অক্সিজেন পায় না। চিমনির ভিতরে বায়ুর অক্সিজেন পুড়ে গেলে বাতি নিভে যায়। আবার চিমনি তুলে মোমবাতি জ্বালা হয় এবং চিমনিকে মোমবাতির উপরে বসানো হয়। তারপর চিমনির মুখে T আকারের মোটা কার্ডবোর্ড বসানো হয়। এই অবস্থায় বাতি জ্বলে। কারণ বোর্ড চিমনিকে দুই প্রকোষ্ঠে ভাগ করে। এক প্রকোষ্ঠ দিয়ে উত্তপ্ত গ্যাস বেরিয়ে যায় এবং অন্য প্রকোষ্ঠ দিয়ে নতুন বায়ু প্রবেশ করে। কাজেই চিমনির ভিতরে অক্সিজেন সরবরাহ অব্যাহত থাকায় শিখা জ্বলে। জ্বলন্ত ধূপকাঠি চিমনির



চিত্র 56

একপাশে ধ'রলে দেখা যায় যে, ধোঁয়া বোর্ডের একপাশ দিয়ে ঢোকে ও অন্য পাশ দিয়ে বেরিয়ে যায়। এই পরীক্ষা দ্বারা বায়ুর পরিচলনের প্রমাণ পাওয়া যায়।

তাপ পরিচলনের ব্যবহারিক প্রয়োগ (*Practical applications of heat convection*) ঃ

(i) **হারিকেন লণ্ঠন ঃ** এই লণ্ঠনের কার্যপ্রণালী বায়ুর পরিচলন স্রোতের উপর নির্ভর করে। শিখার সংস্পর্শে বায়ু এসে উত্তপ্ত ও হাল্কা হয় এবং সোজা উপর দিকে উঠে গিয়ে তীর চিহ্নিত পথে বাইরে বেরিয়ে আসে (চিত্র 57)। বাইরের শীতল বায়ু চিমনির ফ্রেমের ছিদ্র দিয়ে ভিতরে প্রবেশ ক'রে অক্সিজেন সরবরাহ করে এবং শিখাকে জ্বলতে সাহায্য করে। এইভাবে চিমনির ভিতরে পরিচলন প্রবাহের সৃষ্টি হয়। হারিকেনের ছিদ্রগুলি বন্ধ ক'রে দিলে অক্সিজেন সরবরাহ বন্ধ হ'য়ে যায়। তাই অক্সিজেনের অভাবে শিখা নিভে যায়।


চিত্র 57

(ii) **সমুদ্র বায়ু ও স্থল বায়ু** (*Sea breeze and land breeze*) ঃ জলের চেয়ে স্থলের আপেক্ষিক তাপ কম ও শোষণ ক্ষমতা বেশি হওয়ায় দিনের বেলায় জলভাগের চেয়ে স্থলভাগ সহজে এবং দ্রুত উত্তপ্ত হয়। তাই দিনের বেলায় স্থলভাগের বায়ু উত্তপ্ত ও হাল্কা হ'য়ে উপরে উঠে যায় এবং নিম্নচাপের



চিত্র 58



চিত্র 59

সৃষ্টি হয়। জলভাগের উপরের বায়ু শীতল থাকে এবং স্থলভাগের বায়ুর তুলনায় উচ্চচাপে থাকে। তাই জলভাগের বায়ু পরিচলন পদ্ধতিতে স্থলভাগের দিকে প্রবাহিত হয়। ইহাকে **সমুদ্র বায়ু** বলে। রাত্রিবেলায় স্থলভাগ দ্রুত তাপ বিকিরণ ক'রে সমুদ্রজলের চেয়ে তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয়। তখন সমুদ্রের উপরের বায়ু গরম ও হাল্কা থাকায় উপরে উঠে যায় এবং স্থলভাগের ঠাণ্ডা বায়ু সমুদ্রের দিকে প্রবাহিত হয়। ইহাকে **স্থল বায়ু** বলে। ভোরের দিকে এই বায়ু প্রবাহ বেশি হয়।

10.15. বিকিরণ (Radiation) ঃ

ম্যাক্সওয়েলের সংজ্ঞা *(Maxwell's definition)* ঃ "বিকিরণে বিশেষ এক পদ্ধতি দ্বারা উষ্ণতর বস্তু তাপ বর্জন করে এবং শীতলতর বস্তু তাপ গ্রহণ করে। এই পদ্ধতি ঐ দুই বস্তুর মধ্যবর্তী মাধ্যমে সংঘটিত হয়, কিন্তু ইহার দ্বারা মাধ্যম নিজে গরম হয় না।"

(In radiation, the hotter body looses heat, and the colder body receives heat by means of a process occuring in some intervening medium which does not itself thereby become hot.)

তাপ এক প্রকার শক্তি। বিকিরণও একপ্রকার শক্তি। বিকিরণকে তাপে পরিণত করা যায় এবং তাপ থেকে উৎপন্ন করা যায়।

বিকিরণের প্রধান উৎস সূর্য। সূর্যালোকে একটি থার্মোমিটার রাখলে ইহার উষ্ণতা বাড়ে; সুতরাং বলা যায় যে, থার্মোমিটার সূর্য থেকে তাপ নেয়। সূর্য থেকে শক্তি কিন্তু তাপরূপে থার্মোমিটারে আসে না। কারণ এই শক্তি শূন্য মাধ্যম দিয়ে আসে। ইহা নিশ্চিতই কোন এক রূপে রূপান্তরিত হয় যার দরুন ইহা শূন্য মাধ্যম দিয়ে আসতে পারে। এই শক্তি কোন বস্তুকে আঘাত ক'রলে তাপে পরিণত হয়। থার্মোমিটার এই শক্তিকে শোষণ করে এবং ইহার উষ্ণতা বাড়ে। শক্তির এই রূপকে **বিকিরণ** বলে। যে পদ্ধতিতে তাপ শক্তি কোন মাধ্যম ছাড়াই এক স্থান থেকে অন্য স্থানে বা এক বস্তু থেকে অন্য বস্তুতে সঞ্চালিত হয় তাকে বিকিরণ বলে।

10.16. বিকিরণের ধর্ম (Properties of radiation) ঃ

পরীক্ষায় প্রাপ্ত বিকিরণের ধর্মগুলি নীচে আলোচনা করা হ'ল ঃ—

(i) বিকিরণ শূন্য মাধ্যম দিয়ে আলোকের সমান বেগে যায়।

(ii) যে বস্তু বিকিরণ শোষণ ক'রতে পারে তার উপর বিকিরণ এসে প'ড়লে তার উষ্ণতা বাড়ে।

(iii) আলোকের প্রতিফলনের সূত্রানুযায়ী বিকিরণও প্রতিফলিত হয়।

(iv) আলোকের প্রতিসরণের সূত্রানুযায়ী বিকিরণও প্রতিসৃত হয়।

(v) বিকিরণেরও আলোকের ন্যায় ব্যতিচার ও অপবর্তন (Interference and diffraction) হয়। এই ধর্মের জন্য বিকিরণকে বিশেষ প্রকারের তরঙ্গ ধরা হয়।

একটি কাচের প্রিজম দিয়ে সূর্য রশ্মি পাঠিয়ে প্রিজম থেকে নির্গত রশ্মিগুলিকে পর্দার উপর ফেললে দেখা যায় যে, সাদা আলোক রামধনুর সাতটি রঙে বিভক্ত হয়। আলোকের এই পটিকে **বর্ণালী** বলে। **কাচের প্রিজমের পরিবর্তে কোয়ার্জের (*quartz*) প্রিজম ব্যবহার ক'রলে দেখা যায় যে, ঐ বর্ণালী শুধুমাত্র দৃশ্যমান-অঞ্চলে আবদ্ধ নেই, ইহার দুদিকেই বিস্তৃত আছে। কারণ, একটি কালো রং করা কুণ্ড বিশিষ্ট থার্মোমিটারকে বর্ণালীর লাল অংশের বাইরে রাখলেও ইহার উষ্ণতা বাড়তে দেখা যায়।** সুতরাং বলা যায় যে, সূর্য থেকে এমন

এক আন্দোলন নির্গত হয় যার উপরিউক্ত সব ধর্মই আছে। **কাজেই, ইহা বিকিরণ এবং দৃশ্যমান আলোক থেকে স্বতন্ত্র। আবার, বিশেষ কোন বস্তুকে বর্ণালীর বেগুনি বর্ণের অংশের বাইরে রাখলেও ইহাকে উজ্জ্বল দেখায়। সুতরাং, বেগুনি বর্ণের অংশের বাইরেও একপ্রকার বিকিরণ আছে।** এই দুই প্রকার বিকিরণকে যথাক্রমে **অবলোহিত** (*Infra-red*) ও **অতি-বেগুনি** (*Ultra-violet*) বিকিরণ বলে। লাল ও বেগুনি রংএর আলোকের মধ্যে যে পার্থক্য অবলোহিত বিকিরণ ও দৃশ্যমান-আলোকেরও সেই একই পার্থক্য। দৃশ্যমান-আলোক ও অতি-বেগুনি বিকিরণের বেলাতেও ঐ একই কথা প্রযোজ্য। বেতার তরঙ্গ, এক্স-রশ্মি, গামা-রশ্মি ইত্যাদি অন্যান্য বিকিরণ।

10·17. বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালন (Transmission of heat by radiation) :

সূর্য থেকে বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালনের কথা আগে বলা হ'য়েছে। অপর একটি সাধারণ উদাহরণ জ্বলন্ত উনুন থেকে বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালন। উনুন থেকে তাপ পরিচলন পদ্ধতিতে সঞ্চালিত হয় না, কারণ পরিচলন স্রোত উনুন থেকে উল্লম্বভাবে উপরদিকে প্রবাহিত হয়। তাই উনুনের পাশের দিকে তাপ যাওয়ার সম্ভাবনা কম। কিন্তু আমরা জানি যে, জলন্ত উনুনের পাশে দাঁড়ালে তাপ লাগে। এই তাপ সঞ্চালন, পরিবহন পদ্ধতিতেও হ'তে পারে না। কেননা উনুনের সামনে একটি কাচের অগ্নি-পর্দা (Fire screen) ধ'রলে ঐ পর্দা ভেদ ক'রে খুব কম তাপই আসে। বায়ুর চেয়ে কাচের পরিবাহিতা বেশি হওয়ায় পরিবহন পদ্ধতিতে পর্দা ভেদ ক'রে বেশি তাপ আসত। সুতরাং এই অবস্থায় তাপ নিশ্চিতই বিকিরণ পদ্ধতিতে সঞ্চালিত হয়। আবার যেহেতু, আলোক ঐ পর্দা দিয়ে চ'লে আসতে পারে, তাই বলা যায় যে এই অবস্থায় অধিকাংশ তাপই অবলোহিত তরঙ্গ দ্বারা সঞ্চালিত হয়।

বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালন ব্যাখ্যা করার জন্য বিজ্ঞানিরা সর্বব্যাপী একটি **ইথার মাধ্যমের** অস্তিত্ব কল্পনা ক'রেছেন। এমনকি এই ইথারের অস্তিত্ব দৃঢ়তম বস্তুর অণুর ফাঁকে ফাঁকেও কল্পনা করা হ'য়েছে। পুকুরে এক খণ্ড পাথর ফেললে জলে আলোড়ন সৃষ্টি হয় এবং এই আলোড়ন তরঙ্গের আকারে চার দিকে ছড়িয়ে পড়ে। জলের অণুগুলি আলোড়নের জন্য কম্পনশীল হয়। অনুরূপভাবে উত্তপ্ত বস্তুর অণুগুলিও শক্তি অর্জন ক'রে কাঁপতে থাকে এবং ইথারে তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। অণুগুলির কম্পন থেকে উৎপন্ন এই ইথার তরঙ্গ আলোকের বেগে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। যখন এই তরঙ্গ বস্তু দ্বারা বাধা প্রাপ্ত হয় তখন বস্তুর কণাগুলির কম্পন শুরু হয় এবং বিকীর্ণ শক্তি বস্তুতে তাপ শক্তিরূপে প্রকাশিত হয়।

সুতরাং বলা যায় যে, তাপীয় বিকিরণ এক প্রকার তাড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ। ইহার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য দৃশ্যমান আলোকের তুলনায় বেশি হয়। ইহার সঞ্চালনের জন্য কোন

মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। কোন মাধ্যমে সঞ্চালিত হওয়ার সময় ইহা মাধ্যমকে উত্তপ্ত করে না। যদি কোন বস্তু দ্বারা শোষিত হয় তবে ইহা তাপে রূপান্তরিত হয়।

10·18. বিকীর্ণ শক্তির শোষণ ও বিকিরণ (Absorption and emission of radiation):

কোন বস্তু থেকে নির্গত বিকিরণের হার ইহার উষ্ণতা ও ইহার পৃষ্ঠের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। বস্তুর উষ্ণতা কম থাকলে নির্গত বিকিরণের হার কম হয় এবং উষ্ণতা বাড়ার সঙ্গে সঙ্গে এই হার দ্রুত বৃদ্ধি পায়। **একই উষ্ণতায় চকচকে পৃষ্ঠের চেয়ে কালো পৃষ্ঠ থেকে শক্তি বিকিরণের হার বেশি হয়।**

কম উষ্ণতায় নির্গত বিকিরণে বড় তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য সম্পন্ন তরঙ্গ থাকে। উষ্ণতা বৃদ্ধি পেলে বিকীর্ণ শক্তিতে ছোট তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সম্পন্ন তরঙ্গের সংখ্যা বৃদ্ধি পায়। তাই কোন বস্তুকে উত্তপ্ত ক'রলে ঐ বস্তু থেকে প্রথমে অবলোহিত রশ্মি নির্গত হয়। যদি উষ্ণতা ক্রমগত বাড়ানো হয় তবে ইহা প্রথমে লোহিত তপ্ত এবং পরে শ্বেততপ্ত হয়। উষ্ণতা আরও বাড়ালে বস্তুটি নীলাভরূপ ধারণ করে।

সাধারণত যদি কোন বস্তুর উপর বিকীর্ণ তাপ শক্তি আপতিত হয় তবে ইহা তিনটি অংশে বিভক্ত হয়—(1) একটি অংশ নিয়মিত বা অনিয়মিতভাবে প্রতিফলিত হয়, (2) একটি অংশ প্রতিসরণের সূত্রানুযায়ী প্রতিসৃত হয় এবং (3) প্রতিসৃত অংশের কিছুটা বস্তু দ্বারা শোষিত এবং বাকিটা নির্গত হয়। আপতিত বিকীর্ণ শক্তিকে বিভিন্ন বস্তু বিভিন্ন পরিমাণে প্রতিফলিত ও শোষিত ক'রতে পারে। যে সব বস্তু দিয়ে আপতিত বিকীর্ণ শক্তির সবটুকুই নির্গত হ'তে পারে তাদের **তাপস্বচ্ছ** (*diathermanous*) বস্তু বলে। অপরপক্ষে যে সব বস্তুর উপর আপতিত তাপরশ্মির সম্পূর্ণটাই শোষিত হয় তাদের **তাপরোধী** (*adiathermanous*) বস্তু বলে। যেমন, কোয়ার্টজ (quartz) তাপ স্বচ্ছ কিন্তু জল তাপরোধী বস্তু। অবশ্য প্রকৃতিতে কোন বস্তুই সম্পূর্ণরূপে তাপস্বচ্ছ বা তাপরোধী নয়।

কোন বস্তু ইহার উপর আপতিত বিকীর্ণ তাপশক্তির বেশি অংশ শোষণ ক'রলে ইহার থেকে প্রতিফলিত শক্তির পরিমাণ কম হয়। কাজেই, **উত্তম তাপশোষণকারী বস্তু কম তাপশক্তি প্রতিফলিত করে।** দেখানো যায় যে, **উত্তম তাপবিকিরণকারী বস্তু বেশি তাপ শোষণ করে।** কাজেই, উত্তম তাপ বিকিরণকারী বস্তু কম তাপশক্তি প্রতিফলিত করে। অনুরূপভাবে কম তাপশক্তি বিকিরণকারী বস্তু থেকে বেশি তাপশক্তি প্রতিফলিত হয়। তাই দেখা যায় যে, কৃষ্ণ বস্তু উত্তম তাপশোষক কিন্তু অধম তাপ প্রতিফলক। চকচকে বস্তুর বেলায় বিপরীত ঘটনা লক্ষ্য করা যায়।

10·19. শোষণ ক্ষমতা (Absorptive power):

পদার্থ দ্বারা শোষিত তাপ ও ইহার উপর আপতিত তাপের অনুপাতকে বস্তুর **তাপশোষণ ক্ষমতা** (*absorptive power*) বলে। নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন বস্তুর প্রতি

একক ক্ষেত্রফলের উপর যদি Q পরিমাণ আপতিত বিকীর্ণ তাপশক্তির Q′ পরিমাণ প্রতি সেকেন্ডে শোষিত হয় তবে ঐ বস্তুর শোষণ ক্ষমতা বা **শোষণ গুণাংক** (*co-efficient of absorption*) $a = Q'/Q$। কৃষ্ণ বস্তুর উপর আপতিত সমগ্র তাপশক্তিই ইহার দ্বারা শোষিত হয়। কাজেই, কৃষ্ণবস্তুর বেলায় $Q = Q'$ এবং $a = 1$। সাদা বা চকচকে বস্তুর তাপ শোষণ ক্ষমতা খুবই কম।

10·20. বিকিরণ ক্ষমতা (Emissive power) :

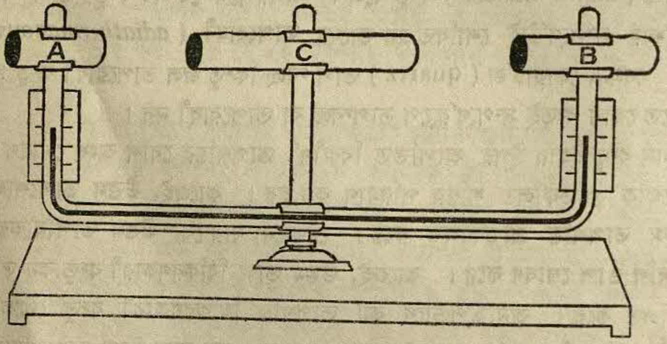
নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন বস্তুর একক ক্ষেত্রফল থেকে প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ তাপশক্তির পরিমাণ (e) এবং ঐ উষ্ণতায় কৃষ্ণ বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ তাপ শক্তির পরিমাণের (E)-অনুপাতকে ঐ বস্তুর তাপ বিকিরণ ক্ষমতা বলে। কাজেই, কোন বস্তুর তাপ বিকিরণ ক্ষমতা $= e/E$।

প্রতিফলন ক্ষমতা (*Reflective power*) : কোন বস্তু থেকে প্রতিফলিত তাপ শক্তির পরিমাণ (Q′) এবং ইহার উপর আপতিত তাপশক্তির পরিমাণের (Q) অনুপাতকে ঐ বস্তুর **প্রতিফলন ক্ষমতা** (r) বলে। অতএব $r = Q'/Q$।

উচ্চ বিকিরক উচ্চ শোষক : রিচির পরীক্ষা (*Good radiators are good absorbers : Ritchie's Experiment*) :

রিচি পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করেন যে, যদি পদার্থ উচ্চ বিকিরক হয় তবে ইহা উচ্চ শোষকও হয়।

60 নং চিত্রে A ও B দুটি সমআকৃতির ধাতব চোঙ। ইহাদের মধ্যে বায়ু আছে। ইহারা সমপ্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট U আকৃতির কাচ নলের দুই প্রান্তে আবদ্ধ অবস্থায় আছে। C অপর একটি দীর্ঘ ধাতব চোঙ। ইহা A ও B-এর মাঝখানে একটি



চিত্র 60

দণ্ডের উপর অবস্থিত। ইহাকে সহজে ঘোরানো যায়। তিনটি চোঙের মুখের ক্ষেত্রফল সমান। A চোঙের দিকে অবস্থিত C চোঙের মুখ ভুষো কালি মাখানো ও অপর মুখ চকচকে পালিশ করা। আবার C চোঙের দিকে A চোঙের মুখ পালিশ করা ও B চোঙের মুখ ভুষো কালি মাখানো। A চোঙের অপর মুখ ভুষো কালি

মাখানো ও B চোঙের অপর মুখ চকচকে পালিশ করা। U নলে কিছু রঙীন তরল নেওয়া হয়।

C চোঙ গরম জল দ্বারা পূর্ণ ক'রলে ইহা তাপ বিকিরণ করে এবং A ও B চোঙ ঐ বিকিরিত তাপ শোষণ করে। এই অবস্থায় কিন্তু U নলের দুই বাহুতে তরল তল একই উচ্চতায় থাকে। ইহাতে প্রমাণিত হয় যে, A ও B চোঙ সম পরিমাণ তাপ শোষণ ক'রে সম উষ্ণতায় থাকে। C চোঙের কালো মুখ থেকে বেশি তাপ বিকিরিত হ'লেও A চোঙের পালিশ করা মুখ এই তাপের খুব কম পরিমাণ শোষণ করে। আবার, C চোঙের পালিশ করা মুখ থেকে খুব কম পরিমাণ তাপ বিকিরিত হ'লেও ইহার প্রায় সবটাই B চোঙের কালো মুখ শোষণ করে। ইহার দরুন A ও B চোঙের উষ্ণতা সমান থাকে।

এবার C চোঙকে ঘুরিয়ে ইহার পালিশ করা মুখকে A চোঙের চকচকে মুখের দিকে রাখলে U নলের দুই বাহুতে তরল তলের উচ্চতা পার্থক্য দেখা যায়। এই অবস্থায় উচ্চ শোষক উচ্চ বিকিরকের ও নিম্ন শোষক নিম্ন বিকিরকের দিকে থাকে। সুতরাং এই পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয় যে, উচ্চ বিকিরক উচ্চ শোষক এবং নিম্ন বিকিরক নিম্ন শোষক।

10·21. প্রিভোস্টের তাপ বিনিময় সূত্র (Prevost's theory of heat exchange) :

আগে ধারণা ছিল যে, উষ্ণ বস্তু থেকে উষ্ণ বিকিরণ (hot radiation) এবং শীতল বস্তু থেকে শীতল বিকিরণ (cold radiation) নির্গত হয়। কিন্তু প্রিভোস্ট বলেন যে, শীতল বা উষ্ণ সব বস্তুই সর্বদা তাপশক্তি বিকীর্ণ করে এবং সঙ্গে সঙ্গে ইহারা ইহাদের পরিপার্শ্ব থেকে তাপশক্তি গ্রহণ করে। বস্তুর উষ্ণতা বাড়লে ইহার থেকে নির্গত তাপশক্তির পরিমাণ বাড়ে এবং এই নির্গত শক্তির পরিমাণ পারিপার্শ্বিক বস্তুর উপস্থিতি দ্বারা প্রভাবিত হয় না। অবশ্য বস্তুর উষ্ণতা হ্রাস বা বৃদ্ধি পারিপার্শ্বিক বস্তুর সঙ্গে ইহার বিকিরণ বিনিময়ের হার দ্বারা নির্ধারিত হয়। কোন বস্তু যদি ইহার পারিপার্শ্বিক বস্তু থেকে যে পরিমাণ তাপ পায় তার থেকে বেশি পরিমাণ তাপ নির্গত করে তাহ'লে ইহার উষ্ণতা ক'মে যায়। বিপরীতভাবে, বস্তু যদি পারিপার্শ্বিক বস্তু থেকে যে পরিমাণ তাপ পায় তার থেকে কম তাপ নির্গত করে তাহ'লে ইহার উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। সাম্য অবস্থায় বস্তু থেকে নির্গত শক্তির হার ঐ বস্তু দ্বারা গৃহীত শক্তির হারের সমান হয় এবং বস্তুর উষ্ণতা ধ্রুবক থাকে। কাজেই সাম্য অবস্থাতেও অর্থাৎ **যখন বস্তু ও ইহার পারিপার্শ্বিক বস্তুর উষ্ণতা সমান তখনও বস্তুর সঙ্গে পারিপার্শ্বের তাপ বিনিময় চলতে থাকে।**

যেমন আগুনের সামনে দাঁড়ালে আমরা গরম বোধ করি। কারণ আগুন থেকে যত বিকীর্ণ শক্তি আমাদের শরীরে প্রবেশ করে তার তুলনায় আমাদের শরীর

থেকে কম বিকীর্ণ শক্তি নির্গত হয়। আবার বরফের স্তূপের সামনে দাঁড়ালে আমরা ঠাণ্ডা বোধ করি। কেননা বরফ থেকে যত বিকীর্ণ শক্তি আমাদের শরীরে প্রবেশ করে তার তুলনায় আমাদের শরীর থেকে বেশি বিকীর্ণ শক্তি নির্গত হয়।

10.22. বিকিরণ ও শোষণের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ (Some practical applications of emission and absorption) ঃ

(i) রাত্রি বেলায় মেঘ ক'রলে গরম বোধ হয়। কারণ পৃথিবী রাত্রিবেলায় যে তাপ বিকিরণ করে, মেঘ থাকার জন্য সেই তাপ ভূ-পৃষ্ঠ ছেড়ে যেতে পারে না। তাই গরম বোধ হয়।

(ii) আমরা শীতকালে কালো রংয়ের পোষাক ব্যবহার করি। কারণ কালো পোষাক সূর্য থেকে বিকীর্ণ তাপ বেশি শোষণ ক'রে আমাদের দেহকে গরম রাখে। আবার গরমকালে সাদা পোষাক আরামদায়ক হয়। কেননা সাদা পোষাক সূর্যের বিকীর্ণ তাপের বেশির ভাগই প্রতিফলিত করে। তাই ঠাণ্ডা বোধ হয়।

(iii) অনেক সময় রান্নার পাত্রের তলা কালো ও অমসৃণ করা হয়। তার কারণ এরূপ পাত্র আগুন থেকে বেশি তাপ শোষণ ক'রে তাড়াতাড়ি রান্নার সহায়তা করে।

(iv) বিকিরণ জনিত তাপক্ষয় কম করার জন্য ক্যালরিমিটার, কেটলি ইত্যাদিকে মসৃণ ও চকচকে করা হয়।

(v) **সবুজ ঘর** (*The Green house*) ঃ কাচের একটি বিশেষ ধর্ম এই যে 100°C উষ্ণতার চেয়ে বেশি উষ্ণতা বিশিষ্ট বস্তু থেকে যদি বিকীর্ণ তাপশক্তি (যাতে ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের প্রাধান্য থাকে) কাচের উপর আপতিত হয় তবে কাচ ঐ আপতিত তাপশক্তির প্রায় অর্ধেক নির্গত (transmit) করে। কিন্তু যদি 100°C উষ্ণতার চেয়ে কম উষ্ণতার বস্তু থেকে বিকীর্ণ তাপ শক্তি (যাতে দীর্ঘ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের প্রাধান্য থাকে) কাচের উপর আপতিত হয় তবে কাচ ঐ আপতিত রশ্মির কোন অংশই নির্গত করে না। কাজেই সূর্য থেকে বিকীর্ণ তাপশক্তির প্রায় অর্ধেকটাই কাচের ঘরে প্রবেশ করে। ইহাতে ঘরের ভিতরের গাছপালা ও অন্যান্য বস্তু ঐ তাপশক্তি শোষণ করে এবং উত্তপ্ত হয়। কিন্তু ঐ সব বস্তু থেকে নির্গত তাপ কাচ দিয়ে বাইরে আসতে পারে না। তাই কাচের ঘর গরম থাকে।

10.23. কৃষ্ণ বস্তু (A perfectly black body) ঃ

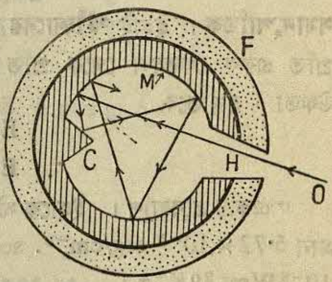
যে বস্তু সব বিকিরণ সম্পূর্ণরূপে শোষণ করে তাকে **কৃষ্ণ বস্তু** বলে। (The body which absorbs all the radiations which fall upon it, of whatever wavelength they may be, is called a perfectly black body.) কোন বিকিরণই এইরূপ বস্তু থেকে প্রতিফলিত বা নির্গত হয় না। এই বস্তুর উপর আপতিত বিকিরণের বর্ণ যাই হোক না কেন, এই বস্তু সব সময়েই কালো

দেখায়। এই বস্তুর শোষণ ক্ষমতা সর্বাধিক হওয়ায় কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় ইহা প্রত্যেক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সর্বাধিক বিকিরণ নির্গত করে। তাই কৃষ্ণ বস্তু থেকে নির্গত বিকিরণকে **পূর্ণ বিকিরণ** (*Full radiation*) বলে।

আমাদের জানা কোন বস্তুই পূর্ণাঙ্গ কৃষ্ণ বস্তু নয়। ল্যাম্প ব্ল্যাক এবং প্লাটিনাম ব্ল্যাক মোটামুটি কৃষ্ণ বস্তু। ইহারা যথাক্রমে আপতিত বিকিরণের 96% ও 98% শোষণ করে।

10.24. ব্যবহারিক কৃষ্ণ বস্তু (Black body in practice) ঃ

কির্সফ (Kirchhoff) প্রমাণ করেন যে, কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতার প্রকোষ্ঠে বিকিরণ, পরিমাণগত ও প্রকৃতিগত দিক থেকে ঐ একই উষ্ণতায় কৃষ্ণ বস্তু থেকে নির্গত বিকিরণের সঙ্গে অভিন্ন হয়। কারণ, এরূপ প্রকোষ্ঠে কোন কৃষ্ণ বস্তুকে রাখলে এই বস্তুর উপর আপতিত সব বিকিরণই বস্তু দ্বারা শোষিত হয় এবং যেহেতু এই বস্তুর উপস্থিতি প্রকোষ্ঠের বিকিরণকে প্রভাবিত করে না তাই এই বস্তু পরিমাণগত ও প্রকৃতিগত ভাবে প্রকোষ্ঠের বিকিরণের সঙ্গে অভিন্ন বিকিরণ নির্গত করে। এই ঘটনার উপর নির্ভর ক'রে ফেরী (Fery) পূর্ণাঙ্গ কৃষ্ণ বস্তু তৈরি করেন। 61 নং চিত্রে এই বস্তু দেখানো হ'য়েছে।



চিত্র 61

ইহা তামার একটি ফাঁপা গোলক। এই গোলকের ভিতরটা কালো রং করা। ইহার পৃষ্ঠে একটি সরু ছিদ্র থাকে। যে কোন বিকিরণই ছিদ্র দিয়ে প্রবেশ ক'রে গোলকের ভিতরের দেওয়ালে কয়েকবার প্রতিফলিত হয় এবং অবশেষে সম্পূর্ণরূপে শোষিত হয়। প্রবিষ্ট বিকিরণের সামান্য অংশ হয়তো বা ছিদ্র দিয়ে বেরিয়ে আসতে পারে। তাই ছিদ্রের সাইজ ছোট ক'রে বেরিয়ে আসা বিকিরণের পরিমাণকে খুব কম করা হয়। ছিদ্রের বিপরীতে অবস্থিত দেওয়াল থেকে বিকিরণের সোজাসুজি প্রতিফলন বন্ধ করার জন্য একটি শঙ্কু আকৃতির অংশ রাখা হয়। গোলকের বাইরে তাপ কুপরিবাহী পদার্থের ঢাকনা থাকে। তাই গোলকের দেওয়াল দিয়ে কোন বিকিরণ বাইরে আসতে পারে না। এইরূপ গোলককে উত্তপ্ত ক'রলে ছিদ্র দিয়ে পূর্ণ বিকিরণ নির্গত হয়।

10.25. স্টীফ্যানের সূত্র (Stefan's law) ঃ

আমরা জানি যে, সব বস্তুই সর্বদা স্বতঃস্ফূর্তভাবে শক্তি বিকিরণ করে। তবে দেখা যায় যে, বস্তু ইহার সমগ্র আভ্যন্তরীণ শক্তি বিকিরণ ক'রে 0°A উষ্ণতায় নেমে যায় না। ইহার কারণ বস্তু শুধু বিকিরণই নির্গত করে না, অন্য বস্তু থেকেও

বিকিরিত শক্তি গ্রহণ করে। অর্থাৎ প্রত্যেক বস্তুর বেলায় শক্তির শোষণ ও বিকিরণ একই সঙ্গে চ'লতে থাকে। যদি কোন বস্তু পরিবেশের চেয়ে বেশি উত্তপ্ত হয়, তবে শোষণের চেয়ে বিকিরণ বেশি হয়। বিকিরণের জন্য ধীরে ধীরে বস্তুতে শক্তির ঘাটতি হওয়ায় বস্তু শীতল হয়। যদি পরিবেশের তুলনায় কোন বস্তু বেশি ঠাণ্ডা হয় তবে বস্তু দ্বারা বিকিরণের চেয়ে শোষণের পরিমাণ অধিক হয় এবং বস্তুর উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। যদি পরিবেশ ও বস্তুর উষ্ণতা সমান হয় তাহ'লে শোষণ ও বিকিরণের পরিমাণ সমান হয় এবং উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে। পরীক্ষালব্ধ ফলের ভিত্তিতে স্টীফ্যান বস্তুর উষ্ণতা ও বিকীর্ণ শক্তির মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করেন।

একটি আদর্শ **কৃষ্ণ বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে প্রতি সেকেন্ডে নির্গত বিকীর্ণশক্তির পরিমাণ ঐ বস্তুর চরম উষ্ণতার চতুর্থ ঘাতের** (*fourth power*) **সমানুপাতিক**। ইহাই **স্টীফ্যানের সূত্র** (*Stefan's law*)। কাজেই, যদি কৃষ্ণ বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে প্রতি সেকেন্ডে নির্গত বিকীর্ণ শক্তি E এবং ইহার চরম উষ্ণতা T হয় তবে,

$$E \propto T^4$$

$$\therefore \quad E = \sigma T^4$$

σ একটি ধ্রুবরাশি। ইহাকে স্টীফ্যানের ধ্রুবক বলে। এই ধ্রুবকের পরীক্ষালব্ধ মান $5{\cdot}72 \times 10^{-5}$ erg/cm^{-2}. sec^{-1}. ^{o}A^{-4}। এস্. আই. এককে $\sigma \doteq 5{\cdot}67 \times 10^{-8}$ Wm^{-2} ^{o}K^{-4}।

যদি $T^{\circ}K$ উষ্ণতার কোন কৃষ্ণ বস্তু $T_0{}^{o}K$ উষ্ণতার অপর একটি কৃষ্ণ বস্তু দ্বারা আবৃত থাকে এবং $T > T_0$ হয় তবে প্রতি একক সময়ে বস্তুর একক ক্ষেত্রফল থেকে নির্গত বিকীর্ণ শক্তির পরিমাণ, $E_1 = \sigma(T^4 - T_0{}^4)$।

স্টীফ্যানের এই সূত্র বোলজ্‌ম্যান তাপগতি বিজ্ঞানের সাহায্যে প্রমাণ করেন। তাই এই সূত্রকে **স্টীফ্যান বোলজ্‌ম্যানের সূত্র** (*Stefan Boltzmann law*) বলে।

10.26. স্টীফ্যান সূত্রের প্রয়োগ (Applications of Stefan's Law) :

(i) **পূর্ণ বিকিরণ পাইরোমিটার** (*Total radiation Pyrometer*) : কৃষ্ণ বস্তু থেকে নির্গত বিকিরণ শুধুমাত্র ঐ বস্তুর উষ্ণতার উপর নির্ভর করায় বিকিরণ পদ্ধতিতে উচ্চ উষ্ণতা পরিমাপ করা যায়। কৃষ্ণ বস্তু থেকে নির্গত পূর্ণ বিকিরণের প্রাবল্য পরিমাপ ক'রে স্টীফ্যান সূত্র দ্বারা ঐ বস্তুর উষ্ণতা নির্ণয় করা যায়।

(ii) **সূর্যের উষ্ণতা নির্ণয়** (*Determination of Temperature of the Sun*) : সূর্যকে কৃষ্ণ বস্তু ধ'রে, সূর্য পৃষ্ঠের প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে বিকিরিত মোট শক্তির পরিমাণ নির্ণয় ক'রে স্টীফ্যান সূত্র দ্বারা সূর্যের উষ্ণতা পরিমাপ করা যায়। অবশ্য সূর্যকে কৃষ্ণ বস্তু ধরা চলে না। সূর্যকে কৃষ্ণ বস্তু ধ'রে যে উষ্ণতা পাওয়া যায় তা প্রকৃত সৌর উষ্ণতার ন্যূনতম মান। এই ন্যূনতম উষ্ণতাকে সূর্যের কৃষ্ণ বস্তু উষ্ণতা

বলে। এই উষ্ণতায় একটি কৃষ্ণ বস্তুর পৃষ্ঠের প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে নির্গত বিকিরণ সূর্যের ন্যায় হয়। সূর্য কৃষ্ণ বস্তুর চেয়ে কম শক্তি বিকিরিত ক'রলে ইহার উষ্ণতা কৃষ্ণ বস্তু উষ্ণতা অপেক্ষা বেশি হয়।

(iii) **নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র** (*Newton's law of Cooling*) : এই সূত্র অনুযায়ী কোন বস্তু দ্বারা তাপ বর্জনের হার উহার উষ্ণতা ও পারিপার্শ্বিক বস্তুর উষ্ণতা পার্থক্যের সমানুপাতিক হয়।

আমরা জানি যে, $E=\sigma(T^4-T_0^4)$

$$=\sigma(T^2-T_0^2)(T^2+T_0^2)$$
$$=\sigma(T-T_0)(T+T_0)(T^2+T_0^2)$$
$$=\sigma(T-T_0)(T^3+T^2T_0+TT_0^2+T_0^3)$$

যদি $T\approx T_0$ হয় তবে, $E=\sigma(T-T_0).\ 4T_0^3$।

আবার $4\sigma T_0^3=K$ ধ'রলে (T_0 ধ্রুবক হ'লে K ও ধ্রুবক হয়)

$$E=K(T-T_0)।$$

অতএব, $E\propto T-T_0$।

ইহাই নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র।

10.27. সৌর-ধ্রুবক (Solar constant) :

বায়ুমণ্ডলের অনুপস্থিতিতে সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্বে এবং সূর্য রশ্মির গতিপথের লম্বভাবে অবস্থিত এক বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফলের উপর প্রতি মিনিটে যে পরিমাণ সৌরশক্তি আপতিত হয় তাকে **সৌর-ধ্রুবক** বলে।

দেখা যায় যে, সৌর ধ্রুবকের গড় মান প্রতি মিনিটে প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে 1·937 cal.।

10.28. সূর্যের উষ্ণতা (Temperature of the Sun) :

ধরা যাক, সূর্য r ব্যাসার্ধের একটি কৃষ্ণ বস্তু। যদি সূর্য পৃষ্ঠের পরম উষ্ণতা T হয় তবে স্টীফ্যানের সূত্রানুযায়ী প্রতি একক সময়ে বিকিরিত তাপ $=4\pi r^2.\sigma T^4$, $\sigma=$ স্টীফ্যান ধ্রুবক। সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব R ধ'রে সূর্যের সঙ্গে সমকেন্দ্রিক R ব্যাসার্ধের গোলক কল্পনা করা যাক। তাহ'লে বিকিরিত শক্তি $4\pi R^2$ ক্ষেত্রফলের উপর ছড়িয়ে পড়ে। কাজেই একক সময়ে পৃথিবীর একক ক্ষেত্রফলের উপর আপতিত শক্তি $=\dfrac{4\pi r^2\sigma T^4}{4\pi R^2}$। সৌর ধ্রুবকের সূত্রানুযায়ী,

$$S=\frac{4\pi r^2\sigma T^4}{4\pi R^2}\text{। অথবা, } T^4=\frac{S}{\sigma}\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

সুতরাং, S, σ, R এবং r এর মান জানা থাকলে সূর্যের কৃষ্ণ বস্তু উষ্ণতা T নির্ণয় করা যায়। এই T-এর মান প্রায় 5740°K.।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. একটি গোলাকার কৃষ্ণ বস্তুর ব্যাস 15 cm. ও উষ্ণতা 800°C। এই বস্তু থেকে কত ওয়াট ক্ষমতা বিকিরিত হয়? স্টীফ্যানের ধ্রুবক, $\sigma = 5{\cdot}7 \times 10^{-12}$ watt/cm^2 — ($^{\circ}$K)^4।

সমাধান ঃ বস্তুর পৃষ্ঠ-ক্ষেত্রফল, $A = 4\pi \times (7{\cdot}5)^2$ cm.^{2} ও উষ্ণতা, $T = 800 + 273 = 1073^{\circ}K$। কাজেই, বিকিরিত ক্ষমতা,

$$P = \sigma AT^4 = 5{\cdot}7 \times 10^{-12} \times 4 \times 3{\cdot}14 \times (7{\cdot}5)^2 \times (1073)^4$$
$$= 5314{\cdot}5 \text{ ওয়াট।}$$

2. সূর্যের ব্যাসার্ধ $7{\cdot}5 \times 10^5$ Km, ইহার পৃষ্ঠের উষ্ণতা 5727°C এবং ইহা স্টীফ্যান সূত্রানুযায়ী শক্তি বিকিরণ করে। সূর্যের কেন্দ্র থেকে 15×10^7 Km. দূরে অবস্থিত একটি গ্রহ ইহার উপর আপতিত সৌরশক্তির সবটাই শোষণ করে। ইহার পৃষ্ঠ থেকে আবার স্টীফ্যান সূত্রানুযায়ী শক্তি নির্গত হয়। যদি গ্রহ 6400 Km. ব্যাসার্ধের একটি পরিবাহী গোলক হয় তবে সাম্য অবস্থায় ইহার উষ্ণতা কত হয়? [*Jt. Entrance 1978*]

সমাধান ঃ যদি সূর্যের পরম উষ্ণতা T°A হয় তবে ইহার প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে প্রতি সেকেন্ডে নির্গত তাপ শক্তির পরিমাণ স্টীফ্যান সূত্রানুযায়ী $E = \sigma T^4$; σ = স্টীফ্যান ধ্রুবক।

এক্ষেত্রে, $T = 5727 + 273 = 6000^{\circ}A$।

সূর্যের ব্যাসার্ধ, $R = 7{\cdot}5 \times 10^5$ Km. $= 7{\cdot}5 \times 10^8$ metre।

সূর্যের বহিঃ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $A = 4\pi R^2 = 4\pi \times (7{\cdot}5 \times 10^8)^2$ metre^2।

স্টীফ্যান সূত্রানুযায়ী বহিঃ পৃষ্ঠ থেকে প্রতি সেকেন্ডে বিকিরিত তাপ $= EA = 4\pi\sigma \times (7{\cdot}5 \times 10^8)^2 \times (6000)^4$ Joule/sec.।

এই তাপ সূর্য থেকে সব দিকে সমান ভাবে বিকিরিত হয়। সূর্যের কেন্দ্র থেকে d দূরে প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর আপতিত

$$\text{তাপ শক্তি } I = \frac{EA}{4\pi d^2} = \frac{4\pi\sigma \times (7{\cdot}5 \times 10^8)^2 \times (6000)^4}{4\pi \times (15 \times 10^{10})^2}$$
$$= \frac{\sigma \times (7{\cdot}5)^2 \times (6)^4 \times 10^8}{(15)^2} \text{ Joules/m}^2\text{. sec.}$$

[∴ এক্ষেত্রে $d = 15 \times 10^7$ Km. $= 15 \times 10^{10}$ metre]

যদি সাম্য অবস্থায় গ্রহের পরম উষ্ণতা T_1°A হয় তবে স্টীফ্যান সূত্রানুযায়ী ইহার প্রতি একক ক্ষেত্রফল থেকে প্রতি সেকেন্ডে বিকিরিত শক্তি $= \sigma \times T_1{}^4$। কাজেই, সাম্য অবস্থায় $\sigma \times T_1{}^4 = \frac{\sigma \times (7{\cdot}5)^2 \times (6)^4 \times 10^8}{(15)^2}$।

অতএব, $T_1 = 424{\cdot}3^{\circ}A = (424{\cdot}3 - 273) = 151{\cdot}3^{\circ}C.$।

আরো কয়েকটি উদাহরণ (Some more examples) ঃ

1. একটি বস্তুর উষ্ণতা 10 মিনিটে 50°C থেকে 40°C হয়। যদি ইহার পারিপার্শ্বিক উষ্ণতা 20°C হয় তবে আরো 5 মিনিট পরে ইহার উষ্ণতা কত হয় ?

সমাধান ঃ ধরা যাক, চূড়ান্ত উষ্ণতা $=\theta$°C। প্রথম দশ মিনিটে গড় উষ্ণতা $=\frac{50+40}{2}=45$°C। বস্তু ও ইহার পারিপার্শ্বিকতার মধ্যে গড় উষ্ণতা পার্থক্য $=(45°-20°)=25$°C। নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রানুযায়ী, তাপক্ষয়ের হার $\propto 25$। 10 মিনিটে উষ্ণতা হ্রাস $=10$°C। অতএব, উষ্ণতা হ্রাসের হার $=\frac{10}{10}=1°$। কাজেই, $1\propto 25$, বা, $1=K\times 25$.

K ধ্রুব রাশি। অতএব, $K=\frac{1}{25}$। আরো 5 মিনিট পরে

গড় উষ্ণতা $=\frac{40+\theta}{2}$। পারিপার্শ্বিকতার চেয়ে বস্তুর অধিক উষ্ণতা

$$=\frac{40+\theta}{2}-25=\frac{\theta-10}{2}।$$

5 মিনিটে উষ্ণতা হ্রাস $=40-\theta$। কাজেই, উষ্ণতা হ্রাসের হার $=\frac{40-\theta}{5}$।

নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{40-\theta}{5}=\frac{K(\theta-10)}{2}=\frac{1}{25}\cdot\frac{(\theta-10)}{2}$$

অথবা, $\theta=37\cdot27$°C।

2. একটি বৈদ্যুতিক বাতি 16 ওয়াট ক্ষমতা ব্যয় ক'রলে ইহার ফিলামেন্টের উষ্ণতা 2000°K হয়। ফিলামেন্ট কৃষ্ণ বস্তুর ন্যায় আচরণ ক'রলে ইহার উষ্ণতা 3000°K করার জন্য কত ক্ষমতা ব্যয় ক'রতে হয় ?

সমাধান ঃ যদি ব্যয়িত ক্ষমতা $P_1=16$ ওয়াট হয় তবে ফিলামেন্টের উষ্ণতা $T_1=2000$°K। যদি ব্যয়িত ক্ষমতা P_2 হ'লে ফিলামেন্টের উষ্ণতা $T_2=3000$°K হয় তবে, $\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4$; অথবা, $P_2=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4\times P_1=\left(\frac{3000}{2000}\right)^4\times 16$

$=80\cdot96$ ওয়াট।

3. বিকিরণের দরুন সূর্য কত শক্তি হারায় ? ইহার উষ্ণতা 6000°K ও ব্যাসার্ধ $6\cdot95\times10^5$Km.। স্টীফ্যানের ধ্রুবক, $\sigma=5\cdot7\times10^{-8}$ watt/m² $-$ (°K)⁴

সমাধান ঃ সূর্যের উষ্ণতা $T=6000$°K ও ব্যাসার্ধ $R=6\cdot95\times10^8 m$.

ইহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল, $A=4\pi R^2$।

কাজেই, সূর্য পৃষ্ঠ থেকে নির্গত শক্তির হার $=\sigma AT^4$

$$=5\cdot7\times10^{-8}\times4\times3\cdot14\times(6\cdot95\times10^8)^2\times(6000)^4$$

$$=4\cdot4877\times10^{26} \text{ ওয়াট।}$$

4. একটি বাষ্প নলের ভিতরের উষ্ণতা 170°C ও ইহা 5 cm. বেধ বিশিষ্ট কোন পদার্থ দ্বারা আবৃত। ইহার বাইরের উষ্ণতা 30°C। এই নলের প্রতি একক দৈর্ঘ্য থেকে প্রতিমিনিটে তাপক্ষয় 25 ক্যালরি। যদি নলের পরিধি 50 cm. হয় তবে পরিবাহিতাংক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ পদার্থের বেধ, $d=5$ cm., উষ্ণতা পার্থক্য, $\triangle T=170-30=140°C$, পরিধি $=50$ cm., নলের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রফল, $A=50\times1=50$ cm^2, প্রতিমিনিটে তাপক্ষয়, $Q=25$ ক্যালরি ও সময় $t=60$ সেকেণ্ড।

অতএব, $Q=\frac{KA\triangle T}{d}t.$

অথবা, $25=\frac{K\times50\times140\times60}{5}$

অথবা, $K=0{\cdot}000298$ সি. জি. এস্. একক।

5. একটি বড় ট্যাংকে জল আছে। এই জলের উপর 6 cm. পুরু এবং 24 sq. metre ক্ষেত্রফলের বরফ স্তর আছে। যদি বরফের পরিবাহিতাংক 0·003 C.G.S. একক হয় তবে প্রতি ঘণ্টায় জল থেকে উপর দিকে বরফের মধ্য দিয়ে কত তাপ পরিবাহিত হয়? বরফের উপর পৃষ্ঠের উষ্ণতা $-10°C$।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে, $A=24$ sq.metre $=240{,}000$ sq cm.।
$t=60\times60=3600$ sec., $\theta_2-\theta_1=10°C$,
$K=0{\cdot}003$ C.G.S.একক এবং $d=6$ cm.।

কাজেই, $Q=\frac{KA(\theta_2-\theta_1)t}{d}=\frac{0{\cdot}003\times240{,}000\times10\times3600}{6}$

$=43{\cdot}2\times10^5$ cal.।

6. কোন স্টীম প্রকোষ্ঠের উপরিভাগ 6 decimeter লম্বা, 5 decimeter চওড়া এবং 1 decimeter পুরু পাথর দিয়ে তৈরী। পাথরের উপর বরফ রাখলে দেখা যায় যে, ½ ঘণ্টায় 5 Kg. বরফ গলে। পাথরের পরিবাহিতাংক কত?

সমাধান ঃ বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal/gm. হওয়ায় 5 Kg. বরফ গলাতে প্রয়োজনীয় তাপ $Q=5\times1000\times80=400{,}000$ cal.।

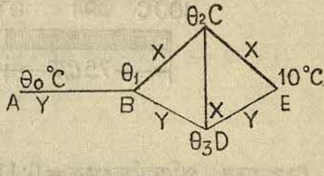
এই পরিমাণ তাপ 1800 sec এ $60\times50=3000$ sq. cm., ক্ষেত্রফল এবং 10 cm. পুরু পাথরের ভিতর দিয়ে পরিবাহিত হয়। পাথরের দুই বিপরীত পৃষ্ঠের উষ্ণতা 0°C এবং 100°C। কাজেই,

$400{,}000=(K\times3000\times100\times1800)/10$

অতএব, $K=\frac{4}{540}=0{\cdot}00741$ C.G.S. units.।

7. 62 নং চিত্রের ন্যায় তিনটি X উপাদানের রড এবং তিনটি Y উপাদানের রডকে পরস্পরের সংগে যুক্ত করা হয়। সব রডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদ সমান।

যদি A প্রান্তের উষ্ণতা 60°C এবং E সংযোগ স্থলের উষ্ণতা 10°C হয় তবে B, C ও D সংযোগ স্থলের উষ্ণতা নির্ণয় কর। X উপাদানের তাপ পরিবাহিতাংক 0·92 cal/sec. cm. °C এবং Y উপাদানের তাপ পরিবাহিতাংক 0·46 cal/sec. cm. °C। [*I. I. T. '78*]



চিত্র 62

সমাধান ঃ যদি Y উপাদানের তাপ পরিবাহিতাংক K হয় তবে X উপাদানের তাপ পরিবাহিতাংক 2K। ধরা যাক B, C, D সংযোগ স্থলের উষ্ণতা যথাক্রমে θ_1, θ_2 ও θ_3। স্থায়ী অবস্থায় A থেকে B-তে তাপ পরিবহনের হার = B থেকে C-তে তাপ পরিবহনের হার + B থেকে D-তে তাপ পরিবহনের হার। অতএব, $K(60-\theta_1)$
$=2K(\theta_1-\theta_2)+K(\theta_1-\theta_3)$ ... ... (1)

অনুরূপভাবে, $2K(\theta_2-\theta_3)+K(\theta_1-\theta_3)=K(\theta_3-10)$ ... (2)

এবং $2K(\theta_1-\theta_2)=2K(\theta_2-10)+2K(\theta_2-\theta_3)$ ... ... (3)

(1) নং সমীকরণ অনুযায়ী $60-\theta_1=2\theta_1-2\theta_2+\theta_1-\theta_3$

অথবা, $60=4\theta_1-2\theta_2-\theta_3$ ... ... (4)

(2) নং সমীকরণ অনুযায়ী $2\theta_2-2\theta_3+\theta_1-\theta_3=\theta_3-10$

অথবা, $10=-\theta_1-2\theta_2+4\theta_3$ ... ... (5)

(3) নং সমীকরণ অনুযায়ী $\theta_1-\theta_2=\theta_2-10+\theta_2-\theta_3$

অথবা, $10=-\theta_1+3\theta_2-\theta_3$ ... ... (6)

(5) ও (6) নং সমীকরণ অনুযায়ী $-2\theta_2+4\theta_3=3\theta_2-\theta_3$;

অথবা, $5\theta_3=5\theta_2$, বা, $\theta_3=\theta_2$। (5) এবং (4) নং সমীকরণ অনুযায়ী

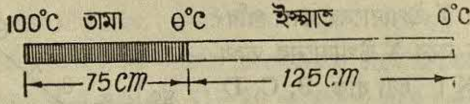
$-\theta_1+2\theta_2=10$ ... ... (7)

এবং $4\theta_1-3\theta_2=60$ ... ... (8)

(7) এবং (8) সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায় $\theta_1=30$°C এবং $\theta_2=20$°C। সুতরাং, B সংযোগ স্থলের উষ্ণতা $\theta_1=30$°C, C সংযোগ স্থলের উষ্ণতা $\theta_2=$ 20°C এবং D সংযোগ স্থলের উষ্ণতা $\theta_3=20$°C।

৪. 75 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট তামার দণ্ডের একপ্রান্ত 125 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট ইস্পাত দণ্ডের এক প্রান্তের সংগে যুক্ত করা হয়। উভয় দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ বৃত্তাকার এবং ব্যাস 2 cm.। তামার এবং ইস্পাতের অপর প্রান্তদ্বয়ের উষ্ণতা যথাক্রমে 100°C এবং 0°C। দণ্ড দ্বয়ের পৃষ্ঠগুলি অন্তরিত। তামা-ইস্পাতের সংযোগ স্থলের উষ্ণতা কত ? ঐ সংযোগ স্থল দিয়ে প্রতি একক সময়ে পরিবাহিত তাপের পরিমাণ কত ? তামার পরিবাহিতাংক $9·2\times10^{-2}$K cal/m°C sec এবং ইস্পাতের পরিবাহিতাংক $1·1\times10^{-2}$K cal/m°C sec. (*I. I. T. 1977*)

সমাধান ঃ স্থায়ী অবস্থায় তামার দণ্ড দিয়ে পরিবাহিত তাপ = ইস্পাতের দণ্ড দিয়ে পরিবাহিত তাপ ; তামার পরিবাহিতাঙ্ক $= 9{\cdot}2 \times 10^{-2}$K cal/m°C sec = 0·92 cal/cm. °C sec.



চিত্র 63

ইস্পাতের পরিবাহিতাঙ্ক = 0·11 cal/cm °C sec। যদি তামা-ইস্পাতের সংযোগস্থলের উষ্ণতা θ এবং দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ A হয় তবে

$0{\cdot}92 \times A \times \frac{100-\theta}{75} = 0{\cdot}11 \times A \times \frac{\theta - 0}{125}$। অতএব, $\theta = 93{\cdot}3$°C। সংযোগস্থল দিয়ে প্রতি সেকেণ্ডে পরিবাহিত তাপ

$$= 0{\cdot}92 \times \pi \times 1 \times \frac{100 - 93{\cdot}3}{75} = 0{\cdot}26 \text{ cal/sec.}$$।

9. স্টোভের উপর একটি কেট্‌লিতে জল ফুটছে। কেট্‌লির তলদেশের ক্ষেত্রফল 300 sq. cm. এবং ইহার বেধ 2 cm.। যদি প্রতি মিনিটে 1 gm. বাষ্প উৎপন্ন হয় তবে তলদেশের ভিতরের এবং বাইরের পৃষ্ঠের উষ্ণতা পার্থক্য নির্ণয় কর। কেট্‌লির উপাদানের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক 0·5 cal. deg.^{-1} sec.^{-1} cm^{-1}। বাষ্পের লীন তাপ 540 cal/gm. (*I. I. T. 1972*)

সমাধান ঃ 1 gm বাষ্প উৎপাদন ক'রতে প্রয়োজনীয় তাপ $= m \times L = 1 \times 540$ cal.। কাজেই, প্রতি মিনিটে কেটলীর তলদেশ দিয়ে 540 cal. তাপ পরিবাহিত হয়। ধরা যাক তলদেশের দুই পৃষ্ঠের উষ্ণতা পার্থক্য $= \theta$°C.। 60 sec. এ পরিবাহিত তাপের পরিমাণ,

$$Q = KA\frac{\text{উষ্ণতা পার্থক্য}}{d} \times 60 = 0{\cdot}5 \times 300 \times \frac{\theta}{0{\cdot}2} \times 60 \text{ cal}$$।

আবার, Q = 540 cal.। অতএব, $540 = 0{\cdot}5 \times 300 \times \frac{\theta}{0{\cdot}2} \times 60$।

অতএব, $\theta = 0{\cdot}012$°C।

10 কোন প্রস্তর খণ্ডের ক্ষেত্রফল 3600 sq. cm. এবং বেধ 10 cm.। ইহার তলদেশ 100°C উষ্ণতার বাষ্পে আছে। প্রস্তর খণ্ডের উপর পৃষ্ঠে 0°C উষ্ণতার বরফ আছে। এক ঘণ্টায় 4800 gm. বরফ গ'লে যায়। প্রস্তরের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক নির্ণয় কর। বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal/gm. (*I. I. T. 1972*)

সমাধান : আমরা জানি যে, $Q = KA\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}.t$ ।

এক্ষেত্রে K = প্রস্তর খণ্ডের তাপ পরিবাহিতাংক,

A = প্রস্থচ্ছেদ ; d = দুই পৃষ্ঠের দূরত্ব ; θ_1 ও θ_2 = দুই পৃষ্ঠের উষ্ণতা এবং t = সময়। অতএব, $Q = K \times 3600 \times \frac{100-0}{10} \times 3600$ cal. ।

আবার, 4800 gm. বরফ গলাতে প্রয়োজনীয় তাপ = 4800×80 cal. ।

কাজেই, $K \times 3600 \times 10 \times 3600 = 4800 \times 80$

অথবা, K = 0·003 cal./cm./deg./sec. ।

11. A এবং B দণ্ডের দৈর্ঘ্য সমান। উভয় দণ্ডের প্রান্তীয় উষ্ণতা T_1 এবং T_2 । কোন্ শর্ত পূর্ণ হ'লে উভয়দণ্ডে তাপ পরিবহনের হার সমান হয় ?

(I. I. T. 1976)

সমাধান : ধরা যাক্, প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্য = l cm. A দণ্ডের ব্যাসার্ধ = r_1 cm., B দণ্ডের ব্যাসার্ধ = r_2 cm. এবং A ও B দণ্ডের পরিবাহিতাংক যথাক্রমে K_1 ও K_2 । অতএব, A দণ্ড দিয়ে প্রতি সেকেণ্ডে পরিবাহিত তাপ $Q_1 = K_1 \times \pi r_1^2 \times \frac{T_1 - T_2}{l}$ । B দণ্ড দিয়ে প্রতি সেকেণ্ডে পরিবাহিত তাপ $Q_2 = K_2 \times \pi r_2^2 \times \frac{T_1 - T_2}{l}$ । কিন্তু $Q_1 = Q_2$ । অতএব, $K_1 \times \pi r_1^2 \times \frac{T_1 - T_2}{l} = K_2 \times \pi r_2^2 \times \frac{T_1 - T_2}{l}$ । অথবা, $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}$ । ইহাই নির্ণেয় শর্ত।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. তাপ সঞ্চালনের বিভিন্ন পদ্ধতিগুলি আলোচনা কর। ইহাদের প্রত্যেকটির একটি ক'রে উদাহরণ দাও এবং পার্থক্য নির্ণয় কর।

Discuss various methods for the transmission of heat. Give one example for each and distinguish them.

2. পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ কর যে, (i) তামা তাপের সুপরিবাহী, (ii) জল তাপের কুপরিবাহী এবং (iii) কাঠের তুলনায় পিতলে তাপ সহজে পরিবাহিত হয়।

Describe one experiment in each case to show that (i) copper is a good conductor of heat, (ii) water is a bad conductor of heat and (iii) brass is a good conductor while wood is a bad conductor of heat.

3. তাপ পরিবাহিতাংকের সংজ্ঞা লেখ। সি জি. এস্. ও এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার একক লেখ।

তামার তাপ পরিবাহিতাংক '0·92 সি. জি. এস্. একক' ব'লতে কি বোঝায় ?

একটি সহজ পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ কর যে, বিভিন্ন পদার্থের তাপ পরিবাহিতাংক বিভিন্ন।

Define thermal conductivity. Write down its units in C. G. S. and F. P. S. systems.

What is meant by Thermal conductivity of copper is '0·92 C.G.S. units' ?

Prove by a simple experiment that different substances possess different thermal conductivities.

4. অস্থায়ী ও স্থায়ী অবস্থায় তাপ সঞ্চালনের বৈশিষ্ট্যগুলি আলোচনা কর।

তাপ পরিবাহিতাংক ও তাপ ব্যাপনতার পার্থক্য নির্ণয় কর।

A ও *B* দু'টি সমান প্রস্থচ্ছেদের ধাতব দণ্ড। ইহাদের উপর সমান মোমের প্রলেপ দেওয়া হয়। ইহাদের এক প্রান্ত একটি উষ্ণ কুণ্ডে প্রবেশ করিয়ে পাশাপাশি রাখলে দেখা যায় যে, *A* দণ্ডে মোম অপেক্ষাকৃত দ্রুত হারে গলে, কিন্তু স্থায়ী অবস্থায় *B* দণ্ডে মোম বেশি দৈর্ঘ্য পর্যন্ত গলে। ব্যাখ্যা কর।

Discuss the characteristics of the transmission of heat in the variable and in the steady states.

Distinguish between thermal conductivity and thermometric conductivity.

Two metal bars *A* and *B* of the same size and cross section but of different materials are coated with equal thickness of wax and placed each with one end in a hot bath. It is noted that at first the wax on *A* melts at a greater rate than that on *B*, but that when a steady state has been reached, a greater length of wax has been melted on *B* than on *A*. Explain.

5. তাপের পরিবহন ও পরিচলনের পার্থক্য কি ? পরিচলন প্রবাহের একটি উদাহরণ দাও এবং একটি ব্যবহারিক প্রয়োগ আলোচনা কর।

স্থলবায়ু রাত্রি বেলায় এবং সমুদ্রবায়ু দিনের বেলায় প্রবাহিত হয় কেন ?

Distinguish between conduction and convection. Give one example of convection current and discuss one of its practical applications.

Why does land-breeze blow during night and sea-breeze during day ?

6. বিকিরণ কাকে বলে ? তাপীয় বিকিরণের কয়েকটি ধর্ম বিবৃত কর।

তাপীয় বিকিরণের সহিত দৃশ্যমান আলোকের পার্থক্য নির্ণয় কর।

What is radiation ? State some properties of thermal radiation. Distinguish between thermal radiation and visible light.

7. প্রিভোস্টের বিনিময় তত্ত্ব সংক্ষেপে বর্ণনা কর।

'তাপের উত্তম শোষকই উত্তম বিকিরক'—ব্যাখ্যা কর।

কৃষ্ণ বস্তু কাকে বলে [*H. S. 1981*] ? বাস্তবে কিভাবে ইহা পাওয়া যায় ?

Discuss in brief Prevost's theory of heat exchange.

'Good radiators are good absorbers'—explain.

What is a black body ? How is it realised in practice ?

8. স্টিফ্যানের সূত্র লেখ। ইহার সাহায্যে কিভাবে সূর্যের উষ্ণতা নির্ণয় করা যায় ব্যাখ্যা কর। স্টিফ্যান সূত্র থেকে কিভাবে নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র পাওয়া যায় দেখাও।

State Stefan's law of radiation. Explain how with the help of it temperature of the sun may be determined. Show how Newton's law of cooling may be obtained from it.

9. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও—

(i) একখণ্ড লোহা ও একখণ্ড কাঠকে রৌদ্রে রেখে হাত দিয়ে স্পর্শ ক'রলে কোন্ খণ্ডকে অপেক্ষাকৃত গরম বোধ হয় এবং কেন?

(ii) মেঘলা রাত্রি পরিষ্কার রাত্রির তুলনায় গরম বোধ হয় কেন?

(iii) 'গ্রীন-হাউসের' ভিতরের উষ্ণতা বাইরের তুলনায় বেশি থাকে কেন?

(iv) রান্নার পাত্রের বাইরের তল কালো ও অমসৃণ হ'লে ভালো হয় কিন্তু একটি ক্যালরিমিটারের বাইরের তল মসৃণ ও চকচকে হ'লে ভালো হয় কেন?

(v) গ্রীষ্ম প্রধান দেশে ঘরের ছাদ সাদা করা সুবিধাজনক কেন?

(vi) শীতকালে একটি পুরু জামার পরিবর্তে দুটি অর্ধেক পুরু জামা পরা বেশি আরামদায়ক কেন?

(vii) গ্রীষ্মকালে সাদা জামা ও শীতকালে কালো জামা পরা আরামদায়ক কেন?

(viii) মরুভূমিতে দিনের বেলায় অত্যধিক গরম ও রাত্রিবেলায় অত্যধিক ঠাণ্ডা লাগে কেন?

(ix) খনির ভিতরে ডেভীর নিরাপত্তা বাতি ব্যবহার করা হয় কেন?

Answer the following questions :—

(i) If you touch a piece of iron and a piece of wood lying exposed to the heat of the sun, which one feels hotter and why?

(ii) Why is a cloudy night warmer than a clear night?

(iii) Why is the temperature inside a green-house greater than that at the outside?

(iv) Why should preferably a cooking vessel be painted black outside, whereas a calorimeter should be brightly polished?

(v) Why is it advantageous to paint the roof of a house white in hot countries?

(vi) Why is it more comfortable to wear two half-thick shirts than a single thick shirt during winter season?

(vii) Why it is comfortable to wear white shirt in summer and black shirt in winter?

(viii) Why is it too hot during day time and too cold during night in a desert?

(ix) Why is Davy's safety lamp used in a mine?

10. তোমাকে দুটি সাধারণ কাচ থার্মোমিটার দেওয়া হয়। ইহাদের মধ্যে একটির পিণ্ড ভূষো কালি মাখানো। (i) ভিজে মেঘাচ্ছন্ন রাত্রিকালে, (ii) ঠাণ্ডা আবহাওয়ায় বিশুষ্ক রাত্রিকালে এবং (iii) সূর্যালোকে থার্মোমিটার দ্বয়ের পাঠের তুলনা কর।

[**সংকেত ঃ** মেঘাচ্ছন্ন রাত্রিকালে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নির্গত বিকিরণ মেঘে বাধা পায়। ফলে বায়ুমণ্ডল অধিকতর উত্তপ্ত হয়। ভূষো কালি মাখা পিণ্ড বেশি তাপ শোষণ করায় এই থার্মোমিটার অপরটির চেয়ে বেশি পাঠ দেয়।

(ii) আকাশে মেঘ না থাকলে কালো পিণ্ড বেশি তাপ বিকিরণ করে। কাজেই এই থার্মোমিটারের পাঠ অপেক্ষাকৃত কম হয়।

(iii) সূর্যালোকে কাল পিণ্ড বেশি তাপ শোষণ করায় এই থার্মোমিটারের পাঠ অপেক্ষাকৃত বেশি হয়।]

11. দুটি থার্মোমিটার পিণ্ডদ্বয়ের একটি ভুষো কালির এবং অপরটিতে সিলভারের প্রলেপ দেওয়া হয়। (i) অন্ধকার ঘরে জলের মধ্যে, (ii) সূর্যালোকে এবং (iii) মেঘহীন রাত্রিকালে উভয় থার্মোমিটারের পাঠের তুলনা কর।

[**সংকেত :** (i) উভয়েই জলের উষ্ণতা নির্দেশ করে। (ii) ভুষোকালির প্রলেপ দেওয়া থার্মোমিটার বেশি তাপ শোষণ করে এবং ইহার পাঠ অপেক্ষাকৃত বেশি হয়। (iii) ভুষোকালির প্রলেপ দেওয়া থার্মোমিটার বেশি তাপ বিকিরণ করায় ইহার পাঠ আপেক্ষাকৃত কম হয়।]

12. (a) তাপ সঞ্চালনের বিভিন্ন পদ্ধতি আলোচনা কর। (b) পরিবাহিতাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। 'তামার পরিবাহিতাঙ্ক 0·92 সি. জি. এস্. একক'—এই কথার অর্থ কি ? [*Tripura H. S. 1980*]

13. (a) তাপ সঞ্চালনের বিভিন্ন পদ্ধতির সংজ্ঞা দাও। (b) একটি পরীক্ষার সাহায্যে দেখাও যে, বিভিন্ন পদার্থের তাপ পরিবাহিতা বিভিন্ন। [*Tripura H. S. 1981*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. একটি লোহার ঘনকের আয়তন 27 cm³.। ঘনকের একপ্রান্ত 100°C উষ্ণতার স্টীম এবং বিপরীত প্রান্ত 0°C উষ্ণতার বরফের সহিত সম্পর্কযুক্ত। 20 মিনিটে ঘনকটির উষ্ণ প্রান্ত থেকে শীতল প্রান্তে কতটুকু তাপ প্রবাহিত হয় ? (লোহার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক = 0·2 সি. জি. এস্. একক)।

[*Tripura H. S. 1981*] [72×10^3 cal]

2. 4 mm. পুরু পশমের জামা দ্বারা এক ব্যক্তি নিজের দেহ আবৃত করে। প্রতি ঘণ্টায় প্রতি বর্গমিটার দেহ থেকে ঐ ব্যক্তি কত তাপ হারাবে যদি বাইরের উষ্ণতা 27°C ও দেহের উষ্ণতা 98·6°F হয় ? পশমের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক=0·00012 সি. জি. এস্. একক।

[*Jt. Entrance 1974*] [101×10^3 cal]

3. একটি ঘরের সাইজ $7 \times 5 \times 3$ মিটার। ঘরের দেওয়াল 20 cm. পুরু ও দেওয়ালের জানালাগুলির কাচ 0·5 cm. পুরু। জানালাগুলির মোট ক্ষেত্রফল 5 বর্গমিটার। ঘরের মধ্যে উষ্ণতা বাইরের উষ্ণতার চেয়ে 20°C বেশি। ঘরের দেওয়াল ও জানালা দিয়ে কত তাপ প্রতি মিনিটে নির্গত হয় হিসেব কর। ইট ও কাচের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক যথাক্রমে 12×10^{-4} ও 17×10^{-4} সি. জি. এস্. একক।

[*Jt. Entrance 1978*] [25×10^4 cal]

4. মনে কর একটি গ্রহ ইহার তলের উষ্ণতা T-এর চতুর্থ ঘাতের সমানুপাতিক ভাবে তাপ বিকিরণ করে এবং গ্রহটির স্থিতাবস্থায় এই তাপক্ষয় সূর্য থেকে পাওয়া তাপের সমান। দেখাও যে অবস্থা অপরিবর্তিত থাকলে গ্রহের তলের উষ্ণতা সূর্য থেকে ইহার দূরত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

[*Jt. Entrance 1982*]

5. একটি বর্গাকার লোহার পাতের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 cm. ও বেধ 8 mm.। ইহার দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা যথাক্রমে 100°C ও 60°C। প্রতি মিনিটে প্লেট দিয়ে কত তাপ পরিবাহিত হয় ? লোহার পরিবাহিতাঙ্ক=0·16 C. G. S. একক।

A square iron plate of side 3 cm. and thickness 8 mm. has its opposite faces at 100°C and 60°C respectively. How much heat flows through the plate per minute ? K for iron = 0·16 C.G.S. unit. [4320 cal.]

6. 4 cm² প্রস্থচ্ছেদের কোন অ্যালুমিনিয়াম দণ্ডে প্রতি মিনিটে 240 cal. তাপ পরিবাহিত হ'তে হ'লে কত উষ্ণতা নতি প্রয়োজন ? অ্যালুমিনিয়ামের K=0·5 C. G. S. একক।

What thermal gradient would be required to cause 240 cal. of heat per minute to flow along an aluminium rod 4 cm² in cross-sectional area ? [2°C/cm.]

7. দুই দণ্ডের তাপ পরিবাহিতাঙ্কের অনুপাত 4 : 3। উভয় দণ্ডের ব্যাসার্ধ ও তাপীয় রোধ সমান। ইহাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

The ratio of thermal conductivities of two rods is 4 : 3. If rods are of same radius and have equal thermal resistance, calculate the ratio of lengths. [4 : 3]

8. দুই প্লেটের ক্ষেত্রফল ও বেধ সমান। ইহাদের উপাদানের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক K_1 ও K_2। স্থায়ী অবস্থায় গড় পরিবাহিতাঙ্ক কত ?

Two plates have same area and thickness. They are made of materials having thermal conductivities K_1 and K_2. What is the average thermal conductivity in the steady state ? $\left[\dfrac{2K_1K_2}{K_1+K_2}\right]$

9. ধরে নাও যে, তামার পরিবাহিতাঙ্ক পিতলের 4 গুণ। একটি তামার দণ্ড ও একটি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদ সমান। এই দুই দণ্ডের এক প্রান্ত পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত। তামার দণ্ডের মুক্ত প্রান্তের উষ্ণতা 0°C এবং পিতলের দণ্ডের মুক্ত প্রান্তের উষ্ণতা 100°C। সাম্য অবস্থায় ইহাদের সংযোগ স্থলের উষ্ণতা নির্ণয় কর।

Assume that the thermal conductivity of copper is 4 times that of brass. Two rods of copper and brass having same length and cross section are joined end to end. The free end of copper rod is at 0°C and free end of brass rod is at 100°C. Calculate the temperature of the junction of the two rods at equilibrium. [20°C]

10. ইঞ্জেন হজের পরীক্ষায় তামার দণ্ডে 10 cm. ও লোহার দণ্ডে 4 cm. মোম গলে। যদি তামার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক 0·9 হয় তবে লোহার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক কত ?

In an Ingenhausz experiment, wax melted over 10 cm. of copper and 4 cm. of iron rod. What is the conductivity of iron when the conductivity of copper is 0·9 ? [0·144]

11. 10 cm. বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনককে 0°C উষ্ণতার বরফ দিয়ে পূর্ণ করা হয় ও ইহাকে 100°C উষ্ণতার জলগাহে ডোবানো হয়। ঘনকের সমগ্র বরফ গ'লে যাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় কর। ঘনকের দেওয়ালের বেধ 0·2 cm. এবং তাপ পরিবাহিতাঙ্ক 0·02 C. G. S. একক বরফের ঘনত্ব 0·9 gm./c.c.।

A cube of side 10 cm. is filled with ice at 0°C and is immersed in a water bath at 100°C. Find the time in which all the ice in the cube will melt. Thickness of walls of the cube is 0·2 cm. and thermal conductivity 0·02 C. G. S. unit. Density of ice is 0·9 gm/c.c. [12 sec.]

12. কোন বস্তুর উষ্ণতা 5 মিনিট সময়ে 80°C থেকে 70°C তে পরিণত হয়। কত সময়ে ইহার উষ্ণতা 70°C থেকে 60°C তে পরিণত হয় ?

A body initially at 80°C cools to 70°C in 5 minutes. How much time will it take to cool down from 70°C to 60°C ?

[দ্বিতীয় ক্ষেত্রে শীতল হওয়ার হার কম হওয়ায় 5 মিনিটের বেশি সময় লাগে]

13. কোন বৈদ্যুতিক হিটারের তলের ক্ষেত্রফল 350 cm² । ইহাকে উত্তপ্ত ক'রলে ইহার উষ্ণতা হয় 727°C। কৃষ্ণ বস্তু বিকিরণ ধ'রে নিয়ে প্রতি মিনিটে বিকিরিত তাপ নির্ণয় কর। স্টিফ্যানের ধ্রুবক $\sigma=1{\cdot}36\times10^{-12}$ cal. sec^{-1} cm^{-2} °K^{-4}।

An electric heater has a surface area of 350 cm² and when heated maintains a temperature of 727°C. Assuming black body radiation calculate the amount of heat radiated per minute. [48560 cal.]

14. কোন বস্তুর পরম উষ্ণতা 300°K। ইহা প্রতি সেকেন্ডে 500 cal. তাপ বিকিরণ করে। যদি ইহার উষ্ণতা 600°K করা হয় তবে প্রতি সেকেন্ডে কত তাপ বিকিরিত হয়?

The absolute temperature of a body is 300°K. It radiates 500 cal./sec. If its temperature be increased to 600°K, what will be the amount of heat radiated per sec.? [8×10^3 cal/sec.]

15. একটি বৈদ্যুতিক হিটারের দেওয়ালে 1 cm^2 ক্ষেত্রফলের একটি ছিদ্র (যা কৃষ্ণ বস্তুর ন্যায় আচরণ করে) করা হয়। হিটারের উষ্ণতা 1727°C। এই ছিদ্র দিয়ে কত হারে শক্তি বিকিরিত হয়?

A small hole (which behaves as a black body), 1 cm^2 in area is made in the wall of an electrical furnace heated to 1727°C. At what rate is energy radiated through this hole? [90·7 w.]

16. কোন প্লেটের দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা পার্থক্য 100°C ও বেধ 0·2 cm.। এই প্লেট থেকে পরিবাহিত তাপ দ্বারা প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রতি ঘণ্টায় 100°C উষ্ণতার কত গ্রাম জলকে বাষ্পীভূত করা যায়? লোহার $K=55$ $wm^{-1}$$°K^{-1}$।

How many gm. of water at 100°C could be evaporated per hour per cm^2 by the heat transmitted through a steel plate 0·2 cm. thick, the temperature difference between the plate faces being 100°C? [438 gm.]

17. 2 mm. পুরু ও 1 বর্গমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোন কাচের জানালার ভিতরের উষ্ণতা 59°C এবং বাইরের উষ্ণতা −5°C। কাচ দিয়ে প্রতি ঘণ্টায় কত তাপ ঘরের ভিতর থেকে বাইরে প্রবাহিত হয়? [$7·2\times10^6$ cal.]

18. তামার পরিবাহিতাঙ্ক 0·96। যদি 1 metre লম্বা, 1 metre চওড়া এবং 1 cm. পুরু কোন তামার পাতের দুই বিপরীত পৃষ্ঠের উষ্ণতা পার্থক্য 10°C হয় তবে ঐ পাত দিয়ে প্রতিমিনিটে কত তাপ পরিবাহিত হয়? [576×10^4 cal.]

19. সুষম প্রস্থচ্ছেদের এবং 3 m দৈর্ঘ্যের একটি তামার দণ্ডের এক প্রান্ত বরফের সহিত এবং অপর প্রান্ত 100°C উষ্ণতার জলবাষ্পের সহিত সংযুক্ত। দণ্ডের একটি বিন্দুর উষ্ণতা 400°C-এ স্থির রাখা হ'ল যাতে বরফ গলনের হার ও স্টীম উৎপাদনের হার সমান হয়। সমগ্র ব্যবস্থাটি পরিপার্শ্ব থেকে বিচ্ছিন্ন ধরা গেলে বরফে অবস্থিত প্রান্ত থেকে 400°C উষ্ণতায় স্থির রাখা বিন্দুর দূরত্ব কত? বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal/gm.; স্টীমের লীন তাপ = 560 cal/gm.। [2·71 m (প্রায়)]

20. দু'টি আদর্শ কৃষ্ণবস্তু একটি বায়ু শূন্য আবেষ্টনীর মধ্যে আছে। উহাদের উষ্ণতা যথাক্রমে 227°C ও 327°C; আবেষ্টনীর ভিতরের পৃষ্ঠ কৃষ্ণবর্ণ ও উষ্ণতা 27°C; এই অবস্থায় কৃষ্ণবস্তুদ্বয় দ্বারা তাপক্ষয়ের হার তুলনা কর। [0·45 (প্রায়)]

21. 1 mm. পুরু তলা যুক্ত একটি অ্যালুমিনিয়ামের চোঙাকৃতি পাত্রে জল নিয়ে ঐ জল ফোটানো হয়। 5 মিনিটে জলের লেভেল 1 cm. নেমে গেল পাত্রের যে তল আগুনের সংস্পর্শে আছে তার উষ্ণতা কত? অ্যালুমিনিয়ামের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক = 0·5 এবং ফুটন্ত জলের ঘনত্ব = 1 gm/c.c.। বাষ্পীভবনের লীন তাপ = 535 cal/gm.। [100·36°C]

22. একটি চুল্লীর দেওয়ালের একটি ক্ষুদ্র ছিদ্র দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে 19·95 cal. তাপ বিকিরিত হয়। উহার উষ্ণতা কত? $\sigma=1·3\times10^{-12}$ C.G.S.। [1728°C]

23. সৌর পৃষ্ঠ থেকে $1·5\times10^3$ cal/cm^2-sec. হারে তাপ বিকিরিত হয়। যদি স্টীফ্যান ধ্রুবকের মান $5·7\times10^{-5}$ erg/cm^2 sec°A^{-4} হয় তবে °C তে সৌর পৃষ্ঠের উষ্ণতা নির্ণয় কর। বিকিরণের বেলায় স্টীফ্যান সূত্র প্রযোজ্য ধ'রে নাও। [5892°C]

কম্পন ও তরঙ্গ
(Vibrations & Waves)

প্রথম পরিচ্ছেদ

কম্পন
(VIBRATIONS)

1.1. সূচনা :

আমরা ইতিপূর্বে তিন ধরনের গতি বিষয়ে পরিচিত হ'য়েছি। সরলতম গতিতে বস্তু একই দিকে নির্দিষ্ট দ্রুতিতে চলে। আর এক ধরনের গতিতে বলের প্রভাবে বস্তুর দ্রুতি সমভাবে বৃদ্ধি পায় ও গতির দিক অপরিবর্তিত থাকে। তৃতীয় ধরনের গতিতে অভিকেন্দ্র বলের প্রভাবে বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘোরে।

সাধারণত বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বলগুলির ভেক্টর যোগফল শূন্য হয় না বা ইহার পরিমাণ ও দিক নির্দিষ্ট থাকে না। তাই বস্তুর গতি সম ঋজুগতি বা সম ত্বরিত গতি বা সম বৃত্তীয় গতি বা এই তিন ধরনের গতির সমন্বয়ে গঠিত গতি হয় না। প্রায়শই বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলগুলির মান ও দিক্ পরিবর্তিত হয়। ইহার দরুন বস্তুর গতি জটিল প্রকারের অসম ত্বরিত গতি হয়। এইরূপ গতি আলোচনা সহজসাধ্য নয়। কিন্তু এক ধরনের অসম ত্বরিত গতিকে (non uniformly accelerated motion) সহজভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। ইহাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

1.2. পর্যাবৃত্ত গতি (Periodic motion) :

কোন বস্তুকে ইহার স্বাভাবিক অবস্থান থেকে টেনে অথবা বেঁকিয়ে ছেড়ে দিলে ইহা পর্যায়ক্রমে নির্দিষ্ট পথে এপাশ-ওপাশ যাওয়া আসা করে এবং নির্দিষ্ট সময় অন্তর ইহার অবস্থান ও গতিবেগ অপরিবর্তিত থাকে। বস্তুর এইরূপ গতিকে **পর্যাবৃত্ত গতি** অথবা **দোল গতি** (*harmonic motion*) বলে। কাজেই, **নির্দিষ্ট সময় অন্তর যে গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।** পরিবর্তনশীল বল ক্রিয়া করার জন্যই বস্তুর গতি এইরূপ হয়। সুতরাং, পর্যাবৃত্ত গতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণও পরিবর্তনশীল হয়। কোন কণা যখন একই রেখা বরাবর পর্যাবৃত্ত গতিতে যাতায়াত করে তখন তার গতিকে **কম্পন** (*virbration*) বলে। সাধারণত কম্পমান কণার গতিপথে এমন একটি বিন্দু থাকে যেখানে কণার উপর কোন বল ক্রিয়া করে না। এই বিন্দুতে কণা সাম্য অবস্থায় থাকে। তাই এই বিন্দুকে কণার সাম্য অবস্থান বলে। অধিকাংশ পর্যাবৃত্ত গতি জটিল হ'লেও ইহাদের কতকগুলিকে সহজ কম্পনের সমন্বয় হিসেবে আলোচনা করা যায়।

1.3. সরল দোলগতি (Simple harmonic motion) :

সরল দোলগতি সব কম্পন গতির মধ্যে সরলতম। ইহার আলোচনা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। কারণ, যে কোন জটিল দোলগতিকে কতকগুলি সরল দোলগতির সমন্বয় হিসেবে প্রকাশ করা যায়। এই সরল দোলগতিকে সংক্ষেপে S. H. M লেখা হয়।

যদি কোন কম্পমান কণার ত্বরণ ইহার সাম্য অবস্থান থেকে ইহার দূরত্বের সাথে সমানুপাতিক হয় ও যদি ঐ ত্বরণ সর্বদা সাম্য অবস্থান অভিমুখী হয় তাহ'লে কণার গতিকে **সরল দোলগতি** বলা হয়। (If the acceleration of a vibrating particle is directly proportional to its distance from the equilibrium position and is always directed towards that position, its motion is said to be simple harmonic).

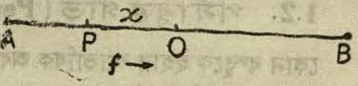
1.4. সরল দোলগতির বৈশিষ্ট্য (Characteristics of simple harmonic motion) ঃ

(i) এই গতি কম্পন বা দোলন গতি। নির্দিষ্ট সময় অন্তর এই গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে।

(ii) যদি সাম্য অবস্থান থেকে বস্তুর সরণ হয় তাহ'লে বস্তুর উপর একটি প্রত্যর্পণকারী বল ক্রিয়া করে। এই বল বস্তুকে সাম্য অবস্থানে ফিরিয়ে আনতে চায়।

(iii) এই প্রত্যর্পণকারী বল সাম্য অবস্থান থেকে বস্তুর সরণের সমানুপাতিক হয়।

অন্যান্য সব ধরনের দোলগতির সাথে সরল দোলগতির পার্থক্য এই যে, শুধুমাত্র এই গতিতে কম্পমান কণার সরণ ইহার ত্বরণের সহিত সমানুপাতিক হয়।



চিত্র 1

1 নং চিত্রে P কণা AB সরলরেখা বরাবর A ও B বিন্দুর মধ্যে দোলে। কণার সাম্য অবস্থান O বিন্দু। ধরা যাক, কোন মুহূর্তে O বিন্দু থেকে কণার সরণ x। কণা সরল দোলগতিতে দোলায় ইহার ত্বরণ f এই মুহূর্তে O বিন্দু মুখী ও x এর সমানুপাতিক হয়। কাজেই, $f \propto -x$, অথবা $f = -kx$; k = ধ্রুব রাশি। ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বোঝা যায় যে, x যত বেশি হয় ত্বরণ f ও তত বেশি হয়, কিন্তু সরণ ও ত্বরণ বিপরীত মুখী হয়।

যদি কণার ভর m হয় তবে নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রানুযায়ী কণার উপর ক্রিয়াশীল বল, $P = mf = -mkx = -Kx$, $K = km$ = ধ্রুব রাশি। এই সমীকরণ দ্বারা বোঝা যায় যে, সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার উপর ক্রিয়াশীল বল ইহার সরণের সহিত সমানুপাতিক ও সর্বদা সাম্য অবস্থানমুখী হয়। এই বল কণাকে সাম্য অবস্থানে প্রত্যর্পণ ক'রতে চাওয়ায় ইহাকে **প্রত্যর্পণকারী বল** বলা হয়।

1.5. পর্যায় কাল (Time period) ঃ

যে সময় অন্তর কম্পমান কণার গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তাকে ইহার পর্যায় কাল বলে।

1.6. কম্পাঙ্ক (Frequency) ঃ

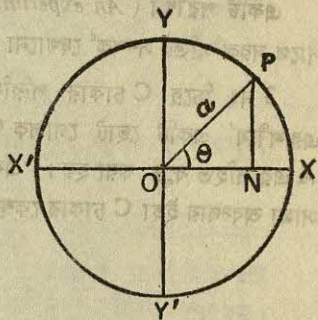
কম্পমান কণা প্রতি সেকেন্ডে যে পূর্ণ সংখ্যক আবর্তন সম্পন্ন করে তাকে ইহার কম্পাঙ্ক বলে। ইহা পর্যায়কালের বিপরীত (reciprocal) রাশি। ইহার একককে হার্ৎস্ (Hertz) বলে। এই একককে cycle/sec. বা Vib./sec. ও লেখা হয়।

1.7. বিস্তার (Amplitude) ঃ

কম্পমান কণা ইহার সাম্য অবস্থানের দু'পাশে যে সর্বোচ্চ (maximum) দূরত্ব যায় তাকে ইহার বিস্তার বলে।

1.8. সম বৃত্তগতির সহিত সরল দোলগতির সম্পর্ক (Relation of S. H. M. with uniform circular motion) ঃ

2 নং চিত্রে P বিন্দু সম কৌণিক বেগে (ω) বৃত্ত পথে চলে। এই পথের ব্যাসার্ধ a ও কেন্দ্র O। যে কোন মুহূর্তে এই বিন্দুর অবস্থান (P) থেকে XOX′ ব্যাসের উপর PN লম্ব টানা হয়। P বিন্দু যতই বৃত্ত পথে চলে N বিন্দু ততই XOX′ বরাবর যাওয়া আসা করে। N বিন্দুর সাম্য অবস্থান (Mean position) O বিন্দু। যদি P বিন্দু X থেকে যাত্রা শুরু করে তাহ'লে P বিন্দুর প্রতিটি পূর্ণ আবর্তনের জন্য N বিন্দু X থেকে O বিন্দু দিয়ে X′ বিন্দুতে যায় ও তারপর আবার উল্টো দিকে O বিন্দু দিয়ে X বিন্দুতে ফিরে আসে। নীচে প্রমাণ ক'রে দেখানো হবে যে, O বিন্দুর উপর N বিন্দুর এই যাওয়াআসা **সরল দোলগতি**। P বিন্দুকে **নির্দেশ বিন্দু** (*Reference point*) ও ইহার বৃত্তপথকে **নির্দেশ বৃত্ত** (*Reference circle*) বলে। সুতরাং সরল দোলগতির সংজ্ঞা হিসেবে বলা যায়—



চিত্র 2

সম দ্রুতিতে গতিশীল কোন বিন্দুর বৃত্ত পথের যে কোন ব্যাসের উপর ঐ বিন্দুর অভিক্ষেপই সরল দোলগতি (Simple harmonic motion may be defined as the projection on any diameter of a circle along which a point moves with uniform speed)।

কণার একটি পূর্ণ কম্পনের জন্য প্রয়োজনীয় সময়কে **পর্যায়কাল** (T) বলে। বৃত্তপথে নির্দেশ বিন্দুর একটি পূর্ণ আবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় সময়ও T। নির্দেশ বিন্দুর কৌণিক বেগ ω হওয়ায়,

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

প্রতি সেকেন্ডে কণা যে কয়টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক বলে। কোন কম্পমান কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে $\frac{1}{2}$ সেকেন্ড সময় লাগলে $T = \frac{1}{2}$ sec ; তাহ'লে 1 সেকেন্ডে ঐ কণা দু'টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে। এই অবস্থায় কম্পাঙ্ক, $n = 2$ vib./sec. অনুরূপভাবে, কোন কম্পমান কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন ক'রতে $\frac{1}{5}$ সেকেন্ড সময় লাগলে, $T = \frac{1}{5}$ sec ; তাহ'লে 1 সেকেন্ডে ইহা পাঁচটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে। এই অবস্থায় কম্পাঙ্ক, $n = 5$ vib./sec.। কাজেই দেখা যায় যে, n ও T পরস্পর সম্পর্কযুক্ত—

$$\text{পর্যায়কাল } (T) = \frac{1}{\text{কম্পাঙ্ক } (n)}$$

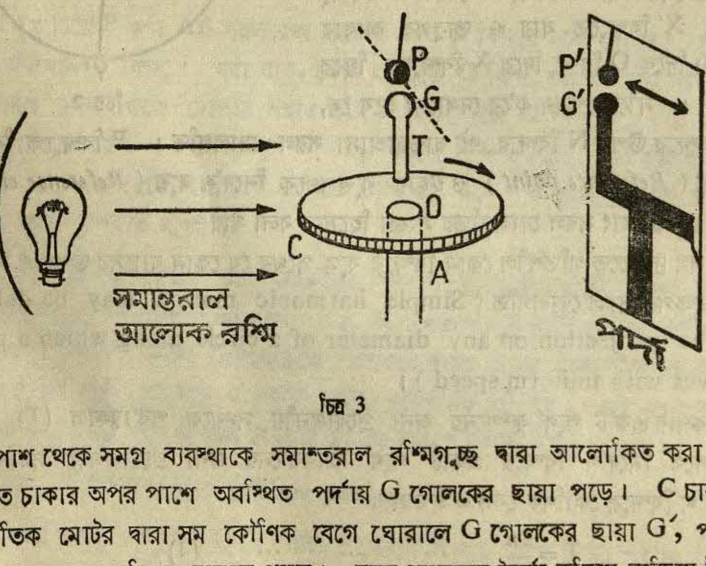
অতএব, $nT = 1$

আবার, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ হওয়ায় $n = \frac{\omega}{2\pi}$, বা, $\omega = 2\pi n$ ··· (2)

ω কে দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক (angular frequency) বলা হয়।

একটি পরীক্ষা (*An experiment*) : একটি সহজ পরীক্ষা দ্বারা সমবৃত্তগতির সাথে সরল গতির সম্পর্ক দেখানো যায়।

3 নং চিত্রে C চাকার পরিধির কাছে একটি উল্লম্ব দণ্ড T আটকানো হয়। T এর শীর্ষে একটি ছোট গোলক G লাগানো হয়। C চাকার কেন্দ্র ঘূর্ণনক্ষম অক্ষ A এর সহিত যুক্ত করা হয়। একটি সরল দোলককে এমনভাবে ঝোলানো হয় যে, সাম্য অবস্থায় ইহা C চাকার কেন্দ্রগামী উল্লম্ব অক্ষ বরাবর অবস্থান করে। চাকার



চিত্র 3

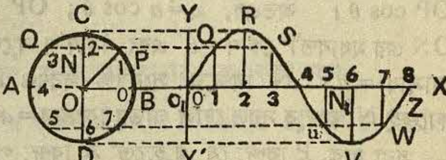
এক পাশ থেকে সমগ্র ব্যবস্থাকে সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ দ্বারা আলোকিত করা হয়। ইহাতে চাকার অপর পাশে অবস্থিত পর্দায় G গোলকের ছায়া পড়ে। C চাকাকে বৈদ্যুতিক মোটর দ্বারা সম কৌণিক বেগে ঘোরালে G গোলকের ছায়া G', পর্দার উপর অগ্র পশ্চাৎ গতিতে দুলতে থাকে। সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কমিয়ে বাড়িয়ে ইহার

দোলনকালকে চাকার পর্যায়কালের সমান করা হয়। যখন G' গতি পথের চরম অবস্থানে আসে তখন দোলকের পিণ্ডকে ঐ অবস্থান থেকে ছেড়ে দিলে দেখা যায় যে, পিণ্ডের ছায়া (P') ও গোলকের ছায়া (G') একই সঙ্গে একইভাবে দোলে। P' সরল দোলগতিতে দোলায় সহজেই বোঝা যায় যে, G' ও সরল দোলগতিতে দোলে।

1.9. সরল দোলগতির লেখচিত্র (Graphical representation of S. H. M.) ঃ

4 নং চিত্রে P কণা কোন নির্দেশ বৃত্ত পথে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে ঘোরে। যে কোন মুহূর্তে কণার অবস্থান (P) থেকে উল্লম্ব ব্যাসের (CD) উপর PN লম্ব টানা হয়। বৃত্তপথের কেন্দ্র O-কে স্থির অবস্থান ধ'রে N বিন্দু CD ব্যাস বরাবর সরল দোলগতিতে দোলে। বিভিন্ন সময়ে N বিন্দুর সরণ জানা থাকলে একটি সময়-সরণ লেখচিত্র আঁকা যায়।

সময়-সরণ লেখ পাওয়ার জন্য বৃত্তপথকে সমান আটটি অংশে ভাগ করা হয়। যখন কণা B বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে তখন N বিন্দু নির্দেশ বৃত্তের কেন্দ্রে থাকে অর্থাৎ ইহার সরণ শূন্য হয়। 4 নং চিত্রের ন্যায় O_1Y ও O_1X লম্ব সরলরেখা টানা হয়।



চিত্র 4

O_1Y বরাবর N বিন্দুর সরণ ও O_1X বরাবর সময় t প্রতিস্থাপিত করা হয়। O_1X রেখাকে সমান আটটি অংশে ভাগ করা হয় ও প্রত্যেক অংশের মান T/8 ধরা হয়। শূন্য সময়ে সরণ শূন্য হওয়ায় লেখচিত্রে ইহা O_1 বিন্দু দ্বারা সূচিত করা হয়।

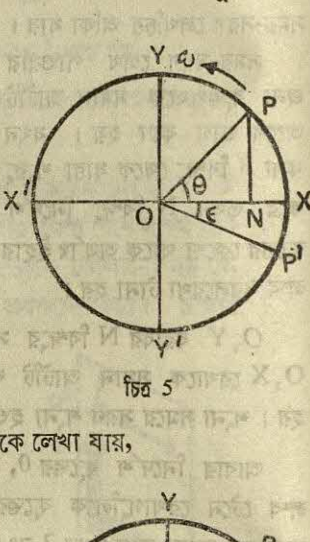
আবার নির্দেশ বৃত্তের 0, 1, 2, 3, 4···প্রভৃতি বিন্দু থেকে CD ব্যাসের উপর লম্ব টেনে রেখাগুলিকে বৃত্তের একপাশে O_1X-O_1Y তলে প্রসারিত করা হয়। বৃত্তপথে চলন্ত কণা যখন 2 নং দাগে তখন অর্থাৎ T/4 সময় পরে N বিন্দুর সরণ সর্বোচ্চ হয়। ইহা লেখচিত্রে R বিন্দু দ্বারা সূচিত করা হয়। এইভাবে সময় ও সরণগুলি বিন্দু দ্বারা চিহ্নিত ক'রলে 4 নং চিত্রের ন্যায় লেখচিত্র পাওয়া যায়। যখন কণা B থেকে যাত্রা শুরু ক'রে C বিন্দু অতিক্রম করে ও A-তে যায় তখন N বিন্দু নির্দেশ বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থান করে। এই শূন্য সরণ অবস্থা লেখচিত্রে 4 নং বিন্দু। এবার কণা A বিন্দু থেকে ADB পথে চ'লতে থাকে ও এই সময়ে 5, 6, 7 নং অবস্থান থেকে ডান দিকে লম্ব রেখাগুলি বাড়িয়ে দিলে U, V ও W বিন্দু পাওয়া যায় এবং লেখচিত্রটি 4 নং চিত্রের O_1X-এর নীচের অংশের ন্যায় দেখায়। কণা যখন B অবস্থানে যায় তখন সরণ শূন্য হয়। লেখচিত্রে Z দ্বারা এই অবস্থান দেখান হ'য়েছে।

লেখচিত্রটি একটি পর্যায়কালে সরল দোলগতির সময়-সরণ সম্পর্ক নির্দেশ করে। ইহা একটি সাইন লেখ। সম্পূর্ণ লেখ দেখতে একটি তরঙ্গের ন্যায়। ইহাকে কোসাইন লেখ হিসেবেও টানা যায়। এই লেখচিত্রের দিকে তাকালেই CD ব্যাস বরাবর N বিন্দুর সরণের পরিবর্তন বোঝা যায় এবং যে কোন মুহূর্তে এই সরণের মানও নির্ণয় করা যায়।

1.10. সরল দোলগতির গাণিতিক রূপ (Mathematical representation of simple harmonic motion) ঃ

নির্দেশ বৃত্তের ধারণা অনুযায়ী **জ্যামিতিক পদ্ধতিতে** সরল দোলগতির সহিত সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ভৌত রাশির গাণিতিক রূপ নিম্নলিখিত ভাবে পাওয়া যায় ঃ—

(1) **সরণ** (*Displacement*) **ঃ** সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার কোন মুহূর্তে সরণ O বিন্দু থেকে ইহার দূরত্ব, $ON = x$ (চিত্র 5)। কিন্তু $ON = OP \cos\theta$। অতএব, $x = a\cos\theta$; OP ও ON এর মধ্যবর্তী কোণ $= \theta$ এবং নির্দেশ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= a$। N বিন্দুর সর্বোচ্চ সরণও a। কাজেই N বিন্দুর সরল দোল গতির বিস্তার $= a$।



চিত্র 5

ধরা যাক, P বিন্দু যে মুহূর্তে X বিন্দু পার হয় তখন থেকে সময় গণনা করা হয়। X বিন্দু থেকে P-বিন্দুতে যেতে t সময় লাগলে $\theta = \omega t$, P বিন্দুর সম কৌণিক বেগ $= \omega$। কাজেই,

$$x = a\cos\omega t \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

এই সমীকরণ (3) কে **সরল দোলগতির সমীকরণ** বলে।

আবার $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi n$ হওয়ায় (3) নং সমীকরণকে লেখা যায়,

$$x = a\cos 2\pi nt \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

বিকল্প পদ্ধতি ঃ ধরা যাক, নির্দেশ বৃত্তের দুই লম্ব ব্যাস XOX′ ও YOY′। P বিন্দু Y বিন্দু থেকে ঘড়ির কাঁটার দিকে যায় (চিত্র 6)। t সময়ে P বিন্দু Y থেকে P-তে গেলে $\angle YOP = \theta$ ও $\theta = \omega t$। তাহ'লে $x = OP\cos\angle PON = a\cos(90^\circ - \theta) = a\sin\theta = a\sin\omega t$।



চিত্র 6

অনুরূপভাবে, YOY′ ব্যাসের উপর P বিন্দুর গতির অভিক্ষেপ (projection) নিয়ে দেখানো যায় যে, $y = a\sin\omega t$, বা $y = a\cos\omega t$। কাজেই,

$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = a \begin{matrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{matrix}$ ⋯ (5) এই সমীকরণগুলির যে কোন একটির সাহায্যে সরল

দোলগতি সূচিত করা যায়। সুতরাং দেখা যায় যে, সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার সরণ সময়ের সহিত সাইন সদৃশ ভাবে (sinusoidally) পরিবর্তিত হয়। **কোন কণার সরণকে (5) নং সমীকরণের ন্যায় প্রকাশ করা গেলে নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে, ইহা সরল দোলগতিতে দোলে।**

যদি P বিন্দু যে মুহূর্তে P' বিন্দু পার হয় তখন থেকে সময় গণনা করা হয় ও যদি $\angle P'OX = \varepsilon$ হয় তাহ'লে $\angle P'OP = \omega t$ (চিত্র 5)। এই অবস্থায় কণার সরণ,

$$x = a \cos \angle POX = a \cos (\angle P'OP - \angle P'OX)$$
$$= a \cos (\omega t - \varepsilon) \quad \cdots (6)$$

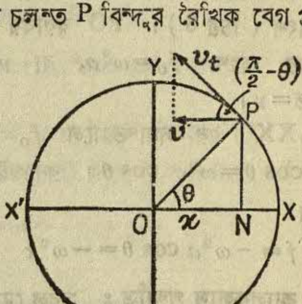
অনুরূপভাবে, সময় গণনার মুহূর্তকে যথাযথভাবে নিয়ে কণার সরণকে লেখা যায়—

$$x = a \cos (\omega t + \varepsilon) \quad \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

(6) ও (7) নং সমীকরণ দ্বয়কে **সরল দোলগতির সাধারণ সমীকরণ বলে।**

(2) বেগ (*velocity*) ঃ নির্দেশ বৃত্তপথে চলন্ত P বিন্দুর রৈখিক বেগ প্রতি মুহূর্তে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ও এই বেগ $v_t = a\omega$। P এর গতির জন্য N-এর গতি সৃষ্টি হয়। কাজেই, যে কোন মুহূর্তে N এর বেগ XX' বরাবর P এর বেগের উপাংশ। 7 নং চিত্র অনুযায়ী, N এর বেগ,

$$v = -v_t \cos (\pi/2 - \theta)$$
$$= -a\omega \sin \theta = -a\omega \sin \omega t \cdots (8)$$



চিত্র 7

(8) নং সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হয় যে, N এর বেগ x এর ঋণাত্মক দিক্ বরাবর। P বিন্দু XX' ব্যাসের নীচে থাকলে N এর বেগ x এর ধনাত্মক দিক্ বরাবর, কিন্তু এই অবস্থায় $\sin \theta$ ঋণাত্মক। সুতরাং, এক্ষেত্রেও (8) নং সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্নের প্রয়োজন হয়।

ক্যালকুলাস পদ্ধতি ঃ সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার সরণ, $x = a \cos \omega t$। সরণের পরিবর্তনের হার বেগ হওয়ায়,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (a \cos \omega t) = -a\omega \sin \omega t \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

আবার, $v = -a\omega \sin \omega t = \pm a\omega \sqrt{1 - \cos^2 \omega t}$

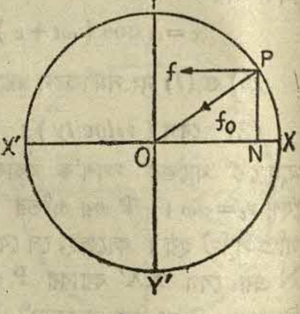
$$= \pm a\omega \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \qquad [\therefore \ x = a \cos \omega t]$$
$$= \pm \omega \sqrt{a^2 - x^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (10)$$

(10) নং সমীকরণে $\pm$ চিহ্নদ্বারা বোঝানো হয় যে, সরণের নির্দিষ্ট মানের জন্য N বিন্দু হয় বাম দিকে নয় ডান দিকে যায়।

N বিন্দু O বিন্দুতে থাকলে $x=0$ ও N বিন্দুর বেগ সর্বোচ্চ। এই সর্বোচ্চ বেগ $v_{max}=\pm\omega a$। P বিন্দুর বেগও $\pm\omega a$। আবার N বিন্দু X বা X' এ থাকলে ইহার বেগ সর্বনিম্ন ও এই সর্বনিম্ন বেগ, $v_{miu}=0$।

সুতরাং, উপরের আলোচনা অনুযায়ী সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার বেগ ইহার পথের বিভিন্ন বিন্দুতে বিভিন্ন। **কণা যখন ইহার সাম্য অবস্থান দিয়ে যায় তখন ইহার বেগ সর্বোচ্চ হয়। আবার কণা যখন ইহার পথের প্রান্তবিন্দু দিয়ে যায় তখন ইহার বেগ সর্বনিম্ন হয়। পথের অন্যান্য বিন্দুতে কণার বেগ ωa ও শূন্যের মধ্যবর্তী যে কোন মানের হয় এবং এই বেগ সাম্য অবস্থানের দিকে অথবা ইহার বিপরীতে ক্রিয়া করে।**

(3) ত্বরণ (*Acceleration*) ঃ P এর গতির জন্য N এর গতি সৃষ্টি হওয়ায় যে কোন মুহূর্তে N এর ত্বরণ (f) XX' বরাবর P এর ত্বরণের উপাংশ (চিত্র 8)। PO বরাবর O এর দিকে P এর ত্বরণ, $f_0=\omega^2 a$, বা v^2/a ; P এর দ্রুতি $=v$।



চিত্র 8

XX' এর সমান্তরালে f_0 এর উপাংশ, $f_0 \cos\theta=\omega^2 a\cos\theta$। কাজেই, N বিন্দুর ত্বরণ

$$f=-\omega^2 a\cos\theta=-\omega^2 x \qquad \cdots \qquad (11)$$

ক্যালকুলাস পদ্ধতি ঃ সরল দোলগতি সম্পন্নকারী কণার বেগ

$v=-a\omega\sin\omega t$। আবার বেগের পরিবর্তনের হার ত্বরণ হওয়ায়

$$f=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(-a\omega\sin\omega t)=-a\omega^2\cos\omega t=-\omega^2 x \qquad \cdots \qquad (12)$$

(11) নং সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বোঝা যায় যে, O বিন্দু থেকে x মাপা হয় ও N বিন্দুর ত্বরণ O এর দিকে ক্রিয়া করে। ω^2 ধনাত্মক ধ্রুব রাশি হওয়ায় (11) নং সমীকরণ অনুযায়ী আরও বোঝা যায় যে, **O বিন্দুর দিকে ক্রিয়াশীল ত্বরণ O বিন্দু থেকে N বিন্দুর দূরত্বের সমানুপাতিক হয়।** কাজেই O বিন্দুর উপর N বিন্দু সরল দোলগতিতে দোলে।

সরল দোলগতিতে কম্পমান কণা যখন ইহার পথের প্রান্ত বিন্দু দিয়ে যায় অর্থাৎ ইহার সরণ যখন সর্বোচ্চ হয় তখন ইহার ত্বরণও সর্বোচ্চ হয়। এই সর্বোচ্চ ত্বরণের মান $\omega^2 a$। কণা যখন সাম্য অবস্থানে থাকে অর্থাৎ ইহার সরণ যখন শূন্য হয় তখন ইহার ত্বরণ সর্বনিম্ন তথা শূন্য হয়। কাজেই কণার ত্বরণের মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তিত হয়।

গাণিতিক পদ্ধতিতে সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার বেগ ও ত্বরণ :

যদি t ও $t+\triangle t$ সময়ে সাম্য অবস্থান থেকে কণার দূরত্ব x_1 ও x_2 হয় তবে

$x_1 = a \cos(\omega t+\varepsilon)$ এবং

$$x_2 = a \cos(\omega t+\omega.\triangle t+\varepsilon)$$
$$= a [\cos(\omega t+\varepsilon)\cos(\omega.\triangle t) - \sin(\omega t+\varepsilon)\sin(\omega.\triangle t)]$$

$\triangle t$ অতিক্ষুদ্র সময় অবকাশ হওয়ায় $\cos(\omega.\triangle t) \approx 1$ এবং $\sin(\omega.\triangle t) \approx \omega.\triangle t$ ।

কাজেই, $x_2 = a\cos(\omega t+\varepsilon) - a\omega\sin(\omega t+\varepsilon).\triangle t$

কণার বেগ $v = \dfrac{x_2 - x_1}{\triangle t} = -a\omega\sin(\omega t+\varepsilon)$ ।

অনুরূপভাবে, যদি t ও $t+\triangle t$ সময়ে কণার বেগ v_1 ও v_2 হয় তবে

$v_1 = -a\omega\sin(\omega t+\varepsilon)$ এবং

$$v_2 = -a\omega\sin(\omega t+\omega.\triangle t+\varepsilon)$$
$$= -a\omega[\sin(\omega t+\varepsilon)\cos(\omega.\triangle t)+\cos(\omega t+\varepsilon)\sin(\omega.\triangle t)]$$
$$= -a\omega\sin(\omega t+\varepsilon) - a\omega^2\cos(\omega t+\varepsilon).\triangle t \text{ ।}$$

কাজেই, কণার ত্বরণ $f = \dfrac{v_2 - v_1}{\triangle t} = -a\omega^2\cos(\omega t+\varepsilon)$

(4) পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক (*Time period and Frequency*) :

(11) নং সমীকরণ অনুযায়ী (চিহ্ন অগ্রাহ্য ক'রে) লেখা যায়, $\omega^2 = f/x$

(1) নং সমীকরণ অনুযায়ী $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\dfrac{1}{f/x}}$ ... (13)

$$\text{অতএব, পর্যায়কাল} = \sqrt{\frac{1}{\text{একক সরণের দরুন উৎপন্ন ত্বরণ}}}$$

কণার ভর m হ'লে (13) নং সমীকরণকে লেখা যায়,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mf/x}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (14)$$

কিন্তু $mf = P =$ কণার উপর ক্রিয়াশীল প্রত্যপর্ণকারী বল (restoring force) ।

কাজেই, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{P/x}}$

$$\text{অথবা,} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ভর}}{\text{একক সরণের দরুন উৎপন্ন প্রত্যপর্ণকারী বল}}} \text{ ।}$$

(12) বা (13) নং সমীকরণ দ্বারা সরল দোলগতি সম্পন্নকারী কণার পর্যায় কাল সহজেই নির্ণয় করা যায়। এই দুই সমীকরণ অনুযায়ী দেখা যায় যে, কণার পর্যায়কাল বিস্তারের উপর নির্ভর করে না ।

উদাহরণ (Examples) :

1. সরল দোলগতিতে কম্পমান কোন বস্তুর সরণ $x=15 \cos 16\pi t$ cm. । (i) এই গতির বিস্তার কত ? (ii) কম্পাঙ্ক কত ? (iii) $t=0$ সময়ে বস্তু চ'লতে শুরু ক'রলে কত সময় পরে ইহা সাম্য অবস্থান অতিক্রম করে ? (iv) চ'লতে শুরু করার $\frac{1}{48}$ সেকেন্ড পরে সরণ কত ? (v) এই গতিতে সর্বোচ্চ ত্বরণ কত ?

সমাধান : (i) $x=a \cos \omega t$ সমীকরণে $a=$ বিস্তার। সুতরাং এক্ষেত্রে বিস্তার $=15$ cm. ।

(ii) কৌণিক দ্রুতি $\omega=2\pi f$, $f=$ কম্পাঙ্ক। অতএব কম্পাঙ্ক $=8$ ।

(iii) পর্যায় কাল $T=\dfrac{1}{\text{কম্পাঙ্ক}}$ । অতএব $T=\frac{1}{8}$ sec. ; $t=0$ সময়ে কণার সরণ সর্বোচ্চ হয় এবং পর্যায়কালের একচতুর্থাংশ সময় পরে ইহা সাম্য অবস্থান অতিক্রম করে অর্থাৎ ইহা $\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}$ sec বা $\frac{1}{32}$ sec. সময় পরে সাম্য অবস্থান অতিক্রম করে।

(iv) $t=\dfrac{1}{48}$ sec., $\therefore\ x=15 \cos\left(16\pi\times\dfrac{1}{48}\right)=15 \cos\frac{\pi}{3}=15\times\frac{1}{2}$
$=7{\cdot}5$ cm. ।

(v) ত্বরণের সর্বোচ্চ মান $=a\omega^2=15\times(16\pi)^2=15\times(16\times3{\cdot}14)^2$
$=37858{\cdot}5$ cm. ।

2. যদি 4 cm. দীর্ঘ রেখায় সরল দোলগতিতে কম্পমান কণা স্থির অবস্থান অতিক্রম ক'রে যাওয়ার সময় বেগ 12 cm/sec হয় তবে পর্যায়কাল কত ?

সমাধান : আমরা জানি যে, বেগ $=\omega\sqrt{a^2-x^2}$

$$\therefore\ 12=\omega\sqrt{2^2-0^2}=2\omega \quad \therefore\ \omega=6$$

$$\therefore\ \text{পর্যায়কাল}\ T=2\pi/\omega=\frac{2\times3{\cdot}14}{6}=1{\cdot}4 \text{ sec.}$$

3. 10 ft. দীর্ঘ কোন সরল দোলক 2 inch দূরত্বে এপাশ-ওপাশ দোলে। গতির সর্বনিম্ন অবস্থানে পিণ্ডের বেগ, সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ এবং পর্যায় কাল নির্ণয় কর। সরল দোলকের $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

সমাধান : আমরা জানি যে, বেগ $v=\omega\sqrt{a^2-x^2}$

সর্বনিম্ন অবস্থানে, $x=0$ $\quad\therefore\ v=a\omega=a\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

$$=\frac{1}{12}\sqrt{\frac{32}{10}}=0{\cdot}15 \text{ ft/cm.} \quad [\because\ a=1 \text{ inch}=\tfrac{1}{12} \text{ ft.}]$$

সর্বোচ্চ অবস্থানে ($x=a$) ত্বরণ $f=\omega^2x=\left(\dfrac{32}{10}\right)\dfrac{1}{12}=0{\cdot}27$ ft/sec. ।

পর্যায়কাল, $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}=2\pi\sqrt{\dfrac{10}{32}}=3{\cdot}50$ sec. ।

4. একটি 2 gm. ভরের বস্তু সরল দোলগতিতে দোলে। বস্তু যখন সাম্য অবস্থান থেকে 3 cm. দূরে তখন ইহার উপর 0·4 gm. wt. বল ক্রিয়া করে। বস্তুর পর্যায়কাল কত হয় ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যদি বস্তুর ভর m এবং সাম্য অবস্থান থেকে একক মানের সরণের জন্য বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল P হয় তবে বস্তুর পর্যায়কাল

$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{P}}$ হয়।

এক্ষেত্রে, $m=2$ gm.,

এবং $P=\frac{0\cdot4}{3}=0\cdot133$ gm. wt. $=0\cdot133\times981=130\cdot3$ dyne.

অতএব, $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{P}}=\frac{2\times22}{7}\times\sqrt{\frac{2}{130\cdot3}}=0\cdot777$ sec.।

5. কোন স্বর শলাকার এক বাহুর সঙ্গে একটি হাল্কা কাঁটা আটকানো আছে। ঐ কাঁটা একটি উল্লম্ব প্লেটকে স্পর্শ ক'রে আছে। এই স্বর শলাকাকে কাঁপানো হয় ও প্লেটকে অবাধে প'ড়তে দেওয়া হয়। দেখা যায় যে, স্বর শলাকা যখন 8টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে তখন প্লেট 10 cm. নীচে পড়ে। স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ?

[*I. I. T. 1977*]

সমাধান ঃ প্লেট স্থির অবস্থা থেকে t সময়ে 10 cm. প'ড়লে $10=\frac{1}{2}\times980\times t^2$।

কাজেই, $t=\frac{1}{7}$ sec.।

সুতরাং, $\frac{1}{7}$ sec. এ স্বরশলাকা 8টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।

কাজেই, 1 sec. এ ইহা 56টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।

অতএব, স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক = 56 vib./sec.।

6. কোন কণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলগতিতে দোলে। যদি সাম্য অবস্থান থেকে x_1 ও x_2 দূরত্বে কণার বেগ যথাক্রমে u_1 ও u_2 হয় তবে দেখাও যে কণার পর্যায় কাল $T=2\pi\sqrt{\frac{(x_2^2-x_1^2)}{(u_1^2-u_2^2)}}$।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, সাম্য অবস্থান থেকে x দূরত্বে কণার বেগ

$u=\omega\sqrt{a^2-x^2}$

কাজেই, $u_1=\omega\sqrt{a^2-x_1^2}$ এবং $u_2=\omega\sqrt{a^2-x_2^2}$।

অথবা, $u_1^2=\omega^2(a^2-x_1^2)$ এবং $u_2^2=\omega^2(a^2-x_2^2)$।

অতএব, $u_1^2-u_2^2=\omega^2(x_2^2-x_1^2)$।

অথবা, $\omega=\sqrt{\frac{(u_1^2-u_2^2)}{(x_2^2-x_1^2)}}$

অতএব, পর্যায়কাল $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{(x_2^2-x_1^2)}{(u_1^2-u_2^2)}}$।

দশা (*Phase*) : সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার কোন মুহূর্তে সরণ ও গতীয় অবস্থাই ইহার **দশা**। (The phase of a particle executiug S. H. M. at any instant is its state of displacement and motion at that instant)। কাজেই, কোন মুহূর্তে যে রাশি কণার সরণ ও গতির অভিমুখ নির্দেশ করে তার সাহায্যে ঐ মুহূর্তে কণার দশা মাপা যায়।

(3), (9) ও (12) নং সমীকরণ অনুযায়ী দেখা যায় যে, ωt এর মান জানা থাকলে সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার t সময়ে সরণ, বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। কাজেই, t সময়ে ইহার **দশা** $=\omega t$। ইহাকে (ωt) **দশা কোণও** (*phase angle*) বলে।

প্রাথমিক দশা বা ইপোক (*Epoch*) : গতি শুরুর মুহূর্তে অর্থাৎ $t=0$ সময়ে সরল দোলগতিতে কম্পমান **কণার** দশাই ইহার **প্রাথমিক দশা বা ইপোক** (***Epoch is the phase of the vibrating particle at the initial instant***)।

(6) ও (7) নং সমীকরণ অনুযায়ী, $t=0$ সময়ে কণার দশা $-\varepsilon$ বা $+\varepsilon$। কাজেই, ইহার প্রাথমিক দশা বা ইপোক, $-\varepsilon$ বা $+\varepsilon$। $x=a\cos\omega t$ সমীকরণে t এর পরিবর্তে $t+\mathrm{T}$ বা $t+\frac{2\pi}{\omega}$ ব্যবহার করা হ'লে $x=a\cos(2\pi+\omega t)=a\cos\omega t$। কাজেই দেখা যায় যে, t ও $t+\frac{2\pi}{\omega}$ সময়ে কণার সরণ ও গতির অভিমুখ একই হয়। সুতরাং, **যদি সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার দুই অবস্থানের মধ্যে সময়ের পার্থক্য T বা কৌণিক পার্থক্য 2π হয় তবে এই দুই অবস্থানে কণার দশা সমান হয়।**

অনুরূপভাবে, যদি t এর পরিবর্তে $t+\frac{\mathrm{T}}{2}$ অর্থাৎ $t+\frac{\pi}{\omega}$ ব্যবহার করা হয় তবে $x=a\cos(\pi+\omega t)=-a\cos\omega t$। কাজেই দেখা যায় যে, t ও $t+\frac{\pi}{\omega}$ সময়ে কণার সরণ সমান কিন্তু বিপরীতমুখী হয়। সুতরাং, যদি **সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার দুই অবস্থানের মধ্যে সময়ের পার্থক্য $\frac{\mathrm{T}}{2}$ বা কৌণিক পার্থক্য π হয় তাহ'লে এই দুই অবস্থানে কণার দশা বিপরীত হয়।**

দু'টি সরল দোলগতি একই স্টেপে (step) না থাকলে বলা হয় যে, ইহাদের মধ্যে **দশা পার্থক্য** আছে। একটি সরল দোলগতি অপর একটি সরল দোলগতির চেয়ে কত কৌণিক দূরত্বে বা পর্যায়কালের কত অংশ আগে আছে তা এই দশা পার্থক্য দ্বারা জানা যায়। যেমন, সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট দু'টি সরল দোলগতির সমীকরণ, $x_1=a_1\cos\omega t$ ও $x_2=a_2\cos(\omega t+\varepsilon)$ দেওয়া থাকলে বোঝা যায় যে, এই দুই গতির **দশা পার্থক্য** ε।

দু'টি সরল দোলগতির বিস্তার ও বেগ যাই হোক না কেন ইহাদের কম্পমান অবস্থা প্রতিমুহূর্তে সমান হ'লে বলা হয় যে, ইহাদের দশা সমান ($\varepsilon=0$)। যেমন, দু'টি কম্পমান কণা একই সময়ে একই দিকে সাম্য অবস্থা অতিক্রম ক'রলে বলা হয় যে, ইহাদের দশা সমান। এই দুই কণার সর্বোচ্চ সরণও একই সঙ্গে একই দিকে হয়। দু'টি কম্পমান কণা একই সময়ে বিপরীত দিকে সাম্য অবস্থান অতিক্রম ক'রলে বলা হয় যে, ইহাদের দশা বিপরীত ($\varepsilon=\pi$)। এই দুই কণার সর্বোচ্চ সরণ একই সঙ্গে বিপরীত দিকে হয়।

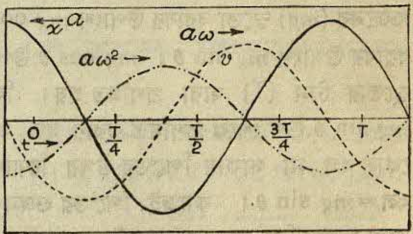
মনে রাখতে হবে যে, কণার সরণের সহিত ইহার বেগ ও ত্বরণ পরিবর্তিত হয়। যেমন, কণা সাম্য অবস্থানে ($x=0$) থাকলে (10) নং সমীকরণ অনুযায়ী ইহার বেগ সর্বোচ্চ ও '$a\omega$' এর সমান হয়। কণার সরণ যত বাড়তে থাকে, বেগ তত কমে এবং $x=\pm a$ হ'লে বেগ শূন্য হয়। আবার বেগ,

$$v=-a\omega \sin \omega t=a\omega \cos\left(\frac{\pi}{2}+\omega t\right) \text{ হওয়ায়}$$

কণার অবস্থানের দশার তুলনায় বেগের দশা $\frac{\pi}{2}$ আগে আছে ব'লে ধরা হয়।

কণা সাম্য অবস্থানে ($x=0$) থাকলে (11) নং সমীকরণ অনুযায়ী ইহার ত্বরণ শূন্য হয়। কণার ত্বরণ সর্বদাই সাম্য অবস্থানমুখী ও সরণের সমানুপাতিক হয়। আবার (11) নং সমীকরণ অনুযায়ী কণার ত্বরণ,

$$f=-\omega^2 x=-\omega^2 a \cos \omega t$$
$$=a\omega^2 \cos(\pi+\omega t)$$ হওয়ায় ত্বরণের দশা কণার অবস্থানের দশার বিপরীত বলা হয়।



চিত্র 9

9 নং চিত্রে সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার অবস্থান, বেগ ও ত্বরণের লেখ চিত্র দেখানো হ'য়েছে। এই লেখ চিত্র থেকে ইহাদের পারস্পরিক দশা সম্পর্ক বোঝা যায়।

উদাহরণ (Example) ঃ

একটি বস্তু সরল দোলগতিতে দোলে। ইহার পর্যায়কাল 2 sec, বিস্তার 10 cm. ও প্রাথমিক দশা 30°। ইহার প্রাথমিক সরণ এবং 4 সেকেন্ড পরে সরণ ও দশা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ কণা 2 sec. সময়ে একটি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। অর্থাৎ কণা 2 sec. সময়ে 2π রেডিয়ান যায়। কাজেই ইহার কৌণিক বেগ $\omega=\frac{2\pi}{2}=\pi$ রেডিয়ান।

আমরা জানি যে, $y=a\sin(\omega t+\varepsilon)$

যখন $t=0$, তখন $y=10\sin\left(\omega.0+\frac{\pi}{6}\right)$

[কারণ প্রাথমিক দশা $\varepsilon=30°=\frac{\pi}{6}$ rad., এবং বিস্তার $a=10$ cm. ।]

$=10\sin\frac{\pi}{6}=10\times\frac{1}{2}=5$ cm. ।

যখন $t=4$ sec., তখন

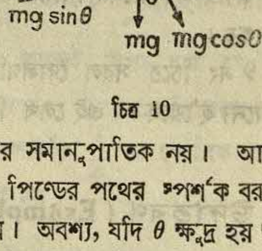
$y=10\sin\left(\pi\times4+\frac{\pi}{6}\right)=10\sin\frac{\pi}{6}=10\times\frac{1}{2}=5$ cm. ।

এক্ষেত্রে দশা কোণ $=\pi\times4+\frac{\pi}{6}=\frac{25\pi}{6}$. ।

1.11. সরল দোলগতির উদাহরণ (Examples of S. H. M.)

(1) **সরল দোলক (*Simple pendulum*) ঃ** সরল দোলকের গতি মোটামুটি সরল দোলগতি। সরল দোলক আগে বিস্তারিত ভাবে আলোচনা করা হ'য়েছে। (পদার্থের সাধারণ ধর্মের প্রথম পরিচ্ছেদ দ্রষ্টব্য ।) এখানে আমরা সরল দোলকের পর্যায় কাল নির্ণয় ক'রব।

ধরা যাক, কোন মুহূর্তে সরল দোলকের বিস্তার θ । এই সময়ে দোলক পিণ্ডের ওজনের (mg) সুতো বরাবর উপাংশ $mg\cos\theta$ (চিত্র 10) ও ইহার পথের স্পর্শক বরাবর উপাংশ $mg\sin\theta$ । $mg\cos\theta$ উপাংশ সুতোর টান (T) দ্বারা প্রশমিত হয়। কিন্তু $mg\sin\theta$ উপাংশকে প্রশমিত করার মত অপর কোন বল না থাকায় পিণ্ডের উপর ক্রিয়াশীল বল $=mg\sin\theta$ । কাজেই, পিণ্ডের ওজন mg দ্বারা সরবরাহিত প্রত্যর্পণকারী বল, $F=mg\sin\theta$ । পিণ্ডের পথ বরাবর সরণ, $x=l\theta$; $l=$দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য। কাজেই, বল $\sin\theta$ এর সমানুপাতিক কিন্তু সরণ θ এর সমানুপাতিক। সুতরাং, প্রত্যর্পণকারী বল সরণের সমানুপাতিক নয়। আবার প্রত্যার্পণকারী বল সাম্যঅবস্থানমুখীও নয়—ইহা পিণ্ডের পথের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। কাজেই, পিণ্ডের গতি সরল দোলগতি নয়। অবশ্য, যদি θ ক্ষুদ্র হয় তবে



চিত্র 10

$\sin\theta$ কে θ (রেডিয়ান) ধ'রলে খুব একটা ত্রুটি হয় না। এই অবস্থায় পিণ্ডের গতিকে সরলগতি ধরা যায়। তাহ'লে

$$F=\text{ভর}\,(m)\times\text{ত্বরণ}\,(f)=-mg\theta=-mg\,\frac{x}{l}\;\text{ও}\;-\frac{x}{f}=\frac{l}{g}$$

(13) নং সমীকরণ অনুযায়ী

পর্যায়কাল, $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

উদাহরণ (Example) :

একটি সম প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট U নলে তরল আছে। এই নলের প্রত্যেক বাহুতে তরলস্তম্ভের উচ্চতা l। যে কোন বাহুর তরলে চাপ দিয়ে ছেড়ে দিলে তরল দুলতে থাকে। দেখাও যে, এই দোলন গতি সরল দোলগতি ও এই গতির পর্যায়কাল,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

সমাধান : যদি U নলের প্রস্থচ্ছেদ A এবং তরলের ঘনত্ব ρ হয় তবে এই নলে তরলের ভর $=2lA\rho$। ধরা যাক, কোন বাহুর তরল তলে চাপ দিলে ঐ বাহুর তরল তল নীচের দিকে x দূরত্ব নেমে যায় ও অপর বাহুতে তরল তল উপর দিকে x দূরত্ব ওঠে। তাহ'লে দুই বাহুর তরল তলের পার্থক্য হয় $2x$। এই $2x$ দৈর্ঘ্যের তরল স্তম্ভের ওজন দুই বাহুর তরল তলকে সমান উচ্চতায় আনতে চায়। কাজেই, প্রত্যর্পণকারী বল $P=2x\,A\rho g$,

অতএব, ত্বরণ $f=\dfrac{P}{2lA\rho}=\dfrac{2xA\rho g}{2lA\rho}=\dfrac{g}{l}x=\omega^2 x$

কাজেই, $f\propto x$। সুতরাং তরল সরল দোলগতিতে দোলে। এই দোলনের পর্যায়কাল, $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$।

সুতরাং l কার্যকর দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কোন সরল দোলকের পর্যায় কালের সমান হয় এই পর্যায় কাল।

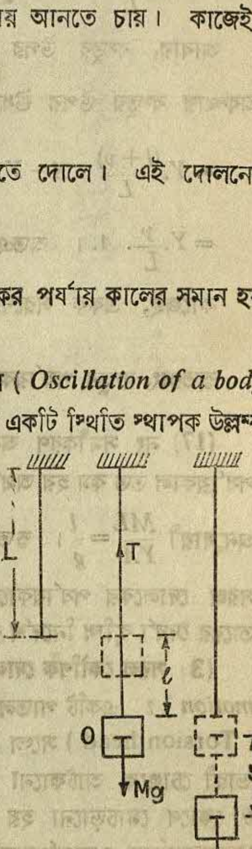
(2) **স্থিতিস্থাপক তার দ্বারা ঝুলন্ত বস্তুর দোলন** (*Oscillation of a body suspended by an elastic string*) : 11 (a) নং চিত্রে একটি স্থিতি স্থাপক উল্লম্ব তারকে দেখানো হ'য়েছে। ইহার দৈর্ঘ্য L।

11 (b) নং চিত্রে এই উল্লম্ব তার দ্বারা ঝুলন্ত M ভরের একটি বস্তুকে দেখানো হ'য়েছে। বস্তুকে ঝোলানোর দরুন তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে $(L+l)$ হয়। M ভরের বস্তুকে খাড়া নীচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে ইহা উপর নীচ ক'রতে থাকে অর্থাৎ ইহা সরল দোল গতিতে দুলতে থাকে। বস্তুর ওজন (Mg) তারের টান (T) দ্বারা প্রশমিত হওয়ায়,

$$T=Mg \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (15)$$

আবার, তারের অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন $=\dfrac{T}{A}=\dfrac{Mg}{A}$;

$A=$ তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল।



চিত্র 11 (a) (b) (c)

তারের অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি $= l/L$। কাজেই, ইহার উপাদানের

ইয়ং গুণাঙ্ক $Y = \dfrac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \dfrac{Mg/A}{l/L}$।

অতএব, $Y.\dfrac{l}{L}.A = Mg$ ... ... (16)

ধরা যাক, M ভরের বস্তু উপর নীচ করার সময় কোন মুহূর্তে ইহার সাম্য অবস্থান (O) থেকে খাড়া নীচের দিকে y দূরত্বে আছে। এই অবস্থায় তারের টান = ইয়ং গুণাঙ্ক × বিকৃতি × তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল [(15) ও (16) নং সম্পর্ক অনুযায়ী]

$= Y.\dfrac{(l+y)}{L}.\ A =$ বস্তুর উপর ঊর্ধ্বমুখী বল।

আবার, বস্তুর উপর নিম্নমুখী বল = বস্তুর ওজন $= Mg$। সুতরাং এই অবস্থায় বস্তুর উপর ঊর্ধ্বমুখী লব্ধি বল $F = Y\left(\dfrac{l+y}{L}\right)A - Mg$

$= Y.\dfrac{(l+y)}{L}.\ A - Y.\dfrac{l}{L}A$ (16 নং সমীকরণ অনুযায়ী)

$= Y.\dfrac{y}{L}.\ A.$। অতএব, O বিন্দুর দিকে বস্তুর ত্বরণ $f = \dfrac{F}{M} = \dfrac{YA}{ML}\cdot y$।

কাজেই, একক সরণের জন্য বস্তুর ত্বরণ $= \dfrac{f}{y} = \dfrac{YA}{ML}$।

সুতরাং, বস্তুর পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{1}{(f/y)}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{ML}{YA}}$ ... ... (17)

(17) নং সমীকরণ অনুযায়ী তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক যত বেশি হয় পর্যায়কাল তত কম হয় অর্থাৎ বস্তুর কম্পাঙ্ক তত বেশি হয়। (16) নং সমীকরণ অনুযায়ী $\dfrac{ML}{YA} = \dfrac{l}{g}$। সুতরাং (17) নং সমীকরণকে লেখা যায়, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ যা সরল দোলকের পর্যায়কালের অনুরূপ। অবশ্য এক্ষেত্রে, 'l' তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্দেশ করে।

(3) সরল কৌণিক দোলগতি (*Simple angular harmonic motion*) ঃ একটি পাতলা দণ্ডের একপ্রান্তকে ব্যবর্ত শিরের (Torsion head) সঙ্গে যুক্ত ক'রে ইহার অপর প্রান্তে একটি ভারী চোঙকে আটকানো হয় (চিত্র 12)। এইবার চোঙকে θ কোণে মোচড়ানো হয়। ইহাতে দণ্ড মেচড়কোণের (θ) সমানুপাতিক প্রত্যপর্ণকারী টর্ক (L) প্রয়োগ করে। কাজেই,



চিত্র 12

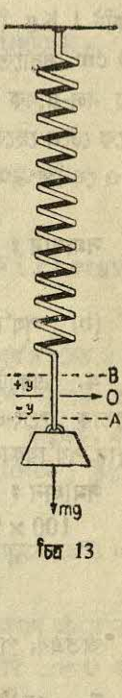
$L = -K\theta$ ... ... (18)

$K =$ ধ্রুবরাশি

উপরের (18) নং সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হয় যে, L এবং θ সর্বদা বিপরীত চিহ্নযুক্ত। 'K'=দণ্ডের ব্যবর্ত ভ্রামক (moment of torsion)। এই ধ্রুবরাশির মান দণ্ডের দৈর্ঘ্য, ব্যাস এবং উপাদানের উপর নির্ভর করে। **যে সব যন্ত্রের সুবেদীতা কোন তার বা পাতলা দণ্ডের মোচড়ের উপর নির্ভর করে সেই সব যন্ত্র নির্মাণে এই ধ্রুব রাশি K এর মান খুবই গুরুত্বপূর্ণ।**

চোঙকে মুচড়িয়ে ছেড়ে দিলে প্রত্যপর্ণকারী টর্ক কৌণিক ত্বরণ উৎপন্ন করে। এই কৌণিক ত্বরণ কৌণিক সরণের সমানুপাতিক হয় এবং উৎপন্ন গতি সরল কৌণিক দোলগতি হয়। এই গতির পর্যায়কাল দণ্ডের ব্যবর্ত ভ্রামকের (K) এবং দণ্ডের তুলনায় চোঙের জড়তা ভ্রামকের (I) উপর নির্ভর করে। এই পর্যায়কাল,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}\,।$$



চিত্র 13

(4) স্প্রিং এর গতি (*Motion of a spring*) **:** 13 নং চিত্রের ন্যায় একটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে স্প্রিং-এর অপর প্রান্তকে কোন বড় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দেওয়া হয়। স্প্রিংএর একটু নীচের দিকে টেনে ছেড়ে দিলে ইহা উপর নীচ ওঠা-নামা ক'রতে থাকে। বস্তু সাম্য অবস্থান ছাড়া অন্য অবস্থানে থাকলে ইহার উপর একটি প্রত্যপর্ণকারী বল ক্রিয়া করে। এই বল বস্তুকে সাম্য অবস্থানে নিয়ে যেতে চায়। হুকের সূত্রানুযায়ী, এই প্রত্যপর্ণকারী বল সাম্য অবস্থান থেকে বস্তুর সরণের সমানুপাতিক হয়। অর্থাৎ সাম্য অবস্থান থেকে y দূরত্বে এই প্রত্যপর্ণকারী বলের মান হয় $K.y$; K=স্প্রিং ধ্রুবক। কাজেই বলা যায়,

প্রত্যপর্ণকারী বল $F=-Ky$

যদি বস্তুর ভর m হয় তবে ইহার ত্বরণ,

$$f=-\frac{K}{m}y=-\omega^2 y\,; \qquad \omega^2=\frac{K}{m}\,।$$

কাজেই, ইহার গতি সরল দোলগতি। এই গতির পর্যায়কাল,

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

উদাহরণ (Examples) :

1. একটি স্প্রিং 5 সেকেন্ডে 15 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পর্যায়কাল (T) ও কম্পাঙ্ক (n) নির্ণয় কর।

সমাধান : $\mathrm{T}=\frac{\text{অতিবাহিত সময়}}{\text{দোলন সংখ্যা}}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$ sec.

এবং $n=\frac{1}{\mathrm{T}}=3\mathrm{Hz.}$ ।

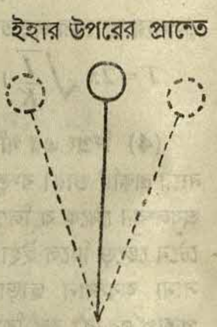
2. কোন লম্বা ও হাল্কা স্প্রিং থেকে একটি 1 Kg. ভরের বস্তু ঝোলে। 4 নিউটন বল প্রয়োগ করা হ'লে স্প্রিং 10 cm. প্রসারিত হয়। (a) স্প্রিং-এর বল-ধ্রুবক নির্ণয় কর। (b) বস্তুকে নীচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে দোলনের পর্যায়কাল কত হয়?

সমাধান ঃ (a) বল-ধ্রুবক $K = \frac{\text{বল (F)}}{\text{সরণ }(x)} = \frac{4}{0{\cdot}10} = 40\text{N/m}$

[কারণ $x = 10$ cm. $= 0{\cdot}10$ m]

(b) পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ভর}}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{40}} = 0{\cdot}99$ sec.।

3. কোন ইস্পাতের স্প্রিং-এর নীচের প্রান্ত আটকানো। ইহার উপরের প্রান্তে একটি 1 Kg. পিণ্ড আটকানো হয়। পিণ্ডকে একদিকে 10 cm. সরাতে 2 নিউটন বল প্রয়োজন হয়। (a) স্প্রিং এর বল-ধ্রুবক (K) নির্ণয় কর। (b) পিণ্ডকে এক দিকে টেনে ছেড়ে দিলে ইহার পর্যায়কাল কত হয়? ধ'রে নাও যে পিণ্ড সরল দোলগতিতে দোলে।


চিত্র 14

সমাধান ঃ (a) $K = \frac{\text{বল (F)}}{\text{সরণ }(x)} = \frac{2}{0{\cdot}10} = 20\text{Nm}^{-1}$

(b) পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ভর}}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{20}} = 1{\cdot}40$ sec.

4. একটি 100 Kg. বৈদ্যুতিক মোটর চারটি স্প্রিং-এর উপর অবস্থিত। প্রত্যেক স্প্রিং-এর বল-ধ্রুবক 2500 Nm^{-1}। মোটর উল্লম্বভাবে দুলতে থাকলে ইহার পর্যায়কাল কত হয়?

সমাধান ঃ প্রত্যেক স্প্রিং-এর উপর ক্রিয়াশীল বল

$= \frac{100 \times 9{\cdot}8}{4}$ N $= 25 \times 9{\cdot}8$ N $= 25$ Kg. wt.

[কারণ $g = 980$ cm./sec$^2 = 9{\cdot}8$ m/sec^2].

অতএব, পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ভর}}{\text{বল ধ্রুবক}}} = 2\pi\sqrt{\frac{25}{2500}} = 0{\cdot}63$ sec. (প্রায়)।

5. একটি লম্বা ও হাল্কা স্প্রিং-এর এক প্রান্তে ওজন চাপালে, ইহা 10 cm. প্রসারিত হয়। একটু টেনে ছেড়ে দিলে পর্যায়কাল কত হয়?

সমাধান ঃ বস্তু যখন স্প্রিং থেকে সাম্য অবস্থায় ঝোলে তখন উর্ধ্বমুখী প্রত্যর্পণকারী বল = স্প্রিং-এ ঝুলন্ত বস্তুর ওজন

কাজেই, বল-ধ্রুবক $= \frac{\text{উর্ধ্বমুখী প্রত্যর্পণকারী বল}}{\text{নিম্নমুখী সরণ}} = \frac{mg}{0{\cdot}1} = 10\,mg\ \text{Nm}^{-1}$

অতএব, পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{10\,mg.}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{98}} = 0{\cdot}63$ sec.।

6. ভূ-পৃষ্ঠে কোন ব্যক্তির ওজন 60 Kg. wt.। ঐ ব্যক্তি একটি গাড়িতে উঠলে গাড়ির ভারকেন্দ্র 0·3 cm. নেমে যায়। যদি গাড়ির ভর 1000 Kg. হয় তবে খালি গাড়ির দোলনের কম্পাঙ্ক কত হয় ? [*Jt. Entrance 1978*]

সমাধান ঃ গাড়ি স্প্রিং এর ন্যায় দুলতে থাকে। যদি স্প্রিং এর ভর M ও বল-ধ্রুবক K হয় তাহ'লে ইহার পর্যায়কাল

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}\ ।$$

স্প্রিং এর উপর mg বল প্রয়োগ ক'রলে যদি ইহার প্রসারণ l হয় তাহ'লে

$$K = \frac{mg}{l}\ ।$$

এক্ষেত্রে, $m = 60$ Kg. ; $l = 0{\cdot}3$ cm. $= 3\times10^{-3}$m ; M $= 1000$ Kg.।

$$\therefore\quad K = \frac{60\times9{\cdot}8}{3\times10^{-3}} = 2\times98\times10^{3}\ \text{N/m}\ ।$$

$$\therefore\quad T = 2\times3{\cdot}14\times\sqrt{\frac{1000}{2\times98\times10^{3}}} = 0{\cdot}45\ \text{vib./sec.}\ ।$$

1.12. সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার শক্তি (Energy of a particle executing simple harmonic motion) ঃ

সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার গতিপথের প্রান্ত বিন্দু ছাড়া সর্বত্র গতি থাকায় ইহার গতিশক্তি আছে। আবার সরণের বিপরীত অভিমুখে কণার উপর প্রত্যর্পণকারী বল ক্রিয়া করায় সরণ ঘটার সময় কার্য সম্পন্ন হয়। কাজেই, কণার স্থিতিশক্তি আছে। কণার উপর কোন অপচয়ী বল (dissipative force) ক্রিয়া না ক'রলে কণার মোট যান্ত্রিক শক্তি অপরিবর্তিত থাকে।

যদি কণার ভর m এবং কোন মুহূর্তে ইহার সরণ ও বেগ যথাক্রমে x ও v হয় তবে ঐ মুহূর্তে ইহার গতিশক্তি $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - x^2)$;

[10 নং সমীকরণ অনুযায়ী]

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ এবং a = বিস্তার। কাজেই, **সাম্য অবস্থানে অর্থাৎ $x = 0$ হ'লে গতিশক্তি সর্বোচ্চ হয় এবং চরম অবস্থানে অর্থাৎ $x = a$ হ'লে গতিশক্তি শূন্য হয়।**

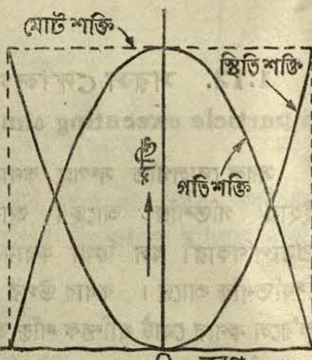
আবার আমরা জানি যে, সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার ত্বরণ $\omega^2 x$ (ঋণাত্মক চিহ্ন অগ্রাহ্য ক'রে)। কাজেই, যখন কণার সরণ x তখন ইহার উপর ক্রিয়াশীল, প্রত্যর্পণকারী বল (restoring force) $m\omega^2 x$। সাম্য অবস্থানে কণার উপর কোন বল ক্রিয়া করে না। সুতরাং, x সরণের জন্য কণার উপর ক্রিয়াশীল গড় বল $= \frac{m\omega^2 x + 0}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 x$। কাজেই, x সরণের জন্য কৃত কার্য = বল × সরণ $= \frac{1}{2}m\omega^2 x \times x = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ = কণার স্থিতিশক্তি। সুতরাং, **চরম অবস্থানে**

অর্থাৎ যদি $x=a$ হয় তবে স্থিতিশক্তি সর্বোচ্চ এবং সাম্য অবস্থানে অর্থাৎ যদি $x=0$ হয় তবে স্থিতিশক্তি শূন্য হয়।

ক্যালকুলাস পদ্ধতি ঃ এই পদ্ধতিতে কণার স্থিতিশক্তি আরো ভালভাবে নির্ণয় করা যায়। যদি সাম্য অবস্থান থেকে কণার x সরণ হয় তবে ইহার উপর ক্রিয়াশীল বল $m\omega^2x$। এই অবস্থান থেকে অনন্ত ক্ষুদ্র সরণের (dx) জন্য কণা দ্বারা কৃত কার্য $=m\omega^2xdx$। কারণ ঐ dx দূরত্বে কণার উপর ক্রিয়াশীল বল $(m\omega^2x)$ অপরিবর্তিত থাকে ধরা যায়। কাজেই, x সরণের জন্য কণা দ্বারা কৃত কার্য $E_P=\int_0^x m\omega^2xdx=\frac{1}{2}m\omega^2x^2=$ কণার স্থিতিশক্তি। সুতরাং, সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার মোট যান্ত্রিক শক্তি

$$E=E_K+E_P=\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-x^2)+\frac{1}{2}m\omega^2x^2=\frac{1}{2}m\omega^2a^2\text{ ।}$$

কাজেই, কণার মোট শক্তি ইহার সরণ (x) বা সময়ের (t) উপর নির্ভর করে না। অতএব, দোলগতির বেলায় মোট যান্ত্রিক শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার বেলায় যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা নীতি প্রযোজ্য হয়। 15 নং চিত্রে সরণের সংগে গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি ও মোট শক্তির পরিবর্তন দেখানো হ'য়েছে। সাম্য অবস্থানে (O বিন্দুতে) কণার গতিশক্তি সর্বোচ্চ, কিন্তু স্থিতিশক্তির মান শূন্য। কণার চরম অবস্থানে অর্থাৎ যখন $x=a$ তখন ইহার গতিশক্তির মান শূন্য কিন্তু স্থিতিশক্তির মান সর্বোচ্চ। গতিপথের সব বিন্দুতে মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে।



চিত্র 15

রৈখিক সরল দোলগতির বেলায় প্রাপ্ত ফলাফলগুলি কৌণিক দোলগতির ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য হয়। অবশ্য রৈখিক সরণকে কৌণিক সরণ দ্বারা এবং কণার ভরকে আবর্তন অক্ষের উপর জড়তা ভ্রামক দ্বারা প্রতিস্থাপিত ক'রতে হয়।

সরল দোলকের শক্তি (*Energy of a simple pendulum*) ঃ

যদি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য l ও কৌণিক বিস্তার θ হয় তবে ইহার রৈখিক বিস্তার $a=l\theta$। ইহার পর্যায় কাল $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ হওয়ায় ইহার কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega=\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{g}{l}}$ । কাজেই, ইহার মোট যান্ত্রিক শক্তি $E=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$

$$=\frac{1}{2}m\ (l\theta)^2.\ \frac{g}{l}=\frac{1}{2}mgl\theta^2\text{ ।}$$

স্প্রিং দ্বারা ঝুলন্ত বস্তুর উল্লম্ব দোলন শক্তি (*Energy of vertical oscillation of a body suspended by a spring*) :

K স্প্রিং-ধ্রুবক বিশিষ্ট কোন স্প্রিং থেকে m ভরের বস্তু ঝুলিয়ে ইহাকে নীচের দিকে y দূরত্ব টেনে ছেড়ে দিলে দোলনের বিস্তার হয় y। আবার পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$। কাজেই, ইহার মোট যান্ত্রিক শক্তি $E = \frac{1}{2}ma^2\omega^2 = \frac{1}{2}m.\ y^2.\ \frac{K}{m} = \frac{1}{2}Ky^2$।

উদাহরণ (Examples) :

1. একটি 4 Kg. ব্লক সরল দোলগতিতে দোলে। ইহার বিস্তার $a = 25$ cm. এবং পর্যায়কাল $T = 3$ sec.। (i) কম্পাঙ্ক n, (ii) সর্বোচ্চ গতিবেগ ও $x = 15$ cm. দূরে গতিবেগ, (iii) সর্বোচ্চ ত্বরণ ও $x = 15$ cm. দূরে ত্বরণ, (iv) সর্বোচ্চ প্রত্যর্পণকারী বল ও $x = 10$ cm. দূরে প্রত্যর্পণকারী বল, (v) সর্বোচ্চ গতিশক্তি, (vi) সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি এবং (vii) যে কোন অবস্থানে মোট শক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান : (i) কম্পাঙ্ক $n = \frac{1}{T} = \frac{1}{3}$ Hz.।

(ii) গতিপথের মধ্যবিন্দুতে ব্লকের বেগ সর্বোচ্চ। এইস্থানে $x = 0$

কাজেই, $v_{max} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{(a^2 - x^2)} = \frac{2\pi}{3}\sqrt{(0{\cdot}25)^2} = 0{\cdot}524$ m./sec.

[কারণ, $a = 25$ cm. $= 0{\cdot}25$ m. এবং $x = 0$]

$$v_x = \frac{2\pi}{3}\sqrt{[(0{\cdot}25)^2 - (0{\cdot}15)^2]} = 0{\cdot}419 \text{ m./sec.}$$

[কারণ, $x = 15$ cm. $= 0{\cdot}15$ m.]

(iii) সরণ সর্বোচ্চ হ'লে অর্থাৎ যদি $x = 25$ cm. হয় তবে ত্বরণ সর্বোচ্চ হয়।

কাজেই $f_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 .\ x = \frac{4\pi^2}{3^2} \times (0{\cdot}25)$

$= 1{\cdot}10$ m/sec^2., মধ্যবিন্দুর দিকে।

$f_x = \frac{4\pi^2}{(3)^2} \times (0{\cdot}15) = 0{\cdot}66$ m/sec^2., মধ্যবিন্দুর দিকে।

(iv) $F_{max} = mf_{max} = 4 \times 1{\cdot}10 = 4{\cdot}40$ Newton। $x = 25$ cm. দূরত্বে প্রত্যর্পণকারী বল (F)$\propto$সরণ (x)। আবার, $x = 25$ cm. হ'লে $F = 4{\cdot}40$ N হয়। কাজেই, যদি $x = 10$ cm. হয় তবে $F = \frac{10}{25} \times 4{\cdot}40 = 1{\cdot}76$ N.। প্রত্যর্পণকারী বল পথের মধ্যবিন্দু অভিমুখী।

(v) K. E. $_{max} = \frac{1}{2}mv^2{}_{max} = \frac{1}{2} \times 4 \times (0{\cdot}524)^2 = 0{\cdot}55$ Joule. [$x = 0$ দূরত্বে]।

(vi) P. E. $_{max}$ = পথের প্রান্ত বিন্দুতে 0·55 J। ঐ বিন্দুতে দ্রুতি ও গতিশক্তি শূন্য।

(vii) মোট শক্তি E = 0·55 J.।

2. একটি 10 gm. ভরের কণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলগতিতে দোলে। ইহার পর্যায়কাল 2 sec. এবং বিস্তার 10 cm.। নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে গতিশক্তি নির্ণয় কর :—

(i) কণা যখন সাম্য অবস্থান থেকে 2 cm. দূরে,

(ii) কণা যখন সাম্য অবস্থান থেকে 5 cm. দূরে,

এই দুই ক্ষেত্রে গতিশক্তির পার্থক্যের কারণ কি? [*I. I. T. 1972*]

সমাধান : (i) আমরা জানি যে,

সরণ $y = a \sin \omega t$ এবং বেগ $v = \omega\sqrt{(a^2 - y^2)}$।

এক্ষেত্রে $y = 2$ cm. এবং $a = 10$ cm.।

$$\therefore \quad v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{(a^2 - y^2)} = \frac{2\pi}{2}\sqrt{(100-4)} = \pi\sqrt{96}\text{।}$$

$$\therefore \quad \text{গতিশক্তি} = \tfrac{1}{2} \times m \times v^2$$
$$= \tfrac{1}{2} \times 10 \times \pi^2 \times 96 \qquad [\because \text{ ভর } m = 10 \text{ gm.}]$$
$$= 4800 \text{ erg (প্রায়)}$$

(ii) এক্ষেত্রে, $v = \dfrac{2\pi}{2}\sqrt{(100-25)} = \pi\sqrt{75}$

$$\therefore \quad \text{গতিশক্তি} = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2} \times 10 \times \pi^2 \times 75$$
$$= 3750 \text{ erg (প্রায়)}$$

গতিশক্তিদ্বয়ের পার্থক্যের কারণ এই যে, কণা সাম্য অবস্থান থেকে যত দূরে যায় ততই ইহার গতিশক্তি ক'মতে থাকে এবং স্থিতিশক্তি বাড়তে থাকে। সুতরাং, 2 cm. সরণের জন্য যা গতিশক্তি হয় 5 cm. সরণের জন্য তার থেকে কম হয়।

1.13. দু'টি সরল দোলগতির উপরিপাত (Super position of two simple harmonic motions) :

ধরা যাক,

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a \cos \omega t \\ \text{এবং } x_2 &= b \cos (\omega t + \varepsilon) \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad \cdots \quad (19)$$

দুই সরল দোলগতির সমীকরণ

এই দুই দোলগতির দশা পার্থক্য $= \omega t + \varepsilon - \omega t = \varepsilon$। ইহাদের কম্পাঙ্ক সমান হওয়ায় দশা পার্থক্য সময়ের সংগে পরিবর্তিত হয় না। যদি এই দুই গতি কোন কণার উপর এক সংগে ক্রিয়া করে তবে ঐ কণার লব্ধ সরণ x-কে লেখা যায়—

$$x = x_1 + x_2 = a \cos \omega t + b \cos (\omega t + \varepsilon)$$
$$= a \cos \omega t + b \cos \omega t \cos \varepsilon - b \sin \omega t \sin \varepsilon$$
$$= (a + b \cos \varepsilon) \cos \omega t - b \sin \varepsilon \sin \omega t$$

মনে করা যাক, $a+b\cos\varepsilon=R\cos\phi$
এবং $b\sin\varepsilon=R\sin\phi$ ... ... (20)

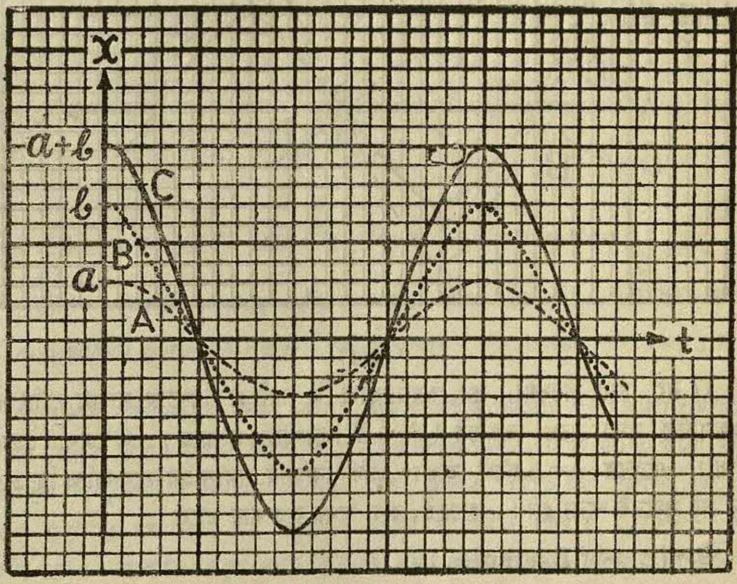
অতএব, $x=R\cos\phi\cos\omega t-R\sin\phi\sin\omega t$
$=R\cos(\omega t+\phi)$ ... ... (21)

সমীকরণ (20) অনুযায়ী $R^2=(a+b\cos\varepsilon)^2+(b\sin\varepsilon)^2$
$=a^2+2ab\cos\varepsilon+b^2\cos^2\varepsilon+b^2\sin^2\varepsilon$
বা, $R^2=a^2+2ab\cos\varepsilon+b^2$ ... ... (22)

এবং, $\dfrac{R\sin\phi}{R\cos\phi}=\tan\phi=\dfrac{b\sin\varepsilon}{a+b\cos\varepsilon}$ ... ... (23)

দু'টি বিশেষ ক্ষেত্র (*Two special cases*) ঃ

(1) যখন $\varepsilon=0$ বা $2n\pi$ (n যে কোন পূর্ণ সংখ্যা) ; অর্থাৎ, যখন দু'টি সরল দোলগতির দশা পার্থক্য নেই তখন,



চিত্র 16

$\sin\varepsilon=0$, $\cos\varepsilon=1$। অতএব, $\phi=0$ এবং
$R^2=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
বা, $R=a+b$

সুতরাং, এক্ষেত্রে লব্ধি সরণ $x=(a+b)\cos\omega t$

16 নং চিত্র সমদশা ও সমপর্যায়কালের এবং বিভিন্ন বিস্তারের দু'টি সরল দোলগতির সময়-সরণ লেখচিত্র (A ও B) দেখানো হ'য়েছে। C লেখটি ইহাদের লব্ধি। এক্ষেত্রে লব্ধি গতির বিস্তার সরল দোলগতিদ্বয়ের বিস্তারের যোগফলের সমান।

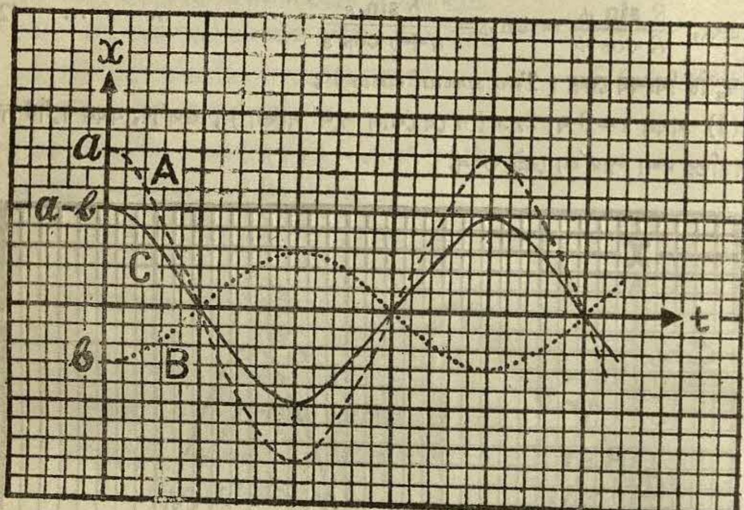
(2) যখন $\varepsilon = \pi$ বা $(2n+1)\pi$ (n যে কোন পূর্ণ সংখ্যা) ; অর্থাৎ, যখন সরল দোলগতিদ্বয়ের দশা পরস্পরের বিপরীত, তখন,

$\sin\varepsilon = 0$, $\cos\varepsilon = -1$ । অতএব, $\phi = 0$

এবং, $R^2 = a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$

বা $R = (a-b)$

সুতরাং, এক্ষেত্রে লব্ধি সরণের মান $x = (a-b)\cos\omega t$



চিত্র 17

17 নং চিত্রে সমদশা, সম পর্যায়কাল ও বিভিন্ন বিস্তার সম্পন্ন দুটি সরল দোলগতির সময় সরণ লেখচিত্র (A ও B) দেখানো হ'য়েছে। C লেখটি ইহাদের লব্ধি। এক্ষেত্রে $a=b$ হ'লে অর্থাৎ যদি বিস্তার সমান হয় তবে লব্ধি বিস্তারের মান সব সময়েই শূন্য হয়। কাজেই, কণা স্থির অবস্থায় থাকে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

একটি প্রত্যর্পণকারী বলের ক্রিয়ায় একটি কণার সরল দোলগতির পর্যায়কাল T_1। যদি অপর একটি প্রত্যর্পণকারী বল ক্রিয়া করে তবে ইহার পর্যায়কাল হয় T_2। ঐ দুই প্রত্যর্পণকারী বল একসঙ্গে একই দিকে ক্রিয়া ক'রলে ইহার পর্যায়কাল কত হয় ?

সমাধান ঃ যদি প্রত্যর্পণকারী বল দ্বয়ের মান যথাক্রমে P_1 ও P_2 হয় তবে লেখা যায়,

$$P_1 = -K_1 x \text{ ও } P_2 = -K_2 x, \; K_1 \text{ ও } K_2 \text{ ধ্রুব রাশি।}$$

সুতরাং, প্রথম ক্ষেত্রে ত্বরণ $f = \frac{P_1}{m} = -\frac{K_1}{m}x = -\omega_1{}^2 x$, m = কণার ভর।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ত্বরণ $f_2 = \frac{P_2}{m} = -\frac{K_2}{m}x = -\omega_2{}^2 x$ ।

আমরা জানি যে, $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ ও $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$ ।

দু'ই বল একই সঙ্গে একই অভিমুখে ক্রিয়া ক'রলে,

$P_1 + P_2 = -(K_1 + K_2)\,x$ হয়।

সেক্ষেত্রে ত্বরণ $f = \frac{P_1 + P_2}{m} = -\frac{(K_1 + K_2)x}{m} = -(\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2)x$

কাজেই, পর্যায়কাল

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2}} = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1{}^2 + T_2{}^2}}$$

1.14. কম্পনের প্রকৃতি (Nature of vibration) ঃ

প্রকৃতি অনুযায়ী কম্পনকে দু'ভাগে ভাগ করা যায়—(i) **অনুদৈর্ঘ্য কম্পন** (*Longitudinal vibration*) ও (ii) **তির্যক কম্পন** (*Transverse vibration*) ঃ

সাধারণত কম্পনশীল বস্তুর কণাগুলির প্রত্যেকে পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা বরাবর চলাচল করে। যদি কণাগুলির সরণ বস্তুর দৈর্ঘ্য বরাবর হয় তাহ'লে ইহার কম্পনকে **অনুদৈর্ঘ্য** (*longitudinal*) কম্পন বলে। কিন্তু যদি কণাগুলির সরণ বস্তুর দৈর্ঘ্যের সমকোণে হয় তাহ'লে ইহার কম্পনকে তির্যক (transverse) কম্পন বলে। এক্ষেত্রে বস্তুর দৈর্ঘ্য ব'লতে এমন দিক্ বোঝায় যে, ইহার লম্বতলে অবস্থিত প্রত্যেক কণার সরণ সমান হয়।

স্প্রিং থেকে ঝুলন্ত বস্তুর উপর-নীচ দোলনে বস্তুর বা স্প্রিং এর যে কোনও অংশের সরণ স্প্রিং এর দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে হয়। কাজেই, এইরূপ কম্পন অনুদৈর্ঘ্য।

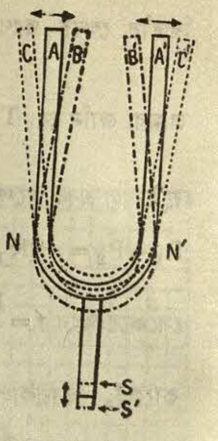
বাজনার তারের কম্পনে প্রত্যেক কণা ইহার দৈর্ঘ্যের লম্ব বরাবর কাঁপে। কাজেই, এইরূপ কম্পন তির্যক।

কোন কম্পমান সুরশলাকার বাহুদ্বয় বারবার পরস্পরের নিকটে আসে ও দূরে সরে যায়। বাহুদ্বয় সাম্য অবস্থান AA′ থেকে CC′ অবস্থানে গেলে সুরশলাকার ডাঁটি

উপরদিকে ওঠে এবং S অবস্থানে আসে (চিত্র 18)। বাহুদ্বয় BB′ অবস্থানে গেলে ডাঁটি নীচের দিকে নেমে যায় এবং S′ অবস্থানে আসে। এরূপ কম্পনে N ও N′ অংশ স্থির থাকে। কাজেই বোঝা যায় যে, স্বরশলাকার ডাঁটির কম্পন অনুদৈর্ঘ্য কিন্তু ইহার বাহুদ্বয়ের কম্পন তির্যক। এখানে একটা কথা বলা দরকার যে, যদি স্বরশলাকার ডাঁটিকে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ করা হয় তবে ইহার কম্পন প্রকৃতি পরিবর্তিত হয়।

বায়ুস্তরের বা কণার অনুদৈর্ঘ্য কম্পনের জন্য বায়ুতে শব্দ বিস্তার লাভ করে। যদি কোন দণ্ডকে রজন ঘষা চামড়া দিয়ে চেপে ধ'রে চামড়াকে দণ্ডের গা বরাবর টানা হয় তাহ'লে দণ্ডের স্তরের অনুদৈর্ঘ্য কম্পন হয়।

জলকণার তির্যক কম্পনের জন্য তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।

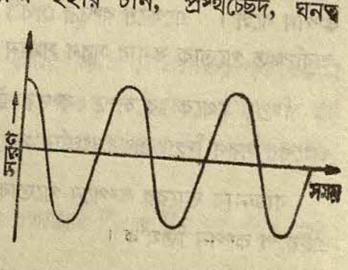


চিত্র 18

1.15. মুক্ত বা স্বাভাবিক কম্পন (Free or natural vibration) ঃ

কোন বস্তুকে আঘাত ক'রলে ইহা কাঁপতে থাকে। অবশ্য কম্পনের প্রকৃতি বস্তুটির আকার ও অন্যান্য ধর্মের উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ বস্তুর ওজন জড়তা ভ্রামক, স্থিতিস্থাপকতা, আকৃতি প্রভৃতি ইহার কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করে।

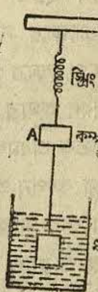
যদি কম্পনশীল বস্তুর উপর কোন বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করে তাহ'লে বস্তুর কম্পনকে **স্বাভাবিক কম্পন** বলা হয়। যেমন একটি সুরশলাকাকে হাতুড়ি দিয়ে আঘাত ক'রলে ইহা স্বাভাবিক ভাবে কাঁপতে থাকে। প্রত্যেক সুরশলাকার একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক থাকে। দুটো খুঁটিতে একটি তারকে টান ক'রে বেঁধে দিলে ইহারও একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক থাকে। তারকে টেনে ছেড়ে দিলে ইহা স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কাঁপতে থাকে। কোন বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ইহার টান, প্রস্থচ্ছেদ, ঘনত্ব ইত্যাদির উপর নির্ভর করে। স্বাভাবিক কম্পনের সময়-সরণ লেখচিত্র 19 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। এই চিত্র অনুযায়ী এইরূপ কম্পন অপরিবর্তিত বিস্তারে অনন্তকাল চলে। সাধারণত বস্তুর স্বাভাবিক কম্পন হয় না। কারণ বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল ইহার কম্পনকে বাধা দেয়। তাই কম্পমান বস্তুর শক্তি ক্রমশ হ্রাস পায় এবং ইহার কম্পনের বিস্তার ক্রমশ ক'মতে থাকে। বস্তু অবশেষে স্থির অবস্থায় আসে। বস্তুর এরূপ



চিত্র 19

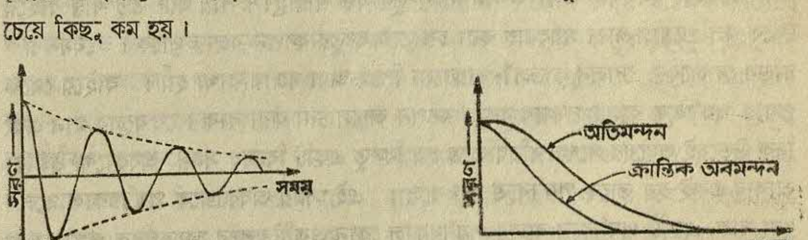
কম্পনকে **অবমন্দিত কম্পন** (*damped* or *resisted vibrations*) বলে। যেমন আমরা জানি যে, একটি সরল দোলককে দুলিয়ে ছেড়ে দিলে ইহার বিস্তার ক্রমশ ক'মতে থাকে এবং অবশেষে ইহা স্থির অবস্থায় আসে। নীচের পরীক্ষা দ্বারা অবমন্দিত কম্পন দেখানো যায়—

একটি স্প্রিং দ্বারা A বস্তুকে ঝোলানো হয় (চিত্র 20)। A বস্তু থেকে একটি ধাতব পাতকে একটি বড় বীকারে ঝোলানো হয়। বীকারে বিভিন্ন সান্দ্রতার (viscosity) তরল নিয়ে অবমন্দিত কম্পন দেখানো যায়। A বস্তুর কম্পনের জন্য ধাতব পাতে যে গতি উৎপন্ন হয় তা তরলের মধ্যে বাধাপ্রাপ্ত হয়। বিভিন্ন তরলের বাধা বিভিন্ন মানের হওয়ায় কম্পন-বিস্তার হ্রাসের মানও বিভিন্ন হয়। বাধার মান তরলের সান্দ্রতাঙ্ক ও ধাতব পাতের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। যদি ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল কম হয় তবে একই তরলের বাধা দানের ক্ষমতাও কম হয়। বীকারে গ্লিসারল নিলে কম্পন বিস্তারকে ধীরে ধীরে ক'মতে দেখা যায়। বিস্তার প্রথম দিকে দ্রুত কমে এবং সময়ের সঙ্গে এই হ্রাসের হার ক'মতে থাকে।



চিত্র 20

অধিকাংশ ক্ষেত্রে এরূপ বাধা-বলকে বস্তুর বেগের সমানুপাতিক ধরা যায়। যদি বাধা-বলের মান কম হয় তবে বস্তুর কম্পন-বিস্তার সময়ের সাথে ক'মতে থাকে [চিত্র 21 (*a*)]। এইরূপ অবমন্দিত কম্পনের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের চেয়ে কিছু কম হয়।



চিত্র 21

যদি m ভরের বস্তুর বেগ v এবং ইহার উপর বাধা-বল P হয় তবে বস্তুর সরণ ও সময়ের সম্পর্ক $x = a\cos\omega t$ না হ'য়ে $x = ae^{-bt}\cos\omega' t$ হয়। এখানে $\omega' = \sqrt{\omega^2 - b^2}$ এবং $b = \frac{P}{2mv}$ = ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশি (b) কে **অবমন্দন গুণাঙ্ক** (*co-efficient of damping*) বলে। কাজেই বোঝা যায় যে, অবমন্দনের জন্য বস্তুর কম্পনের পরিবর্তন দু'ধরনের হয়—(i) কম্পন বিস্তার a এর সমান না থেকে ae^{-bt} হয়, অর্থাৎ সময়ের সঙ্গে সূচক হারে (exponentially) ক'মতে থাকে। যে কোনও সময়ে সরণ ae^{-bt} ও $-ae^{-bt}$ এর মধ্যে থাকে। (ii) কৌণিক কম্পাঙ্ক ω' স্বাভাবিক কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এর চেয়ে সামান্য কম হয়। কম্পাঙ্কের এই হ্রাস

খুব কম হওয়ায় ইহাকে অগ্রাহ্য করা যায় এবং অবমন্দিত কম্পনের কম্পাঙ্ককেও বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান ধরা যায়।

যখন বস্তুর গতি বেশি বাধা পায় অর্থাৎ $b>\omega$ হয় তখন ইহার সরণ ধীরে ধীরে শূন্য হয় এবং বস্তুর কম্পন থেমে যায়। এরূপ ক্ষেত্রে প্রাপ্ত সময়-সরণ লেখচিত্র 21-(*b*) নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। এই গতিকে **অতিমন্দিত** (*overdamped*) গতি বলে।

বাধা বলের কোন বিশেষ মানের জন্য যখন $b=\omega$ হয় তখন বস্তুর গতি ঠিক দোলনহীন হয়। এইরূপ অবমন্দনকে **ক্রান্তিক অবমন্দন** (*critical damping*) বলে। এক্ষেত্রে সরণ দ্রুত ক'মে যায় এবং গতিতে দোলন থাকে না। 21 (*b*) নং চিত্রে এরূপ ক্ষেত্রে প্রাপ্ত সময়-সরণ লেখচিত্র দেখানো হ'য়েছে। অতিমন্দিত দোলনের বেলায় সরণ কমার হার ক্রান্তিক অবমন্দনের হারের চেয়ে কম হয়।

ক্রান্তিক অবমন্দন ও অতিমন্দন গতিকে **দোলন হীন** (*aperiodic*) গতি বলে।

বস্তুর কম্পন অবমন্দিত হ'লে ইহার মোট শক্তি ক্রমশ ক্ষয় প্রাপ্ত হয়। কাজেই, বস্তুর যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে না। এই ক্ষয়িত শক্তি মাধ্যমে ঘূর্ণি ইত্যাদি রূপে দেখা দেয় ও ক্রমশ তাপে পরিণত হয়।

1.16. পরবশ কম্পন (Forced vibration) ঃ

আমরা জানি যে, কোন কম্পমান বস্তুর কম্পন ধীরে ধীরে ক'মতে থাকে এবং অবশেষে বিলুপ্ত হয়। কারণ ঘর্ষণের জন্য ইহার কম্পন শক্তি ক্রমশ হ্রাস পায়।

কাজেই, ঘর্ষণের জন্য কম্পমান বস্তুর যত শক্তি হ্রাস পায় যদি তত শক্তি বাইরে থেকে বল প্রয়োগ দ্বারা সরবরাহ করা হয় তবে বস্তুর কম্পন বজায় থাকে। যেমন ক্লক ঘড়ির দোলকের দোলন কুণ্ডলী-পাকানো স্প্রিং-দ্বারা বজায় রাখা হয়। বাইরে থেকে প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে বস্তুর কম্পন আলোচনা করা যাক। যে বলের মান এবং দিক উভয়েই সময়ের সংগে পরিবর্তিত হয় কিন্তু একটি বিশেষ সময় অবকাশে ইহারা আবার একই হয় তাকে **পর্যাবৃত্ত বল** বলে। এই সময় অবকাশকে **পর্যায়কাল** বলে। ধরা যাক, একটি পর্যাবৃত্ত বলের পর্যায়কাল কোন একটি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল থেকে ভিন্ন। এই পর্যাবৃত্ত বলকে বাইরে থেকে ঐ বস্তুর উপর প্রয়োগ করা হ'লে বস্তু প্রথমে ইহার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কাঁপে। কিন্তু শীঘ্রই এই কম্পন বিনষ্ট হয় এবং বস্তু পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্কে কাঁপতে থাকে। বাইরে থেকে প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত চালক বলের কম্পাঙ্কে বস্তুর যে কম্পন হয় তাকে **পরবশ কম্পন** (*Forced vibration*) বলে। (The oscillations of a body under the influence of a periodic driving force are called forced vibrations.)

দৃষ্টান্ত (*Illustrations*) ঃ

(i) একটি কম্পমান সুরশলাকাকে হাতে ধ'রলে ক্ষীণ শব্দ শোনা যায়। কিন্তু ইহাকে কাঠের টেবিলের উপর চেপে ধ'রলে খুব জোরে শব্দ শোনা যায়।

স্বরশলাকা ইহার নিজের কম্পাঙ্কের সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট পরবশ কম্পন টেবিলের তলে সৃষ্টি করে। এই তল স্বরশলাকার কম্পাঙ্কে কাঁপতে থাকায় বিস্তীর্ণ অঞ্চল জুড়ে বায়ুতে কম্পন সৃষ্টি হয়। তাই জোরে শব্দ শোনা যায়।

(ii) সেতার, বেহালা, এস্রাজ ইত্যাদি যন্ত্রের তারগুলি ফাঁপা কাঠের বাক্সের উপর টান ক'রে বাঁধা থাকে। ফাঁপা বাক্সগুলি বায়ুপূর্ণ থাকে। যখন তারকে কাঁপানো হয় তখন তারের কম্পন কাঠের বাক্স এবং ইহার মধ্যস্থিত বায়ুতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে। তাই জোরে শব্দ শোনা যায়।

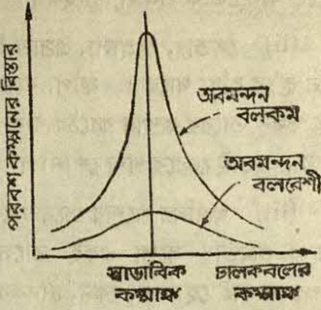
(iii) খঞ্জনির শব্দের চেয়ে ঢাকের শব্দ তীব্র হয়। তার কারণ ঢাকের বড় খোল ইহার চামড়ার সঙ্গে একই তালে কেঁপে শব্দকে তীব্রতর করে। খোলের নিজস্ব কম্পাঙ্ক যাই হোক না কেন, টানকরা চামড়ার কম্পাঙ্কই ইহার কম্পাঙ্ক হয়।

1.17. অনুনাদ (Resonance):

পরবশ কম্পনের বিস্তার সাধারণত কম হয়। বাইরে থেকে প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত চালক বলের কম্পাঙ্ক ও বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের উপর এই বিস্তারের মান নির্ভর করে। বাইরে থেকে প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত চালক বলের কম্পাঙ্ক যদি বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয় তাহ'লে বস্তুটি প্রায় স্বতঃস্ফূর্তভাবে কাঁপে এবং এইরূপ কম্পনের বিস্তার বেশ বেশি হয়। এই ঘটনাকে **অনুনাদ** বলে। কোন কম্পমান বস্তুর সঙ্গে একই স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের অপর কোন বস্তুর যান্ত্রিক সংযোগ থাকলে দ্বিতীয় বস্তুও অনুনাদের দরুন কাঁপতে থাকে। দ্বিতীয় বস্তুর এইরূপ অনুনাদ কম্পনকে **সমবেদী কম্পন** (*sympathetic vibration*)-ও বলে। কাজেই অনুনাদ কম্পন পরবশ কম্পনের এক বিশেষ রূপ। **এক্ষেত্রে চালক বলের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয়।** তত্ত্বগতভাবে (theoretically) প্রত্যেক অনুনাদ কম্পনের বিস্তার অসীম হয়। বায়ুর বাধা, ধারক বিন্দুর ঘর্ষণ ইত্যাদির জন্য এরূপ কম্পনের বিস্তার কম হয়। চালক বল ও চালিত বস্তুর দশা পার্থক্য যদি 90° হয় অর্থাৎ চালিত বস্তু যদি ইহার স্থির অবস্থান দিয়ে যায় তাহ'লে সেই মুহূর্তে চালক বলের মান সর্বোচ্চ হয় এবং চালক বল বস্তুর সরণের অভিমুখে অধিক বল প্রয়োগ করে।

উপরের আলোচনা অনুযায়ী বোঝা যায় যে, পরবশ কম্পনের বিস্তার অবমন্দন বলের উপর নির্ভর করে। 22 নং চিত্রে একটি কম্পমান বস্তুর অনুনাদ লেখচিত্র দেখানো হ'য়েছে। এই লেখচিত্র থেকে বিভিন্ন অবমন্দন বলের উপস্থিতিতে কিভাবে পরবশ কম্পনের বিস্তার, চালক বলের কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে তা বোঝা যায়। লেখচিত্র অনুযায়ী যখন চালক বলের কম্পাঙ্ক অনুনাদ কম্পাঙ্কের সমান তখন কম্পনের বিস্তার সর্বোচ্চ। যদি চালক বলের কম্পাঙ্ক অনুনাদ কম্পাঙ্কের

তুলনায় কম বা বেশি হয় তবে কম্পনের বিস্তার কম হয়। যখন অবমন্দন বল কম তখন অনুনাদ কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান। যদি অবমন্দন বল বেশি হয় তবে অনুনাদ কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের চেয়ে কিছু কম হয়।

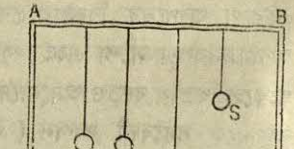


চিত্র 22

22 নং চিত্র থেকে আরও বোঝা যায় যে, যখন অবমন্দন বল কম তখন অনুনাদ তীব্রতর (sharper) হয়। এরূপ ক্ষেত্রে বস্তু নিজস্ব কম্পাঙ্ক ছাড়া অন্য কম্পাঙ্কে সাড়া দেয় না।

1.18. পরবশ কম্পন ও অনুনাদের দৃষ্টান্ত (Examples of forced vibration and resonance) :

একটি যান্ত্রিক ঘটনা থেকে পরবশ কম্পন ও অনুনাদ সহজে বোঝা যায়। দুটি শক্ত খুঁটির সঙ্গে আড়াআড়িভাবে একগাছা রাবারের সুতো (AB) অনুভূমিক ভাবে আটকান হয় এবং এই সুতো থেকে কয়েকটি দোলক (P, Q, R, S) ঝুলিয়ে দেওয়া হয় (চিত্র 23)। P, Q দোলক দ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান এবং R ও S দোলকদ্বয়ের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য P, Q থেকে আলাদা। ধরা যাক, Q দোলককে দোলানো হয়। পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ ক'রে Q এর আন্দোলন রাবারের সুতোতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে এবং P ও Q এর পর্যায়কাল সমান হয়। AB সুতোর কম্পন অন্যান্য দোলকের ধারক বিন্দুতেও পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করে। দেখা যায় যে, P ও Q এর দৈর্ঘ্য এবং পর্যায়কাল অভিন্ন হওয়ায় Q এর দোলন P অবিলম্বে গ্রহণ করে। R ও S দোলকের দৈর্ঘ্য ও পর্যায়কাল আলাদা হওয়ায় প্রথম দিকে এই দুই দোলকের দোলন অনিয়মিত হয় এবং কিছু সময় পরে Q-এর অনুরূপ পর্যায়কাল সহ দুলতে থাকে। P এর দোলন বিস্তার R ও S এর তুলনায় অনেক বেশি হয়। R ও S এর দোলন **পরবশ কম্পনের** এবং P এর দোলন **অনুনাদের** দৃষ্টান্ত। কারণ P দোলকের নিজস্ব কম্পাঙ্ক পরবশ কম্পাঙ্কের সমান। R ও S দোলকের নিজস্ব কম্পাঙ্ক পরবশ কম্পাঙ্কের সমান না হওয়ায় ইহাদের বেলায় **অনুনাদ** সৃষ্টি হয় না।



চিত্র 23

একই কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট দু'টি সুরশলাকার হাতল একটি ফাঁপা কাঠের বাক্সের উপর বসিয়ে একটিকে আঘাত ক'রলে অপরটি বেশ জোরে কাঁপতে থাকে। ইহাও অনুনাদের দৃষ্টান্ত।

1.19. অনুনাদী বায়ুস্তম্ভ (Resonant air column) :

যদি ফাঁপা নলের মুখে কম্পন সৃষ্টি করা হয় তবে নলের বায়ুস্তম্ভে পরবশ কম্পনের উৎপত্তি হয়। এই বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য অনুযায়ী ইহার একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক থাকে। নলের বায়ুস্তম্ভে পরবশ কম্পনের কম্পাঙ্ক যদি বায়ুস্তম্ভের নিজস্ব কম্পাঙ্কের সমান হয় তাহ'লে অনুনাদ সৃষ্টি হয় ও বায়ুস্তম্ভ প্রবলভাবে কাঁপতে থাকে। এই অবস্থায় নলের বায়ুস্তম্ভকে **অনুনাদী বায়ুস্তম্ভ** (*resonant air column*) বলে।

কোন হাল্কা ঝুলন্ত কাঠের সেতু ইহার আকার ইত্যাদির উপর নির্ভর ক'রে একটি নিজস্ব কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হয়। একদল সৈন্য এই সেতুর উপর দিয়ে মার্চ ক'রে গেলে সেতুতে পরবশ কম্পন উৎপন্ন হয় এবং সেতু দুলতে থাকে। সৈন্যদলের পদক্ষেপের কম্পাঙ্ক সেতুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হ'লে অনুনাদ উৎপন্ন হয় এবং সেতু প্রবলভাবে আন্দোলিত হয়। ইহাতে সেতু ভেঙ্গে যেতে পারে। তাই **সৈন্যদলকে কখনও সেতুর উপর দিয়ে মার্চ ক'রতে দেওয়া হয় না।**

1.20. স্বাভাবিক ও পরবশ কম্পনের পার্থক্য (Difference between natural and forced vibration) :

(i) কোন বস্তুর স্বাভাবিক কম্পন হয় ইহার নিজস্ব স্থিতিস্থাপক বলের জন্য। ইহার উপর কোন বাহ্যিক বল ক্রিয়া করে না। কিন্তু বাহ্যিক পর্যাবৃত্ত চালক বলের ক্রিয়ায় কোন বস্তুর পরবশ কম্পন হয়।

(ii) স্বাভাবিক কম্পনের বিস্তার কম কিংবা বেশি যে-কোন মানের হ'তে পারে। যদি অনুনাদ না হয় তবে পরবশ কম্পনের বিস্তার কম হয়। অনুনাদ হ'লে বিস্তার খুব বেশি হয়। অনুনাদ হওয়ার পূর্ব মুহূর্তে পরবশ কম্পনের বিস্তার খুব তাড়াতাড়ি বাড়তে থাকে।

(iii) কোন বস্তুর স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্ক ইহার ভর ও স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে। পরবশ কম্পনের কম্পাঙ্ক প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত চালক বলের কম্পাঙ্কের সমান হয়।

(iv) বাধা বলের ক্রিয়ায় স্বাভাবিক কম্পন ধীরে ধীরে বন্ধ হ'য়ে যায়। কিন্তু পর্যাবৃত্ত চালক বল যত সময় ধ'রে ক্রিয়া করে পরবশ কম্পনও তত সময় ধ'রে চ'লতে থাকে।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. পর্যাবৃত্ত গতি ও কম্পনের পার্থক্য নির্ণয় কর। কোন কম্পনের পর্যায়কাল, কম্পাঙ্ক, বিস্তার ও সাম্য অবস্থান ব'লতে কি বোঝায় ?

Distinguish between 'periodic motion' and vibration. What are meant by time period, frequency, amplitude and mean position of rest of a vibration ?

2. সরল দোলগতি কাকে বলে ? ইহার সহিত সম-বৃত্তগতির সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। সরল দোল গতির (a) বিস্তার, (b) দশা, (c) প্রাথমিক দশা, (d) কৌণিক কম্পাঙ্ক ও (e) পর্যায় কাল ব'লতে কি বোঝায় ? সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার সময়-সরণ সম্পর্ক নির্ণয় কর।

What is S. H. M. ? Explain its relation with uniform circular motion. What are meant by (a) amplitude, (b) epoch, (d) angular frequency and (e) time period of a S. H. M. ? Find the time-displacement relationship of a particle executing S. H. M.

3. 'বৃত্তাকার পথের কোন ব্যাসের উপর সম-বৃত্তগতির অভিক্ষেপ সরল দোলগতি রচনা করে'—পরীক্ষার সাহায্যে কিভাবে এই নীতির সত্যতা নিরূপণ করা যায় ? এই নীতির সাহায্যে সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার সরণ, বেগ ও ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

'The projection of a uniform circular motion on any diameter of the circle executes S. H. M'—How is this principle proved experimentally ? With the help of this principle find the magnitudes of displacement, velocity and acceleration of a particle executing S. H. M.

4. সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার বেগ ও ত্বরণ কিভাবে পরিবর্তিত হয় ? সময়ের সঙ্গে কণার সরণ, বেগ ও ত্বরণের লেখচিত্র অঙ্কন কর ও রাশিগুলির দশা সম্পর্ক আলোচনা কর।

How are velocity and acceleration of a particle executing S. H. M. changed ? Draw graphs showing the relations between time, and displacement, velocity and acceleration of a particle executing S. H. M. Also discuss the phase relationships between the above quantities.

5. নিম্নোক্ত গতিগুলি কি সরল দোল গতি ?

(i) দোলকের গতি, (ii) ঘড়ির 'ব্যালান্স-হুইলের' গতি, (iii) কম্পনশীল সুরশলাকার যে কোন বাহুর গতি, (iv) ভূ-পৃষ্ঠের উপর সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক রাবার বলের উপর নীচ উল্লম্ব গতি ও (v) শঙ্কু দোলকের গতি।

Are the following motions simple harmonic ?

(i) Motion of a pendulum, (ii) Motion of the balance wheel of a watch, (iii) Motion of any arm of a vibrating tuning fork, (iv) The up and down vertical motion of a perfectly elastic rubber ball on the surface of the earth and (v) Motion of a conical pendulum.

6. সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার একক সরণের ফলে উৎপন্ন ত্বরণের সহিত ইহার পর্যায়কালের সম্পর্ক নির্ণয় কর। ইহার সাহায্যে সরল দোলক ও স্প্রিং দ্বারা ঝুলন্ত বস্তুর উল্লম্ব গতির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

Find the relation between time period and the acceleration per unit displacement of a particle executing S. H. M. With the help of it find the time periods of a pendulum and of the vertical motion of a body suspended from a spring.

7. সরল দোলগতিতে কম্পমান কণার মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে প্রমাণ কর। যদি কম্পনের বিস্তার 'a' হয় তবে সরণের কোন্ কোন্ মানের জন্য কণার গতিশক্তি (i) সর্বাধিক, (ii) স্থিতিশক্তির সমান ও (iii) শূন্য হয় ?

Prove that the total energy of a particle executing S. H. M. remains constant. If the amplitude of vibration be 'a' for what values of the displacement the kinetic energy is (i) maximum, (ii) equal to the potential energy and (iii) zero ?

8. দু'টি সরল দোলগতির দশা কখন সমান ও বিপরীত বলা হয় ? লেখচিত্রের সাহায্যে এরূপ দু'টি সরল দোলগতি প্রতিস্থাপনের ফল আলোচনা কর।

When are two simple harmonic motioas in the same phase and in the opposite phase ? Discuss graphically the effect of superposition of two such simple harmonic motions.

9. অনুদৈর্ঘ্য ও তির্যক কম্পন কাকে বলে ? উদাহরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।

What are meant by longitudinal and transverse vibrations ? Explain with examples.

10. স্বাভাবিক কম্পন ও পরবশ কম্পন কাকে বলে ? পরবশ কম্পনের উদাহরণ দাও।

What are meant by natural vibration and forced vibration ? Give examples of forced vibration.

11. কোন বস্তুর কম্পনের শ্রেণীবিভাগগুলি লেখ। কয়েকটি উদাহরণ দাও। স্বাভাবিক ও পরবশ কম্পন ব'লতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা কর। কম্পনকে কখন (i) ক্রান্তিক অবমন্দন ও (ii) অতিমন্দন বলা হয় ?

Name the categories in which the vibrations of an object may be classified. Give some examples. Explain clearly what you mean by free and damped vibration. When is a vibration said to be (i) critically damped and (ii) over damped ?

12. কম্পনের অবমন্দন কি ? ইহা কেন হয় ? স্বাভাবিক কম্পনের বিস্তার ক'মলেও পরবশ কম্পনের বিস্তার অপরিবর্তিত থাকে কিভাবে ? কোন সরল দোলকের অবমন্দন কিভাবে বাড়ানো বা কমানো যায় ?

What is damped vibration ? Why does it happen ? How does the amplitude of forced vibration remain unchanged though the amplitude of free vibration decreases ? Haw is the damping of simple pendulum increased or decreased ?

13. পরবশ কম্পনের বিস্তার পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্কের উপর কিভাবে নির্ভর করে ? অনুনাদ কি ? ইহার কয়েকটি উদাহরণ দাও।

How does the amplitude of forced vibration depend on the frequency of the periodic force ? What is resonance ? Give a few examples of it.

14. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও—

(i) হাল্কা সেতুর উপর দিয়ে মার্চ ক'রে যাওয়া নিষেধ কেন ?

(ii) যদিও কাঠের পিণ্ডবিশিষ্ট দোলকের দোলন শীঘ্র থেমে যায়, কিন্তু একই আকারের লৌহ পিণ্ডবিশিষ্ট দোলক অনেকক্ষণ দোলে। কেন ?

(iii) কোন কম্পমান সুরশলাকাকে টেবিলের উপর ধ'রলে জোড়ে শব্দ শোনা যায় কেন ?

(iv) যদিও সরল দোলকের পর্যায়কাল ইহার পিণ্ডের ভরের উপর নির্ভর করে না, কিন্তু স্প্রিং দ্বারা ঐ পিণ্ডকে ঝুলিয়ে উপর-নীচ আন্দোলিত ক'রলে পর্যায়কাল ইহার ভরের উপর নির্ভর করে। কেন ?

Answer the following questions :

(i) Why do marching men break step when crossing a light bridge ?

(ii) Though the oscillation of a pendulum with a wooden bob stops soon, but that of a pendulum with an iron bob of the same size continues longer. Why ?

(iii) Why does the faint sound from a tuning fork become quite loud on placing the stem upon the top of the table ?

(iv) Though the time period of a simple pendulum does not depend upon the mass of its bob, but when the same bob is suspended by means of a spring and is made to oscillate up and down, the time period depends upon the mass of the bob. Why ?

15. সরল দোলগতির সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। [*H. S.* (new) *1981*]

16. দু'টি একরেখীয় সমদোলনকাল যুক্ত কিন্তু ভিন্ন বিস্তারের সরল দোলগতি একই দশায় থেকে আন্দোলিত হ'লে লব্ধগতি কিরূপ হয় তা লেখচিত্রের সাহায্যে বুঝিয়ে দাও। গতিদ্বয়ের দশা বিপরীত হ'লে কি হয় ? [*H. S.* (new) *1981*]

17. সরল দোলগতি ব'লতে কি বোঝ তা পরিষ্কার ক'রে ব্যাখ্যা কর এবং কি কি শর্তে বস্তুকণা ঐ গতি নির্বাহ ক'রবে তা বিবৃত কর। [*H. S.* (new) *1980*]

18. স্বাভাবিক কম্পন ও পরবশ কম্পন ব'লতে কি বোঝ ? পরবশ কম্পন ও অনুনাদের পার্থক্য আলোচনা কর। [*H. S.* (new) *1978*, *'80*]

19. বেহালার ফাঁপা বাক্সের প্রয়োজনীয়তা কি ? [*H. S.* (new) *1978*]

20. কি শর্তে পরবশ কম্পনের ক্ষেত্রে অনুনাদ সৃষ্টি হয় ? অনুনাদের তীক্ষ্ণতা ব'লতে কি বোঝ ? [*H. S.* (new) *1981*]

21. (a) সরল দোলগতি ব'লতে কি বোঝায় ? একটি কণার সরল দোলগতির জন্য আবশ্যক শর্তগুলি বিবৃত কর।

(b) সরল দোলগতির 'বিস্তার', 'দশা' ও দোলনকাল ব্যাখ্যা কর। [*Tripura H. S. 1979*]

22. (a) সরল দোলগতি কাকে বলে ? (b) সরল দোলকের দোলনকালের সূত্র নির্ণয় কর। (c) একটি ফাঁপা গোলকীয় দোলক পিণ্ডকে যদি পারদ দ্বারা (i) সম্পূর্ণভাবে ভর্তি করা যায়, (ii) অর্ধেক ভর্তি করা যায় তবে দোলনকালের কোন পরিবর্তন হবে কি ?

[*Tripura H. S. 1978*]

23. স্বাভাবিক কম্পন ও পরবশ কম্পন কাকে বলে ? [*Tripura H. S, 1982*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. একটি 2 gm. ভর বিশিষ্ট বস্তু সরল দোলগতিতে দোলে। ইহার বিস্তার 3 cm. ও পর্যায়কাল 6 sec.। (i) সাম্য অবস্থানে ও (ii) সাম্য অবস্থান থেকে 3 cm. দূরে বস্তুর গতিবেগ কত ? (iii) বস্তুর সরণ যখন সর্বোচ্চ তখন বস্তুর ত্বরণ কত ? (iv) বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল সর্বাধিক বলের মান কত ?

A body of mass 2 gm. executes S. H. M. of amplitude 3 cm. and time period 6 sec. What is the speed of the body at the (i) mean position and (ii) at 3 cm. from the mean position ? (iii) What is the magnitude of acceleration of the body at the maximum displacement ? (iv) What is the maximum force acting on the body ? [(i) 3·14 cm/sec. ; (ii) শূন্য ; (iii) 3·2 cm/sec^2 ; (iv) 6·4 dyne (প্রায়)]

2. একটি বস্তু সরলরেখা বরাবর সরল দোলগতিতে দোলে। ইহার পর্যায়কাল 1 sec.। (i) সাম্য অবস্থান থেকে সর্বোচ্চ সরণের অর্ধেক যেতে বস্তুর কত সময় লাগে ? (ii) সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে সর্বোচ্চ সরণের অর্ধেক যেতে বস্তুর কত সময় লাগে ?

A body executes S. H. M. along a straight line with time period 1 sec. What would be the time taken by the body (i) to move from the mean position to half of the maximum displacement and (ii) to move from the extreme position to half of the maximum displacement ? [(i) $\frac{1}{12}$ sec., (ii) $\frac{1}{6}$ sec.]

3. একটি বস্তুর সরল দোলগতির পর্যায়কাল 4 sec. ও বিস্তার 2 cm.। সাম্য অবস্থান অতিক্রম করার 1 sec. পরে বস্তুর দূরত্ব কত হয়?

A body executes linear S. H. M. of time period 4 sec and amplitude 2 cm. At what distance the body will be found 1 sec. after passing through the mean position? [সাম্য অবস্থান থেকে 2 cm.]

4. একটি বস্তুর সরল দোলগতির পর্যায়কাল 10 sec. ও বিস্তার 2 cm.। সাম্য অবস্থান অতিক্রম করার 2·5 sec. পরে বস্তুর গতিবেগ কত?

A body executes linear S. H. M. of time period 10 sec. and amplitude 2 cm. What would be the speed of the body 2·5 sec. after it passes through the mean position? [শূন্য]

5. একটি 10 gm. ভরবিশিষ্ট বস্তুর সরল দোলগতির পর্যায়কাল 3·14 sec. ও বিস্তার 2 cm.। (i) ইহার সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত? (ii) ইহার মোট যান্ত্রিক শক্তি কত?

A body executes linear S. H. M. of time period 3·14 sec. and amplitude 2 cm. (i) What is the maximum value of its kinetic energy? (ii) What is the total mechanical energy of the body? [80 erg]

6. একটি বস্তুর সরল দোলগতির বিস্তার 10 cm.। যখন ইহার দশা (i) 30° (ii) 90° তখন ইহার সরণ কত?

A body executes linear S. H. M. of amplitude 10 cm. What is its displacement (i) when its phase is 30° and (ii) when it is 90°? [(i) 15 cm., (ii) 10 cm.]

7. 4 gm. ভর বিশিষ্ট একটি বস্তুর সরল দোলগতির বিস্তার 5 cm.। যখন ইহার সরণ 2 cm. তখন ইহার ত্বরণ 8 cm./sec². ইহার (i) পর্যায়কাল, (ii) সর্বোচ্চ বেগ, (iii) সর্বোচ্চ ত্বরণ, (iv) মোট যান্ত্রিক শক্তি এবং (v) সাম্য অবস্থান থেকে 2 cm. দূরে স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর।

A body of mass 4 gm. executing S. H. M. has an amplitude 5 cm. and an acceleration 8 cm/sec² when its displacement is 2 cm. What is its (i) time period, (ii) maximum velocity, (iii) maximum acceleration, (iv) total mechanical energy and (v) potential energy when its displacement is 2 cm.?

[(i) 3·14 sec, (ii) 10 cm/sec., (iii) 20 cm/sec², (iv) 200 erg., (v) 32 erg]

8. একটি উল্লম্ব স্প্রিং এর সহিত 200 gm. ভর ঝোলালে ইহা 9·8 cm. প্রসারিত হয়। ইহা দুলতে থাকলে ইহার পর্যায়কাল কত হয়?

When a mass of 200 gm. is attached to a vertical spring, it is stretched by a distance 9·8 cm. If it vibrates what is its period? [0·628 sec.]

9. দু'টি সমান ভরবিশিষ্ট বস্তুকে দু'টি স্প্রিং থেকে ঝোলালে ইহারা 1 ও 2 cm. প্রসারিত হয়। ইহারা দু'লতে থাকলে ইহাদের পর্যায়কালের অনুপাত কত হয়?

Two bodies of equal mass are hung on two springs which are elongated by 1 and 2 cm. respectively. If both vibrate, what will be the ratio of their periods of vibration? [$\sqrt{2} : 1$]

10. দু'টি বস্তুকে একটি স্প্রিং থেকে পর পর ঝুলিয়ে দোলানো হয়। ইহাদের কম্পাঙ্ক 20 ও 40 vib./min.। ইহাদের ভরের অনুপাত কত?

Two bodies are alternately hung on the same spring and set vibrating. Their frequencies are found to be 20 and 40 vibrations per minute. What is the ratio of their masses? [4 : 1]

11. একটি বৃত্তাকার চাকতির ভর 2 Kg. ও ব্যাস 10 cm.। ইহার কেন্দ্রে একটি তার আটকিয়ে ইহাকে ঝোলানো হয়। যদি তারকে মোচড়াতে প্রয়োজনীয় টর্ক 9×10^{-2} নিউটন-মিটার/রেডিয়ান হয় তবে অল্প সরণের দরুন কৌণিক দোলনের পর্যায়কাল কত হয়?

A circular disc of mass 2 Kg. and diameter 10 cm. is suspended by means of a wire attached to its centre. What is the period of angular oscillation for small displacements if the torque required to twist the wire is 9×10^{-2} newton metre/radian? [2·09 sec.]

12. দুটি কণা একই সরলরেখা বরাবর সরল দোলগতিতে দোলে। ইহাদের বিস্তার ও কম্পাঙ্ক সমান। যখন ইহারা বিপরীত দিকে পরস্পরকে অতিক্রম করে তখন ইহাদের সরণ ইহাদের বিস্তারের অর্ধেক হয়। ইহাদের মধ্যে দশা পার্থক্য কত?

Two particles execute S. H. M. of the same amplitude and frequency along the same straight line. They pass one another when going in opposite directions each time, their displacement is half their amplitude. What is the phase difference between them? [120°]

13. একই সরলরেখা বরাবর চলমান দু'টি সাইন সদৃশ গতির বিস্তার 3 ও 4 cm. এবং দশা পার্থক্য $\pi/2$। ইহাদের কম্পাঙ্ক সমান হ'লে এবং ইহারা মিলিত হ'লে লব্ধি গতির বিস্তার কত হয়?

What is the amplitude of resultant motion when two sinusoidal motions having the same frequency and travelling in the same line are combined if their amplitudes are 3 and 4 cm. respectively and they differ in phase by $\pi/2$? [5 cm.]

14. একটি কণা সরলরেখা বরাবর দোলগতিতে চলছে। যখন ইহা মধ্য অবস্থান থেকে 3 ft এবং 5 ft. দূরে তখন ইহার গতিবেগ যথাক্রমে 4 ft./sec. এবং 3 ft./sec.। ঐ সরলদোলগতির বিস্তার কত? ইহার দোলন কাল কত? [*H. S.* (new) *1981*] [3·98 ft.; 6 sec.]

15. একটি পাকানো স্প্রিংকে 5×10^5 dyne বলে টানলে 10 cm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয়। স্প্রিং এর তলায় কত ভর যুক্ত ক'রবে যাতে ভরকে নীচে টেনে ছেড়ে দিলে ভরটি সেকেন্ডে ঠিক 2 বার কম্পন সম্পন্ন করে? কম্পনের বিস্তার যখন 1 cm. তখন সর্বাধিক বেগ কত?

[*Jt. Entrance 1979*] [317 gm.; 12·56 cm/sec.]

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ	তরঙ্গ (WAVES)

2.1. সূচনা ঃ

কোন স্থির জলাশয়ে একখণ্ড পাথর ফেললে আন্দোলন (disturbance) উৎপন্ন হয়। এই আন্দোলন বিস্তার লাভ করে এবং কালক্রমে জলাশয়ের সব অংশে পেঁছে যায়।

যখন পাথর খণ্ড জলে প্রবেশ করে তখন ইহা যে জল কণাগুলিকে স্পর্শ করে তারা গতি লাভ করে। এই জলকণাগুলি আবার ইহাদের সংলগ্ন জলকণাগুলিকে গতি সম্পন্ন ক'রে তোলে। ইহারা আবার ইহাদের সংলগ্ন জলকণাগুলিকে গতি সম্পন্ন ক'রে তোলে এবং এইরূপ চ'লতে থাকে যে পর্যন্ত না আন্দোলন জলাশয়ের কিনারায় পেঁছায়। এই আন্দোলনের দরুন কোন কণাই ইহার স্বাভাবিক অবস্থান থেকে খুব বেশি দূরে যায় না। শুধুমাত্র আন্দোলন জলে অগ্রসর হয়। কোন লম্বা স্প্রিং কুণ্ডলীতে উৎপন্ন তরঙ্গ লক্ষ্য ক'রলেও এইরূপ দেখা যায়। তরঙ্গ যখন স্প্রিং বরাবর যায় তখন মুহূর্তের জন্য স্প্রিং এর প্রত্যেকটি পাকের অনুভূমিক দিকে সরণ ঘটে এবং প্রত্যেকটি পাক শক্তি হারিয়ে পুনরায় স্বস্থানে ফিরে আসে। এরূপ আচরণ সব ধরনের তরঙ্গগতিরই বৈশিষ্ট্য। কণাগুলি ইহাদের স্বাভাবিক অবস্থান থেকে অল্প দূরত্ব যায়। ইহাতে মাধ্যমে তরঙ্গ বিস্তার লাভ করে। **যে আন্দোলল কোন মাধ্যম দিয়ে এমনভাবে যায় যে, কোন বিন্দুতে সরণ (অথবা অপর কোন চর রাশি) সময়ের অপেক্ষক (*function*) এবং কোন সময়ে সরণ ঐ বিন্দুর অবস্থানের অপেক্ষক তাকে তরঙ্গ বলে।** এরূপ তরঙ্গকে আবার **চল তরঙ্গও** (*Progressive wave*) বলা হয়।

মাধ্যমের বিভিন্ন অংশের মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়ার দরুন তরঙ্গ বিস্তার লাভ করে। কাজেই, এরূপ তরঙ্গ শুধুমাত্র **স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে** বিস্তার লাভ ক'রতে পারে। যদি কোন মাধ্যমের কণাগুলি পরস্পর নিরপেক্ষ হয় তবে ঐ মাধ্যমে তরঙ্গের বিস্তার ঘটতে পারে না।

উদাহরণ স্বরূপ, তরঙ্গ প্রবাহের দরুন স্প্রিং এর যে পাকগুলির সরণ হয় তারা যদি তির্যক বল দ্বারা তাদের সংলগ্ন অপর পাকগুলিকে সঙ্গে না নেয় এবং দ্বিতীয়োক্ত পাকগুলি যদি প্রথমোক্ত পাকগুলিকে টেনে ধ'রে রাখে তাহ'লে স্প্রিং-এ তরঙ্গ উৎপন্ন হয় না। সেক্ষেত্রে স্প্রিং মাধ্যম শুধুমাত্র বিভাজিত (disintegrated) হ'য়ে পড়ে।

উপরে যে তরঙ্গ বিষয়ে আলোচনা করা হ'ল তাকে যান্ত্রিক তরঙ্গ (mechanical wave) বলে। এরূপ তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলির অবস্থান পর্যায়ক্রমে পরিবর্তিত

হয়। কিন্তু আলোক তরঙ্গ, বেতার তরঙ্গ ইত্যাদি তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গে মাধ্যমের কণার সরণ হয় না। এরূপ তরঙ্গে কোন মাধ্যমের বা শূন্য মাধ্যমের বিভিন্ন স্থানে তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য পর্যায়ক্রমে পরিবর্তিত হয়। কোন ধাতব দণ্ডের একপ্রান্ত পর্যায়ক্রমে গরম ও ঠাণ্ডা ক'রে ইহাতে উষ্ণতা-তরঙ্গ (temperature wave) উৎপন্ন করা যায়। এরূপ ক্ষেত্রেও মাধ্যমের উষ্ণতায় পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন হয়, কিন্তু কণার অবস্থান তরঙ্গের সমান পর্যায়ে পরিবর্তিত হয় না।

2.2. তরঙ্গের প্রকারভেদ (Different forms of waves) :

উপরের উদাহরণগুলিই চল তরঙ্গের দৃষ্টান্ত। প্রথম উদাহরণে তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখের লম্বভাবে মাধ্যমের কণার সরণ হয়। এরূপ তরঙ্গকে **তির্যক তরঙ্গ** (*transverse wave*) বলে। দ্বিতীয় উদাহরণে তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখের দিকে মাধ্যমের কণার সরণ হয়। এরূপ তরঙ্গকে **অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ** (*longitudinal wave*) বলে। তাছাড়া প্রায়শই তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সমবায়ে উৎপন্ন তরঙ্গ দেখা যায়। তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য উভয় তরঙ্গেই নীচের বৈশিষ্ট্যগুলি লক্ষ্য করা যায়—

(i) মাধ্যমের কোন বিন্দুকে আন্দোলিত ক'রে যে শক্তি সরবরাহ করা হয় তা মাধ্যমের অপর বিন্দুগুলিতেও পৌঁছায়। কিন্তু মাধ্যমের কোন অংশই ইহার স্বাভাবিক অবস্থান থেকে স্থায়িভাবে অন্য স্থানে চ'লে যেতে পারে না। **মাধ্যমে যা বিস্তার লাভ করে তা আন্দোলন এবং এই আন্দোলনকেই তরঙ্গ বলা হয়।**

(ii) পর পর কণাগুলি তরঙ্গগতির অভিমুখের লম্বভাবে বা সমান্তরালে দুলতে থাকে।

2.3. কয়েকটি সংজ্ঞা (Some definitions) :

(i) চল তরঙ্গ (*Progressive wave*) : **যে আন্দোলন বিস্তার লাভ ক'রে শক্তিকে মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে নিয়ে যায় কিন্তু মাধ্যমের কোন অংশের স্থায়ী সরণ ঘটায় না তাকে চল তরঙ্গ বলে।**

(ii) তির্যক তরঙ্গ (*Transverse wave*) : **যে তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলি তরঙ্গ গতির অভিমুখের লম্বভাবে কাঁপে তাকে তির্যক তরঙ্গ বলে।**

(iii) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (*Longitudinal wave*) : **যে তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলি তরঙ্গ গতির অভিমুখে কাঁপে তাকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে।**

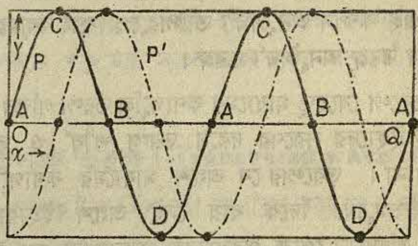
2.4. তির্যক তরঙ্গের দৃষ্টান্ত (Examples of transverse waves) :

এই তরঙ্গ সহজে দেখতে পাওয়া যায় না। একটি লম্বা ঝুলন্ত দড়ির মুক্ত প্রান্তকে ধ'রে দড়ির দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে নাড়ালে কম্পন তরঙ্গাকারে দড়ির অপর

প্রান্তের দিকে অগ্রসর হয় (চিত্র 24)। একটি তারের দুই প্রান্তকে দুটি খুঁটোয় বেঁধে ইহার কোন অংশকে তুলে ছেড়ে দিলে বা ইহার কোন অংশে আঘাত ক'রলে তির্যক কম্পন উৎপন্ন হয়।



চিত্র 24



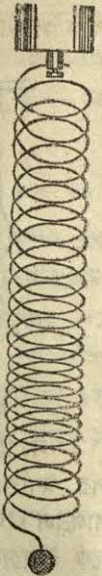
চিত্র 25

25 নং চিত্রে তির্যক তরঙ্গের প্রকৃতি দেখানো হ'য়েছে। চিত্রে OQ সরল রেখার উপর অবস্থিত বিন্দুগুলি কণাসমূহের স্বাভাবিক অবস্থান সূচিত করে। এই কণাগুলি OQ সরল রেখার উপর-নীচে সরল দোলগতিতে কাঁপে। OQ সরল রেখা থেকে ইহাদের দূরত্বই ইহাদের সরণ (y) নির্দেশ করে। কোন মুহূর্তে ধরা যাক কণাগুলি P লেখ দ্বারা নির্দেশিত অবস্থানে আছে। এরূপ অবস্থানে A ও B কণাগুলির সরণ শূন্য, C কণাগুলির সরণ সর্বোচ্চ ধনাত্মক ও D কণাগুলির সরণ সর্বোচ্চ ঋণাত্মক হয়। C ও D কণাগুলির সরণ সর্বোচ্চ হওয়ায় ইহাদের বেগ শূন্য হয়; কিন্তু ইহাদের ত্বরণ OQ সরল রেখায় অবস্থিত ইহাদের সাম্য অবস্থান অভিমুখী হয়। A ও B কণাগুলির বেগ যথাক্রমে নীচের দিকে ও উপর দিকে। সরল দোলগতির জন্য C ও D কণাগুলি ক্রমশ ইহাদের সাম্য অবস্থানে অর্থাৎ OP সরল রেখায় ফিরে আসে। কিন্তু A কণাগুলি সর্বোচ্চ ঋণাত্মক সরণে ও B কণাগুলি সর্বোচ্চ ধনাত্মক সরণে যায়। ফলে তরঙ্গ P অবস্থান থেকে P' অবস্থানে সরে যায়। কাজেই, কণাগুলি যত কাঁপতে থাকে তরঙ্গও তত X-অক্ষ বরাবর বাম দিক থেকে ডান দিকে অগ্রসর হয়। সরণ-সময় লেখ আঁকলে ইহা সাইন-লেখর ন্যায় আকৃতি বিশিষ্ট হয়।

অনুভূমিকভাবে প্রবাহিত তির্যক তরঙ্গের যে অংশ অনুভূমিক রেখার উপর দিকে থাকে তাকে **তরঙ্গ শীর্ষ** (*Wave crest*) এবং যে অংশ নীচের দিকে থাকে তাকে **তরঙ্গ পাদ** (*Wave trough*) বলে। **একটি তরঙ্গ শীর্ষ ও একটি তরঙ্গ পাদ একসঙ্গে একটি তরঙ্গ গঠন করে।** সমান সময় অবকাশে নির্দিষ্ট সংখ্যক পর পর আগত সদৃশ তরঙ্গগুলিকে Wave trains বা **তরঙ্গ শ্রেণী** বলে। সাম্য অবস্থান থেকে সমান দূরত্বে একটি তরঙ্গ শীর্ষে ও একটি তরঙ্গ পাদে অবস্থিত কণাগুলির বিপরীত দিকে সরণ হয়। এই কণাগুলি **বিপরীত দশায়** আছে বলা হয়। 25 নং চিত্রে তরঙ্গের P অবস্থানে C কণাগুলি তরঙ্গ শীর্ষে ও D কণাগুলি তরঙ্গ পাদে আছে।

2.5. অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের দৃষ্টান্ত (Examples of longitudinal waves) ঃ

একটি খাড়া ঝুলন্ত স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে ভার চাপানো হয় (চিত্র 26)। এই ভারকে নীচের দিকে কিছুটা টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়। স্প্রিং-এর পাকগুলি ইহার দৈর্ঘ্য বরাবর কাঁপতে থাকে। এই কম্পন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গরূপে স্প্রিং বরাবর প্রবাহিত হয়। **শব্দ তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।**



চিত্র 26

এই তরঙ্গে যেহেতু মাধ্যমের কণাগুলি তরঙ্গ গতির অভিমুখে কাঁপে তাই ইহাদের সরণের দরুন তরঙ্গ শীর্ষ ও তরঙ্গ পাদ উৎপন্ন হয় না। তরঙ্গের যে অংশে মাধ্যমের কণাগুলি তরঙ্গ গতির অভিমুখের দিকে যায় সেই অংশে ইহারা ইহাদের স্বাভাবিক অবস্থান থেকে পরস্পরের কাছাকাছি হয় ও **ঘনীভবন** (*condensation*) উৎপন্ন হয়। এই অংশে মাধ্যমের স্তর সংকুচিত হয়। তরঙ্গের যে অংশে মাধ্যমের কণাগুলি তরঙ্গ গতির অভিমুখের বিপরীত দিকে যায় সেই অংশে ইহারা ইহাদের স্বাভাবিক অবস্থান থেকে দূরে সরে যায় ও **তনুভবন** (*rarefaction*) উৎপন্ন হয়। এই অংশে মাধ্যমের স্তর প্রসারিত হয়। **একটি ঘনীভবন ও একটি তনুভবন একসঙ্গে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ গঠন করে।**

2.6. তরঙ্গের প্রকার ভেদের কারণ (Reasons for different forms of waves) ঃ

কোন মাধ্যমে কণার কম্পনের দরুন উৎপন্ন তরঙ্গ তির্যক না অনুদৈর্ঘ্য হবে তা নির্ভর করে মাধ্যমের প্রকৃতির উপর। কারণ, কম্পমান কণা ইহার সংলগ্ন কণাকে কোন্ দিকে কাঁপতে বাধ্য ক'রবে তা নির্ভর করে মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের উপর। কোন প্রবাহী মোচড় পীড়ন সহ্য ক'রতে না পারায় ইহার একটি স্তরের কোন অভিমুখে সরণ ঘটলে এই স্তরের সমান্তরাল স্তরের সরণ ঐ একই অভিমুখে ঘটে না। তাই **কোন প্রবাহীতে তির্যক তরঙ্গ উৎপন্ন হয় না।** প্রবাহী কিন্তু ইহার আয়তন পরিবর্তন ক'রতে দিতে চায় না। সুতরাং কোন দিকে প্রবাহীর কোন স্তরের উপর হঠাৎ সংকোচন বা প্রসারণ আরোপ করা হ'লে ঐ সংকোচন বা প্রসারণ প্রযুক্ত বলের দিকে সমান্তরাল স্তরে প্রবাহিত হয়। কাজেই, **গ্যাসে বা তরলে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ উৎপন্ন হ'তে পারে।**

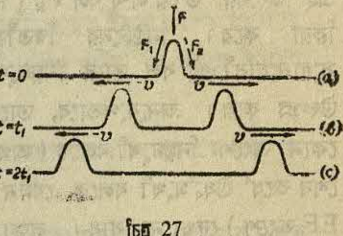
কঠিন পদার্থ ইহার সাইজ এবং আকারের পরিবর্তনকে বাধা দেয়। সুতরাং কঠিন পদার্থের কোন কণাকে আন্দোলিত ক'রলে ঐ কণা ইহার গতির অভিমুখের লম্বভাবে বা সমান্তরালে অবস্থিত কণার সরণ ঘটায়। **তাই কঠিন পদার্থে তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য উভয় প্রকার তরঙ্গই উৎপন্ন হ'তে পারে।**

যদি কোন মাধ্যমে যান্ত্রিক তির্যক তরঙ্গ উৎপন্ন হয় তবে ইহাতে মোচড় পীড়ন সৃষ্টি হয়। তাই বিস্তৃত কঠিন মাধ্যমে তির্যক তরঙ্গকে **মোচড় তরঙ্গ** (*Shear wave*) বলে।

যখন আন্দোলিত কণার সরণ কম হয় তখন প্রত্যর্পণকারী বল সরণের সমানুপাতিক হয় এবং কণার সাম্য অবস্থানের দিকে ক্রিয়া করে। এই অবস্থায় কণার গতি সরল দোলগতি হয়। এরূপ তরঙ্গকে **সরল দোল তরঙ্গ** (*simple harmonic waves*) বলে। এই পুস্তকে শুধুমাত্র সরল দোল তরঙ্গ সম্পর্কে আলোচনা করা হ'য়েছে।

* 2.7. তারে তির্যক তরঙ্গ (Transverse wave in a wire) ঃ

ধরা যাক, কোন লম্বা তারকে টান (T) দ্বারা প্রসারিত করা হয়। এই তারের একটি ক্ষুদ্র অংশের উপর হঠাৎ তির্যক সরণ [চিত্র 27 (*a*)] আরোপ ক'রলে ঐ অংশ ইহার সংলগ্ন অংশের উপর তির্যক বল প্রয়োগ ক'রে সরণ উৎপন্ন ক'রতে চায় এবং নিজে স্বাভাবিক অবস্থানে ফিরে যেতে চায়। ইহাতে ঐ অংশ থেকে প্রত্যেক দিকে একটি আন্দোলন (pulse) বিস্তার লাভ করে। কিছু সময় (t_1) পরে দু'টি আন্দোলন 27 (*b*) চিত্রের ন্যায় হয় এবং $2t_1$ সময় পড়ে 27 (*c*) চিত্রের ন্যায় হয়। তার বরাবর আন্দোলনের গতিবেগ তারের অবস্থার উপর নির্ভর করে।



চিত্র 27

এখন ব্যাপারটা একটু ভাল ক'রে বোঝা যাক যে ঠিক কি কারণে তারের ন্যায় একটি স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের যদি উল্লম্ব দিকে সরণ হয় তবে আন্দোলন উৎপন্ন হয় এবং ঐ আন্দোলন তার বরাবর তির্যকভাবে অগ্রসর হয়। আমরা শুধুমাত্র তার বরাবর নীচের দিকে প্রবাহিত আন্দোলনের কথাই আলোচনা ক'রব। নীচের শর্তগুলির উপর নির্ভর ক'রে এরূপ আন্দোলন উৎপন্ন হয়।

(i) তার বরাবর ক্রিয়াশীল বল থাকতে হয় যাতে আন্দোলন অগ্রসর হ'লে সরণ উৎপন্ন হয়।

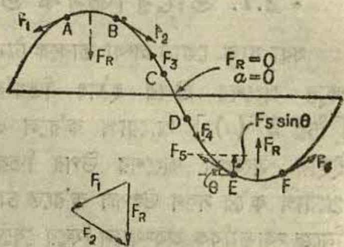
(ii) তারকে স্থিতিস্থাপক হ'তে হয় যাতে তার বরাবর প্রবাহিত তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন পীড়নের জন্য তার ছিঁড়ে না যায় এবং তারের দূরতম প্রান্ত এইরূপ দৃঢ় না হয় যাতে ইহা তরঙ্গের কাছে নমনীয় (yield) না হ'তে পারে।

(iii) তারের জড়তা থাকতে হয় যাতে ইহা সাম্য অবস্থায় ফিরলে ইহার গতি না থেমে সাম্য অবস্থা পেরিয়ে যায় এবং সরল দোলগতিতে পরিণত হয়।

তারের শক্তিকে অপসারিত করার ব্যবস্থা থাকলে এই দোলগতি থেমে যায়। তার বরাবর যে ক্রিয়াশীল বলগুলি (28 নং চিত্রের F_1 থেকে F_6) তারকে প্রসারিত

ও সংকুচিত ক'রতে চায় সেই বলগুলিই তার থেকে শক্তি অপসারিত করার ব্যবস্থা করে। তারের যে অংশ আন্দোলনের উৎসের কাছে থাকে সেই অংশ ইহার সংলগ্ন অংশের উপর কার্য সম্পন্ন ক'রে (ধরা যাক প্রসারিত ক'রে) শক্তি হস্তান্তরিত করে। শক্তি হস্তান্তরিত হ'য়ে গেলে উপর দিকে আন্দোলন দ্বারা গঠিত তরঙ্গশীর্ষ (wave crest) বিনষ্ট হয় এবং তার প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসতে চায়। কিন্তু স্থিতিস্থাপকতার জন্য ইহা সাম্য অবস্থান পার হ'য়ে নীচের দিকে তরঙ্গশীর্ষ গঠন করে। এই তরঙ্গ শীর্ষ তখন তারের পরবর্তী অংশে স্থানান্তরিত হয়।

28 নং চিত্রে এই প্রক্রিয়া দেখানো হ'য়েছে। এই চিত্রে তারের AB অংশের উপরদিকে বিকার উৎপন্নকারী বল তার বরাবর ক্রিয়াশীল বল F_1 ও F_2 দ্বারা প্রশমিত হয়। ইহাতে AB অংশের উপর দিকে অগ্রসর হওয়া বন্ধ হয়। F_1 ও F_2 বলদ্বয় পরস্পরের বিপরীতমুখী না হওয়ায়, তারের এই অংশের উপর লব্ধ বল F_R (চিত্র 28) ক্রিয়া করে। নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রানুযায়ী এই বল তারে নিম্নমুখী ত্বরণ উৎপন্ন করে। অনুরূপভাবে, তারের যে কোন অংশে নিম্নমুখী বলকে (অথবা চক্রের শেষ অর্ধে ঊর্ধ্বমুখী বলকে, যেমন তারের EF অংশে) দেখানো যায়। লক্ষ্য করা দরকার যে, তারের CD অংশে F_3 ও F_4 বলদ্বয় বিপরীতমুখী হওয়ায় পরস্পরকে প্রশমিত করে। কাজেই, এই অংশে কোন বল ক্রিয়া করে না এবং কোন ত্বরণ থাকে না।



চিত্র 28

তার বরাবর ক্রিয়াশীল বলগুলির (28 নং চিত্রে যেমন F_5 বল) যে কোন বিন্দুতে উল্লম্ব উপাংশ থাকায় আন্দোলন দ্বারা শক্তি তার বরাবর স্থানান্তরিত হয়। F_5 বলের উল্লম্ব উপাংশ $= F_5 \sin\theta$; F_5 বলের ক্রিয়া রেখা ও অনুভূমিক রেখার মধ্যবর্তী কোণ $= \theta$। এই বল উপর দিকে ক্রিয়া করে এবং ইহার প্রভাবে E বিন্দুতে একটি কণা v বেগে উপর দিকে যায়। E বিন্দুতে কণাটি t সময়ে vt দূরত্ব যাওয়ায় তারের সংলগ্ন (adjacent) অংশ দ্বারা ঐ কণার উপর কৃত কার্য $W = (F_5 \sin\theta) \times (vt)$। কাজেই তারের প্রত্যেক কণা ইহার সংলগ্ন কণার উপর কার্য সম্পন্ন করে। এইভাবে আন্দোলন দ্বারা তারে আরোপিত শক্তি তার বরাবর প্রবাহিত হয় এবং তারটি কালক্রমে সাম্য অবস্থানে ফিরে আসে।

2·8. তরঙ্গের ধর্ম সম্পর্কিত কয়েকটি রাশি ও ইহাদের সংজ্ঞা (Some terms relating to wave properties and their definitions) ঃ

তরঙ্গের দ্রুতি (*Speed of the wave*) ঃ একক সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব যায় তাকে ইহার দ্রুতি বলে।

তরঙ্গের দশা (*Phase of the wave*) ঃ কোন মাধ্যমে তরঙ্গ গেলে ঐ মাধ্যমের কণাগুলি ইহাদের সাম্য অবস্থানের উপর একইভাবে আন্দোলিত হয় ; কিন্তু ইহারা অনুরূপ অবস্থানে বিভিন্ন সময়ে পৌঁছায়। এই আপেক্ষিক অবস্থানগুলি তরঙ্গ-গতির দশা নির্দেশ করে।

তরঙ্গের কম্পাঙ্ক (*Frequency of wave*) ঃ প্রতি একক সময়ে যতগুলি তরঙ্গ কোন বিন্দু অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ গতির কম্পাঙ্ক বলে।

তরঙ্গের পর্যায়কাল (*Time period of the wave*) ঃ একটি পূর্ণ তরঙ্গের কোন বিন্দু অতিক্রম ক'রতে যত সময় লাগে তাকে তরঙ্গগতির পর্যায়কাল বলে।

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (*Wave length*) ঃ তরঙ্গ প্রবাহের দিক্ বরাবর পর পর দু'টি সমদশা সম্পন্ন কণার মধ্যবর্তী দূরত্বকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে।

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেলায় ইহার গতির সমান্তরাল সরল রেখায় পরপর যে দুই বিন্দুতে ঘনীভবন সর্বাধিক সেই দুই বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব ইহার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান হয়। তির্যক তরঙ্গের বেলায় পর পর দুই তরঙ্গ শীর্ষ বা তরঙ্গ পাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান হয়।

বিস্তার (*Amplitude*) ঃ সাম্য অবস্থান থেকে কণার সর্বোচ্চ সরণকে তরঙ্গের **বিস্তার** বলে।

সরণ ছাড়াও অন্যান্য রাশি দ্বারা তরঙ্গ বর্ণনা করা যায়। সেই সব ক্ষেত্রে স্বাভাবিক অবস্থা থেকে ঐ রাশির সর্বোচ্চ পরিবর্তনই বিস্তার।

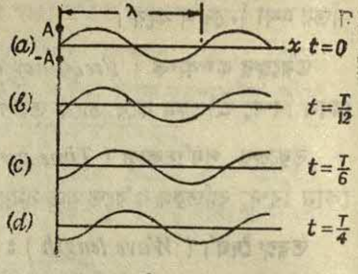
তরঙ্গ মুখ (*Wave front*) ঃ ত্রিমাত্রিক তরঙ্গে যে বিন্দুগুলির দশা সমান সেই বিন্দুগুলি দিয়ে যায় এরূপ তলকে তরঙ্গ মুখ (wave front) বলে। দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের বেলায় তরঙ্গ মুখ একটি অবিচ্ছিন্ন রেখা হয়। তরঙ্গমুখের বেগকেই **তরঙ্গ বেগ** বলে। যে মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ সর্বদিকে সমান সেই মাধ্যমে তরঙ্গ মুখ প্রবাহ অভিমুখের অভিলম্ব হয়।

এখানে একটা কথা বলা দরকার যে, তরঙ্গ এক মাধ্যম থেকে অপর মাধ্যমে গেলে ইহার দ্রুতির পরিবর্তন হয়। এক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু তরঙ্গ দৈর্ঘ্য দ্রুতির পরিবর্তন অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়।

2.9. তরঙ্গ বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between wave velocity, frequency and wave length) ঃ

প্রসারিত তারের এক প্রান্ত সরল দোলগতিতে কাঁপতে থাকলে ঐ তার বরাবর দোল তরঙ্গ (harmonic wave) প্রবাহিত হয়। 29 নং চিত্রে প্রসারিত তারের

$x=0$ প্রান্ত A বিস্তার ও n কম্পাঙ্কে কাঁপে। একটি তরঙ্গ v বেগে ঐ তার বরাবর প্রবাহিত হয়। তারের প্রত্যেকটি কণা একটি সাধারণ কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে দোলে, কিন্তু পরবর্তী কণার সঙ্গে ইহার দশা পার্থক্য থাকে। $x=0$ থেকে $x=\lambda$ দূরত্বের মধ্যে পর পর কণাগুলি সব দশা পার্থক্য অতিক্রম করে এবং অবশেষে প্রাথমিক দশায় ফিরে আসে। $x=0$ তে সরল দোল কম্পন ঘটতে থাকায় তার বরাবর তরঙ্গগুলি ডান দিকে অগ্রসর হয়। তারের প্রত্যেকটি কণা তরঙ্গগতির অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে কাঁপতে থাকে। তাই এই তরঙ্গকে তির্যক তরঙ্গ বলে। তির্যক তরঙ্গের জন্য মাধ্যমে মোচড় বল (Shering force) থাকা প্রয়োজন। কাজেই, **যে মাধ্যম মোচড় পীড়ন ধারণ ক'রতে পারে সেই মাধ্যমে তির্যক তরঙ্গ প্রবাহিত হ'তে পারে।**



চিত্র 29

যদি কোন তরঙ্গের পর্যায়কাল T এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হয় তবে ঐ তরঙ্গ T সময়ে λ দূরত্ব যায়। তাহ'লে

$$\text{গড় বেগ } (v)=\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}\text{। অতএব, } v=\frac{\lambda}{T}\text{।}$$

আবার যদি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক n হয় তবে $n=\frac{1}{T}$।

$$\text{অতএব, } v=n\lambda \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6)$$

রশ্মি (*Ray*) ঃ তরঙ্গ মুখের উপর অঙ্কিত অভিলম্বকে রশ্মি বলে। তরঙ্গের শক্তি এই রশ্মি বরাবর প্রবাহিত হয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. জলে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 500 cm. এবং গতিবেগ 1,50,000 cm./sec.। শব্দের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ কম্পাঙ্ক $n=\frac{v}{\lambda}=\frac{1,50,000}{500}=300$ vib./sec.।

2. দু'ই সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 256/sec. ও 512/sec.। ঐ সুরশলাকাদ্বয় দ্বারা বায়ুতে উৎপন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনা কর।

সমাধান ঃ ধরা যাক, বায়ুতে তরঙ্গের গতিবেগ $=v$ cm/sec.।

আমরা জানি যে, $v=n\lambda$।

যদি সুরশলকাদ্বয় দ্বারা বায়ুতে উৎপন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 হয় তবে, $v=n_1\lambda_1=n_2\lambda_2$।

কাজেই, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{515}{256}=\frac{2}{1}$।

3. যদি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য A মাধ্যমে 2 cm. এবং B মাধ্যমে 3 cm. হয় তবে ঐ দুই মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ তুলনা কর।

সমাধান : যদি শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক n/sec. এবং A ও B মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হয় তবে,

$v_1 = n\lambda_1$ এবং $v_2 = n\lambda_2$, λ_1 ও λ_2 যথাক্রমে A মাধ্যমে এবং B মাধ্যমে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

অতএব, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{2}{3}$ ।

4. কাচে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 200 cm.। যদি ঐ শব্দ বায়ুতে প্রবাহিত হয় তবে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত হয়? শব্দ তরঙ্গের বেগ কাচে 5100 m./sec. এবং বায়ুতে 330 m./sec.।

সমাধান : আমরা জানি যে, $v = n\lambda$। মনে করি v_g = কাচে বেগ, v_a = বায়ুতে বেগ,

এক্ষেত্রে $v_g = 5100 \times 100$ cm./sec.।

অতএব, $5100 \times 100 = n \times 200$

অথবা, $n = \frac{5100}{2}$

আবার, $v_a = n\lambda_a$ ।

অতএব, বায়ুতে তরঙ্গ $= \frac{v_a}{n} = \frac{330 \times 100 \times 2}{5100} = 12{\cdot}94$ cm.

5. কোন সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 512 Hz। ঐ সুরশলাকার 40 বার কম্পনে যে সময় লাগে সেই সময়ে শব্দ বায়ুতে 20 m. যায়। বায়ুতে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : 40 বার কম্পনে যে সময় লাগে সেই সময়ে শব্দ 20 m. বা 20×100 cm. যায়। কাজেই, একবার কম্পনের সময়ে শব্দ যায় $\frac{20 \times 100}{40} = 50$ cm.।

সুতরাং, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 50$ cm.। আবার শব্দের বেগ $v = n\lambda$ এবং এক্ষেত্রে $n = 512$ Hz। কাজেই,

$v = 512 \times 50$ cm./sec.

$= 256$ m./sec.।

2.10. গোলীয় তরঙ্গ (Spherical waves) ঃ

যদি কোন সমসত্ত্ব মাধ্যমের কোন বিন্দুতে আন্দোলন উৎপন্ন হয় তাহ'লে উহা চারদিকে সমান বেগে বিস্তার লাভ করে। উৎস থেকে সমান দূরত্বে কণাগুলি একই দশায় কাঁপতে থাকে। সুতরাং তরঙ্গ-মুখ গোলীয় হয়। এই ধরনের তরঙ্গকে **গোলীয় তরঙ্গ** বলে।

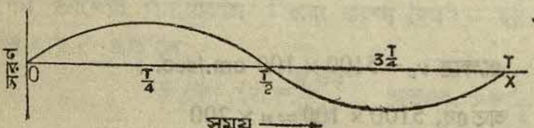
2.11. সমতল তরঙ্গ (Plane waves)

যে তরঙ্গের তরঙ্গ-মুখ সমতল তল তাকে **সমতল তরঙ্গ** বলে।

দূরবর্তী কোন উৎস থেকে আগত তরঙ্গ-মুখের অল্প পরিসরকে ব্যবহারিক ভাবে সমতল তরঙ্গ-মুখ ধরা যেতে পারে।

2.12. তরঙ্গ আকৃতি (Wave form) ঃ

সমগ্র দোলন কালে কোন কণার বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন সরণ নির্ণয় ক'রে সময়-সরণ লেখ অংকন ক'রলে সাইন লেখ পাওয়া যায় (চিত্র 30)। কাজেই, যদি কোন



চিত্র 30

মাধ্যমে তরঙ্গ প্রবাহিত হয় তবে ঐ মাধ্যমের কোন কণার সময়-সরণ লেখই হয় কোন মুহূর্তে **তরঙ্গ আকৃতি**।

2.13. চল তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of progressive wave motion)

(i) একটি মাধ্যমের কোন অংশের অবিচ্ছিন্ন কম্পনের দরুন চল তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এই চল তরঙ্গের বেগ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ও ঘনত্বের উপর নির্ভর করে।

(ii) মাধ্যমের প্রত্যেক কণা একই রকমের কম্পাংক ও বিস্তারে একই ধরনের গতিতে কাঁপতে থাকে।

(iii) প্রবাহরেখা বরাবর এক কণার দশা পরবর্তী কণায় প্রবাহিত হয়। প্রবাহরেখা বরাবর যে-কোন দুই কণার দশা প্রভেদ ইহাদের মধ্যবর্তী দূরত্বের সমানুপাতিক হয়।

(iv) মাধ্যমে বার বার সংঘটিত আন্দোলনই চল তরঙ্গ। কোন মুহূর্তে কণাগুলির স্থান-সরণ লেখ একটিমাত্র কণার সময়-সরণ লেখর সঙ্গে মিলে যায়।

(v) চল তরঙ্গ রশ্মি বরাবর শক্তি বহন করে, কিন্তু মাধ্যমের কোন কণার স্থায়ী সরণ হয় না।

(vi) মাধ্যমে তরঙ্গ বিস্তার লাভ ক'রলে ইহার প্রত্যেক বিন্দুর চাপ ও ঘনত্বের পরিবর্তন একই রকম হয়।

2.14. তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের তুলনা (Comparision of transverse and longitudinal waves)

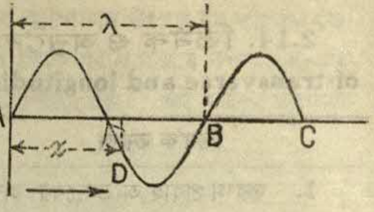
তির্যক তরঙ্গ	অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ
1. তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখের লম্ব-ভাবে মাধ্যমের কণাগুলির কম্পন হয়।	1. তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখ বরাবর মাধ্যমের কণাগুলির কম্পন হয়।
2. শুধুমাত্র কঠিন পদার্থে উৎপন্ন হয়। তরলে বা গ্যাসে উৎপন্ন হয় না।	2. কঠিন, তরল ও গ্যাসে উৎপন্ন হয়।
3. একটি তরঙ্গ শীর্ষ ও একটি তরঙ্গ পাদ একসঙ্গে একটি পূর্ণ তির্যক তরঙ্গ গঠন করে।	3. একটি ঘনীভবন ও একটি তনুভবন একসঙ্গে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ গঠন করে।
4. সমবর্তন (Polarisation) হয়।	4. সমবর্তন হয় না।
5. কোন তার বরাবর বেগ তারের টান ও একক দৈর্ঘ্যের ভরের উপর নির্ভর করে।	5. কঠিন পদার্থে বেগ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ও ঘনত্বের উপর নির্ভর করে। কঠিন পদার্থে তির্যক তরঙ্গের বেগের চেয়ে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ বেশি হয়।

2.15. চল তরঙ্গের সমীকরণ (Equation of progressive wave)

তরঙ্গের সমীকরণ ব'লতে মাধ্যমের কোন বিন্দুর স্থানাঙ্ক, সময় ও ঐ বিন্দুতে কণার সরণের সম্পর্ক বোঝায়।

আমরা জানি যে, মাধ্যমের কণাগুলি সরল দোলগতিতে কাঁপলে চল তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। যখন এই চল তরঙ্গ মাধ্যম দিয়ে যায় তখন মাধ্যমের কণাগুলি সরল দোলগতিতে কাঁপে। যেহেতু এক কণা থেকে পরবর্তী কণায় আন্দোলন পৌঁছাতে নির্দিষ্ট সময় লাগে তাই তরঙ্গের অভিমুখ বরাবর কণাগুলির দশা ক্রমশ ক'মতে থাকে। তরঙ্গ বামদিক থেকে ডান দিকে গেলে বাম দিকের কোন কণা যখন আন্দোলিত হয় তার কিছু সময় পরে ডান দিকের কণা আন্দোলিত হয়, ফলে ইহাদের মধ্যে দশা পার্থক্য উৎপন্ন হয়। এইরূপে যতই ডান দিকে যাওয়া যায় ততই আন্দোলন পর পর ডান দিকের কণাগুলিতে সঞ্চারিত হয় এবং পাশাপাশি দু'টি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য উৎপন্ন হয়।

ধরা যাক একটি চল তরঙ্গ A বিন্দু থেকে C বিন্দু অভিমুখে যায় (31 নং চিত্র)। মাধ্যমের কণাগুলি সরল দোলগতিতে কাঁপতে থাকায় A কণার গতির সমীকরণ হয় $y=a \sin \omega t$; a = কণার কম্পনবিস্তার, $y=t$ সময় পরে ABC রেখা থেকে কণার সরণ এবং ω = কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক। যদি কণার কম্পাঙ্ক n হয় তবে $\omega=2\pi n$। কাজেই, $y=a \sin 2\pi nt$।



চিত্র 31

A ও B কণা একই সময়ে একই অভিমুখে মধ্য অবস্থান (mean position) অতিক্রম ক'রলে ইহাদের দশা সমান হয়। আবার সম দশা সম্পন্ন পরপর দু'টি কণার দূরত্ব হয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ)। কাজেই এক্ষেত্রে λ = AB দূরত্ব। আবার A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যাবার সময় দশা পরিবর্তন 2π হয়। কাজেই A বিন্দু থেকে x দূরে D বিন্দুতে যাবার সময় দশা পরিবর্তন $\theta=\frac{2\pi}{\lambda}x$।

সুতরাং P বিন্দুতে অবস্থিত কণার সরণ,

$$y=a \sin (\omega t-\theta)=a \sin \left(2\pi nt-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)=a \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda}-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

[তরঙ্গবেগ $v=n\lambda$]

$$=a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (7)$$

A কণা থেকে অপর যে কোন কণার দূরত্ব (x) জানা থাকলে এই সমীকরণ দ্বারা ঐ কণার যে কোন মুহূর্তে সরণ নির্ণয় করা যায়। কাজেই, এই সমীকরণই চল তরঙ্গের সমীকরণ।

আবার $-x$ অভিমুখে চল তরঙ্গের সমীকরণ হয়

$$y=a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt+x)$$

আমরা এখানে তরঙ্গের সমীকরণকে সাইন অপেক্ষক (function) রূপে প্রকাশ ক'রেছি। তরঙ্গের সমীকরণকে কোসাইন অপেক্ষক রূপেও প্রকাশ করা যায়। অবশ্য সেক্ষেত্রে কণার প্রাথমিক অবস্থান এবং সময়কে অন্যভাবে নির্ধারণ ক'রতে হয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. কোন চল তরঙ্গের সমীকরণ $y=0{\cdot}20 \sin 0{\cdot}40\,\pi(60t-x)$। যদি দূরত্ব সেন্টিমিটারে এবং সময় সেকেন্ডে পরিমাপ করা হয় তবে (i) বিস্তার (ii) তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (iii) দ্রুতি এবং (iv) তরঙ্গের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। (v) 0·020 sec সময়ে 5·5 cm. দূরত্বে সরণ কত?

সমাধান ঃ তরঙ্গের সমীকরণ $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$-এর সঙ্গে তুলনা ক'রে পাওয়া যায়,

(i) বিস্তার $a = 0{\cdot}20$ cm.।

(ii) $\frac{2\pi}{\lambda} = 0{\cdot}40\pi$; সুতরাং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = \frac{2}{0{\cdot}40} = 5{\cdot}0$ cm.

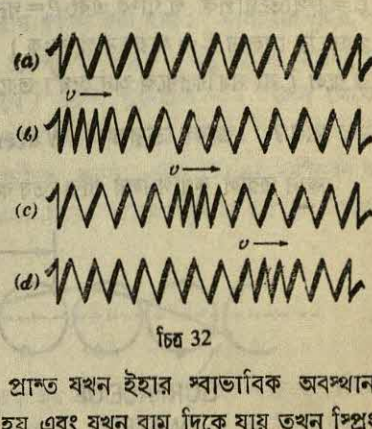
(iii) বেগ $v = 60$ cm/sec.

(iv) $n = \frac{v}{\lambda} = \frac{60}{5} = 12$ vib./sec.।

(v) $y = (0{\cdot}20) \sin 0{\cdot}40\pi(60 \times 0{\cdot}020 - 5{\cdot}5)$
$= (0{\cdot}20) \sin 0{\cdot}40\pi\,(1{\cdot}2 - 5{\cdot}5)$
$= (0{\cdot}20 \text{ cm})(0{\cdot}77) = 0{\cdot}154$ cm.

2·16. স্প্রিং-এ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal waves in a spring) ঃ

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গে ইহার প্রবাহ অভিমুখের সমান্তরালে প্রত্যেকটি কণার কম্পন হয়। 32 (*a*) নং চিত্রে রেখাগুলি একটি স্প্রিং এর স্বাভাবিক অবস্থায় ইহার তার কুণ্ডলীর অবস্থান সূচিত করে। ধরা যাক, স্প্রিং-এর বাম প্রান্তকে ডান দিকে নিয়ে গিয়ে ইহাকে হঠাৎ সংকুচিত করা হয়। তা'হলে প্রত্যেক কুণ্ডলী ইহার সংলগ্ন কুণ্ডলীর উপর বল প্রয়োগ করে। ইহাতে ঘনীভবন তরঙ্গাকারে স্প্রিং বরাবর চ'লতে থাকে। এই চল তরঙ্গের দ্রুতি স্প্রিং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক এবং ইহার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভরের উপর নির্ভর করে। স্প্রিং-এর কোন অংশই ইহার সাম্য অবস্থান থেকে বেশি দূরে যায় না, কিন্তু ঘনীভূত তরঙ্গ স্প্রিং বরাবর প্রবাহিত হয়।

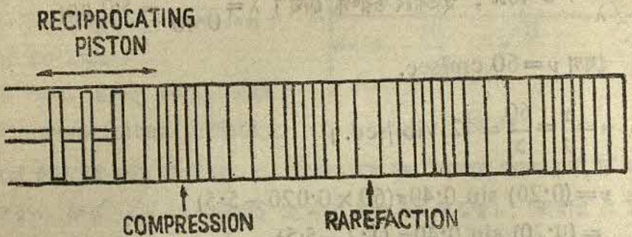


চিত্র 32

স্প্রিং-এর সমান্তরাল রেখা বরাবর ইহার বাম প্রান্তকে সরল দোলগতিতে দুলিয়ে ইহাতে দোল তরঙ্গ (harmonic wave) উৎপন্ন করা যায়। স্প্রিং-এর বাম প্রান্ত যখন ইহার স্বাভাবিক অবস্থান থেকে ডান দিকে যায় তখন স্প্রিং সঙ্কুচিত হয় এবং যখন বাম দিকে যায় তখন স্প্রিং প্রসারিত হয়। তাই বাম প্রান্ত সরল দোলগতিতে দুলতে থাকলে ঘনীভূত ও তনুভূত তরঙ্গমালা স্প্রিং বরাবর প্রবাহিত হয়।

বায়ুনলে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (*Longitudinal wave in an air pipe*) ঃ

ধরা যাক, স্প্রিং এর পরিবর্তে আমাদের একটি লম্বা বায়ুনল আছে এবং এই নলের বাম প্রান্তে একটি পিস্টন আটকানো আছে। এই পিস্টনকে নলের প্রান্তের কাছে সরল দোলগতিতে দোলানো হয়। ইহাতে নল বরাবর ঘনীভূত ও তনুভূত



চিত্র 33

তরঙ্গ মালা প্রবাহিত হয়। পিস্টন দুলতে থাকলে 33 নং চিত্রের ন্যায় ডান দিকে তরঙ্গ মালা প্রবাহিত হয়। চিত্রে কাছাকাছি রেখাগুলি ঘনীভবন এবং ফাঁক ফাঁক রেখাগুলি তনুভবন সূচিত করে।

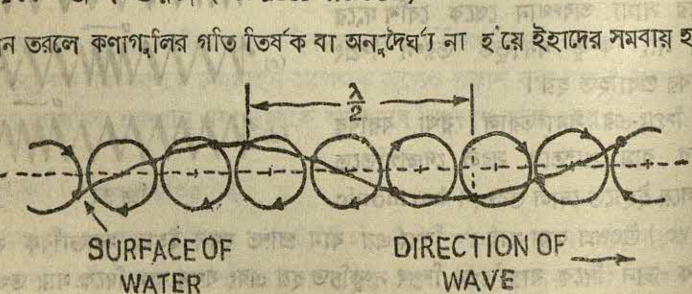
অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের জন্য মোচড় পীড়নের (shearing stress) প্রয়োজন হয় না। তাই যে-কোন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রবাহিত হ'তে পারে। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের দ্রুতি (v) এবং মাধ্যমের ধর্মের সম্পর্ক গাণিতিক পদ্ধতিতে প্রতিষ্ঠা করা যায়। একমাত্রিক কঠিন বা প্রবাহীর বেলায় এই সম্পর্ক হয় ঃ

$$v=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

E = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক এবং ρ = ঘনত্ব। কোন রডের বেলায় E = ইয়ং গুণাঙ্ক ; প্রবাহীর বেলায় E = আয়তন গুণাঙ্ক। তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখ বরাবর সরণ পরিমাপ ক'রলে 7 নং সমীকরণকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সমীকরণ হিসেবে ব্যবহার করা যায়।

2.17. জল তরঙ্গ (Water waves) ঃ

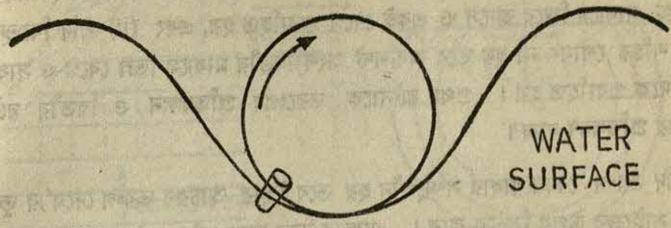
কোন তরলে কণাগুলির গতি তির্যক বা অনুদৈর্ঘ্য না হ'য়ে ইহাদের সমবায় হ'তে



চিত্র 34

পারে। সেক্ষেত্রে কণার গতিপথ বৃত্ত বা উপবৃত্ত হয়। 34 নং চিত্রে কয়েকটি

কণার গতিপথ, ইহাদের অবস্থান এবং তরঙ্গের আকৃতি দেখানো হ'য়েছে। জল তরঙ্গ একটি ভাসমান কর্ক অতিক্রম ক'রলে ঐ কর্ক যে বৃত্তাকার পথরেখা অনুসরণ করে তা 35 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। **তরঙ্গ দৈর্ঘ্য জলের গভীরতার সমান বা**



চিত্র 35

কম হ'লে জলের কণাগুলি তরঙ্গে বৃত্তাকার পথে চলে। জলের গভীরতা বাড়লে কণাগুলির পথরেখা উপবৃত্তাকার হয়। গভীর জলের নিম্নস্তরে তরঙ্গগতি অনুদৈর্ঘ্য হয়।

2.18. সাধারণ তরঙ্গ গতি (General wave motion) ঃ

সরল দোলগতি আলোচনা কালে আমরা দেখেছি যে, বেগ ও সরণের মধ্যে দশা পার্থক্য 90° হয়। কাজেই, যদি সরণতরঙ্গ সাইন তরঙ্গ হয় তবে বেগ তরঙ্গ কোসাইন তরঙ্গ হয়। **কোন মাধ্যমে তরঙ্গ গেলে ঐ মাধ্যমের যে ধর্ম দোলগতিতে পরিবর্তিত হয় (*varies harmonically*) তার দ্বারা তরঙ্গ বর্ণনা করা যায়।** মাধ্যমের এইরূপ ধর্মগুলি সরণ, বেগ, চাপ, ঘনত্ব, তড়িৎ এবং চৌম্বক প্রাবল্য। তার বরাবর একটিমাত্র অভিমুখে (অথবা ইহার বিপরীত অভিমুখে) তরঙ্গ প্রবাহিত হয়। উৎস থেকে অন্যান্য তরঙ্গ যে-কোন দিকে অথবা সব দিকে প্রবাহিত হ'তে পারে। একটি সুষম মাধ্যমে যে-কোন দিকে প্রবাহিত তরঙ্গ সূচিত করার জন্য (7) নং সমীকরণকে পরিবর্তিত ক'রে ব্যবহার করা যায়। দোলগতিতে পরিবর্তনশীল ধর্মকে y দ্বারা সূচিত ক'রলে,

$$y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

যখন তরঙ্গ শুধুমাত্র একটি অভিমুখে প্রবাহিত হয় এবং যখন তরঙ্গের শক্তি অপচয়িত হয় না তখন ইহার বিস্তার **অপরিবর্তিত থাকে।** যদি উৎস থেকে সব দিকে তরঙ্গ প্রবাহিত হয় তাহ'লে ইহা যত দূরে যায় ততই ইহার বিস্তার ক'মতে থাকে। ক্রমশ বৃহত্তর ক্ষেত্রফলে শক্তির বণ্টনের জন্য তরঙ্গের বিস্তার ক'মতে থাকে।

2.19. তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ (Reflection and refraction of waves) :

কোন তরঙ্গ যখন সমসত্ত্ব মাধ্যমে প্রবাহিত হ'য়ে ঐ মাধ্যম ও অপর কোন মাধ্যমের বিভেদ তলে আপতিত হয় তখন তরঙ্গের (i) একটি অংশ একই আকারে ঐ সমসত্ত্ব মাধ্যমে ফিরে আসে ও একই বেগে প্রবাহিত হয়, এবং (ii) যদি বিভেদ তলে তরঙ্গ শক্তির শোষণ না হয় তবে অবশিষ্ট অংশ দ্বিতীয় মাধ্যমে ভিন্ন বেগে ও সাধারণত ভিন্ন দিকে প্রবাহিত হয়। প্রথম ঘটনাকে তরঙ্গের **প্রতিফলন** ও দ্বিতীয় ঘটনাকে তরঙ্গের **প্রতিসরণ** বলে।

যদি তরঙ্গ কোন বাধার সম্মুখীন হয় তবে ইহার আচরণ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় বাধার সাইজের উপর নির্ভর করে। এক্ষেত্রে তিন রকম ঘটনা ঘটতে পারে।

(i) যদি বাধার সাইজ খুব বড় হয় তবে তরঙ্গের **প্রতিফলন** হয় এবং বাধার পশ্চাতে ছায়া গঠিত হয়।

(ii) যদি বাধার সাইজ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সঙ্গে তুলনীয় হয় তবে তরঙ্গ বাধার কিনারার চারদিকে বেঁকে যায় এবং ছায়ার প্রবেশ করে। এই ঘটনাকে **অপবর্তন** (*Diffraction*) বলে।

(iii) যদি বাধার সাইজ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের চেয়ে কম হয় তবে বাধা তরঙ্গের উৎস রূপে কাজ করে এবং ইহার থেকে নতুন তরঙ্গ উৎপন্ন হ'য়ে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। এই ঘটনাকে **বিক্ষেপণ** (*Scattering*) বলে।

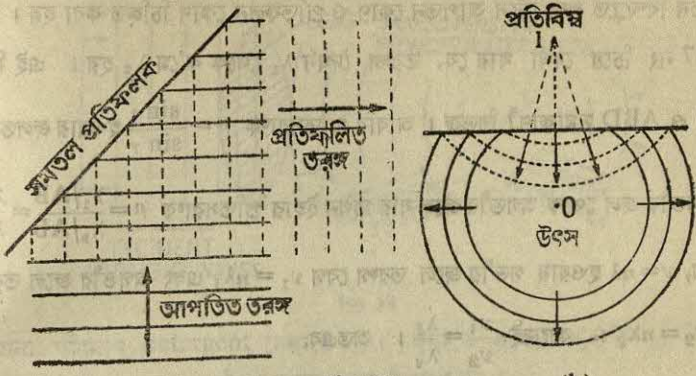
2·20. প্রতিফলন (Reflection) :

তরঙ্গের নিয়মিত প্রতিফলনের জন্য প্রতিফলক-তলের মাত্রা (***dimension*** **)-কে বড় হ'তে হয় এবং ইহার অমসৃণতাকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় কম হ'তে হয়।** যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বেশি হয় তবে ইঁটের তৈরী বড় দেওয়াল তরঙ্গ প্রতিফলিত ক'রতে পারে, কিন্তু যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কম হয় তবে ইহা তরঙ্গ প্রতিফলিত ক'রতে পারে না। সব তরঙ্গই, আলোকের নিয়মিত প্রতিফলনের সূত্র মেনে চলে।

*2.21. সরল ও বৃত্তাকার তরঙ্গের প্রতিফলন (Reflection of straight and circular waves) :

একটি ট্যাঙ্কে জল নিয়ে ইহাতে একটি ধাতব পাত রাখা হয়। এই ধাতব পাত প্রতিফলকের কাজ করে। এবার ঐ জলে তরঙ্গ সৃষ্টি করা হয়। 36 (a) নং চিত্রে 45° আপতন কোণে তরঙ্গ দেখানো হ'য়েছে।

লক্ষ্য করা যায় যে, শক্তি প্রবাহের অভিমুখ তরঙ্গের অভিলম্ব বরাবর এবং

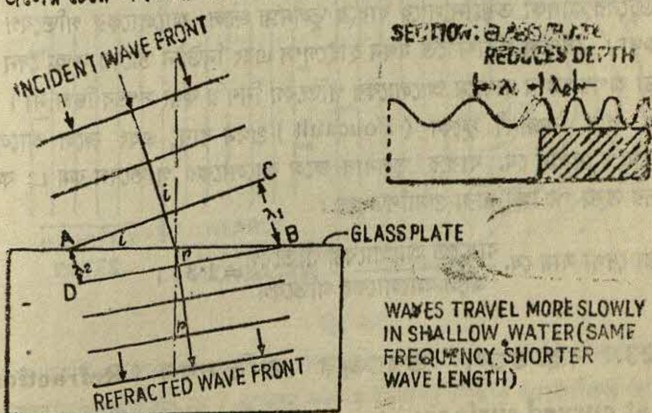


(a) চিত্র 36 (b)

আপতন কোণ ও প্রতিফলন কোণ পরস্পর সমান। 36 (b) নং চিত্রে বৃত্তাকার তরঙ্গ দেখানো হ'য়েছে। এক্ষেত্রে প্রতিফলিত তরঙ্গগুলিও বৃত্তাকার।

*2.22. বিভেদ তলে তরঙ্গের প্রতিসরণ (Refraction of waves at plane boundaries) :

যখন গভীর জল থেকে অগভীর জলে তরঙ্গগুলি যায় তখন ইহাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ক'মে যায়। Stroboscope দিয়ে দেখলে বড় এবং ছোট উভয় তরঙ্গকেই স্থির মনে হয়। কাজেই বোঝা যায় যে, যদিও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ) পরিবর্তিত হয় কিন্তু ইহার কম্পাঙ্ক (n) অপরিবর্তিত থাকে। তরঙ্গ বেগ $v = n\lambda$ হওয়ায় বোঝা যায় যে, **গভীর জলের চেয়ে অগভীর জলে তরঙ্গ কম বেগে যায়।**



চিত্র 37

যখন আপতন কোণ শূন্য মানের না হয় তখন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং গতিবেগ পরিবর্তনের জন্য বিভেদ তলে তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখের পরিবর্তন হয় (চিত্র 37)।

অর্থাৎ তরঙ্গের প্রতিসরণ হয়। তরঙ্গ মুখের লম্বভাবে তরঙ্গ প্রবাহিত হওয়ায় আপতন বিন্দুতে লম্ব টেনে আপতন কোণ ও প্রতিফলন কোণ চিহ্নিত করা হয়।

37 নং চিত্রে দেখা যায় যে, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 থেকে ক'মে λ_2 হয়। এই চিত্রে ABC ও ABD সমকোণী ত্রিভুজ। আবার প্রতিসরাঙ্ক $\mu=\frac{\sin i}{\sin r}$ হওয়ায় জলতরঙ্গ যখন গভীর জল থেকে অগভীর জলে যায় তখন ইহার প্রতিসরাঙ্ক $\mu=\frac{\lambda_1/AB}{\lambda_2/AB}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$। আবার, $v=n\lambda$ হওয়ায় গভীর জলে তরঙ্গ বেগ $v_1=n\lambda_1$ এবং অগভীর জলে তরঙ্গ বেগ $v_2=n\lambda_2$। কাজেই, $\frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$। অতএব,

প্রতিসরাঙ্ক $\mu=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\text{গভীর জলে বেগ}}{\text{অগভীর জলে বেগ}}$।

37 নং চিত্র অনুযায়ী হাইগেন্স (*Huyghens*) আলোক তরঙ্গের বেলায় প্রমাণ করেন যে,

$$\text{প্রতিসরাঙ্ক}=\frac{\text{প্রথম মাধ্যমে আলোকের বেগ}}{\text{দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোকের বেগ}}\text{।}$$

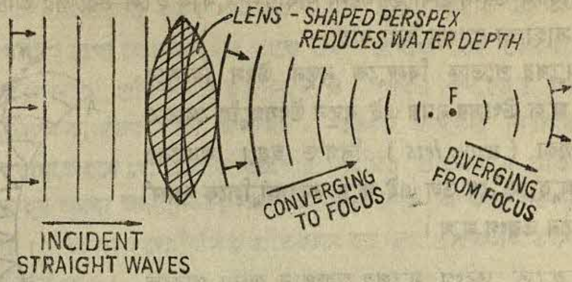
আলোকের বেলায় জলের গড় প্রতিসরাঙ্ক 1·33। কাজেই হাইগেন্সের বক্তব্য সত্য হ'লে আলোক যদি জলে V বেগে যায় তাহ'লে বায়ুতে 1·33V বেগে যায়। অপর দিকে নিউটনের কণিকা তত্ত্বানুসারে বায়ুর তুলনায় জলে আলোকের গতিবেগ বেশি হওয়ার কথা। ষোড়শ শতাব্দীতে যখন হাইগেন্স এবং নিউটন তাঁদের তত্ত্ব দেন তখন বায়ু ছাড়া অপর কোন মাধ্যমে আলোকের গতিবেগ নির্ণয় করা সম্ভব ছিল না। প্রায় 150 বছর পরে বিজ্ঞানী ফুকো (Foucault) প্রথম বায়ু এবং জলে আলোকের গতিবেগ মেপে দেখান যে, বায়ুর তুলনায় জলে আলোকের গতিবেগ কম। কাজেই হাইগেন্সের তত্ত্ব পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয়।

আরো দেখা যায় যে, $\frac{\text{বায়ুতে আলোকের গতিবেগ}}{\text{জলে আলোকের গতিবেগ}}=1{\cdot}33$।

***2.23. বক্রতলে তরঙ্গের প্রতিসরণ (Refraction of waves at curved surfaces) :**

জলের ট্যাংকে একখণ্ড উভোত্তল (bi-convex) Perspex রেখে লেন্স আকৃতির অগভীর জল দ্বারা তরঙ্গের প্রতিসরণ ঘটানো যায়। 38 নং চিত্রে ইহা দেখানো

হ'য়েছে। অগভীর জলে প্রতিসরণ সংক্রান্ত পরীক্ষাকার্য পরিচালনার সময় জলে

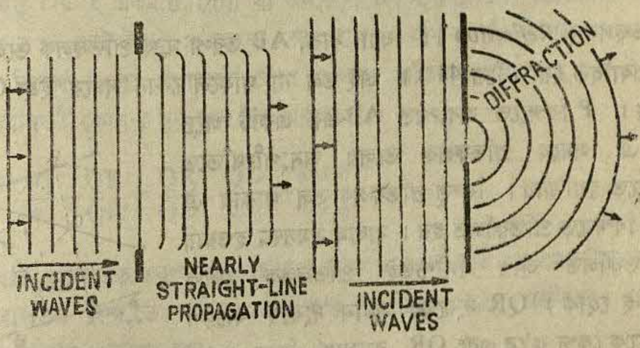


চিত্র 38

সামান্য পরিমাণ detergent মেশাতে হয়। ইহাতে জলের পৃষ্ঠটান (*Surface tension*) কম হয় এবং পরীক্ষা যথাযথভাবে নিষ্পন্ন হয়।

*2.24. অপবর্তন (Diffraction) :

একটি ট্যাঙ্কে জল নিয়ে ইহাতে দু'টি ধাতব পাতকে পর পর রাখা হয় যাতে ইহাদের মধ্যে কিছুটা জায়গা থাকে। এবার পাত দু'টির দিকে তরঙ্গ পাঠানো হয়। যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের চেয়ে দুই পাতের মধ্যবর্তী স্থান বেশি হয় তবে তরঙ্গগুলি সমান্তরালভাবে বেরিয়ে যায়। অবশ্য ইহারা কিনারার দিকে কিছুটা বেঁকে যায়। কিন্তু যদি ঐ স্থান তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান হয় তাহ'লে বৃত্তাকার তরঙ্গ নির্গত হয় এবং তরঙ্গগুলি সব দিকে বিস্তার লাভ করে। এই ঘটনাকে **অপবর্তন** বলে।



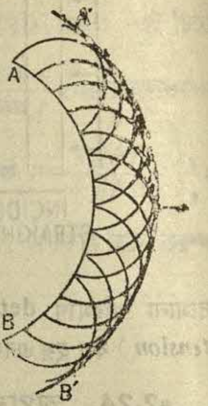
চিত্র 39

যদি একটি সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুচ্ছ প্রশস্ত চিড় (slit) দিয়ে পর্দায় পড়ে তবে ইহার অপবর্তন হয় না। এক্ষেত্রে পর্দায় নির্দিষ্ট সীমার আলোকিত অংশ পাওয়া যায় এবং মনে হয় যে আলোক সরলরেখায় চলে। কিন্তু আলোক খুব অপ্রশস্ত চিড় দিয়ে গেলে 39 নং চিত্রের জল তরঙ্গের ন্যায় আলোকের অপবর্তন ঘটে। **আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য খুব কম মানের হওয়ায়** প্রাত্যহিক জীবনে অপবর্তন দেখা যায় না।

2.25. হাইগেন্সের নীতি (Huyghens' principle) ঃ

কোন মাধ্যমে তরঙ্গ প্রবাহের ধরন, বাধার সম্মুখীন হ'লে তরঙ্গের আচরণ ইত্যাদি এই নীতির সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়।

তরঙ্গ মুখের প্রত্যেক বিন্দুকে নতুন উৎস হিসেবে ধরা যায়। মূল উৎসের ন্যায় এই নতুন উৎসগুলি থেকেও গৌণ তরঙ্গিকা (*wave lets*) নির্গত হয়। সামনের দিকে কোন মুহূর্তে যে তল এই ক্ষুদ্র তরঙ্গগুলিকে স্পর্শ করে তাই নতুন তরঙ্গ মুখ।

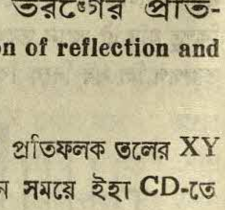


চিত্র 40

কোন মুহূর্তে তরঙ্গ মুখের অবস্থান জানা থাকলে এই নীতি দ্বারা t অবকাশ পরে নতুন তরঙ্গ মুখের অবস্থান নির্ণয় করা যায়। তরঙ্গ মুখের প্রত্যেক বিন্দু থেকে সামনের দিকে vt ব্যাসার্ধের বৃত্ত-চাপ আঁকতে হয়। এই বৃত্তচাপগুলির স্পর্শক তলই হয় t সময় পরে নতুন তরঙ্গ মুখ। 40 নং চিত্রে তরঙ্গ মুখের প্রাথমিক অবস্থান AB এবং চূড়ান্ত অবস্থান A'B'। এই নীতি দ্বারা তরঙ্গের অধিকাংশ ধর্ম ব্যাখ্যা করা যায়।

2.26. হাইগেন্সের নীতির সাহায্যে তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ব্যাখ্যা (Explanation of reflection and refraction of waves by Huyghens' principle) ঃ

প্রতিফলন (*Reflection*) ঃ ধরা যাক, AB তরঙ্গ মুখ প্রতিফলক তলের XY দিকে প্রবাহিত হয় (চিত্র 41)। এই তল না থাকলে কোন সময়ে ইহা CD-তে পৌঁছায়। P বিন্দুতে অবস্থিত AB-এর একটি ক্ষুদ্র অংশ ঐ সময়ে প্রতিফলক তলের অনুপস্থিতিতে R বিন্দুতে পৌঁছায়। কিন্তু প্রতিফলক তল থাকায় ঐ অংশ Q বিন্দুতে প্রতিফলিত হয়। মাধ্যম সমসত্ত্ব হওয়ায় এই প্রতিফলিত অংশ নিশ্চতই প্রতিফলক থেকে (যেদিকেই হোক) QR দূরত্বের সমান দূরত্বে থাকে। Q বিন্দুকে কেন্দ্র ক'রে এবং QR ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি

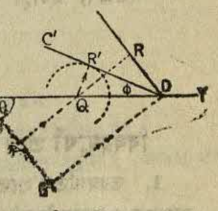


চিত্র 41

অর্ধবৃত্ত অংকন ক'রলে তরঙ্গ মুখের ঐ ক্ষুদ্র অংশকে নিশ্চতই এই বৃত্তের উপর কোথাও থাকতে হয়। D বিন্দু থেকে এই অর্ধবৃত্তের উপর DR'C' স্পর্শক আঁকা হয়। তরঙ্গমুখে অবস্থিত যে-কোন বিন্দুর জন্যই এই ভাবে অর্ধবৃত্ত আঁকা যায়। এই অর্ধবৃত্তগুলি DC' রেখাকে স্পর্শ করে। প্রত্যেকটি অর্ধবৃত্তকে একটিমাত্র বিন্দুতে স্পর্শ ক'রবে এরূপ রেখা DC' ছাড়া আর পাওয়া যায় না। কাজেই DC'

প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ। সুতরাং প্রতিফলকের দিকে PQ বরাবর প্রবাহিত তরঙ্গ QR′ বরাবর প্রতিফলিত হয়। আবার QR=QR′ হওয়ায় চিত্র অনুযায়ী XY তলের সঙ্গে PQ রেখা যে কোণে নত থাকে QR′ রেখাও সেই কোণেই নত থকে। আপতিত তরঙ্গমুখ, প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ ও আপতন বিন্দুতে প্রতিফলকের উপর অঙ্কিত অভিলম্ব কাগজের তলে অবস্থিত। সুতরাং তরঙ্গের নিয়মিত প্রতিফলন হয়। মনে রাখতে হবে যে, প্রত্যেক তরঙ্গের নিয়মিত প্রতিফলনে প্রতিফলক তলকে মসৃণ হ'তে হয় অথবা **অমসৃণতা** (*Irregularities*)-কে অন্তত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের চেয়ে কম হ'তে হয়। তা না হ'লে বিক্ষিপ্ত প্রতিফলন হয় এবং প্রতিফলক তল থেকে তরঙ্গ সব দিকে ছড়িয়ে পড়ে।

প্রতিসরণ (*Refraction*) : তরঙ্গ যখন এক মাধ্যম থেকে অপর মাধ্যমে প্রবাহিত হয়, তখন এই দুই মাধ্যমের বিভেদ তলে তরঙ্গের প্রতিসরণ হয়। এই দুই মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ সমান নাও হ'তে পারে। কিন্তু AB তরঙ্গ মুখের P বিন্দুতে অবস্থিত ক্ষুদ্র অংশ (যা সমসত্ত্ব মাধ্যমে কোন মুহূর্তে R বিন্দুতে পেঁছাত) QR′ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অর্ধবৃত্তের উপরে থাকে। সহজেই বোঝা যায় যে,



চিত্র 42

$$\frac{QR'}{QR}=\frac{\text{প্রথম মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ } (v_1)}{\text{দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ } (v_2)}$$

যেহেতু DC′ ই একমাত্র রেখা যা অনুরূপ অর্ধবৃত্তগুলিকে একটিমাত্র বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাই ইহাই প্রতিসৃত তরঙ্গমুখ। যদি আপতিত তরঙ্গ মুখ ও দুই মাধ্যমের বিভেদ তলের মধ্যবর্তী কোণ θ এবং প্রতিসৃত তরঙ্গ মুখ ও ঐ বিভেদ তলের মধ্যবর্তী কোণ ϕ হয় তবে চিত্র অনুযায়ী,

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{QR}{QR'}=\frac{QR}{QD}\cdot\frac{QD}{QR'}=\frac{\sin\theta}{\sin\phi}$$

আবার, আপতিত তরঙ্গ মুখ, প্রতিসৃত তরঙ্গমুখ ও দুই মাধ্যমের বিভেদ তলের উপর আপতন বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্ব কাগজের তলে অবস্থিত। সুতরাং প্রতিসরণের সূত্র প্রমাণিত হয়।

উদাহরণ (Examples) :

1. শূন্য মাধ্যমে হলুদ বর্ণের আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 5893 A° এবং গতিবেগ $2\cdot9\times10^8$ m/sec.। যদি জলের পরম প্রতিসরাঙ্ক 1·3 হয় তবে জলে হলুদ বর্ণের আলোকের (i) গতিবেগ এবং (ii) কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [**সংসদের নমুনা প্রশ্ন**]

সমাধান ঃ (i) জলের পরম প্রতিসরাঙ্ক $(\mu) = \dfrac{\text{শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগ (c)}}{\text{জলে আলোকের বেগ (V)}}$

অতএব, $V = \dfrac{c}{\mu}$

এক্ষেত্রে $c = 2{\cdot}9 \times 10^8 \text{m./sec.}$ এবং $\mu = 1{\cdot}3$,

সুতরাং, $V = \dfrac{2{\cdot}9 \times 10^8}{1{\cdot}3} = 2{\cdot}23 \times 10^8$ m./sec.

(ii) আমরা জানি যে কম্পাঙ্ক $= \dfrac{\text{তরঙ্গবেগ (c)}}{\text{তরঙ্গ দৈর্ঘ্য } (\lambda)}$

এক্ষেত্রে, $\lambda = 5893\text{A}^\circ = 5893 \times 10^{-8}$ cm. $[\because \; 1\text{A}^\circ = 10^{-8}\text{cm.}]$

এবং, $c = 2{\cdot}9 \times 10^{10}$ cm./sec. ।

অতএব, হলুদ বর্ণের আলোকের কম্পাঙ্ক $= \dfrac{2{\cdot}9 \times 10^{10}}{5893 \times 10^{-8}}$

$= 4{\cdot}92 \times 10^{14}$/sec. ।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. তরঙ্গগতি ব'লতে কি বোঝায় ? তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য ব'লতে কি বোঝায় ? কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সহিত তরঙ্গ বেগের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

What is meant by wave motion ? What are meant by amplitude, frequency and wave length ? Find the relation between frequency, wave length and wave velocity.

2. অনুদৈর্ঘ্য ও তির্যক তরঙ্গের পার্থক্য বোঝাও। প্রত্যেক প্রকার তরঙ্গের উদাহরণ দাও। কোন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গকে সাইন লেখর সাহায্যে কিভাবে প্রকাশ করা যায় ? যান্ত্রিক অনুদৈর্ঘ্য ও তির্যক তরঙ্গের জন্য মাধ্যমের কি কি ধরনের পীড়ন ঘটে বোঝাও।

Explain the difference between a transverse wave and a longitudinal wave. Give an example of each type. Show how a longitudinal wave represented by a sine curve. Show what types of stresses are developed in the medium for longitudinal and transverse wave motion.

3. সরল দোল তরঙ্গ কাকে বলে ? চল তরঙ্গের বৈশিষ্টগুলি ব্যাখ্যা কর। কোন চল তরঙ্গের বিস্তার a, বেগ v এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ। ইহা x-অক্ষ বরাবর যায়। ইহার সমীকরণ নির্ণয় কর। তরঙ্গ ইহার বিপরীত দিকে গেলে সমীকরণের রূপ কি হয় ?

What is a simple harmonic wave ? Explain the characteristics of a progressive wave. A progressive wave has amplitude a, velocity v and wave length λ. This travels along x-axis. What is its equation ? How is the equation modified if the wave travels in the opposite direction ?

4. তরঙ্গের প্রতিফলন আলোচনা কর। শব্দ তরঙ্গের প্রতিফলন কিভাবে পরীক্ষার সাহায্যে দেখানো যায় ? তরঙ্গের প্রতিফলন ঘটলে তরঙ্গ দশার পরিবর্তন কিসের উপর নির্ভর করে ? শব্দ তরঙ্গের প্রতিফলনের ব্যবহারিক প্রয়োগের কয়েকটি নাম বল।

Discuss the phenomenon of reflection of waves. How is the reflection of sound wave demonstrated experimentally ? Upon what factor does the change of phase of a wave depend due to reflection ? Name a few appliances based on the reflection of sound waves.

5. প্রতিধ্বনি কি? প্রতিধ্বনি শোনার জন্য প্রতিফলককে উৎস থেকে কত দূরে রাখতে হয়? প্রতিধ্বনির সাহায্যে কিভাবে সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করা যায়?

What is an echo? At what distance should the reflector be placed from the source of sound to hear the echo. What is echo-depth sounding?

6. তরঙ্গের প্রতিসরণ আলোচনা কর। শব্দ তরঙ্গের প্রতিসরণ কিভাবে পরীক্ষার সাহায্যে দেখানো যায়?

নীচের ঘটনাগুলি ব্যাখ্যা কর—

(i) দিনের বেলা অপেক্ষা রাত্রিবেলায় অনেক দূর থেকে শব্দ শোনা যায়।

(ii) বায়ু প্রবাহের দিকে ইহার বিপরীত দিক অপেক্ষা অনেক দূর থেকে শব্দ শোনা যায়।

Discuss the phenomenon of refraction of wave. How is refraction of sound wave demonstrated experimentally?

Explain the following phenomena :—

(i) Sound is heard at greater distances at night than during daytime.
(ii) Sound is heard at greater distances in the direction of the wind than in the opposite direction.

7. নীচের ঘটনাগুলি ব্যাখ্যা কর ঃ—

(i) বায়ুতে যান্ত্রিক তির্যক তরঙ্গ উৎপন্ন হয় না।

(ii) আলোক তরঙ্গ সমবর্তিত হয়, কিন্তু শব্দ তরঙ্গ সমবর্তিত হয় না।

(iii) একই কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ তরঙ্গের বায়ু ও জলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিভিন্ন হয়।

(iv) ইঁটের দেওয়ালে শব্দ প্রতিফলিত হয় কিন্তু আলোক প্রতিফলিত হয় না। আবার দর্পণে আলোক প্রতিফলিত হয় কিন্তু শব্দ প্রতিফলিত হয় না।

(v) প্রেক্ষাগৃহে দর্শকপূর্ণ হ'লে শব্দের অনুরণন ক'মে যায়।

(vi) কানের পাশে হাতের তালু বেঁকিয়ে ধ'রলে দূরাগত ক্ষীণ শব্দ শোনা যায়।

Explain the following phenomena :

(i) Mechanical transverse wave is not produced in air.
(ii) Light wave is polarised but not the sound wave.
(iii) The wave length of sound waves of the same frequency are different in air and water.
(iv) A brick wall reflects sound waves but not the light waves. Again a mirror reflects light waves but not the sound waves.
(v) The reverberation of sound decreases in an auditorium full of spectators.
(vi) A distant feeble sound may be heard by placing the bent palm of a hand near the ear.

8. (a) তরঙ্গ ব'লতে কি বোঝ? (b) তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ কাকে বলে? উদাহরণ দাও। [*Tripura H. S. 1982*]

9. তরঙ্গ কাকে বলে? তরঙ্গ কয় প্রকার? চলতরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলি উল্লেখ কর? বায়ুতে, এবং জলে উৎপন্ন তরঙ্গের প্রকৃতি কি?

10. পর্যায় কাল, কম্পন, কম্পাঙ্ক, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, তরঙ্গমুখ কাকে বলে?

11. তরঙ্গবেগ কাকে বলে? তরঙ্গবেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় কর।

12. তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব'লতে কি বোঝায়?

13. হায়গেনের নীতির সাহায্যে তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা কর।

14. কণার কম্পন বেগ ও তরঙ্গ বেগের মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কি? দশাবেগের সমীকরণ লেখ।

15. চল তরঙ্গের বৈশিষ্টগুলি বিশদভাবে আলোচনা কর। চল তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ লেখ।

16. একটি চল তরঙ্গ সম্পর্কে নিম্নলিখিত রাশিগুলির সংজ্ঞা লেখ—(i) কম্পাঙ্ক (ii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য, (v) বিস্তার। [*H. S.* (new) *1978*]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. 330 cycles/sec. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকা থেকে নির্গত শব্দতরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য বায়ুতে নির্ণয় কর। বায়ুতে শব্দের বেগ 330 m/sec.।

Determine the wavelength of a sound wave emitted by a tuning fork of frequency 330 cycles/sec., if the velocity of sound in air is 330 m/sec. [1 m.]

2. একটি সুরশলাকা থেকে নির্গত শব্দ তরঙ্গের বায়ুতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য 1·4 m.। জলে ইহার তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত ? বায়ু ও জলে শব্দের বেগ যথাক্রমে 330 m/sec. এবং 1400 m/sec।

The sound produced by a tuning fork has a wavelength of 1·4 m. in air. What would be its wave length in water ? Velocity in air = 330 m/sec. and that in water = 1400 m/sec. [5·94 m.]

3. একটি চল তরঙ্গের সমীকরণ $y=10 \sin 2\pi (5t-0{\cdot}01x)$

যেখানে x cm.-এ ও t sec.-এ প্রকাশিত। তরঙ্গের (i) কম্পাঙ্ক, (ii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও (iii) বেগ নির্ণয় কর।

The equation of a progressive wave is $y=10 \sin 2\pi (5t-0{\cdot}01x)$ where x is in cm. and t in sec. Determine the frequency, wavelength and velocity of the wave. [(i) 5 cycles/sec., (ii) 100 cm., (iii) 500 cm/sec.]

4. স্থির কম্পাঙ্কে কম্পনশীল একটি বস্তু A মাধ্যমে 10 cm. দীর্ঘ এবং B মাধ্যমে 15 cm. দীর্ঘ তরঙ্গ সৃষ্টি করে। A মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ 90 cm./sec. হ'লে B মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ কত ?
[*Tripura H. S. 1981*] 135 cm./sec.]

5. একটি সুরশলাকা 2·5 ft. দীর্ঘ তরঙ্গ সৃষ্টি ক'রতে পারে। বায়ুতে ঐ তরঙ্গের বেগ 110 ft /sec. হ'লে ঐ সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ? [*Tripura H. S. 1982*] [440 Hz]

6. একটি প্যাঁচানো স্প্রিংয়ের এক প্রান্ত থেকে একটি দণ্ড ঝোলান আছে। এই দণ্ডটি আবার আংশিকভাবে জলে ডোবানো। দণ্ডটি প্রতিমিনিটে 180 বার কাঁপলে জলে যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাতে 20 cm. দূরত্বের মধ্যে পরপর 11 টি তরঙ্গ শীর্ষ থাকে। জলে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।
[6 cm/sec.]

7. প্রমাণ কর যে, সরল দোলগতিতে কণা মধ্যবিন্দু থেকে বিস্তারের $\sqrt{3}/2$ গুণ দূরে থাকলে উহার বেগ সর্বোচ্চ মানের অর্ধেক হয়।

8. 10 gm. ভরের একটি কণা সরলরেখা বরাবর 4 sec. পর্যায়কালে সরল দোলগতিতে দোলে। দোলনের বিস্তার 10 cm. , কণা যখন মধ্য অবস্থান থেকে 2 cm. দূরে তখন উহার গতিশক্তি কত ?
[1200 erg.]

9. দু'টি কণা একই সঙ্গে একই সরলরেখা বরাবর সরল দোলগতিতে দোলে। একটির পর্যায়কাল 60 sec. এবং অপরটির 80 sec. উহারা একই সঙ্গে দুলতে শুরু ক'রলে 20 sec. পরে উহাদের দশা পার্থক্য কত হবে ?
$\left[\dfrac{2\pi}{6}\right.$ বা $\left.30^\circ\right]$

10. 128 ও 384 কম্পাঙ্কের দুটি সুর শলাকা বায়ুতে যে শব্দ তরঙ্গগুলি উৎপন্ন করে তাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্যগুলি তুলনা কর।
[3 : 1]

11. যদি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 560 হয় তবে সুরশলাকার 100 কম্পন পূর্ণ হওয়ার মুহূর্তে শব্দ কত দূর যায় ? বায়ুতে শব্দের বেগ 1120 ft /sec.।
[200 ft.]

12. কোন তরঙ্গের প্রবাহ রেখার উপর 20 cm. দূরে অবস্থিত দু'টি কণার দশা পার্থক্য কত ? তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 2 m.।
[36°]

13. জলের মধ্যে কম্পমান কোন সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 206 cycle/sec। জলে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ 1000 m./sec.। তরঙ্গ 100 m. যাওয়ার আগে সুরশলাকা কতগুলি কম্পন সম্পন্ন করে ?
[25]

14. একটি কম্পমান বস্তুর কম্পাঙ্ক স্থির রাশি। ঐ বস্তু A মাধ্যমে 10 cm. দীর্ঘ এবং B মাধ্যমে 15 cm. দীর্ঘ তরঙ্গ পাঠায়। A মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ 90 cm./sec.। B মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ কত ?
[135 cm/sec.]

15. একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 400। বায়ুতে শব্দের গতিবেগ 320 m /sec.। সুরশলাকা যে সময়ে 30 টি কম্পন সম্পন্ন করে তখন শব্দ কত দূর যায় ?
[24 m.]

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

তরঙ্গের উপরিপাত (SUPERPOSITION OF WAVES)

3.1. সূচনা ঃ

কোন স্থির জলাশয়ে কিছু দূরত্বে দুটি পাথর খণ্ড ফেললে দেখা যায় যে, পাথর খণ্ডদ্বয় যে বিন্দুগুলিতে জল তল স্পর্শ করে সেই বিন্দুগুলি থেকে দুটি বৃত্তাকার তরঙ্গশ্রেণী নির্গত হ'য়ে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। যে স্থানে এই দুই তরঙ্গ শ্রেণীর উপরিপাত ঘটে সেই স্থানের কোন কোন বিন্দুতে জলের সরণ হয় না, আবার কোন কোন বিন্দুতে জলের সরণ প্রত্যেক তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন সরণের চেয়ে অনেক বেশি হয়। কোন কম্পমান স্বরশলাকার এক বাহু স্থির পারদতলকে আন্দোলিত ক'রলেও এই একই ঘটনা দেখা যায়। এই ঘটনা হাইগেনের **উপরিপাত নীতি** দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। এই নীতি—**যখন দুই বা ততোধিক তরঙ্গ শ্রেণীর** (*wave trains*) **উপরিপাত ঘটে তখন যদি বিভিন্ন তরঙ্গের জন্য উৎপন্ন বিভিন্ন সরণের মান কম হয় তবে লব্ধ সরণ ঐ সরণগুলির ভেক্টর সমষ্টি হয়।**

যদি তরঙ্গগুলির বিস্তার অনন্ত ক্ষুদ্র হয় তবে হাইগেনের এই নীতি প্রযোজ্য হয়। অবশ্য, সাধারণ ক্ষেত্রে এই নীতি সত্যের খুব কাছাকাছি হয়।

উপরিপাতের বিভিন্ন ঘটনা আলোচনা কালে ধ'রে নেওয়া হয় যে—

(i) একটি তরঙ্গ শ্রেণীর উপস্থিতিতে অপর তরঙ্গশ্রেণীর ক্রিয়ার কোন ব্যাঘাত ঘটে না। কারণ, উপরিপাতের অঞ্চল পেরিয়ে আসার পর তরঙ্গগুলিকে লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় যে ইহাদের কম্পাঙ্ক, বিস্তার এবং অন্যান্য বৈশিষ্ট্য অপরিবর্তিত আছে।

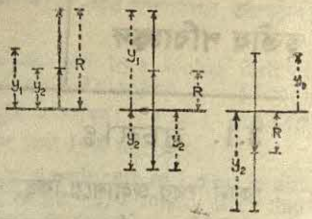
(ii) **লব্ধি সরণ হয় বিভিন্ন তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন বিভিন্ন সরণগুলির ভেক্টর সমষ্টি।**

প্রত্যেক তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, বিস্তার বা প্রবাহ অভিমুখ যাই হোক না কেন এই নীতি প্রযোজ্য হয়। একই মাধ্যমে বিভিন্ন আলোক ও শব্দ তরঙ্গ একত্রে চ'লতে পারায় একই ঘরে বিভিন্ন ব্যক্তির বিভিন্ন বস্তু দেখতে বা বিভিন্ন শব্দ শুনতে অসুবিধা হয় না।

3.2. উপরিপাত নীতির ব্যাখ্যা (Explanation of superposition principle) ঃ

যখন কোন তরঙ্গ মাধ্যম দিয়ে প্রবাহিত হয় তখন মাধ্যমের প্রত্যেকটি কণা সাম্য অবস্থানের উপর দোলগতিতে কম্পন শুরু করে এবং সময়ের সংগে উহার সরণ পরিবর্তিত হয়। কিন্তু যখন দুটি তরঙ্গ একই সংগে মাধ্যমের একই অংশ অতিক্রম

করে তখন যে কোন সময়ে কণার সরণ হয় (উভয় তরঙ্গের জন্য) লব্ধ সরণ। দুটি তরঙ্গ পৃথক পৃথক ভাবে কোন কণাকে আন্দোলিত ক'রলে যে সরণগুলি হ'ত এই লব্ধ সরণের মান সেই সরণগুলির ভেক্টর সমষ্টি হয়।


চিত্র 43

ধরা যাক, একটি তরঙ্গের জন্য কোন কণার সরণ y_1 এবং অপর একটি তরঙ্গের জন্য ঐ একই কণার সরণ y_2। যদি একই সময়ে এই কণার উপর দিয়ে ঐ দুই তরঙ্গ প্রবাহিত হয় তবে এই কণার লব্ধি সরণ হয় $R=y_1 \pm y_2$ (43 নং চিত্র দেখ)। স্থাণু তরঙ্গ, ব্যতিচার ইত্যাদি—এই নীতি অনুযায়ী হ'য়ে থাকে।

উদাহরণ (Examples) ঃ

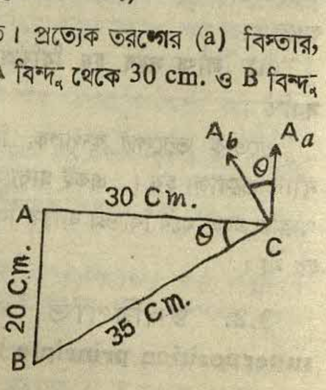
1. কোন স্প্রিং এর এক প্রান্ত থেকে একটি দণ্ডকে ঝোলানো হয়। দণ্ডটি জলে নিমজ্জিত থাকে। যখন দণ্ড প্রতি মিনিটে 120 বার কাঁপে তখন জলে উৎপন্ন তরঙ্গে 20 cm. দূরত্বে পর পর 11টি তরঙ্গ শীর্ষ বর্তমান থাকে। জলে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে $n=\frac{120}{60}=2$; পর পর দু'টি তরঙ্গ শীর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=\lambda$। এক্ষেত্রে $\lambda=\frac{20}{10}=2$ cm.। কাজেই, $v=n\lambda=2\times2=4$ cm./sec.

2. A ও B বিন্দুতে দু'টি উৎস আছে। ইহাদের দূরত্ব 20 cm.। এই উৎসদ্বয় থেকে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ—$y_a=3\cos 2\pi(0{\cdot}4x-100t)$ ও

$$y_b=5\cos 2\pi(0{\cdot}5x-100t)$$

x ও y সেন্টিমিটারে এবং t সেকেন্ডে প্রকাশিত। প্রত্যেক তরঙ্গের (a) বিস্তার, (b) তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও (c) কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। A বিন্দু থেকে 30 cm. ও B বিন্দু থেকে 35 cm. দূরে অবস্থিত C বিন্দুতে উপরিপাতিত তরঙ্গের বিস্তার নির্ণয় কর।



চিত্র 44

সমাধান ঃ (a) সমীকরণদ্বয় অনুযায়ী A ও B তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার যথাক্রমে 3 cm. ও 5 cm.

(b) এক্ষেত্রে, $\frac{1}{\lambda_a}=0{\cdot}4$, বা $\lambda_a=2{\cdot}5$ cm.

এবং, $\frac{1}{\lambda_b}=0{\cdot}5$, বা $\lambda_b=2$ cm.

(c) উভয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f=100$

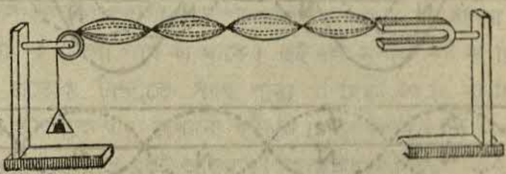
(d) 44 নং চিত্র অনুযায়ী $\cos\theta=\frac{(30)^2+(35)^2-(20)^2}{2\times20\times35}=0{\cdot}8214$

ভেক্টর যোগ নিয়ম অনুযায়ী, যদি উপরিপাত তরঙ্গের বিস্তার A_c হয় তবে
$A_c^2 = A_a^2 + A_b^2 + 2A_aA_b \cos\theta = (3)^2 + (5)^2 + 2\times3\times5\times0{\cdot}8214$
অথবা, $A_c = 7{\cdot}65$ cm.।

3.3. স্থাণু তরঙ্গ (Stationary waves) ঃ

যদি মাধ্যমের একই অংশে দুটি অনুরূপ (সমান বিস্তার ও পর্যায় কাল সম্পন্ন) চল তরঙ্গ সমান বেগে বিপরীতমুখে চলে তাহ'লে **স্থাণু তরঙ্গ** গঠিত হয়। এই তরঙ্গকে স্থাণু তরঙ্গ বলার কারণ, এই তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলি কাঁপলেও ইহা নিজে মাধ্যম দিয়ে অগ্রসর না হ'য়ে একই অঞ্চলে স্থির থাকে। লম্বভাবে আপতিত তরঙ্গের প্রতিফলনের পর প্রতিফলিত তরঙ্গ ও আপতিত তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে **স্থাণু তরঙ্গ** গঠিত হয়। এই তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলি সম দশায় বা বিপরীত দশায় সরল দোলগতিতে কাঁপে। কম্পনের বিস্তার তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখ বরাবর পর্যায়ক্রমে পরিবর্তিত হয়।

একটি সুতোর এক প্রান্ত একটি কম কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুর-শলাকার এক বাহুর সঙ্গে বেঁধে উহার অপর প্রান্ত একটি কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে গিয়ে একটি পাত্রের সঙ্গে বাঁধা হয়। পাত্রে সামান্য কিছু ওজন রেখে সুরশলাকাকে কাঁপালে স্থাণু তরঙ্গ



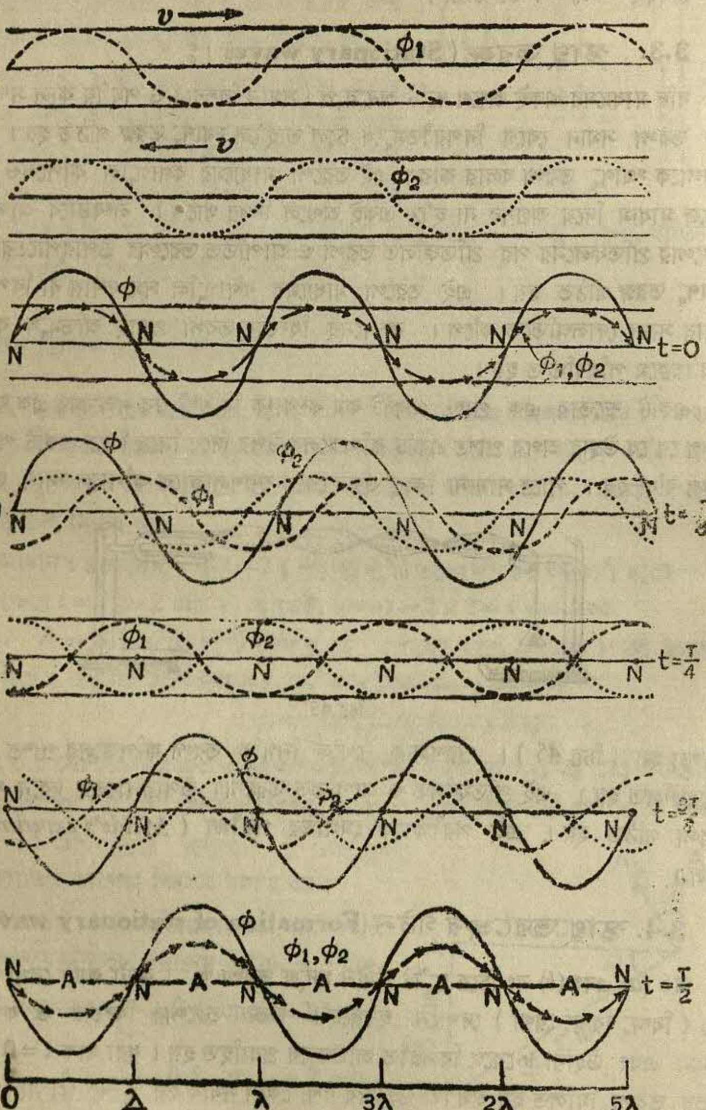
চিত্র 45

উৎপন্ন হয় (চিত্র 45)। সুরশলাকা থেকে নির্গত তরঙ্গ কপিকলের প্রান্ত থেকে প্রতিফলিত হয়। এই প্রতিফলিত ও আপতিত তরঙ্গের উপরিপাতের দরুন স্থাণু তরঙ্গ গঠিত হয়। এই পরীক্ষাকে **মেলডির পরীক্ষা** (*Melde's experiment*) বলে।

3.4. স্থাণু তরঙ্গের গঠন (Formation of stationary waves) ঃ

46 (*a*) এবং (*b*) নং চিত্রে দু'টি সাইন সদৃশ তরঙ্গ ϕ_1 (কাটা কাটা রেখা) এবং ϕ_2 (বিন্দু বিন্দু রেখা) দেখানো হ'য়েছে। উভয় তরঙ্গের বিস্তার ও কম্পাঙ্ক সমান এবং উহারা v বেগে বিপরীত অভিমুখে প্রবাহিত হয়। ধরা যাক $t=0$ সময়ে উভয় তরঙ্গ মিলিত হয় অর্থাৎ উহাদের দশা কোণ সমান হয় [46 (*c*) নং চিত্র]। প্রত্যেক বিন্দুর কোটি যোগ ক'রে লব্ধি তরঙ্গ [46 (*c*) নং চিত্রে মোটা অবিচ্ছিন্ন রেখা] পাওয়া যায়। 46 (*d*) নং চিত্র $t=T/8$ সময়ে তরঙ্গগুলিকে দেখানো হ'য়েছে। এই সময়ে ϕ_1 তরঙ্গ ডান দিকে $\lambda/8$ দূরত্ব যায় এবং ϕ_2 তরঙ্গ

বাম দিকে λ/4 দূরত্ব যায়। অবশ্য লব্ধ তরঙ্গ একই স্থানে থাকে। 46 (c) নং চিত্রের ন্যায় এই লব্ধ তরঙ্গের সর্বোচ্চ, সর্বনিম্ন এবং শূন্য সরণ সম্পন্ন বিন্দুগুলি



চিত্র 46

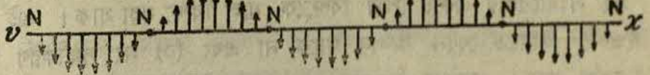
ঠিক একই স্থানে থাকে, কিন্তু প্রত্যেক বিন্দুতে সরণের মান কম হয়।

46(e) নং চিত্রে $t = T/4$ সময়ে উভয় তরঙ্গের অবস্থান দেখানো হ'য়েছে। এই মুহূর্তে প্রত্যেক বিন্দুতে লব্ধ সরণের মান শূন্য হয়। 46 (f) ও (g) নং চিত্রে ϕ_1 ও ϕ_2 তরঙ্গদ্বয় গতি সম্পন্ন কিন্তু লব্ধ তরঙ্গাকৃতি স্থির অবস্থায় থাকে। 46 (g) নং চিত্রে $t = T/2$ সময়ে উভয় তরঙ্গ $\lambda/2$ দূরত্ব যায় এবং পুনরায় মিলিত হয়। অবশ্য এই সময়ে 46 (c) নং চিত্রের তরঙ্গের সঙ্গে ইহাদের 180° দশা পার্থক্য থাকে।

লব্ধ স্থাণু তরঙ্গের কতকগুলি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য আছে। 46 নং চিত্রে দেখা যায় যে, N চিহ্নিত বিন্দুগুলির কখনই সরণ হয় না। এই বিন্দুগুলিকে **নিস্পন্দ বিন্দু** (*Nodes*) বলে। এই চিত্রে আরো দেখা যায় যে, পরপর যে কোন দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\lambda/2$। নিস্পন্দ বিন্দুগুলির মধ্যবর্তী প্রত্যেক বিন্দু কাঁপে কিন্তু কম্পন বিস্তার বিভিন্ন বিন্দুতে বিভিন্ন মানের হয়। যে কোন দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর মাঝখানে সর্বোচ্চ বিস্তার সম্পন্ন বিন্দু থাকে। এই সর্বোচ্চ বিস্তার সম্পন্ন বিন্দুগুলিকে **সুস্পন্দ বিন্দু** (*Anti nodes*) বলে। 46 নং চিত্রে A চিহ্নিত বিন্দুগুলি সুস্পন্দ বিন্দু। **কম্পনের সর্বোচ্চ বিস্তারই স্থাণু তরঙ্গের বিস্তার এবং এই সর্বোচ্চ বিস্তার উভয় তরঙ্গের বিস্তারের সমষ্টি।**

46 নং চিত্রে দেখা যায় যে, স্থাণু তরঙ্গে যে কোন দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী অংশে কম্পনগুলি পরস্পরের সঙ্গে একই দশায় থাকে। সংলগ্ন দু'টি অংশে কম্পনগুলির মধ্যে 180° দশা পার্থক্য থাকে। এই দশা সম্পর্ক 47 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে। যখন প্রত্যেক বিন্দুতে সরণ শূন্য [যেমন 46 (c) নং চিত্রে] তখন কম্পনের গতিবেগ তীর চিহ্ন দ্বারা দেখানো হ'য়েছে। যে কোন দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী অংশে তীর চিহ্নগুলি একই অভিমুখী কিন্তু ইহাদের দৈর্ঘ্য বিভিন্ন।

স্থাণু তরঙ্গে মাধ্যম দিয়ে শক্তি প্রবাহিত হয় না। স্থাণু তরঙ্গ গঠনকারী তরঙ্গদ্বয় বিপরীত অভিমুখে প্রবাহিত হয় এবং ইহাদের বিস্তার সমান হয়। কাজেই, একটি তরঙ্গ এক দিকে যে পরিমাণ শক্তি বহন করে অপর তরঙ্গটি ঠিক সেই



চিত্র 47

একই পরিমাণ শক্তি বিপরীত দিকে বহন করে। যে কোন কম্পমান অংশে কম্পনের শক্তি বর্তমান থাকে। কিন্তু এই শক্তি নিস্পন্দ বিন্দু দিয়ে প্রবাহিত হ'তে পারে না।

স্থাণু তরঙ্গের সমীকরণ (*Equation of stationary wave*) **:**

নিম্নলিখিতভাবে স্থাণু তরঙ্গের সমীকরণ পাওয়া যায়। x অক্ষের ধনাত্মক দিক বরাবর প্রবাহিত চল তরঙ্গের সমীকরণ, $y_1 = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - 2\pi nt\right)$ ... (1)

x অক্ষের ঋণাত্মক দিক বরাবর প্রবাহিত অনুরূপ চল তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y_2 = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + 2\pi nt\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

তরঙ্গের উপরিপাত নীতি অনুযায়ী স্থাণু তরঙ্গের প্রত্যেক বিন্দুতে লব্ধ সরণ,
$y = y_1 + y_2$

আবার, $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ এবং

$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$ হওয়ায়

$$y_1 = A\left(\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos 2\pi nt - \cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin 2\pi nt\right) \quad \cdots \quad (3)$$

$$y_2 = A\left(\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos 2\pi nt + \cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin 2\pi nt\right) \quad \cdots \quad (4)$$

$x=0$ বিন্দুতে বর্তমান শর্তের উপর y এর মান নির্ভর করে। যেমন 46 নং চিত্রে $x=0$ বিন্দু একটি নিস্পন্দ বিন্দু হওয়ায়

$$y = y_1 + y_2 = 2A \sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos 2\pi nt \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

যদি $x=0$ বিন্দু একটি সুস্পন্দ বিন্দু হয় তবে,

$$y = 2A \cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin 2\pi nt \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

স্থাণু তরঙ্গের প্রত্যেক বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার হয় $2A \sin\frac{2\pi x}{\lambda}$ বা $2A \cos\frac{2\pi x}{\lambda}$ এবং সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বোচ্চ বিস্তার হয় 2A।

মাধ্যমের সীমা রেখায় প্রতিফলনের জন্য অধিকাংশ স্থাণু তরঙ্গ গঠিত হয়। এই প্রতিফলনের দরুন বিপরীত অভিমুখে প্রবাহিত দু'টি অনুরূপ চল তরঙ্গ পাওয়া যায়। মাধ্যমের সীমা রেখায় বর্তমান শর্তের উপর স্থাণু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য নির্ভর করে। এই সীমারেখার একটি স্থির বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরা যাক। এই বিন্দু স্থির হওয়ায় ইহাতে কোন কম্পন থাকে না এবং (5) নং সমীকরণ স্থাণু তরঙ্গ নির্দেশ করে। এক্ষেত্রে নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুগুলির অবস্থান সহজেই নির্ণয় করা যায়। আমরা জানি যে, নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার শূন্য এবং সুস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার সর্বোচ্চ মানের হয়। কাজেই যে বিন্দুগুলিতে $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0$ তারা নিস্পন্দ বিন্দু। অর্থাৎ $x=0, x=\frac{\lambda}{2}, x=\frac{2\lambda}{2}, x=\frac{3\lambda}{2}$ ইত্যাদি বিন্দুগুলি নিস্পন্দ বিন্দু, কারণ এই বিন্দুগুলিতে বিস্তার শূন্য হয়। সাধারণত $x = N\frac{\lambda}{2}$ (N অখণ্ড সংখ্যা) বিন্দুগুলি হয় নিস্পন্দ বিন্দু।

আবার যে বিন্দুগুলিতে $\sin\frac{2\pi x}{\lambda}=1$ হয় তারা সুস্পন্দ বিন্দু। অর্থাৎ $x=\frac{\lambda}{4}$, $x=\frac{3\lambda}{4}$, $x=\frac{5\lambda}{4}$ ইত্যাদি বিন্দুগুলি সুস্পন্দ বিন্দু, কারণ এই বিন্দুগুলিতে বিস্তারের মান সর্বোচ্চ হয়। সাধারণত $x=(2N+1)\frac{\lambda}{4}$ বিন্দুগুলি হয় সুস্পন্দ বিন্দু। পর পর যে কোন দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$ এবং পর পর দু'টি নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{4}$

যদি মাধ্যমের সীমারেখায় সুস্পন্দ বিন্দু অবস্থিত হয় তবে আমরা (6) নং সমীকরণ ব্যবহার ক'রে অনুরূপভাবে দেখাতে পারি যে, $x=N\frac{\lambda}{2}$ বিন্দুগুলি সুস্পন্দ বিন্দু এবং $x=(2N+1)\frac{\lambda}{4}$ বিন্দুগুলি নিস্পন্দ বিন্দু।

যদি কোন মাধ্যমের দুই প্রান্ত বন্ধ হয় তবে ঐ দুই প্রান্তে নিস্পন্দ বিন্দু আর যদি খোলা হয় তবে সুস্পন্দ বিন্দু গঠিত হয়। কাজেই বোঝা যায় যে, তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সাথে কম্পমান মাধ্যমের দৈর্ঘ্যের সম্পর্ক আছে। যদি মাধ্যমের দুই প্রান্তে নিস্পন্দ বিন্দু বা সুস্পন্দ বিন্দু গঠিত হয় তাহ'লে ঐ দুই প্রান্তের দূরত্ব $N\cdot\frac{\lambda}{2}$ হয়। কিন্তু যদি মাধ্যমের এক প্রান্তে নিস্পন্দ বিন্দু এবং অপর প্রান্তে সুস্পন্দ বিন্দু গঠিত হয় তবে ঐ দুই প্রান্তের দূরত্ব $(2N+1)\frac{\lambda}{4}$ হয়।

মনে রাখবে যে, স্থাণু তরঙ্গ গঠনকারী চল তরঙ্গদ্বয় অনুদৈর্ঘ্য হ'লে স্থাণু তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য এবং ইহারা তির্যক হ'লে স্থাণু তরঙ্গ তির্যক হয়।

স্থাণু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য (*Characteristics of stationary waves*) :

(i) উপরিপাত অঞ্চল কতকগুলি সমান লুপে (loops) বিভক্ত অবস্থায় স্থির থাকে। তির্যক স্থাণু তরঙ্গে পর পর দুই নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী অংশকে লুপ বলে।

(ii) উপরিপাত অঞ্চলে কতকগুলি বিন্দু চিরস্থায়িভাবে স্থির থাকে আবার কতকগুলি বিন্দু সর্বদা সর্বোচ্চ বিস্তারে কাঁপে।

(iii) কণা থেকে কণায় বিস্তার বৃদ্ধি পায়। এই বিস্তার নিস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয় এবং সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বোচ্চ মানের হয়।

(iv) দুটি পাশাপাশি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী বিন্দুগুলি একই সময়ে একই দিকে যায়। ইহাদের সরণ একই সময়ে শূন্য অথবা সর্বোচ্চ মানের হয়। কাজেই, ইহাদের সকলের দশা সমান হয়। সংলগ্ন লুপে কণাগুলি বিপরীত দশায় কাঁপে।

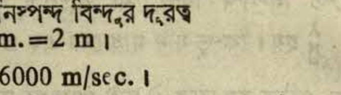
(v) কণার বেগ সর্বদাই সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বোচ্চ মানের হয় এবং নিস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য মানের হয়।

(vi) নিস্পন্দ বিন্দুতে চাপের পরিবর্তন সর্বোচ্চ হয়। সুস্পন্দ বিন্দুতে চাপ স্বাভাবিক থাকে। অনুদৈর্ঘ্য স্থাণু তরঙ্গে নিস্পন্দ বিন্দুগুলিতে মাধ্যম সঙ্কুচিত ও প্রসারিত হয়। যদি কোন মুহূর্তে একটি নিস্পন্দ বিন্দুতে মাধ্যম সর্বাধিক সঙ্কুচিত হয় তবে নিকটবর্তী নিস্পন্দ বিন্দুদ্বয়ে সর্বাধিক প্রসারণ ঘটে। অর্ধপর্যায়কাল পরে সংকোচন ও প্রসারণ স্থান বিনিময় করে।

উদাহরণ (**Examples**) ঃ

1. 200 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি রড এক প্রান্ত থেকে 50 cm. দূরে ক্ল্যাম্পের সঙ্গে বন্ধ আছে। ইহাতে অনুদৈর্ঘ্য কম্পন সৃষ্টি করা হয়। এই কম্পনের ন্যূনতম কম্পাঙ্ক 3000 Hz। রডে শব্দের বেগ কত ?

সমাধান ঃ রডের প্রত্যেক মুক্ত প্রান্তে সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয় এবং ইহা যে বিন্দুতে বন্ধ আছে সেখানে নিস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। এই শর্ত অনুযায়ী ন্যূনতম যত সংখ্যক নিস্পন্দ বিন্দুসহ রড কাঁপতে পারে তা 48 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে।



চিত্র 48

$$\text{তরঙ্গ দৈর্ঘ্য } \lambda = 2 \times \text{পর পর দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব}$$
$$= 2 \times 100 = 200 \text{ cm.} = 2 \text{ m}$$

আবার, $v = n\lambda = 3000 \times 2 = 6000$ m/sec.।

2. একটি কাচ দণ্ডের দৈর্ঘ্য 35 cm.। ইহার মধ্যবিন্দু ক্ল্যাম্প দ্বারা বন্ধ। ভিজে পশম দিয়ে ইহাকে ঘষা হয়। যদি রড থেকে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক 6000 cycle/sec. হয় তবে কাচে শব্দের বেগ কত ?

সমাধান ঃ মূল সুরের বেলায় রডের মধ্যবিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু ও দুই প্রান্তে সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। অতএব, $\frac{\lambda}{2} = 35$; বা, $\lambda = 70$ cm.।

রডে শব্দের বেগ $v = n\lambda = 6000 \times 70 = 420000$ cm./sec. $= 4200$ m/sec.

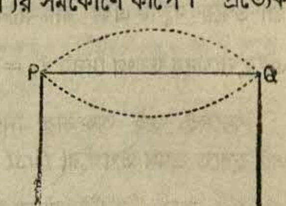
3.5. চল তরঙ্গ ও স্থাণু তরঙ্গের পার্থক্য (Distinction between Progressive and Stationary waves) ঃ

চল তরঙ্গ	স্থাণু তরঙ্গ
1. মাধ্যমের কণাগুলির অবিচ্ছিন্ন পর্যাবৃত্ত কম্পনের দরুন এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।	1. মাধ্যমের একই রেখা বরাবর দুটি অনুরূপ বিপরীতমুখী তরঙ্গের উপরিপাত ঘটলে এই তরঙ্গ গঠিত হয়।
2. কোন একটি কণার কম্পন প্রবাহরেখা বরাবর পরবর্তী কণায় হস্তান্তরিত হয়। কাজেই তরঙ্গ সামনের দিকে প্রবাহিত হয়।	2. মাধ্যম দিয়ে এই তরঙ্গ প্রবাহিত হয় না। যে অঞ্চলে বিপরীতমুখী দুই অনুরূপ চল তরঙ্গের উপরিপাত ঘটে সেখানে এই তরঙ্গ আবদ্ধ থাকে।

চল তরঙ্গ	স্থাণু তরঙ্গ
3. সময়ের সঙ্গে মাধ্যমের প্রত্যেক কণার সরণ, বেগ, ত্বরণ বা মাধ্যমের বিভিন্ন বিন্দুতে চাপ, ঘনত্ব ইত্যাদির সমান হারে ও সমানভাবে পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন হয়।	3. এই তরঙ্গে সরণ, বেগ এবং চাপের পরিবর্তন বিভিন্ন বিন্দুতে বিভিন্ন মানের হয়, কিন্তু একই বিন্দুতে স্থির থাকে। কণাগুলির কম্পাঙ্ক কিন্তু সমান থাকে।
4. প্রবাহ রেখা বরাবর কণাগুলির দশা সমান হয় না, কিন্তু ইহাদের বিস্তার সমান হয়। দুটি কণার দশা পার্থক্য ইহাদের পারস্পরিক দূরত্বের সমানুপাতিক হয়।	4. দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী কণাগুলির দশা সমান হয়, কিন্তু ইহাদের বিস্তার বিভিন্ন মানের হয়। নিস্পন্দ বিন্দুর দুদিকে কণাগুলি বিপরীত দশায় কাঁপে।
5. মাধ্যমের সকল কণা কোন সময়েই একসঙ্গে সাম্য অবস্থানে ফিরে আসে না।	5. একই পর্যায়কালে দু'বার সকল কণা একসঙ্গে সাম্য অবস্থানে আসে।
6. মাধ্যমের গতিশক্তি বা স্থিতি-শক্তি অপরিবর্তিত থাকে।	6. মাধ্যমের মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। পর্যায়ক্রমে গতিশক্তি ও স্থিতি-শক্তি একে অপরে রূপান্তরিত হয়।

3.6. প্রসারিত তারের তির্যক কম্পন (Transverse vibrations of stretched string) :

একটি প্রসারিত তারের ঠিক মাঝখানে ছড় দিয়ে টানলে তির্যক তরঙ্গ উৎপন্ন হয় এবং তারের প্রত্যেক অংশ টানের জন্য ইহার দৈর্ঘ্যের সমকোণে কাঁপে। প্রত্যেক অংশের এরূপ তির্যক কম্পনের জন্য তার বরাবর দুই প্রান্তের দিকে তির্যক তরঙ্গ প্রবাহিত হয়। স্থির বিন্দু P ও Q থেকে (চিত্র 49) এই তরঙ্গদ্বয় প্রতিফলিত হ'য়ে বিপরীত দিকে অগ্রসর হয় এবং তারের মাঝামাঝি কোন স্থানে পরস্পরকে অতিক্রম করে। এইভাবে দুই বিপরীতমুখী অভিন্ন চল তরঙ্গের উপরিপাত ঘটে এবং স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এই স্থাণুতরঙ্গে নিস্পন্দ বিন্দু, সুস্পন্দ বিন্দু, অনুনাদ ইত্যাদি উৎপন্ন হয়। তারের দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ থাকায় ইহার কম্পনের সময় প্রান্তদ্বয় কাঁপে না ব'লে ইহারা নিস্পন্দ বিন্দু হয়। তারের মাঝখানে একটি সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। এই অবস্থায় তার থেকে নির্গত সুরকে **মূল সুর** (*fundamental note*) বলে।



চিত্র 49

49 নং চিত্রে, $l=\frac{\lambda}{2}$; তারের দৈর্ঘ্য $=l$ ।

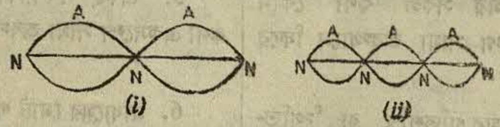
[∵ পর পর দুটি নিস্পন্দ বিন্দু বা সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $=\lambda/2$]

বা, $2l=\lambda$ ।

পরীক্ষা দ্বারা দেখা যায় যে, মূলসুরের কম্পাঙ্ক $n_1=\frac{V}{\lambda_1}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$;

T = তারের টান, m = তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর এবং V = চল তরঙ্গের বেগ $=\sqrt{T/m}$

প্রসারিত তার বিভিন্ন বৃত্তাংশে কাঁপতে পারে। যেমন ইহা 2, 3,...... ইত্যাদি সমান অংশে কাঁপতে পারে। এরূপ অবস্থায় নির্গত সুরকে মূলসুরের **উপসুর** (*overtones*) বলে। উপসুর মূলসুরের তুলনায় চড়া হয়। অর্থাৎ, প্রসারিত তার একাধিক বৃত্তাংশে কাঁপলে যে সুর নির্গত হয় তাকে **উপসুর** বলে।



চিত্র 50

যে উপসুরগুলির কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের সরল (1, 2, 3, 4 ...ইত্যাদি) গুণিতক হয় তাদের **সমমেল** বলে। কাজেই, **সব সমমেলই উপসুর কিন্তু সব উপসুর সমমেল নয়।** মূল সুরকে **প্রথম সমমেল** বলা হয়। মূলসুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরকে দ্বিতীয় সমমেল, ইত্যাদি বলা হয়।

যখন প্রসারিত তার দু'ই বৃত্তাংশে কাঁপে [চিত্র 50 (*i*)] তখন ইহার আবদ্ধ প্রান্তদ্বয়ে দু'টি এবং মাঝখানে একটি অর্থাৎ তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। এইরূপক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda_2=l$ এবং কম্পাঙ্ক $n_2=\frac{2}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}=2n_1$ ।

কাজেই, এই অবস্থায় নির্গত সুরের কম্পাঙ্ক মূলসুরের কপাঙ্কের দ্বিগুণ হয়। এই সুরকে **প্রথম উপসুর**(*first overtone*) বা **অষ্টক** (*octave*) বলে।

যদি তার তিনটি সমান বৃত্তাংশে কাঁপে [চিত্র 50 (*ii*)] তাহ'লে চারটি নিস্পন্দ বিন্দু ও তিনটি সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda_3=\frac{2}{3}l$ এবং কম্পাঙ্ক $n_3=\frac{3}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}=3n_1$ । কাজেই, এই অবস্থায় নির্গত সুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের তিনগুণ হয়। এই নির্গত সুরকে **দ্বিতীয় উপসুর** (*second overtone*) বলে। অনুরূপভাবে, তার যদি P সংখ্যক সমান বৃত্তাংশে কাঁপে তাহ'লে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক (n_p) মূলসুরের কম্পাঙ্কের P গুণ হয় এবং $n_p=\frac{P}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ হয়।

এখন প্রশ্ন, তারের টান ও দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রেখে কিভাবে ঐ তারের উপস্বরগুলিকে আলাদা আলাদা ভাবে সৃষ্টি করা যায় ? তারের দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশে ছড় টানলে এবং ইহার ঠিক মাঝখানে আঙ্গুল দিয়ে স্পর্শ ক'রলে দেখা যায় যে, তার দু'টি সমান বৃত্তাংশে কাঁপে। এক্ষেত্রে তার থেকে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক মূল স্বরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হয় অর্থাৎ প্রথম উপস্বর পাওয়া যায়। তারের দৈর্ঘ্যের এক ষষ্ঠমাংশে ছড় দিয়ে টেনে ইহার দৈর্ঘ্যের এক ও দুই-তৃতীয়াংশ স্পর্শ ক'রলে পরের উপস্বরগুলি পাওয়া যায়। অবশ্য তারের যে কোন স্থানে ছড় টেনে ইহাকে কোথাও স্পর্শ না ক'রলেও উপস্বর উৎপন্ন হয়। তবে সেক্ষেত্রে সব উপস্বর ধ্বনিত হয় না। এই সম্পর্কে হেলমহোজ (Helmholtz) ও ইয়ং (Young) এর সূত্র—**টান করা তারের যে বিন্দুতে ছড় টানা হয় সেই বিন্দুতে যে উপস্বরগুলির নিস্পন্দ বিন্দু থাকে তারা ধ্বনিত হয় না।** যেমন তারের দৈর্ঘ্যের এক-চতুর্থাংশে ছড় টানলে মূল স্বর এবং দ্বিতীয়, তৃতীয়, পঞ্চম, ষষ্ঠ, সপ্তম, নবম ইত্যাদি উপস্বরগুলি পাওয়া যায় ; কিন্তু চতুর্থ, অষ্টম, ষোড়শ ইত্যাদি উপস্বরগুলি ধ্বনিত হয় না। কারণ, তারের দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশে চতুর্থ, অষ্টম, ষোড়শ ইত্যাদি উপস্বরগুলির নিস্পন্দ বিন্দু বর্তমান থাকে। পরীক্ষা দ্বারা দেখা যায় যে, টান করা তার থেকে নির্গত শব্দে **মূলস্বর ছাড়া দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ উপস্বরের উপস্থিতি শব্দকে শ্রুতিমধুর করে।**

3.7. তারের তির্যক কম্পনের সূত্রাবলী (Laws of transverse vibrations of strings) :

দুই প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ প্রসারিত তারের তির্যক কম্পনের সূত্রগুলি—

(i) **টানের সূত্র** (*Law of Tension*) : কোন কম্পমান তারের দৈর্ঘ্য (l) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকলে কম্পাঙ্ক (n) টানের (T) বর্গমূলের সমানুপাতিক হয়, অর্থাৎ $n \propto \sqrt{T}$, যখন l ও m ধ্রুবক। l ও m স্থির থাকলে তারের কম্পাঙ্ক টানের পরিবর্তনের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। টান 4 গুণ বা 9 গুণ বৃদ্ধি পেলে কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 2 গুণ বা 3 গুণ বৃদ্ধি পায়।

(ii) **দৈর্ঘ্যের সূত্র** (*Law of length*) : কোন কম্পমান তারের টান (T) এবং প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকলে কম্পাঙ্ক ইহার দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতিক হয়, অর্থাৎ $n \propto \frac{1}{l}$, যখন T ও m ধ্রুবক। অতএব যদি একই টানে বিভিন্ন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট অভিন্ন তারের কম্পন হয় তবে কম দৈর্ঘ্যের তারের কম্পাঙ্ক বেশি হয়।

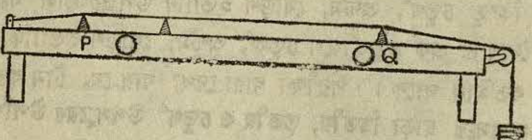
(iii) **ভরের সূত্র** (*Law of mass*) : যদি কম্পমান তারের দৈর্ঘ্য (l) ও টান (T) অপরিবর্তিত থাকে তবে কম্পাঙ্ক ইহার একক দৈর্ঘ্যের ভরের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক হয়। অর্থাৎ $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ যখন l ও T ধ্রুবক।

কাজেই যদি বিভিন্ন রৈখিক ঘনত্ব বিশিষ্ট সমদৈর্ঘ্যের তার নেওয়া হয় এবং ইহাদের একই টান দেওয়া হয় তবে বেশি ঘনত্বের তার থেকে কম কম্পাঙ্কের সুর নির্গত হয়। কিন্তু কম রৈখিক ঘনত্বের তার থেকে অধিক কম্পাঙ্কের সুর নির্গত হয়।

এই তিনটি সুত্রকে প্রসারিত তারের **তির্যক কম্পনের সূত্র** বলা হয়।

3.8. সনোমিটার বা মনোকর্ড (Sonometer or Monochord) :

সনোমিটার একটি ফাঁপা আয়তাকার কাঠের বাক্স। ইহার উপরে দুটি তার পাশাপাশি টান দেওয়া থাকে। একটি তারের এক প্রান্তকে বাক্সের এক প্রান্তে অবস্থিত খুঁটিতে দৃঢ় ভাবে আবন্ধ করা হয়। ইহার অপর প্রান্তকে বাক্সের অন্য প্রান্তে আবন্ধ একটি মসৃণ কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে গিয়ে একটি পাত্রে আটকানো হয় (চিত্র 51)। এই পাত্রে ওজন রাখা হয়। ঐ তারের পাশে অপর একটি



চিত্র 51

সমান্তরাল তার রাখা হয়। ইহাকে সহায়ক তার বলা হয়। P ও Q দুটি ব্রিজ (bridge)। ইহাদের মাঝখানে আর একটি চলনক্ষম ব্রিজ থাকে। কোন কোন যন্ত্রে আবার দুটি চলনক্ষম ব্রিজ থাকে। এই ব্রিজ দ্বারা তারের নির্দিষ্ট কোন অংশে কম্পনকে আবন্ধ রাখা যায়। কাঠের বাক্সকে এমনভাবে তৈরি করা হয় যাতে তারের কম্পনের দরুন ইহাতে অনুনাদ হয়। এই যন্ত্র দ্বারা তারের তির্যক কম্পনের সূত্রগুলির সত্যতা নিরূপণ করা যায়।

3.9. তারের তির্যক কম্পনের সূত্রগুলির সত্যতা নিরূপণ (Experimental verification of the laws of transverse vibrations of stretched strings) :

(i) **টানের সূত্র** (*Law of tension*) : দু'টি চলনক্ষম ব্রীজের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারের একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেওয়া হয়। ঐ তারে T_1 ভার এবং সহায়ক তারে যে কোন একটি ভার প্রয়োগ করা হয়। এবার সহায়ক তারের চলনক্ষম ব্রীজ সরিয়ে নির্ণয় করা হয় যে, ইহারকত দৈর্ঘ্যের সুর পরীক্ষাধীন তারের নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সুরের সঙ্গে মিলে যায়। ধরা যাক, সহায়ক-তারের এই দৈর্ঘ্য l_1। এবার পরীক্ষাধীন তারের ভার T_2 করা হয়। এই তারের টান পরিবর্তিত হওয়ায় ইহার নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সুরের কম্পাঙ্কও পরিবর্তিত হয়। আবার সহায়ক-তারের চলনক্ষম ব্রীজ সরিয়ে এরূপ দৈর্ঘ্য l_2 নির্ণয় করা হয় যে, এই দৈর্ঘ্যের সুরের কম্পাঙ্ক পরীক্ষাধীন তারের

নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সুরের কম্পাঙ্কের সমান হয়। দেখা যায় যে, $\frac{l_2^2}{l_1^2}=\frac{T_1}{T_2}$। কিন্তু সহায়ক-তারের টান অপরিবর্তিত থাকায়, $\frac{n_1}{n_2}=\frac{l_2}{l_1}$;

n_1 ও n_2 দুইক্ষেত্রে সহায়ক-তারের কম্পাঙ্ক। কিন্তু সহায়ক-তারের কম্পাঙ্ক দুইক্ষেত্রেই পরীক্ষাধীন তারের কম্পাঙ্কের সমান করা হয়। কাজেই, ইহারা পরীক্ষাধীন তারেরও কম্পাঙ্ক। সুতরাং, $\frac{n_1^2}{n_2^2}=\frac{T_1}{T_2}$। অথবা, $n \propto \sqrt{T}$।

(ii) **দৈর্ঘ্যের সূত্র** (*Law of length*)ঃ পরীক্ষাধীন তারে সুবিধাজনক ভার প্রয়োগ করা হয়। তারপর একটি পাতলা কাগজের ছোট টুকরোকে ভাঁজ ক'রে PQ অংশের মাঝখানে রাখা হয়। এবার একটি জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকাকে কাঁপিয়ে ইহার হাতলকে কাগজের টুকরোর সামনে সনোমিটার বাক্সের উপর ধরা হয়। সুরশলাকার কম্পন তারে সঞ্চালিত হয়। ইহাতে ঐ তারে তির্যক কম্পন উৎপন্ন হয়। Q সেতুকে সরিয়ে PQ দৈর্ঘ্য এমন করা হয় যাতে সুরশলাকার কম্পনে কম্পিত তার থেকে কাগজের টুকরো ছিটকে প'ড়ে যায়। এইরূপ ক্ষেত্রে তারের PQ অংশের কম্পাঙ্ক সুরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হয়। জানা কম্পাঙ্কের তিন চারটি সুরশলাকা নিয়ে অনুরূপ পরীক্ষা করা হয়। যদি সুরশলাকাগুলির কম্পাঙ্ক n_1, n_2, n_3 ইত্যাদি এবং ইহাদের সহিত সম কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট দৈর্ঘ্যগুলি যথাক্রমে l_1, l_2, l_3 ইত্যাদি হয় তবে দেখা যায় যে, $n_1 l_1 = n_2 l_2 = n_3 l_3$ ইত্যাদি। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, T ও m অপরিবর্তিত থাকলে $n \propto \frac{1}{l}$।

(iii) **ভরের সূত্র** (*Law of mass*)ঃ কয়েকটি বিভিন্ন প্রস্থচ্ছেদের তার নিয়ে ইহাদের ভর ও দৈর্ঘ্য মাপা হয়। প্রত্যেক তারের ভরকে দৈর্ঘ্য দ্বারা ভাগ ক'রে প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর নির্ণয় করা হয়। এবার একটি তারকে সনোমিটার যন্ত্রে আটকে টানের সূত্র পরীক্ষা করার সময় যেমন করা হ'য়েছিল অনুরূপ পরীক্ষা করা হয়। অন্যান্য তারগুলিকে নিয়েও অনুরূপ পরীক্ষা করা হয়। পরীক্ষাধীন তারগুলির প্রত্যেকটির টান ও কম্পনশীল দৈর্ঘ্য সমান রেখে সহায়ক-তারের l_1, l_2, l_3 ইত্যাদি দৈর্ঘ্যগুলি যদি পরীক্ষাধীন তারগুলির সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুর নির্গত করে তবে দেখা যায় যে,

$$\frac{l_1}{\sqrt{m_1}}=\frac{l_2}{\sqrt{m_2}}=\frac{l_3}{\sqrt{m_3}}=\cdots=\text{ধ্রুবক}।$$

অথবা, $\frac{l}{\sqrt{m}}=$ ধ্রুবক (K)। কিন্তু সহায়ক-তারের টান ও ভর স্থির থাকায় দৈর্ঘ্যের সূত্র অনুযায়ী $n \propto \frac{1}{l}$, বা, $n = K_1/l$; $K_1 =$ ধ্রুবরাশি। কাজেই, $n=\frac{K_1}{K\sqrt{m}}$।

বা, $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. 30 gm. ওজন ও 100 cm. দীর্ঘ একটি তারকে 16 Kg. ভারদ্বারা প্রসারিত ক'রলে ইহার মূলস্বরের কম্পাঙ্ক কত হয় ?

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, মূল সুরের কম্পাঙ্ক $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ ।

এক্ষেত্রে, $l=100$ cm, $m=\frac{30}{100}=0{\cdot}3$ gm/cm.

$T=16\times1000\times980$ dyne ।

$$\therefore\quad n=\frac{1}{2\times100}\sqrt{\frac{16\times1000\times980}{0{\cdot}3}}$$

$$=20\sqrt{\frac{98}{30}}\ \text{cycle/sec.}$$ ।

2. দুটি সদৃশ তার সমলয়ে আছে। একটি তার 30 cm. দীর্ঘ এবং 100 gm. wt. দ্বারা প্রসারিত। যদি অপর তার 220 gm. wt. দ্বারা প্রসারিত হয় তবে ইহার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ দুটি তার সদৃশ হওয়ায় ইহাদের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর সমান। আবার সমলয়ে থাকায় ইহাদের কম্পাঙ্ক সমান।

ধরা যাক, দুটি তারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1 ও l_2। তাহ'লে,

প্রথম তারের কম্পাঙ্ক $n_1=\frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T}{m}}=\frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{W_1}{m}}=\frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{M_1\times g}{m}}$ এবং

দ্বিতীয় তারের কম্পাঙ্ক $n_2=\frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{M_2\times g}{m}}$ ।

$$\therefore\quad \frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{M_1\times g}{m}}=\frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{M_2\times g}{m}}$$

আবার, $l_1=30$ cm. $M_1=100$ gm. এবং $M_2=220$ gm. । কাজেই,

$$\frac{1}{2\times30}\sqrt{\frac{100\times g}{m}}=\frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{220\times g}{m}}$$

$$\therefore\quad l_2=\frac{6\times\sqrt{220}}{2}=3\times\sqrt{220}=44{\cdot}49\ \text{cm.}$$ ।

3. একটি সনোমিটার তার 150 কম্পাঙ্কের সুর নির্গত করে। যদি ঐ তারের টান 9 ঃ 16 অনুপাতে বৃদ্ধি করা হয় এবং দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হয় তাহ'লে ঐ তার কত কম্পাঙ্কের সুর উৎপন্ন করে ?

সমাধান ঃ ধরা যাক প্রথম ক্ষেত্রে তারের দৈর্ঘ্য ও টান যথাক্রমে l_1 এবং T_1 এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তারের দৈর্ঘ্য ও টান যথাক্রমে l_2 ও T_2 ।

অতএব প্রশ্নানুযায়ী প্রথম ক্ষেত্রে $150=\frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T_1}{m}}$ ... (i)

এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $n=\frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T_2}{m}}$ ... (ii)

(ii) নং সমীকরণকে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ ক'রলে,

$$\frac{n}{150}=\frac{l_1}{l_2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \text{।}$$

কিন্তু শর্তানুযায়ী, $l_1 : l_2 = 1 : 2$ এবং $T_2 : T_1 = 16 : 9$।

কাজেই, $\frac{n}{150}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{2\times 3}$ $\therefore n=\frac{4\times 150}{2\times 3}=100$ cycle/sec.।

4. দু'টি অবলম্বনে একটি তার টান ক'রে বাঁধা আছে। অবলম্বনদ্বয়ের পারস্পরিক দূরত্ব 100 cm. এবং তারের উপাদানের ঘনত্ব 9 gm /c.c.। তারটির 0·05 cm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয়। যদি তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক 9×10^{11} dyne/cm² হয় তবে ইহার তির্যক কম্পনের ন্যূনতম কম্পাঙ্ক কত? [*I. I. T. 1975*]

সমাধান ঃ মূলস্বরের বেলায় আমরা জানি যে,

$$n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\pi r^2\rho}}\,;$$ $r=$ তারের ব্যাসার্ধ এবং $\rho=$ তারের ঘনত্ব।

$$\therefore n=\frac{1}{200}\sqrt{\frac{T}{\pi r^2\times 9}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = 0·05 cm.।

কাজেই, $Y=\frac{T}{\pi r^2}\times\frac{100}{0\cdot 05}$।

$$\therefore T=\frac{9\times 10^{11}\times\pi r^2\times 0\cdot 05}{100} \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

T এর এই মান (i) নং সমীকরণে ব্যবহার ক'রলে পাওয়া যায়,

$$n=\frac{1}{200}\times 10^3\times 5\sqrt{2}=35\cdot 35 \text{ cycle/sec.।}$$

5. একটি তারের এক প্রান্ত অপর একটি তারের এক প্রান্তের সঙ্গে ঝালাই করা হয়। ঐ তারদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাসার্ধ r ও $2r$। এই ঝালাই করা তারকে সনোমিটার তার হিসেবে ব্যবহার ক'রে ইহাতে টান (T) দেওয়া হয়। তারে স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হ'লে উভয় তারে লুপ সংখ্যার অনুপাত কত হয়? [*I. I. T. 1976*]

সমাধান ঃ 52 নং চিত্রে যদি AC তারের ব্যাসার্ধ r হয় তবে ঐ তারে তির্যক তরঙ্গের বেগ,

$$V_1=\sqrt{\frac{T}{\pi r^2 d}}\,;$$ তারের টান = T এবং ঘনত্ব = d।

আবার CB তারে তির্যক তরঙ্গের বেগ,

$$V_2=\sqrt{\frac{T}{\pi(4r^2)d}}$$

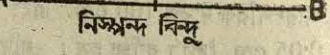
$$\therefore\ \frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{1}$$

যদি উভয় তারের কম্পাঙ্ক n হয় তবে,

$V_1=n\lambda_1$ ও $V_2=n\lambda_2$; λ_1 ও λ_2 যথাক্রমে AC ও CB তারে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

$$\therefore\ \frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{V}{V_2}=\frac{2}{1}$$

উভয় তারের দৈর্ঘ্য সমান হওয়ায় এবং মধ্যবিন্দু (C) তে নিস্পন্দ বিন্দু হওয়ায় AC ও CB অংশে লুপের সংখ্যা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতিক হয়। কাজেই,



চিত্র 52

$$\frac{\text{AC তারে লুপের সংখ্যা}}{\text{CB তারে লুপের সংখ্যা}}=\frac{1}{2}$$

6. একটি ধাতব তারের ভর 50 gm. এবং দৈর্ঘ্য 50 cm.। ইহার টান 88·2 নিউটন। (a) ঐ তারে তির্যক তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। (b) মূল স্বর, প্রথম উপস্বর ও দ্বিতীয় উপস্বরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (a) আমরা জানি যে,

$$\text{বেগ } v=\sqrt{\frac{T}{m}}=\sqrt{\frac{88{\cdot}2}{(5\times10^{-4})\times(5\times10^{-1})}}=297 \text{ m/sec.}$$

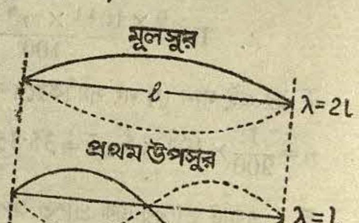
(b) মূল স্বরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ) তারের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। প্রথম ও দ্বিতীয় উপস্বরের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে মূল স্বরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ ও তিনগুণ। কাজেই, যদি মূল স্বরের কম্পাঙ্ক f হয় তবে,

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{297}{2\times0{\cdot}50}=297 \text{ Hz.}$$।

যদি প্রথম ও দ্বিতীয় উপস্বরের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1 ও f_2 হয় তবে

$$f_1=2\times297=594 \text{ Hz.}$$

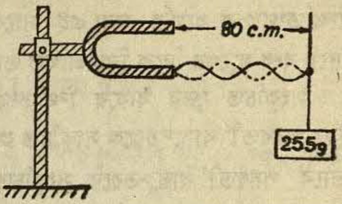
এবং $f_2=2\times297=891$ Hz.।



চিত্র 53

7. কোন তারের দৈর্ঘ্য 80 cm. এবং ভর 0·2 gm.। এই তারকে একটি স্বরশলাকার এক বাহুর সঙ্গে আটকানো হয়। স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক 250 Hz.। তারে টান কত দিলে ইহা 4টি লুপে কাঁপে।

সমাধান ঃ 54 নং চিত্রে এরূপ ব্যবস্থা দেখানো হ'য়েছে।



চিত্র 54

প্রতিটি লুপের দৈর্ঘ্য $=\frac{1}{4}\times 80 = 20$ cm.

$=\frac{\lambda}{2}$; λ = স্থাণু তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

কাজেই, $\lambda = 40$ cm.। আমরা জানি যে,

$v = n\lambda = 250 \times 0{\cdot}40 = 100$ m/sec.

আবার, $v=\sqrt{\frac{T}{m}}$

$$\therefore \quad T = mv^2 = \frac{2\times 10^{-4}}{8\times 10^{-1}}\times (0)^2$$

$$= 2{\cdot}5 \text{ Newton} = 255 \text{ gm. wt.}$$

8. 30 Kg. wt. টান ও 54 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি তারের কম্পাঙ্ক 500 cycle/sec.। যদি ইহার টান 15 Kg. wt. হয় তবে ইহার কম্পাঙ্ক কত ?

সমাধান ঃ একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট তারের কম্পাঙ্ক ইহার টানের বর্গমূলের সমানুপাতিক হওয়ায়,

$\frac{n}{n_1} = \sqrt{\frac{T}{T_1}}$। এক্ষেত্রে, $T_1 = 15$ Kg. wt. ও $T = 30$ Kg. wt.।

অতএব, $n_1 = n\sqrt{\frac{T_1}{T}} = \frac{500}{\sqrt{2}} = 353$ cycle/sec.

9. যদি একটি তারের টান 12 Kg. wt. হয় তবে ইহার দ্বিতীয় উপসুরের যে কম্পাঙ্ক হয়, ইহার টান T_3 Kg. wt. হ'লে ইহার তৃতীয় উপসুরের সেই একই কম্পাঙ্ক হয়। T_3 এর মান কত ?

সমাধান ঃ দ্বিতীয় উপসুরের কম্পাঙ্ক, $n_2 = \frac{3}{2L}\sqrt{\frac{T_2}{m}}$ ও তৃতীয় উপসুরের কম্পাঙ্ক, $n_3 = \frac{4}{2L}\sqrt{\frac{T_3}{m}}$। এক্ষেত্রে,

$$\frac{3}{2L}\sqrt{\frac{T_2}{m}} = \frac{4}{2L}\sqrt{\frac{T_3}{m}}$$

অতএব, $T_3 = \frac{9}{16}.T_2$। কিন্তু $T_2 = 12$ Kg. wt.।

$\therefore \quad T_3 = 6{\cdot}75$ Kg. wt.

3.10. বায়ুস্তম্ভের কম্পন (Vibrations of air column) ঃ

নলের খোলা মুখে কম্পনশীল সুরশলাকা ধ'রে বা খোলা মুখের পাশ দিয়ে বায়ু প্রবাহ ঘটিয়ে আবদ্ধ বায়ু স্তম্ভে কম্পন সৃষ্টি করা যায়। এই কম্পন আলোচনা কালে ধ'রে নেওয়া হয় যে, (i) নলের ব্যাস ইহার দৈর্ঘ্য ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় কম। (ii) নলের দেওয়াল দৃঢ় এবং (iii) সান্দ্রতার প্রভাব উপেক্ষণীয়।

আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভে কম্পন সৃষ্টি ক'রলে **অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ** পাওয়া যায়। যদি একমুখ বন্ধ নলের বায়ুতে কম্পনের দরুন সংকোচন উৎপন্ন হয় তবে বায়ুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের জন্য এই সংকোচন বা আলোড়ন স্থির না থেকে খোলা মুখ দিয়ে বন্ধ মুখের দিকে নিম্নলিখিত ভাবে অগ্রসর হয় ঃ—

সংকুচিত স্তর বায়ুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের জন্য প্রসারিত হ'তে চায়। তাই ইহা পরবর্তী বায়ুস্তরকে সংকুচিত করে। এই স্তর আবার একই কারণে এবং একই ভাবে পরবর্তী বায়ুস্তরকে সংকুচিত করে। এইভাবে সংকোচন নলের শেষ প্রান্তে পেঁছায়। নলের তলদেশে বায়ুকণা বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হয় এবং ইহাদের গতি বিপরীতমুখী হয়। প্রতিফলিত ঘনীভবন নলের উপর দিকে যেতে থাকে। এইভাবে নলে প্রত্যক্ষ ও প্রতিফলিত ঘনীভবন উৎপন্ন হ'য়ে পরস্পরের বিপরীত মুখে নলের উপরে এসে বায়ুমণ্ডলের সংস্পর্শে প্রসারিত হয়। পরবর্তী বায়ুস্তরও চাপ অপসারণের দরুন প্রসারিত হয়। নলের তলদেশ পর্যন্ত সব বায়ুস্তরের বেলায় একই ঘটনা ঘটতে থাকে। এইভাবে ঘনীভবন নলের বন্ধপ্রান্ত থেকে প্রতিফলিত হ'য়ে ইহার খোলামুখে তনুভবনে রূপান্তরিত হয়। এই তনুভবন আবার বন্ধ-প্রান্তের দিকে যেতে থাকে। যখন ইহা বন্ধপ্রান্তে পেঁছায়, তখন ইহার বায়ুকণা উপর দিকে যেতে চায়। ইহাতে নলের তলদেশে শূন্যতার সম্ভাবনা দেখা দেয় এবং চাপ স্বাভাবিক করার জন্য বায়ুকণা আবার নীচের দিকে যেতে শুরু করে। বায়ুর এই নিম্নগতির জন্য নলের উপর দিকে প্রসারণ সৃষ্টি হয়। এইভাবে ঘটনাটি পর পর ঘটতে থাকে।



চিত্র 55

কাজেই, নলে পরস্পর বিপরীতমুখী প্রত্যক্ষ ও প্রতিফলিত তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।

যখন নলের খোলামুখে তনুভবন উৎপন্ন হয় তখন বায়ুমণ্ডলের বায়ু নলের দিকে ছুটে আসে। ইহাতে নলের খোলামুখে নতুন ক'রে ঘনীভবন উৎপন্ন হয় এবং ইহা নলের নীচের দিকে চ'লতে শুরু করে ও পুনরায় প্রতিফলিত হ'য়ে খোলামুখে তনুভবন রূপে ফিরে আসে।

প্রতিফলিত তরঙ্গ ও প্রত্যক্ষ তরঙ্গের উপরিপাতের দরুন নলের মধ্যে **স্থাণু তরঙ্গের** সৃষ্টি হয় এবং নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। খোলামুখে কম্পন বেশি হওয়ায় ঐ স্থানে **সুস্পন্দ বিন্দু** উৎপন্ন হয় এবং বন্ধপ্রান্তে কম্পন না থাকায় ঐ স্থানে **নিস্পন্দ বিন্দু** উৎপন্ন হয়। নলে বায়ুস্তম্ভের এইরূপ কম্পনকে স্বাভাবিক কম্পন বলে। যে সময়ে একটি ঘনীভবন নলের খোলামুখ থেকে যাত্রা শুরু ক'রে বন্ধ নলে প্রতিফলিত হয় এবং তনুভবনরূপে খোলামুখে ফিরে আসে তাকে কম্পনের **স্বাভাবিক পর্যায়কাল** বলে। এক সেকেন্ডে যতবার এইরূপ ঘটনা ঘটে তাকে **কম্পাঙ্ক** বলে।

স্বাভাবিক কম্পনে বন্ধমুখে একটি নিস্পন্দ বিন্দু ও খোলা মুখে একটি সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। কাজেই,

যদি বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য l ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 হয় তবে $l=\frac{\lambda_1}{4}$।

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে নলের দৈর্ঘ্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশ হয়। স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্ক সর্বনিম্ন হয়।

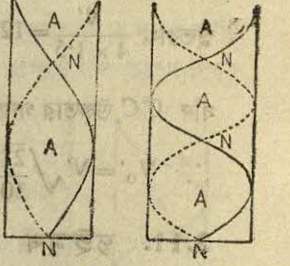
একমুখ বন্ধনলে কম্পনের বিভিন্ন প্রকৃতি (*Different modes of vibration in a pipe clsed at one end*) : একমুখ বন্ধনলের বায়ুস্তম্ভে স্বাভাবিক কম্পন ছাড়া অন্যান্য কম্পনও সৃষ্টি করা যায়। সর্বনিম্ন কম্পাঙ্কের সুরকে **মূল সুর** বলে এবং অন্যান্য উচ্চ কম্পাঙ্কের সুরকে **সমমেল** (*harmonics*) বা **উপসুর** (*overtones*) বলে।

স্বাভাবিক কম্পনের বেলায়, $l=\frac{\lambda_1}{4}$ হয়।

আবার যদি **মূলসুরের কম্পাঙ্ক** n_1 এবং তরঙ্গের বেগ V হয় তবে,

$$V=n_1\lambda_1=n_1\times 4l\text{।}$$

$$\therefore\ n_1=\frac{V}{4l}\text{।}$$



চিত্র 55

বন্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের প্রকৃতি যাই হোক না কেন সব ক্ষেত্রে খোলামুখে সুস্পন্দ বিন্দু এবং বন্ধমুখে নিস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। স্বাভাবিক কম্পন ছাড়া অন্যান্য ধরনের কম্পনে নলের মধ্যে একাধিক সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দু থাকতে পারে। 56 নং চিত্রে বিভিন্ন প্রকার কম্পন দেখানো হ'য়েছে।

নলে নিস্পন্দ বিন্দুর সংখ্যা P যদি একের বেশি হয় অর্থাৎ যদি $P=2, 3, 4\cdots$ ইত্যাদি হয় তাহ'লে নলের দৈর্ঘ্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশের $3, 5, 7\cdots$ইত্যাদি গুণ হয়। কাজেই, নলে P সংখ্যক নিস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হ'লে $l=(2P-1)\frac{\lambda_P}{4}$।

এই ধরনের কম্পনের কম্পাঙ্ক $n_P=V/\lambda_P=(2P-1)\frac{V}{4l}=(2P-1)n_1$।

যেমন $P=2$ হ'লে $l=\frac{3\lambda_2}{4}$ এবং $n_2=\frac{V}{\lambda_2}=\frac{3}{4l}V=3n_1$ ইত্যাদি।

কাজেই, একমুখ বন্ধনলে প্রথম সমমেলের কম্পাঙ্ক মূল কম্পাঙ্কের তিনগুণ হয়, দ্বিতীয় সমমেলের কম্পাঙ্ক মূল কম্পাঙ্কের 5 গুণ হয় ইত্যাদি। এই আলোচনা অনুযায়ী একমুখ বন্ধনলে শুধুমাত্র **বিজোড় সমমেলগুলিই** উৎপন্ন হয়। **জোড় সমমেলগুলি** এক্ষেত্রে উৎপন্ন হয় না।

উদাহরণ (**Example**) ঃ

এক মুখ খোলা কোন নলের দৈর্ঘ্য 1·5 metre। এই নলে গ্যাস আছে। ইহা একটি স্বরশলাকার সঙ্গে মূল স্বরে অনুনাদ ঘটায়। সমান দৈর্ঘ্য সম্পন্ন অপর একটি দুইমুখ খোলা নলে বায়ু আছে। এই বায়ুপূর্ণ নল ঐ একই স্বরশলাকার সঙ্গে মূল স্বরে অনুনাদ ঘটায়। যদি 30°C উষ্ণতায় বায়ুতে শব্দের বেগ 360 m/sec হয় তবে 0°C উষ্ণতায় ঐ গ্যাসে শব্দের বেগ কত ? [*I. I. T. 1974*]

সমাধান ঃ একমুখ খোলা নলে শব্দের কম্পাঙ্ক

$$=\frac{V'}{4\times 1\cdot 5};\ V' = 30°C \text{ উষ্ণতায় গ্যাসে শব্দের বেগ।}$$

দুইমুখ খোলা নলে শব্দের কম্পাঙ্ক $=\frac{V}{2\times 1\cdot 5}=\frac{360}{2\times 1\cdot 5}=120$ cycle/sec.।

সুতরাং, $\frac{V'}{4\times 1\cdot 5}=120$; $\therefore$ $V'=720$ m/sec।

যদি 0°C উষ্ণতার গ্যাসে শব্দের বেগ V_o' হয় তবে $\frac{V_o'}{V'}=\sqrt{\frac{273}{273+30}}$।

$\therefore$ $V_o'=V'\sqrt{\frac{273}{303}}=720\times\sqrt{\frac{273}{303}}=683\cdot 5$ m/sec.।

3.11. দুইমুখ খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের স্বাভাবিক কম্পন (Natural vibration of air-column in a pipe open at both ends) ঃ

যদি দুইমুখ খোলা নলের এক মুখে (L) ঘনীভবন উৎপন্ন হয় তবে বায়ুর স্থিতিস্থাপকতার জন্য ইহা নীচের দিকে চ'লে যায় (চিত্র 57)। বন্ধনলের ন্যায় যখন ঘনীভবন অপর খোলা মুখে (M) পেঁছায় তখন বায়ুমন্ডলের সংস্পর্শে আসায় ইহা প্রসারিত হয়। প্রথমে খোলা প্রান্তের উপরে বায়ুর চাপ শূন্য হয় এবং তনুভবন উৎপন্ন হয়। নলের অপর প্রান্তের তনুভবন প্রতিফলিত হ'য়ে উপরদিকে যায় ও প্রসারিত হয়। যখন অপর প্রান্ত থেকে প্রতিফলিত ঘনীভবন প্রথম প্রান্তে পেঁছায় তখন প্রসারণের দরুন চাপ কম হওয়ায় বায়ুমন্ডলের বায়ু ছুটে যায়। সুতরাং আবার ঘনীভবন উৎপন্ন হ'য়ে নীচের দিকে যায়। এইভাবে খোলা নলে প্রতিফলিত ও প্রত্যক্ষ ঘনীভবনের উপরিপাতের দরুন **স্থাণু অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ** (*Stationary longitudinal wave*) উৎপন্ন হয়।



চিত্র 57

সর্বদা দুই খোলামুখে সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়; কারণ বায়ুকণা এখানে অবাধে কাঁপতে পারে। সরল প্রকৃতির কম্পনে নলের মধ্য বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়, কেননা দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী স্থানে একটি নিস্পন্দ

বিন্দু থাকে। মনে রাখতে হয় যে, সুস্পন্দ বিন্দু নলের প্রান্ত থেকে 0·6r দূরে বাইরের দিকে থাকে ; r = নলের ব্যাসার্ধ। তাই নলের দৈর্ঘ্যে প্রান্তীয় শুদ্ধি প্রয়োগ ক'রতে হয়।

3.12. দুইমুখ খোলা নলে কম্পনের বিভিন্ন প্রকৃতি (Different modes of vibrations in a pipe open at both ends) :

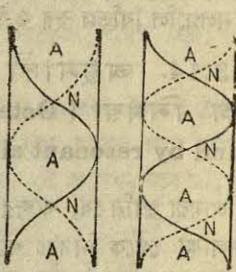
খোলা নলের দুইমুখে সুস্পন্দ বিন্দু থাকায় সরল প্রকৃতির কম্পনে কম্পাঙ্ক সর্বনিম্ন অর্থাৎ মূল কম্পাঙ্ক হয়। যদি তরঙ্গের দৈর্ঘ্য λ_1 এবং নলের দৈর্ঘ্য l হয় তবে, $l=\lambda_1/2$।

কিন্তু $V=n_1\lambda_1$ বা $n_1=\frac{V}{\lambda_1}=\frac{V}{2l}$; কম্পাঙ্ক $=n_1$।

কম্পনের পরবর্তী প্রকৃতিতে দুই প্রান্তে সুস্পন্দ বিন্দু ছাড়াও ইহার মাঝে দু'টি নিস্পন্দ ও একটি সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয় (চিত্র 58)। এক্ষেত্রে যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_2 হয় তবে $l=\lambda_2$।

কিন্তু $V=n_2\lambda_2$ বা $n_2=\frac{V}{\lambda_2}=\frac{V}{l}=2n_1$

হয় অর্থাৎ, খোলামুখ নলে প্রথম সমমেলের কম্পাঙ্ক (n_1) মূল কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হয়। পরবর্তী কম্পনের প্রকৃতি এমন হয় যে, খোলামুখস্থিত দু'টি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং দু'টি সুস্পন্দ বিন্দু গঠিত হয় (চিত্র 58)।



চিত্র 58

যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_3 হয় তবে $l=\frac{3\lambda_3}{2}$।

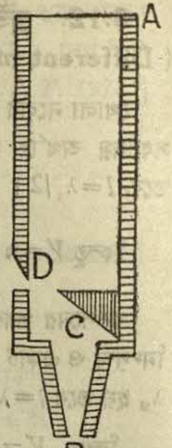
আবার $V=n_3\lambda_3$ বা $n_3=\frac{V}{\lambda_3}=\frac{3V}{2l}=3n_1$।

সুতরাং দ্বিতীয় সমমেলের কম্পাঙ্ক মূল কম্পাঙ্কের তিনগুণ হয়। অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, নলে P সংখ্যক নিস্পন্দ বিন্দু থাকলে $l=\frac{\lambda_p.P}{2}$। এই ধরনের কম্পনের কম্পাঙ্ক $n_P=\frac{V}{\lambda_P}=\frac{PV}{2l}=Pn_1$। ইহা মূল সুরের কম্পাঙ্কের P গুণ। কাজেই এরূপ কম্পনে P-তম সমমেল উৎপন্ন হয়। $P=1, 2, 3\cdots$ইত্যাদি হওয়ায় দুইমুখ খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের বেলায় **জোড় এবং বিজোড় উভয় সমমেলই** উৎপন্ন হয়।

3.13. অর্গান নল (Organ Pipe) ঃ

59 নং চিত্রে একটি অর্গান নল দেখানো হ'য়েছে। ইহা কাঠ বা ধাতু নির্মিত নল (AB)। ইহার আকার চতুষ্কোণ বা গোলাকার হ'তে পারে।

যদি B সরুমুখে বায়ু প্রবাহিত হয় তবে ঐ প্রবাহ C ফলক দ্বারা বাধাপ্রাপ্ত হ'য়ে C এর পাশ ঘেঁসে সরু পথে বেরিয়ে D কে আঘাত করে। এই D একটি ধারালো পাত। এই পাতকে lip বলে। বায়ুপ্রবাহ এই lip এর দু'পাশে পর্যায়ক্রমে বাধাপ্রাপ্ত হয়। ইহাতে বায়ুপ্রবাহে একটি আবর্ত (flutter) উৎপন্ন হয় এবং নলের বায়ুস্তম্ভে কম্পন সৃষ্টি হয়। এই বায়ুস্তম্ভের নিজস্ব একটি কম্পাঙ্ক থাকে। এই কম্পাঙ্ক নলের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। যদি প্রতি সেকেন্ডে আবর্তের সংখ্যা ঐ কম্পাঙ্কের সমান হয় তবে বায়ুস্তম্ভে প্রচন্ড কম্পন সৃষ্টি হয় এবং জোরালো স্বর নির্গত হয়। অর্গান যন্ত্রে এইরূপ অনেকগুলি নল থাকে। এই নলগুলি বিভিন্ন স্বর ও উপস্বর সৃষ্টি করে।

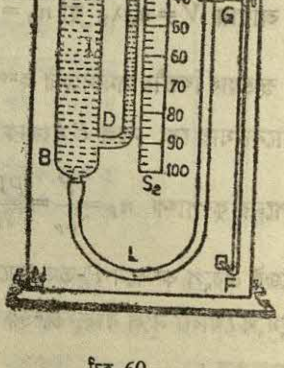


চিত্র 59

3.14. অনুনাদী বায়ুস্তম্ভ দ্বারা শব্দের বেগ নির্ণয় (Determination of velocity of sound by resonant air column) ঃ

আমরা জানি যে, শব্দের বেগ $V=n\lambda$। কাজেই, যদি n কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট কোন স্বরশলাকা থেকে নির্গত শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ) নির্ণয় করা যায় তবে শব্দের বেগ পাওয়া যায়।

একমুখ বন্ধ নলে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের নিজস্ব কম্পাঙ্ক থাকে। এই কম্পাঙ্ক বায়ু-স্তম্ভের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। এইরূপ একটি নলের খোলা মুখে যদি কোন কম্পমান স্বরশলাকা ধরা যায় তবে সুরশলাকার কম্পন নলে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে। আবার যদি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক বায়ুস্তম্ভের কম্পাঙ্কের সমান হয় তবে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। এরূপ বায়ুস্তম্ভকে **'অনুনাদী বায়ুস্তম্ভ'** বলা হয়।



চিত্র 60

পরীক্ষা ঃ 60নং চিত্রে AB একটি কাচের চোঙ এবং CD একটি কাচের নল। AB চোঙের নীচের প্রান্তে CD নল এমনভাবে আটকানো হয় যে ইহাদের মধ্যে যোগাযোগ থাকে। HG জলাধারের নীচের প্রান্তের সঙ্গে

AB চোঙের নীচের প্রান্ত রাবার নল (BLG) দ্বারা যুক্ত থাকে। AB চোঙ, CD নল এবং HG জলাধারের মধ্যে যোগাযোগ থাকায় এবং ইহাদের উপরের খোলামুখ বায়ুমণ্ডলে উন্মুক্ত থাকায় HG জলাধারে জল ঢাললে সেই জল তিনটি নলেই একই অনুভূমিক তলে থাকে। জলের এই অনুভূমিক তলের পাঠ CD নলের পাশে আটকানো (S_1S_2) স্কেল থেকে পাওয়া যায়। HG জলাধারকে উল্লম্ব দণ্ড (EF) বরাবর উঠিয়ে বা নামিয়ে বা স্থির রেখে AB চোঙে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যকে কমানো বা বাড়ানো বা স্থির রাখা যায়। ইহাদের সকলকে উল্লম্ব কাঠের ফ্রেমে (MN) আটকানো হয়।

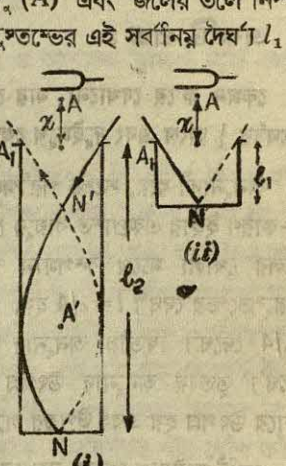
চোঙের খোলা মুখের (A) কাছে কম্পমান সুরশলাকা ধ'রলে শলাকার কম্পনে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এই তরঙ্গ চোঙের বায়ু দিয়ে যায় এবং জলের তল থেকে প্রতিফলিত হ'য়ে ফিরে আসে। কাজেই, চোঙের বায়ুতে সুরশলাকা দ্বারা উৎপন্ন একটি নিম্নগামী তরঙ্গ এবং জলতল থেকে প্রতিফলিত একটি ঊর্ধ্বগামী তরঙ্গ থাকে। এই দুই তরঙ্গের উপরিপাতের দরুন স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এই স্থাণু তরঙ্গে পর্যায়ক্রমে সুস্পন্দ বিন্দু বা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হয় $\lambda/2$। আবার একটি সুস্পন্দ বিন্দু ও পরবর্তী নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হয় $\lambda/4$, λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

সর্বনিম্ন দৈর্ঘ্যের বায়ুস্তম্ভের কম্পনে মূল সুর উৎপন্ন হয় এবং এক্ষেত্রে চোঙের খোলা মুখের সামান্য উপরে x দূরত্বে সুস্পন্দ বিন্দু (A) এবং জলের তলে নিস্পন্দ বিন্দু (N) উৎপন্ন হয় [চিত্র 61 (*ii*)]। যদি বায়ুস্তম্ভের এই সর্বনিম্ন দৈর্ঘ্য l_1 হয় তবে বলা যায়,

$$l_1 + x = \frac{\lambda}{4} \quad \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

আবার l_2 দৈর্ঘ্যের (l_2 প্রায় l_1 এর তিনগুণ) বায়ু স্তম্ভের কম্পনে নির্গত প্রথম উপসুরের বেলায় চোঙের খোলা মুখের সামান্য উপরে x দূরত্বে সুস্পন্দ বিন্দু A, জলের তলে নিস্পন্দ বিন্দু N এবং চোঙের ভিতরে আরও একটি সুস্পন্দ বিন্দু A′ ও একটি নিস্পন্দ বিন্দু N′ থাকে [চিত্র 61 (*i*)]। কাজেই এক্ষেত্রে,

$$l_2 + x = \frac{3\lambda}{4} \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$



চিত্র 61

(8) নং এবং (7) নং সমীকরণ অনুযায়ী,

$$l_2 - l_1 = \frac{\lambda}{2}\ ;\ \text{অথবা},\ \lambda = 2\,(\,l_2 - l_1\,)\text{।}$$

কিন্তু শব্দের বেগ V = কম্পাঙ্ক (n) × তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ)। কাজেই,

$$V = 2n\,(\,l_2 - l_1\,) \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

(9) নং সমীকরণের সাহায্যে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় করা যায়।

একটি মাত্র অনুনাদী বায়ু স্তম্ভের দৈর্ঘ্যের সাহায্যেও শব্দের বেগ নির্ণয় করা যায়। চোঙের খোলা মুখের সামান্য উপরে x দূরত্বে সুস্পন্দ বিন্দু থাকে। এই দূরত্ব x কে **'প্রান্তিক ত্রুটি'** (*end error*) বলে। তাত্ত্বিক প্রমাণে দেখা যায় যে, $x=0{\cdot}3\ d$; $d=$ চোঙের আভ্যন্তরীণ ব্যাস।

সমীকরণ (7) অনুযায়ী

$$\frac{\lambda}{4}=l_1+x=l_1+0{\cdot}3d$$

অথবা, $\lambda=4\ (\ l_1+0{\cdot}3d\ )$ ... ... (10)

কাজেই, $V=n\lambda=4n\ (\ l_1+0{\cdot}3d\ )$ ... (11)

d এর মান নির্ণয় ক'রে সমীকরণ (11) অনুযায়ী V এর মান পাওয়া যায়।

এক্ষেত্রে লক্ষ্য করা যায় যে, শব্দের বেগ (V) জানা থাকলে এই পরীক্ষা দ্বারা একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্কও নির্ণয় করা যায়।

বিঃ দ্রঃ অনুদৈর্ঘ্য স্থাণু তরঙ্গকে চিত্রে দেখানো অসুবিধাজনক হওয়ায় 56, 57, 58 ও 61 নং চিত্রে প্রচলিত রীতি অনুযায়ী ইহাদের তির্যক তরঙ্গ রেখা দ্বারা দেখানো হ'য়েছে।

একটি প্রশ্ন ঃ

কেমন ক'রে দেখানো যায় যে শ্রেষ্ঠ অনুনাদ দৈর্ঘ্য একমুখ বন্ধ নলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{4}$ অংশ এবং দুইমুখ খোলা নলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{2}$ অংশ ?

অনুনাদী বায়ু স্তম্ভ পরীক্ষায় দুইমুখ খোলা নল বন্ধ নলের ন্যায় আচরণ করে —কারণ ইহার একপ্রান্ত বায়ুর চেয়ে ঘন মাধ্যম জল দ্বারা বন্ধ থাকে। এই পরীক্ষায় নলের খোলা মুখে কম্পমান সুরশলাকা ধ'রলে প্রথম অনুনাদ উৎপন্ন হয় যখন বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য $l=\lambda/4$ হয়, $\lambda=$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। নলকে উপর দিকে তুললে $l=3\lambda/4$ দৈর্ঘ্যে দ্বিতীয় অনুনাদ উৎপন্ন হয়। নলকে আরও উপরে তুললে $l=5\lambda/4$ দৈর্ঘ্যে তৃতীয় অনুনাদ উৎপন্ন হয়। দেখা যায় যে, প্রথম অনুনাদের বেলায় শব্দ জোরে উৎপন্ন হয় এবং উপসুর গুলির বেলায় ইহা ক্ষীণ হ'তে ক্ষীণতর হয়।

একটি দুইমুখ খোলা নল নেওয়া হয়। ইহার উপর কাগজের রোল (roll) শক্ত ক'রে আটকিয়ে ইহার দৈর্ঘ্যকে বাড়ানো বা কমানো যায়। ঐ একই কম্পমান সুরশলাকাকে এই নলের যে কোন খোলা মুখে ধ'রলে প্রথম অনুনাদ $l=\lambda/2$ দৈর্ঘ্যে উৎপন্ন হয়। দ্বিতীয় অনুনাদ $l=2\lambda/2$ এবং তৃতীয় অনুনাদ $l=3\lambda/2$ দৈর্ঘ্যে উৎপন্ন হয়। দেখা যায় যে, এক্ষেত্রেও প্রথম অনুনাদে উৎপন্ন শব্দ অপরাপর অনুনাদে উৎপন্ন শব্দের চেয়ে বেশি জোরালো হয়।

উদাহরণ (Example) ঃ

340 cycle/sec. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি স্বরশলাকাকে কোন নলের খোলা মুখে কাঁপানো হয়। নলের দৈর্ঘ্য 120 cm.। ঐ নলে ধীরে ধীরে জল ঢালা হয়। জলস্তম্ভের সর্বনিম্ন কত উচ্চতায় অনুনাদ সৃষ্টি হয়? বায়ুতে শব্দের বেগ 340 m./sec.। [*I. I. T. 1975*]

বায়ুতে শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য $\lambda = \frac{V}{n} = \frac{340}{340} = 1$ m. = 100 cm.।

একমুখ খোলা নলে প্রথম অনুনাদ হয় যখন বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য $= \frac{\lambda}{4} = \frac{100}{4}$ = 25 cm.। যখন বায়ু স্তম্ভের দৈর্ঘ্য $= \frac{3\lambda}{4} = 75$ cm. হয় তখন ইহাতে দ্বিতীয় অনুনাদ সৃষ্টি হয়।

যখন বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য $\frac{5\lambda}{4} = 125$ cm. হয় তখন ইহাতে তৃতীয় অনুনাদ সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে নলের দৈর্ঘ্য 120 cm. হওয়ায় তৃতীয় অনুনাদ হয় না। কাজেই যখন দ্বিতীয় অনুনাদ হয় তখন জলস্তম্ভের দৈর্ঘ্য সর্বনিম্ন হয়। এই দৈর্ঘ্য = 120 − 75 = 45 cm.।

3.15. ব্যতিচার (Interference) ঃ

যদি মাধ্যমের কোন বিন্দুতে সমান বিস্তার ও কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট দুটি তরঙ্গের **উপরিপাত** হয় তবে দু'রকমের ব্যাপার হ'তে পারে—

(i) তরঙ্গদ্বয় একই দশায় পৌঁছালে ঐ বিন্দুর লব্ধ বিস্তার তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তারের সমষ্টির সমান হয় অর্থাৎ যে-কোন একটি তরঙ্গের বিস্তারের দ্বিগুণ হয়।

(ii) তরঙ্গদ্বয় বিপরীত দশায় পৌঁছালে ঐ বিন্দুর লব্ধ বিস্তার শূন্য হয়।

কোন বিন্দুতে **প্রাবল্য** বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক হওয়ায় প্রথমক্ষেত্রে ঐ বিন্দুতে প্রাবল্য বা তীব্রতা যে কোন একটি তরঙ্গ দ্বারা সৃষ্ট তীব্রতার চার গুণ হয় এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ইহা শূন্য হয়। সুতরাং দুটি তরঙ্গের সমন্বয়ে গঠিত তীব্রতা কোথাও খুব বেশি হয় আবার কোথাও বা শূন্য হয়। এই ঘটনাকে **তরঙ্গের ব্যতিচার** বলে। তরঙ্গের ব্যতিচারের দরুন শক্তি কিন্তু নষ্ট হয় না, শুধুমাত্র বিভিন্ন বিন্দুতে অসমভাবে বণ্টিত হয়। শূন্য তীব্রতার স্থান থেকে অপসারিত শক্তি বেশি তীব্রতার স্থানে সঞ্চিত হয়।

3.16. স্থায়ী ব্যতিচারের শর্ত (Conditions of sustained interference) ঃ

(i) তরঙ্গদ্বয়কে সম দৈর্ঘ্যের ও সম বিস্তারের বা তুলনীয় (comparable) বিস্তারের হ'তে হয়। ইহাদের কম্পাঙ্ককেও সমান হ'তে হয়।

(ii) তরঙ্গদ্বয়ের পারস্পরিক দশা সম্পর্ক সর্বদা বজায় থাকতে হয়। এইরূপ তরঙ্গ সৃষ্টিকারী উৎসগুলিকে **সুসংগত উৎস** (*coherent sources*) বলে।

(iii) ব্যতিচার সৃষ্টিকারী তরঙ্গমুখদ্বয়কে সামান্য কোণে নত থাকতে হয়।

ব্যতিচারের গাণিতিক ব্যাখ্যা (*Mathematical explanation of interference*) : মাধ্যমের কোন বিন্দুতে সমান কম্পাঙ্ক ও বিস্তার সম্পন্ন দুটি তরঙ্গ পৌঁছালে ঐ বিন্দুতে অবস্থিত কণার উপর দু'টি দোলগতি আরোপিত হয়। এই দোলগতিদ্বয়কে লেখা যায়,

$y_1 = a \sin \omega t$ ও $y_2 = a \sin (\omega t - \alpha)$

ইহাদের সমন্বয়ে উৎপন্ন মোট সরণ

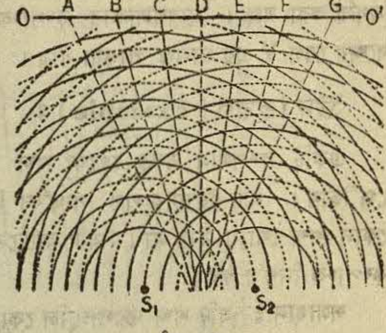
$$y = y_1 + y_2 = 2a \cos \left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin \left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right)$$

কাজেই, লব্ধগতির বিস্তার $2a \cos \left(\frac{\alpha}{2}\right)$। ইহা সাধারণত বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে কিন্তু সময়ের উপর নির্ভর করে না। যদি $\alpha = (2n+1)\pi$ ($n = 0, 1, 2, 3$ ইত্যাদি) হয় তবে $\cos \frac{\alpha}{2} = 0$ হয় এবং কোন আন্দোলন থাকে না। সুতরাং কতকগুলি বিন্দুতে তরঙ্গদ্বয়ের এমনভাবে উপরিপাত হয় যে, ঐ বিন্দুগুলিতে ইহাদের কোন প্রভাব থাকে না। তাই এই বিন্দুগুলিতে তরঙ্গদ্বয়ের **ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার** (*destructive interference*) হয়। আবার যদি $\alpha = 2n\pi$ হয় তবে $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm 1$ এবং আন্দোলন সর্বোচ্চ হয়। কাজেই কতকগুলি বিন্দুতে তরঙ্গদ্বয়ের এমনভাবে উপরিপাত হয় যে ঐ বিন্দুগুলিতে লব্ধ সরণ সর্বোচ্চ মানের হয়। তাই এই বিন্দুগুলিতে তরঙ্গদ্বয়ের **গঠনমূলক ব্যতিচার** (*constructive interference*) হয়। সুতরাং তরঙ্গের শক্তি সমগ্র অঞ্চল বরাবর সমভাবে বণ্টিত না হ'য়ে কোন কোন বিন্দুতে বেশি হয় এবং কোন কোন বিন্দুতে শূন্য হয়। সব ধরনের তরঙ্গের বেলাতেই এইরূপ ঘটনা ঘটতে দেখা যায়। ইহাকেই **তরঙ্গের ব্যতিচার** বলে।

3.17. ব্যতিচারের দৃষ্টান্ত (Illustration of interference) :

তির্যক যান্ত্রিক তরঙ্গ (Mechanical wave) দ্বারা ব্যতিচার বোঝা যায়। ধরা যাক, কোন স্থির জলাশয়ের জলতলের উপরে S_1 ও S_2 বিন্দুতে অনবরত একই ধরনের আন্দোলন উৎপন্ন করা হয়। ঐ বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র ক'রে সমান কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বৃত্তাকার তরঙ্গ চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। এই তরঙ্গগুলি তরঙ্গপাদ ও তরঙ্গশীর্ষের সমন্বয়ে গঠিত হয়। 62 নং চিত্রে যে-কোন মুহূর্তে বৃত্তাকার অবিচ্ছিন্ন রেখা দ্বারা তরঙ্গশীর্ষ এবং বিচ্ছিন্ন বৃত্তাকার রেখা দ্বারা তরঙ্গপাদ দেখানো হ'য়েছে। তরঙ্গশীর্ষে উপর দিকে জলকণার সর্বোচ্চ সরণ হয়। তরঙ্গপাদে

নীচের দিকে জলকণার সর্বোচ্চ সরণ হয়। সুতরাং তরঙ্গ শীর্ষ ও তরঙ্গপাদ বিপরীত দশায় থাকে। কাজেই উপরিপাতের নিয়ম অনুযায়ী যে বিন্দুগুলিতে একটি তরঙ্গের তরঙ্গশীর্ষ এবং অপর তরঙ্গের তরঙ্গপাদ একত্রিত হয় সেই বিন্দু- গুলিতে লব্ধ সরণের মান শূন্য হয়। আবার যে বিন্দুগুলিতে দুটি তরঙ্গশীর্ষ বা দুটি তরঙ্গপাদ একত্রিত হয় সেই বিন্দুগুলিতে লব্ধ সরণের মান সর্বোচ্চ হয়। 62 নং চিত্র অনুযায়ী যে বিন্দুগুলিতে ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার হয় তারা A, C, E ইত্যাদি রেখার উপর অবস্থিত। এই রেখাগুলিকে ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার রেখা বলে। আবার যে বিন্দু-

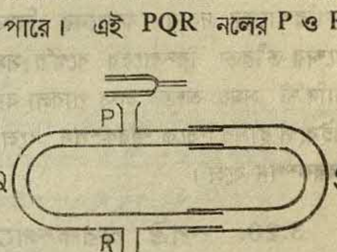


চিত্র 62

গুলিতে গঠনমূলক ব্যতিচার হয় সেই বিন্দুগুলিও অপর কতকগুলি রেখা B, D, F ইত্যাদির উপর অবস্থিত। এই রেখাগুলিকে গঠনমূলক ব্যতিচার রেখা বলে। গঠনমূলক ও ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার রেখাগুলির সমন্বয়কে ব্যতিচার নকশা বা প্যাটার্ন (interference pattern) বলে। সুতরাং **জলতলের উপর একটি ব্যতিচার নকশা দেখা যায়।**

3.18. ব্যতিচারের পরীক্ষাঃ কুইঙ্কের পরীক্ষা (Experiment on interference : Quinke's experiment) ঃ

এই পরীক্ষা দ্বারা সহজেই শব্দ তরঙ্গের ব্যতিচার বোঝা যায়। 63 নং চিত্রে PQR নল S নলের মধ্যে চলাচল ক'রতে পারে। এই PQR নলের P ও R অবস্থানে একটি ক'রে ছোট নল আটকানো থাকে। P নলের খোলা মুখের সামনে একটি কম্পমান স্বরশলাকা ধ'রলে উৎপন্ন শব্দতরঙ্গ নলে প্রবেশ ক'রে দু'ভাগে বিভক্ত হয়। এক ভাগ PQR পথে ও অপর ভাগ PSR পথে যায় এবং উভয়ে পুনরায় R নলে পরস্পরের সঙ্গে মিলিত হয়। R নলের খোলা মুখে কান পাতলে শব্দ শোনা যায়।



চিত্র 63

যদি PQR এবং PSR পথের দৈর্ঘ্য সমান হয় তবে সবচেয়ে বেশি জোরে শব্দ শোনা যায়। কেননা এই অবস্থায় PQR ও PSR পথে আগত দুই শব্দ তরঙ্গের দশা সমান হয় এবং ইহাদের উপরিপাতের দরুন **গঠনমূলক ব্যতিচার** হয়। যদি S নলকে ধীরে ধীরে ভিতরের দিকে ঠেলে বা বাইরের দিকে টেনে PQR এবং PSR পথের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ করা হয় তবে পরস্পর বিপরীত দশায় উভয় তরঙ্গের উপরিপাত

হওয়ায় **ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার** হয়। এই অবস্থায় ক্ষীণ শব্দ শোনা যায় বা কোন শব্দই শোনা যায় না। S নলের অবস্থান পরিবর্তন ক'রে লব্ধ শব্দের তীব্রতাকে পর্যায় ক্রমে সর্বোচ্চ ও সর্ব নিম্ন করা যায়। এই পরীক্ষা দ্বারা শব্দতরঙ্গের দৈর্ঘ্য (λ) নির্ণয় করা যায়। স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক (n) জানা থাকলে $V=n\lambda$ সম্পর্ক থেকে শব্দের বেগ V এর মানও পাওয়া যায়।

উদাহরণ (Example) ঃ

একটি কম্পমান বস্তু থেকে শব্দ তরঙ্গ দু'টি পথে কোন একটি বিন্দুতে পৌঁছায়। যদি ইহাদের পথ পার্থক্য 12 cm. বা 36 cm. হয় তহ'লে ঐ বিন্দুতে কোন শব্দ শোনা যায় না। যদি বায়ুতে শব্দের বেগ 330m/sec. হয় তবে বস্তুর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ যদি শব্দ তরঙ্গগুলি কোন বিন্দুতে পৌঁছে নীরবতা সৃষ্টি করে তবে উহাদের পথ পার্থক্য $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ ইত্যাদি হয় ; λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

তাহ'লে এক্ষেত্রে $\frac{\lambda}{2}=12$ বা $\frac{3\lambda}{2}=36$

অতএব, $\lambda=24$ cm.

যদি শব্দের কম্পাঙ্ক n ও বেগ v হয় তবে

$$n=\frac{v}{\lambda}=\frac{33000}{24}=1375 \text{ cycle/sec.}$$

3.19. স্বরকম্পন (Beats) ঃ

একই দিকে চলন্ত প্রায় সমান কম্পাঙ্ক এবং বিস্তার সম্পন্ন দু'টি তরঙ্গ শ্রেণীর উপরিপাতের দরুন কম্পনের বিস্তার পর্যায়ক্রমে বাড়তে ও ক'মতে থাকে। শব্দের তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক হওয়ায় উপরিপাত বিন্দুতে একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর লব্ধ প্রাবল্য বা তীব্রতার হ্রাস ও বৃদ্ধি ঘটে। লব্ধ প্রাবল্যের এইরূপ হ্রাসবৃদ্ধিকে **স্বরকম্পন** বলে। হ্রাসবৃদ্ধির একটি সম্পূর্ণ পর্যায়কে একটি **স্বরকম্পন** বলে।

3.20. স্পষ্ট স্বরকম্পনের শর্ত (Conditions for distinct beats) ঃ

স্পষ্ট স্বরকম্পন সৃষ্টি করার জন্য নিম্নলিখিত শর্তগুলি সিদ্ধ হওয়া প্রয়োজন—

(i) স্বরকম্পন সৃষ্টিকারী তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্ক পার্থক্য কম হওয়া প্রয়োজন।

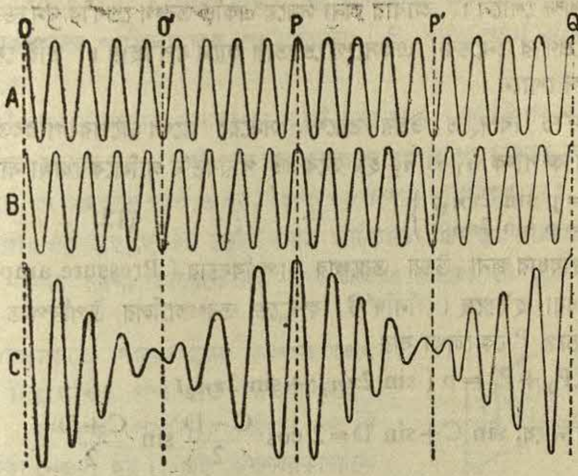
(ii) তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার পার্থক্য কম হওয়া প্রয়োজন।

(iii) তরঙ্গ সৃষ্টিকারী উৎসদ্বয়ের প্রকৃতি এক হওয়া প্রয়োজন।

দুই তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বা বিস্তার পার্থক্য খুব বেশি হ'লেও স্বরকম্পন হয়, কিন্তু ইহা বোঝা যায় না।

3.21. স্বরকম্পনের গঠন (Formation of beats) :

ধরা যাক, দুই তরঙ্গ-উৎসের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n ও n' এবং $n>n'$। ইহাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ ও λ' এবং তরঙ্গ বেগ v। যে কোন মুহূর্তে ধরা যাক ঐ উৎস দ্বয় নির্গত তরঙ্গ কোন বিন্দুতে (64 নং চিত্রে O বিন্দু)



চিত্র 64

একই দশায় আছে। এই তরঙ্গ দ্বয় আবার অপর এক বিন্দুতে (64 নং চিত্রে P বিন্দু) একই দশায় থাকে যখন ছোট দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ বড় দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের চেয়ে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বেশি যায়। যদি $OP=l$ হয় এবং এই l দৈর্ঘ্যে m সংখ্যক বড় দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ থাকে তবে,

$$l=m\lambda'=(m+1)\lambda, \text{ অথবা } m=\frac{\lambda}{\lambda'-\lambda}।$$

তরঙ্গ বেগ v হওয়ায় লব্ধ তরঙ্গও v বেগে যায়। তাহ'লে কোন নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত প্রাবল্যের হ্রাস বা বৃদ্ধি v দূরত্বের মধ্যে থাকে। পর পর দুটি হ্রাস বা বৃদ্ধির মধ্যবর্তী দূরত্ব l হওয়ায় v দূরত্বে ইহাদের সংখ্যা হয়

$$\frac{v}{l}=\frac{v}{m\lambda'}=\frac{v}{\lambda'}\left(\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda}\right)=\frac{v}{\lambda}-\frac{v}{\lambda'}=n-n'$$

সুতরাং কোন বিন্দুতে প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট স্বরকম্পনের সংখ্যা তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্ক পার্থক্যের সমান হয়।

3.22. স্বরকম্পনের গাণিতিক ব্যাখ্যা (Mathematical explanation of beats) :

ধরা যাক, দুটি শব্দতরঙ্গ শ্রেণীর কম্পাঙ্ক পার্থক্য সামান্য। এই দুই তরঙ্গ শ্রেণীকে বায়ুমাধ্যমে একই সময়ে পাঠানো হয়। একজন শ্রোতা একই স্থানে

পর্যায়ক্রমে কম এবং বেশি শব্দ শুনতে পায়। শব্দের তীব্রতার এই পর্যায়ক্রমিক হ্রাস ও বৃদ্ধিই, স্বরকম্পন। শব্দতরঙ্গ শ্রেণীদ্বয়ের কম্পাঙ্ক বিভিন্ন হওয়ায় এক শ্রেণীর তরঙ্গে ঘনীভবন ও তনুভবনের মধ্যে যে দূরত্ব হয় অপর শ্রেণীর তরঙ্গে সেই দূরত্ব আলাদা হয়। তাই কোন এক সময়ে শ্রোতার কানে দু'টি ঘনীভবন একসঙ্গে পেঁছায় ও শ্রোতা তীব্র শব্দ শোনে। আবার অন্য সময়ে একটি তরঙ্গ শ্রেণীর ঘনীভবন এবং অপর তরঙ্গ শ্রেণীর তনুভবন একসঙ্গে শ্রোতার কানে পেঁছায়। তাই সেই সময়ে শ্রোতা ক্ষীণ শব্দ শোনে।

কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে উভয় তরঙ্গে, সময়ের সঙ্গে চাপের পরিবর্তন ঘটে। যদি তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্ক n_1 ও n_2 হয় তবে এই পরিবর্তন গুলিকে লেখা যায়,

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= p \sin 2\pi n_1 t \\ \text{এবং}\quad P_2 &= p \sin 2\pi n_2 t \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad \cdots \quad (12)$$

বর্ণনার সুবিধার জন্য উভয় তরঙ্গের চাপ-বিস্তার (Pressure amplitude) p কে সমান ধরা হ'য়েছে। নির্দিষ্ট বিন্দুতে তরঙ্গগুলির উপরিপাত হয় এবং প্রতি মুহূর্তে চাপ P কে লেখা যায়

$$P = P_1 + P_2 = p\,(\sin 2\pi n_1 t + \sin 2\pi n_2 t) \quad \cdots \quad (13)$$

আমরা জানি যে, $\sin C + \sin D = 2\cos\frac{C-D}{2}\sin\frac{C+D}{2}$

কাজেই, $$P = 2p\cos 2\pi\frac{n_1 - n_2}{2}t\,\sin 2\pi\frac{n_1 + n_2}{2}t \quad \cdots \quad \cdots \quad (14)$$

সুতরাং বলা যায় যে, (14) নং সমীকরণ দ্বারা $\frac{1}{2}(n_1 + n_2)$ গড় কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট এবং $2p\cos 2\pi\frac{n_1 - n_2}{2}t$ বিস্তার বিশিষ্ট কম্পন সূচিত হয়। এই কম্পনের বিস্তার $\frac{1}{2}(n_1 - n_2)$ কম্পাঙ্ক অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়। বিস্তার $[2p\cos 2\pi\frac{n_1 - n_2}{2}t]$ সর্বোচ্চ মানের হয় এবং শ্রুত শব্দও তীব্রতম হয় যখন $\cos 2\pi\frac{n_1 - n_2}{2}t$ এর মান -1 বা $+1$ হয়, অর্থাৎ যখন $t = \frac{1}{n_1 - n_2}, \frac{2}{n_1 - n_2}, \frac{3}{n_1 - n_2},$ ইত্যাদি হয়। আবার এই বিস্তার শূন্য হয় এবং শ্রুত শব্দও ক্ষীণতম হয় যখন

$\cos 2\pi\frac{n_1 - n_2}{2}t$ এর মান শূন্য হয়, অর্থাৎ যখন

$t = \frac{1}{2(n_1 - n_2)}, \frac{3}{2(n_1 - n_2)}, \frac{5}{2(n_1 - n_2)},$ ইত্যাদি হয়।

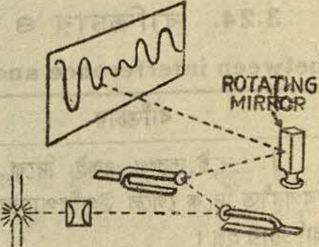
কাজেই দেখা যায় যে, $\frac{1}{n_1 - n_2}$ সেকেন্ড অন্তর তীব্র বা ক্ষীণ শব্দ শোনা যায়। কাজেই, প্রতি সেকেণ্ডে উৎপন্ন স্বরকম্পনের সংখ্যা = প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন তীব্রতম বা ক্ষীণতম শব্দের সংখ্যা = $n_1 - n_2$।

যদি উভয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক পার্থক্য 8 বা 10 হার্ৎস্‌-এর কম হয় তবে স্বরকম্পন পরিষ্কার বোঝা যায়। এই পার্থক্য বেশি হ'তে শুরু ক'রলে স্বরকম্পন বোঝা ক্রমশ কঠিন হয়, কারণ সেক্ষেত্রে কান শব্দ প্রাবল্যের হ্রাস বৃদ্ধি পৃথকভাবে বুঝতে পারে না। যদি কম্পাঙ্কের পার্থক্য 20 হার্ৎস্‌-এর বেশি হয় তাহ'লে অবিচ্ছিন্ন শব্দ (continuous note) শোনা যায়। এরূপ শব্দকে beat note বলে।

স্বরকম্পনের পরীক্ষামূলক পর্যালোচনা (*Experimental demonstration of beats*) ঃ

পরীক্ষাগারে সহজেই স্বরকম্পন সৃষ্টি করা যায়। দু'টি সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরশলাকা নেওয়া হয়। এই সুর শলাকাদ্বয়কে এক সঙ্গে আঘাত ক'রলে উভয়ে স্বর সঙ্গতিতে বা সমলয়ে কম্পিত হয়, কিন্তু স্বরকম্পন সৃষ্টি হয় না। যে কোন একটি সুরশলাকার এক বাহুতে এক ফোঁটা মোম আটকালে ঐ সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়। এবার সুরশলাকাদ্বয়কে এক সঙ্গে আঘাত ক'রলে পরিষ্কার স্বরকম্পন শোনা যায়।

পরীক্ষাগারে স্বরকম্পনের কম্পন লেখ সহজেই নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে পাওয়া যায়। সামান্য কম্পাঙ্ক পার্থক্য বিশিষ্ট দু'টি সুরশলাকা নেওয়া হয়। এই সুরশলাকাদ্বয়কে এমনভাবে রাখা হয় যাতে ইহাদের কম্পন তল পরস্পরের সমান্তরাল হয় (চিত্র 65)। সুরশলাকাদ্বয়ের প্রত্যেকের এক বাহুতে হাল্কা দর্পণ আটকানো হয়। একটি আর্কল্যাম্প নির্গত আলোক রশ্মিকে কম্পমান সুরশলাকাদ্বয়ের দর্পণ থেকে পর্যায়ক্রমে প্রতিফলিত করা হয় এবং এই প্রতিফলিত রশ্মিকে একটি ঘূর্ণায়মান দর্পণ দ্বারা প্রতিফলিত ক'রে পর্দায় ফেলা হয়। পর্দায় স্বরকম্পনের কম্পন লেখ দেখা যায়।



চিত্র 65

3.23. স্বরকম্পনের ব্যবহারিক প্রয়োগ (Practical applications of the phenomenon of beats) ঃ

(i) দু'টি শব্দ স্বরসঙ্গতিতে (in unision) আছে কিনা তা স্বরকম্পন দ্বারা জানা যায়। বাদ্যকারগণ এই পদ্ধতিতে তাঁদের বাদ্যযন্ত্রে সুর মেলান। সুর মিললে আর স্বরকম্পন শোনা যায় না। সনোমিটার তার ও সুরশলাকার সুর এই পদ্ধতিতে মেলানো যায়।

(ii) স্বরকম্পন দ্বারা একটি উৎসের অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। এমন একটি সুরশলাকা নেওয়া হয় যে, ঐ সুরশলাকা এবং উৎস এক সঙ্গে কাঁপলে স্বরকম্পন সৃষ্টি হয়। সেক্ষেত্রে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক (n) এবং উৎসের কম্পাঙ্ক (n_1) প্রায় সমান হয়। এইবার প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট স্বরকম্পনের সংখ্যা নির্ণয় করা হয়। যদি এই সংখ্যা m হয় তবে $m=n_1 \sim n$। n_1 এর চেয়ে n বেশি না কম জানার জন্য

স্বরশলাকার এক বাহুতে এক ফোঁটা মোম আটাকানো হয়। ইহাতে স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক n এর চেয়ে কম হয়। এইবার যদি প্রতি সেকেন্ডে স্বরকম্পনের সংখ্যা বাড়ে তাহ'লে বোঝা যায় যে n এর চেয়ে n_1 বেশি এবং সেক্ষেত্রে $m=n_1-n$, অথবা, $n_1=m+n$ হয়। কিন্তু যদি প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন স্বরকম্পনের সংখ্যা কমে তাহ'লে $m=n-n_1$, অথবা, $n_1=n-m$ হয়। কাজেই, n_1 এর মান নির্ণয় করা যায়।

(iii) কয়লা খনির বায়ু অবিশুদ্ধ কিনা তা স্বরকম্পন দ্বারা বোঝা যায়। দুই সম দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট অর্গান নলের একটিতে বিশুদ্ধ বায়ু এবং অপরটিতে খনি-মধ্যস্থ বায়ু নেওয়া হয়। এইবার অর্গান নলদ্বয়কে এক সঙ্গে স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কাঁপালে যদি স্বরকম্পন সৃষ্টি হয় তাহ'লে বোঝা যায় যে খনি মধ্যস্থ বায়ু অবিশুদ্ধ। কারণ দুই নলের বায়ুর রাসায়নিক সংযুক্তি যদি বিভিন্ন হয় তবে ইহাদের মধ্যে শব্দের বেগ ও স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক বিভিন্ন হয়। খনি মধ্যস্থ বায়ু অবিশুদ্ধ হওয়ার জন্য উভয় অর্গান নল থেকে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক পার্থক্য থাকে এবং স্বরকম্পন সৃষ্টি হয়।

3.24. ব্যতিচার ও স্বরকম্পনের তুলনা (Comparison between interference and beats) ঃ

ব্যতিচার	স্বরকম্পন
1. দুই তরঙ্গ একই দিকে অথবা বিপরীত দিকে গেলে উপরিপাতের দরুন ব্যতিচার হয়।	1. যদি দুই তরঙ্গ একইদিকে যাওয়ার দরুন উপরিপাত ঘটে তবে স্বরকম্পন সৃষ্টি হয়।
2. দুই তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন সরণকে সমরেখ হ'তে হয়।	2. দুই তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন সরণকে সমরেখ হ'তে হয়।
3. দুই উৎসের কম্পাঙ্কদ্বয়কে একেবারে সমান হ'তে হয়।	3. দুই উৎসের কম্পাঙ্কদ্বয়কে প্রায় সমান হ'তে হয়, কিন্তু একেবারে সমান হওয়া চলে না।
4. তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তারকে প্রায় সমান হ'তে হয়।	4. তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তারকে প্রায় সমান হ'তে হয়। একেবারে সমান হ'লে ভাল হয়।
5. সব বিন্দুতেই তরঙ্গের দশা প্রভেদ সমান থাকতে হয়।	5. কোন বিন্দুতে দশা প্রভেদকে 0 থেকে π-এর মধ্যে সর্বদা পরিবর্তিত হ'তে হয়।
6. বিন্দু থেকে বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার, বিভিন্ন হয় কিন্তু কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্থির থাকে।	6. কোন বিন্দুতে লব্ধি বিস্তারের মান নির্দিষ্ট সময় অন্তর সর্বোচ্চ থেকে সর্বনিম্ন হয়।
7. ব্যতিচারনকশা মাধ্যমে স্থির থাকে।	7. তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখে স্বরকম্পন প্রবাহিত হয়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. দু'টি সুরশলাকাকে একসঙ্গে কাঁপালে প্রতিসেকেণ্ডে চারটি স্বরকম্পন উৎপন্ন হয়। নির্দিষ্ট টান সম্পন্ন ও 128 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি তারের সঙ্গে একটি সুরশলাকার সুর মিল ঘটে। অপর সুরশলাকার সঙ্গে ঐ তারের 130 cm. দৈর্ঘ্যের সুর মিল ঘটে। প্রত্যেক সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [*Jt. Entrance 1978*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক n_1 ও n_2।

আমরা জানি যে, কম্পাঙ্ক $(n) \propto \frac{1}{\text{দৈর্ঘ্য } (l)}$

কাজেই এক্ষেত্রে, $\frac{n_1}{n_2} = \frac{130}{128}$,

বা, $n_1 = \frac{130}{128} \times n_2$ ... ... (i)

আবার প্রতি সেকেণ্ডে 4টি স্বর কম্পন উৎপন্ন হওয়ায়

$n_1 - n_2 = 4$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ অনুযায়ী

$n_2 = 256$ vib./sec.

এবং $n_1 = 260$ vib./sec.।

2. যদি কোন প্রসারিত তারের দৈর্ঘ্য 95 cm. বা 100 cm. হয় তবে ইহা একটি সুরশলাকার সঙ্গে প্রতি সেকেণ্ডে 6 টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ?

সমাধান ঃ ধরা যাক, 95 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট তারের কম্পাঙ্ক n_2 ও 100 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট তারের কম্পাঙ্ক n_2'। উভয়ক্ষেত্রে টান (T) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) সমান। কাজেই,

$$n_2 = \frac{1}{2 \times 95}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad \text{এবং} \quad n_2' = \frac{1}{2 \times 100}\sqrt{\frac{T}{m}}।$$

সুতরাং, $\frac{n_2}{n_2'} = \frac{100}{95} = \frac{20}{19}$

$\therefore\ 19n_2 = 20n_2'$

$\therefore\ n_2 > n_2'$

যদি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক n_1 হয় তবে প্রদত্ত শর্তানুযায়ী

$n_1 - n_2' = 6$

$n_2 - n_1 = 6$

সুতরাং, $20n_1 - 20n_2' = 120$ ... ... (i)

$19n_2 - 19n_1 = 114$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ অনুযায়ী $n_1 = 234$ vib./sec.।

3. দু'টি সুরশলাকাকে এক সঙ্গে কাঁপালে প্রতি সেকেন্ডে 4টি স্বরকম্পন শোনা যায়। একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 256 cycle/sec.। অপর সুরশলাকার কম্পাঙ্ক অজানা। এই অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার এক বাহুতে মোম আটকানো হ'লেও ইহা প্রতি সেকেন্ডে 4টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। ইহার কম্পাঙ্ক কত ?

(*I. I. T. 1974*)

সমাধান ঃ যদি সুরশলাকার অজানা কম্পাঙ্ক n হয় তবে,

$n = 256 + 4 = 260$ cycle/sec.

বা, $n = 256 - 4 = 252$ cycle/sec.।

সুরশলাকার বাহুতে মোম লাগালে ইহার কম্পাঙ্ক ক'মে যায়। যদি n এর মান 252 হয় তবে মোম লাগানোর পর ইহা আরও ক'মে যায়। সেক্ষেত্রে প্রতি সেকেন্ডে 4টির বেশি স্বরকম্পন শোনা যায়। কিন্তু প্রশ্নানুযায়ী প্রতি সেকেন্ডে স্বরকম্পনের সংখ্যা 4টিই থাকে। কাজেই, n এর প্রকৃত মান 256 cycle/sec.। মোম লাগানের পর উহার কম্পাঙ্ক 252 হয়। তাই পুনরায় প্রতি সেকেন্ডে 4টি স্বরকম্পন শোনা যায়।

3·25. ডপলার ক্রিয়া (Doppler effect)

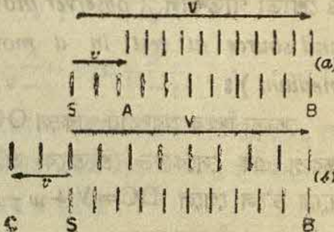
তরঙ্গের উৎস ও শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতিবেগ থাকলে শ্রোতার কাছে যে কম্পাঙ্কের তরঙ্গ পেঁছায় তা উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্কের সমান নয় ব'লে মনে হয়। যদি উৎস শ্রোতার দিকে অগ্রসর হয় তবে প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি কম্পাঙ্কের তরঙ্গ শ্রোতার কাছে পেঁছায় ব'লে মনে হয়, আর উৎস শ্রোতা থেকে বিপরীত দিকে গেলে প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে কম কম্পাঙ্কের তরঙ্গ শ্রোতার কাছে পেঁছায় ব'লে মনে হয়। আপেক্ষিক গতির জন্য উৎপন্ন এই ক্রিয়াকে **ডপলার ক্রিয়া** বলে। যে নীতি দ্বারা এই ক্রিয়া ব্যাখ্যা করা হয় তাকে **ডপলার নীতি** (*Doppler's principle*) বলে।

একটি শব্দের উৎস মোটামুটি গতিবেগে কোন শ্রোতাকে অতিক্রম ক'রে গেলে ঐ উৎসের আপাত কম্পাঙ্কের পরিবর্তন হয়। যেমন, একটি রেল এঞ্জিন অতিক্রম ক'রে গেলে শ্রোতা ইহার হুইশেলের শব্দ কম জোরে শোনে। আবার যদি এঞ্জিন শ্রোতার দিকে অগ্রসর হয় তবে ইহার হুইশেলের শব্দ শ্রোতা বেশি জোরে শোনে। উৎস স্থির থাকলে পরপর দু'টি ঘনীভবন বা তনুভবনের মধ্যে যে দূরত্ব হয়, উৎস শ্রোতার দিকে গেলে সম্মুখভাগে সেই দূরত্ব কিছু কম হয়। কাজেই, উৎস স্থির থাকলে ঐ ঘনীভবন বা তনুভবন যে কম্পাঙ্কে শ্রোতার কাছে পেঁছায়, উৎস শ্রোতার দিকে গেলে ইহা তার চেয়ে বেশি কম্পাঙ্কে পেঁছায়। অনুরূপভাবে ব্যাখ্যা করা যায় যে, উৎস শ্রোতাকে অতিক্রম ক'রে গেলে শব্দের কম্পাঙ্ক কম ব'লে মনে হয়। 1842 খৃষ্টাব্দে জোহান ডপ্‌লার এই ঘটনা ব্যাখ্যা করেন। এখানে বলা প্রয়োজন যে, **ডপ্‌লার ক্রিয়া শুধুমাত্র শব্দ তরঙ্গের ধর্ম নয়, ইহা যে কোন তরঙ্গের সাধারণ ধর্ম**। নীচে শব্দ তরঙ্গের বেলায় ডপ্‌লার ক্রিয়া ব্যাখ্যা করা হ'ল। আলোচনার সুবিধার্থে ধ'রে নেওয়া হয় যে, শব্দের উৎস এবং শ্রোতার আপেক্ষিক গতিবেগ ইহাদের সংযোজী সরলরেখা বরাবর হয়।

3.26. শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে ডপ্‌লার ক্রিয়ার ব্যাখ্যা (Explanation of Doppler effect in case of sound waves) ঃ

(i) **স্থির মাধ্যমে উৎস গতিশীল ও শ্রোতা স্থির অবস্থায়** (*source moving and observer at rest in a stationary medium*) ঃ

ধরা যাক, S উৎসের কম্পাঙ্ক n (চিত্র 66)। কাজেই উৎস থেকে প্রতি সেকেণ্ডে n সংখ্যক তরঙ্গ নির্গত হয়। যদি শব্দের বেগ V হয় তবে S উৎস থেকে এক সেকেন্ডে নির্গত তরঙ্গগুলি ঐ সেকেন্ড শেষে SB = V দূরত্বের মধ্যে থাকে। যদি S উৎসের গতিবেগ শ্রোতা O এর অভিমুখে v হয় তবে ঐ সেকেন্ড শেষে উৎস A বিন্দুতে থাকে এবং SA = v হয়। উৎস স্থির অবস্থায় S অবস্থানে থাকলে প্রথম তরঙ্গ ছাড়া অপর তরঙ্গগুলি শ্রোতা থেকে যত দূরে থাকত উৎস A অবস্থানে আসায় ঐ তরঙ্গগুলি শ্রোতা থেকে তার চেয়ে কম দূরে থাকে। AB = V − v হওয়ায় n সংখ্যক তরঙ্গ V দূরত্বের পরিবর্তে V − v দূরত্বে থাকে। কাজেই, উৎসের গতির জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\left(\frac{V}{n}\right)$ পরিবর্তিত হ'য়ে $\frac{V-v}{n}$ হয়। সুতরাং, শ্রোতার কাছে আপাত কম্পাঙ্ক,



চিত্র 66

$$n_1 = \frac{V}{\frac{V-v}{n}} = n \cdot \frac{V}{V-v}$$ ।

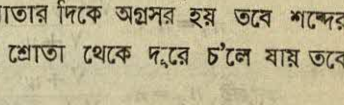
শ্রোতা থেকে উৎস দূরে চ'লে গেলে (চিত্র 66) শ্রোতার কাছে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক,

$$n_1 = n \cdot \frac{V}{V+v}$$ ।

উপরের সম্পর্কগুলি অনুযায়ী যদি উৎস শ্রোতার দিকে অগ্রসর হয় তবে শব্দের কম্পাঙ্কের আপাত বৃদ্ধি হয় এবং যদি উৎস শ্রোতা থেকে দূরে চ'লে যায় তবে শব্দের কম্পাঙ্কের আপাত হ্রাস হয়।

(ii) **গতিশীল মাধ্যমে উৎস গতিতে ও শ্রোতা স্থির অবস্থায়** (*source moving and observer at rest in a moving medium*) ঃ

মাধ্যমের গতি থাকলে আপাত কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয়। ধরা যাক, উৎসের গতিবেগ v এর অভিমুখে মাধ্যমের বেগ w। যদি শব্দের গতিবেগ V হয় তবে এক সেকেন্ডে উৎস নির্গত তরঙ্গগুলি AB দূরত্বে থাকে যেখানে, AB = V + w − v (চিত্র 67)

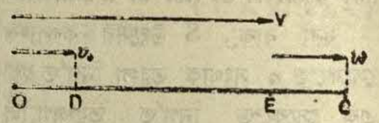


চিত্র 67

সুতরাং, v এর জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\frac{(V+w-v)}{(V+w)}$ অনুপাতে পরিবর্তিত হয়।

কাজেই, স্থির শ্রোতার কাছে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক (n) পরিবর্তিত হয়ে n_1 হয়। যেখানে,

$$n_1 = n \cdot \frac{(V+w)}{(V+w-v)} \quad \cdots \quad (15)$$



চিত্র 68

(iii) গতিশীল মাধ্যমে উৎস স্থির ও শ্রোতা গতিশীল (*observer moving and source at rest in a moving medium*) **:**

শ্রোতা স্থির অবস্থায় থাকলে $OC = V+w$ (চিত্র 68) দূরত্বে অবস্থিত n সংখ্যক তরঙ্গ এক সেকেন্ডে শ্রোতাকে অতিক্রম করে। কিন্তু শ্রোতা v_0 বেগে উৎস থেকে দূরে চ'লে গেলে $DC = V+w-v_0$ দূরত্বে অবস্থিত তরঙ্গগুলি এক সেকেন্ডে শ্রোতাকে অতিক্রম করে।

কাজেই, শ্রোতার বেগের জন্য $\frac{(V+w-v_0)}{V+w}$ অনুপাতে কম্পাঙ্কের পরিবর্তন হয়। সুতরাং শ্রোতার কাছে শব্দের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হ'য়ে n_2 হয় এবং

$$n_2 = n \cdot \frac{(V+w-v_0)}{(V+w)} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (16)$$

(iv) গতিশীল মাধ্যমে উৎস ও শ্রোতা গতিশীল (*source and observer moving*) **:**
উৎস ও মাধ্যমের গতির জন্য, শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক

$$n_1 = n \cdot \frac{V+w}{V+w-v} \text{ (15 নং সমীকরণ অনুযায়ী)} \quad \cdots \quad (17)$$

এই আপাত কম্পাঙ্ক n_1 আবার শ্রোতার বেগের জন্য পরিবর্তিত হ'য়ে n_2 হয় এবং

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{V+w-v_0}{V+w} \text{ (16 নং সমীকরণ অনুযায়ী)}$$

কাজেই, $n_2 = n \cdot \frac{V+w}{V+w-v} \cdot \frac{V+w-v_0}{V+w}$ (17 নং সমীকরণ অনুযায়ী)

$$= n \cdot \frac{V+w-v_0}{V+w-v}$$

বিকল্প পদ্ধতি ঃ

ধরা যাক, কোন মুহূর্তে শ্রোতা শব্দের উৎস থেকে x দূরত্বে আছে এবং উৎস শ্রোতার দিকে v বেগে যায়। ঘনীভবনের কেন্দ্র থেকে পরিমাপ ক'রলে,

প্রথম তরঙ্গ (ঘনীভবনের কেন্দ্র) $\frac{x}{V}$ সেকেন্ড পরে পৌঁছায় ;

দ্বিতীয় তরঙ্গ (ঘনীভবনের কেন্দ্র) $T+\frac{x-vT}{V}$ সেকেন্ড পরে পেঁছায় ;

উৎসের পর্যায়কাল $=T$ এবং প্রথম ও দ্বিতীয় তরঙ্গ নির্গত করার সময় অবকাশে উৎস দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব $=vT$। পর পর দু'টি তরঙ্গ পেঁছানোর সময় অবকাশই শ্রোতার কাছে উৎসের আপাত পর্যায়কাল T_1।

কাজেই,

$$T_1=T+\frac{x-vT}{V}-\frac{x}{V}=T\left(1-\frac{v}{V}\right)=T\,\frac{V-v}{V}$$

অতএব, আপাত কম্পাঙ্ক $n_1=\frac{1}{T_1}=\frac{1}{T}\cdot\frac{V}{V-v}=n.\frac{V}{V-v}$ ... ... (18)

যদি উৎস স্থির অবস্থায় থাকে এবং শ্রোতা শব্দ প্রবাহের অভিমুখে v_0 বেগে যায় তবে শ্রোতার কাছে শব্দের আপেক্ষিক বেগ হয় $V-v_0$। যখন উৎস থেকে প্রথম তরঙ্গ নির্গত হয় তখন শ্রোতার দূরত্ব x হ'লে

শ্রোতার কাছে প্রথম তরঙ্গ $\frac{x}{V-v_0}$ সেকেন্ড পরে পেঁছায়।

শ্রোতার কাছে দ্বিতীয় তরঙ্গ $T+\frac{x+v_0T}{V-v_0}$ সেকেন্ড পরে পেঁছায়।

প্রথম ও দ্বিতীয় তরঙ্গ নির্গত হওয়ার সময় অবকাশে শ্রোতা v_0T দূরত্ব যাওয়ায় আপাত পর্যায়কাল,

$$T_1=T+\frac{x+v_0T}{V-v_0}-\frac{x}{V-v_0}=T\left(\frac{V}{V-v_0}\right)$$

অতএব, আপাত কম্পাঙ্ক $n_1=\frac{1}{T_1}=\frac{1}{T}\cdot\frac{V-v_0}{V}=n.\frac{V-v_0}{V}$ ... (19)

(15) ও (16) নম্বর সমীকরণ অনুযায়ী,

$$n_2=n.\frac{V+w-v_0}{V+w-v}.$$

$n=$ উৎসের কম্পাঙ্ক, $n_2=$ আপাত কম্পাঙ্ক যখন শ্রোতা ও উৎস উভয়েই গতিশীল এবং $w=$ শব্দ প্রবাহের অভিমুখে মাধ্যমের গতিবেগ।

যদি v এবং v_0 শূন্য হয় অথবা $v=v_0$ হয় তবে $\frac{V+w-v_0}{V+w-v}$ এর মান 1 হয় এবং আপাত কম্পাঙ্ক ও উৎসের কম্পাঙ্ক সমান হয়। কাজেই, উৎস ও শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতিবেগ না থাকলে মাধ্যমের গতির জন্য আপাত কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয় না। আবার, সাধারণত মাধ্যমের গতিবেগ শব্দের গতিবেগর চেয়ে কম হয়। সেক্ষেত্রে আপাত কম্পাঙ্ক $=n.\frac{V-v_0}{V-v}$ হয়।

ধরা যাক, উৎস শ্রোতাকে V এর চেয়ে বেশি বেগে অতিক্রম করে। এক্ষেত্রে $u=0=v_0$ এবং $v>V$ হওয়ায় $\frac{nV}{V-v}$ ঋণাত্মক হয়। কাজেই উৎস নির্গত পরবর্তী তরঙ্গগুলি পূর্ববর্তী তরঙ্গগুলির চেয়ে আগে শ্রোতার কাছে পেঁছায়। যদি $v=V$ হয় তবে তরঙ্গগুলি এক সঙ্গে পেঁছায় এবং $\frac{nV}{V-v}$ অসীম মানের হয়। কিন্তু যদি $v>V$ হয় তবে $\frac{nV}{V-v}$ এর মান কমে। শব্দের উৎস শ্রোতাকে অতিক্রম ক'রে গেলে n এর মান হয় $\frac{nV}{V+v}$ এবং ইহা ধনাত্মক। v বাড়লে $\frac{nV}{V+v}$ এর মান কমে। কিন্তু যখন শ্রোতাকে ঠিক অতিক্রম করে তখন দু'টি শব্দ এক সঙ্গে শোনা যায়। কিন্তু উচ্চ কম্পাঙ্কের শব্দ তাড়াতাড়ি শেষ হয়। ফলে বৈশিষ্ট্যমূলক Phee – oo – oo' শব্দ শোনা যায়। যেমন কোন ব্যক্তিকে বন্দুকের গুলি অতিক্রম ক'রে গেলে সে ঐরূপ শব্দ শুনতে পায়। রকেট বোমের গতিবেগ শব্দের গতিবেগের চেয়ে বেশি হওয়ায় এই বোম ফাটার পর ধাবমান শব্দ (rushing noise) শোনা যায়।

বিঃ দ্রঃ উৎস বা শ্রোতা যে কোন দিকে গতিতে থাকলে ইহাদের সংযোজীরেখা বরাবর ইহাদের গতিবেগের উপাংশ নিয়ে কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. এক ব্যক্তি রেল লাইনের ধারে দাঁড়িয়ে আছে। একটি ট্রেন হুইশেল দিতে দিতে 20 m./sec. বেগে চ'লে যায়। হুইশেলের কম্পাঙ্ক 120 cycle/sec.। ট্রেন যখন ব্যক্তির দিকে আসে তখন প্রতি সেকেন্ডে কতগুলি তরঙ্গ ব্যক্তির কাছে পেঁছায়? ট্রেন যখন ব্যক্তি থেকে দূরে চ'লে যায় তখন প্রতি সেকেন্ডে কতগুলি তরঙ্গ ব্যক্তির কাছে পেঁছায়? বায়ুতে শব্দের বেগ 340 m./sec.।

সমাধান ঃ ট্রেন যখন ব্যক্তির দিকে আসে তখন আপাত কম্পাঙ্ক হুইশেলের প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি হয়। এক্ষেত্রে আপাত কম্পাঙ্ক $n_1=n\frac{V}{V-v}$.

কাজেই প্রতি সেকেন্ডে ব্যক্তির কাছে পেঁছানো তরঙ্গ সংখ্যা $n_1=\frac{120\times340}{340-20}$
$=127{\cdot}5$

যখন ট্রেন ব্যক্তি থেকে দূরে চ'লে যায় তখন আপাত কম্পাঙ্ক n_2 প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে কম হয়।

এক্ষেত্রে, $n_2=n.\ \frac{V}{V+v}=\frac{120\times340}{340+20}=113{\cdot}3.$ ।

2. 400 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি কম্পমান সুরশলাকাকে এক ব্যক্তির কাছ থেকে একটি দেওয়ালের দিকে 2 m/sec বেগে নিয়ে যাওয়া হয়। ঐ ব্যক্তির কাছে (a) প্রত্যক্ষ শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক কত? (b) দেওয়াল থেকে প্রতিফলিত শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক কত? (c) প্রতি সেকেন্ডে কতগুলি স্বরকম্পন শোনা যায়? বায়ুতে শব্দের বেগ 335 m/sec.।

সমাধান : (a) সুরশলাকা ব্যক্তি থেকে দূরে চ'লে যাওয়ায় আপাত কম্পাঙ্ক

$$n_1 = n \times \frac{V}{V+v} = \frac{400 \times 335}{335+2} = 398 \text{ Hz.}$$।

(b) সুরশলাকা দেওয়ালের দিকে যাওয়ায় আপাত কম্পাঙ্ক $n_2 = n \times \frac{V}{V-v}$

$$= \frac{400 \times 335}{335-2} = 402 \text{ Hz.}$$।

(c) প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট স্বরকম্পনের সংখ্যা $= (402 - 398) = 4$।

3. দু'টি বিমান পরস্পরের দিকে 180 Km/hr. এবং 288 Km/hr. বেগে অগ্রসর হয়। প্রথম বিমান থেকে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক দ্বিতীয় বিমানের যাত্রীর কাছে 1050 মনে হয়। শব্দের প্রকৃত কম্পাঙ্ক কত? শব্দের বেগ 340 m/sec.।

সমাধান : এক্ষেত্রে, প্রথম বিমানের বেগ $v_1 = \frac{180 \times 1000}{60 \times 60} = 50$ m/sec. এবং

দ্বিতীয় বিমানের বেগ $v_2 = \frac{288 \times 1000}{60 \times 60} = 80$ m/sec.।

বিমান দু'টি পরস্পরের দিকে অগ্রসর হওয়ায় আপাত কম্পাঙ্ক $n_1 = n . \frac{V+v_2}{V-v_1}$

অতএব, $n = n_1 . \frac{V-v_1}{V+v_2} = 1050 \times \frac{(340-50)}{340+80} = 725$ cycle/sec.।

4. কোন বাঁশি প্রতিসেকেন্ডে 256টি তরঙ্গ নির্গত করে। একজন ব্যক্তি প্রতি সেকেন্ডে কত সংখ্যক তরঙ্গ গ্রহণ করে?

(i) যদি বায়ুতে শব্দের বেগের $\frac{1}{3}$ গুণ বেগে বাঁশি অগ্রসর হয়,

(ii) ঐ একই বেগে বাঁশি যদি দূরে যায়?

কান দ্বারা গৃহীত তরঙ্গ সংখ্যা ব্যক্তি দ্বারা শ্রুত তীক্ষ্ণতার সমান।

সমাধান : (i) যখন বাঁশি অগ্রসর হয় তখন,

$$n' = \frac{V}{V-v} n$$

এক্ষেত্রে, $v = \frac{V}{3}$; $V =$ বায়ুতে শব্দের বেগ ও $n = 256$।

$$\therefore \quad n' = \frac{V}{V - \frac{V}{3}} \times 256 = 384 \text{।}$$

অর্থাৎ, ব্যক্তি প্রতি সেকেন্ডে 384 টি তরঙ্গ গ্রহণ করে।

(ii) যখন বাঁশি সরে যায়,

$$n' = \frac{V}{V+v} n = \frac{V}{V + \frac{V}{3}} \times 256 = 192 \text{।}$$

অর্থাৎ, প্রতি সেকেন্ডে 192 টি তরঙ্গ গ্রহণ করে।

5. শব্দের বেগের $\frac{1}{20}$ গুণ বেগ নিয়ে একটি ট্রেন কোন ব্যক্তির দিকে অগ্রসর হয় এবং প্রতি সেকেন্ড অন্তর এঞ্জিনটি হুইশেল দ্বারা শব্দ সৃষ্টি করে। ব্যক্তি দ্বারা শ্রুত শব্দের অবকাশ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ এঞ্জিন দ্বারা সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক $n = 1$, উৎস ব্যক্তির দিকে অগ্রসর হওয়ায় $n' = \frac{V}{V-v} n = \frac{V}{V - \frac{V}{20}} \times 1 = \frac{20}{19}$

$$\therefore \quad \text{অবকাশ} = \frac{19}{20} = 0{\cdot}95 \text{ sec} \text{ ।}$$

6. একটি স্টিমার যখন উল্লম্ব পাহাড়ের দিকে যায় তখন চালক লক্ষ্য করেন যে তার হুইশেলের শব্দের কম্পাঙ্ক 440 vib./sec থেকে 495 vib /sec. হয়। ঐ স্টিমারের গতিবেগ কত? শব্দের বেগ 330 m./sec.।

সমাধান ঃ যদি হুইশেলের শব্দের বেগ V ও স্টিমারের বেগ v হয় তবে প্রতিফলিত শব্দের আপেক্ষিক বেগ $= V + v$। তাহ'লে

$$n_1 = n \times \frac{V+v}{V-v}$$

$$\text{অতএব,} \quad 495 = \frac{330+v}{330-v}$$

$$\text{অথবা,} \quad v = 19{\cdot}14 \text{ m./sec.}$$

3.27. আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে ডপ্‌লার ক্রিয়া (Doppler effect in case of light) ঃ

আমরা জানি যে, ডপ্‌লার ক্রিয়া যে কোন তরঙ্গের সাধারণ ক্রিয়া। কাজেই, আলোকের বেলাতেও কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন নির্ণয় করা যায়। অবশ্য আলোকের গতিবেগ খুব বেশি হওয়ায় পার্থিব পরীক্ষা দ্বারা কম্পাকের পরিবর্তন পাওয়া যায় না। মহাজাগতিক বস্তুর বেলায় এই পরিবর্তন নির্ণয় করা যায়। আবার আমরা জানি যে, শব্দের গতিবেগ মাধ্যমের গতিবেগের উপর নির্ভর করে।

কিন্তু আলোকের গতিবেগ মাধ্যমের বেগের উপর নির্ভর করে না। তাছাড়া আলোক তরঙ্গের কম্পাঙ্ক এত বেশি হয় যে, কম্পাঙ্কের পরিবর্তন পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। তাই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন নির্ণয় করা হয়।

ধরা যাক, কোন মাধ্যমে আলোক তরঙ্গের বেগ c এবং পর্যায়কাল T। যদি উৎস v বেগে পর্যবেক্ষকের দিকে যায় তবে T সময় পরে ইহা পর্যবেক্ষকের দিকে vT দূরত্ব যায়। সুতরাং তরঙ্গ যায় $\lambda' = cT - vT$ দূরত্ব। উৎসের গতি না থাকলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = cT$।

অতএব, $\lambda' = T(c - v) = \frac{cT(c - v)}{c} = \frac{\lambda}{c}(c - v) = \lambda\left(1 - \frac{v}{c}\right)$।

অনুরূপভাবে, উৎস পর্যবেক্ষক থেকে বিপরীত দিকে গেলে $\lambda' = \lambda\left(1 + \frac{v}{c}\right)$।

অতএব, $$\lambda' - \lambda = \pm\frac{\lambda v}{c} \quad \cdots \quad (20)$$

যদি $\lambda' - \lambda$ ঋণাত্মক হয় তবে উৎস পর্যবেক্ষকের দিকে অগ্রসর হয় এবং যদি $\lambda' - \lambda$ ধনাত্মক হয় তবে উৎস পর্যবেক্ষকের বিপরীত দিকে যায়। $\lambda' - \lambda$ কে **ডপলার পরিবর্তন** (*Doppler shift*) বলে।

যে কোন উৎস থেকে নির্গত আলোকের বর্ণালী গঠন ক'রলে কতকগুলি রেখা পাওয়া যায়। প্রত্যেকটি রেখার নিজস্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্য থাকে। যদি এই তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয় তবে রেখাগুলির অবস্থানও পরিবর্তিত হয়। যখন উৎস পর্যবেক্ষকের দিকে যায় তখন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কমে এবং রেখাটি বর্ণালীর বেগুনি বর্ণের দিকে স'রে যায়। আবার উৎস পর্যবেক্ষক থেকে বিপরীত দিকে গেলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং রেখাটি বর্ণালীর লাল বর্ণের দিকে স'রে যায়। এই রেখার অবস্থান পরিবর্তন মেপে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $(\lambda' - \lambda)$ পাওয়া যায়। সুতরাং, (20) নং সমীকরণ দ্বারা উৎসের বেগ মাপা যায়।

জ্যোতির্বিদ্যায় ডপলার ক্রিয়া খুবই গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। এই ক্রিয়ার সহায্যে সূর্যের ঘূর্ণন-বেগ, শনিগ্রহের বলয়ের প্রকৃতি ইত্যাদি জানা যায়। পরীক্ষা দ্বারা বিভিন্ন জ্যোতিষ্ক থেকে আগত আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন লক্ষ্য ক'রে বোঝা যায় যে, ঐ জ্যোতিষ্কগুলি পৃথিবী থেকে দূরে স'রে যাচ্ছে। এই ঘটনা থেকে সিদ্ধান্ত করা হয় যে, **বিশ্ব সম্প্রসারণশীল**।

দ্রুতগামী বস্তুর গতিবেগ নির্ণয় করার জন্য বর্তমানে রাডার (radar) যন্ত্রে ডপলার ক্রিয়া প্রয়োগ করা হয়।

উদাহরণ (Example) ঃ

কোন নক্ষত্র থেকে আগত আলোকের বর্ণালীতে 4000 A° তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট রেখাকে ইহার স্বাভাবিক অবস্থান থেকে লাল আলোকের দিকে স'রে যেতে দেখা

যায়। যদি এই সরণ 1A° তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সমতুল্য হয় তবে নক্ষত্রের গতিবেগ কত ?

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ কম্পাঙ্ক কমে। কাজেই নক্ষত্র ব্যক্তির কাছ থেকে স'রে যায়। ধরা যাক নক্ষত্রের বেগ $= v$।

আমরা জানি যে, $\lambda' - \lambda = \lambda . \frac{v}{c}$

কাজেই, $v = c. \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = 3 \times 10^{10} \times \frac{10^{-8}}{4000 \times 10^{-8}}$

$= 75$ Km/sec. [$\because$ $1A^{\circ} = 10^{-8}$ cm.]

3.28. তরঙ্গের সমবর্তন (Polarisation of waves) ঃ

আমরা জানি যে, তির্যক তরঙ্গের বেলায় তরঙ্গগতির লম্বমুখে যে কোনও দিকে সরণ ঘটতে পারে। কম্পনের এরূপ প্রকৃতির জন্য তির্যক তরঙ্গে প্রবাহ অভিমুখের লম্ব তলে কম্পন অপ্রতিসম হয়। তির্যক তরঙ্গের এই বৈশিষ্ট্যকে **সমবর্তন** বলে। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের এইরূপ বৈশিষ্ট্য নেই। প্রসারিত তারে তরঙ্গ উৎপন্ন হ'লে তার একসমতলে কাঁপে। এরূপ তরঙ্গ সমবর্তিত।

ধরা যাক, কোন তির্যক তরঙ্গ Z-অক্ষ বরাবর যায়। তাহ'লে যে কোন বিন্দুতে সরণ X-Y তলে থাকে। সরল দোলতরঙ্গের বেলায় X ও Y উপাংশ সরল দোলগতিতে সমান কম্পাঙ্কে কাঁপে। এই উপাংশদ্বয়ের বিস্তার ও প্রাথমিক দশা বিভিন্ন মানের হ'তে পারে। মাধ্যমের কোন বিশেষ বিন্দুতে সরণের এই উপাংশদ্বয়কে লেখা যায় ঃ

X-উপাংশ ঃ $x = a \cos(\omega t + \varepsilon_1)$

Y-উপাংশ ঃ $y = b \cos(\omega t + \varepsilon_2)$

যে তরঙ্গে a, b, ε_1 ও ε_2 স্থির থাকে তাকে **সমবর্তিত তরঙ্গ** (*Polarised wave*) বলে। এইরূপ তরঙ্গে উপাংশদ্বয়ের দশা প্রভেদ ও বিস্তারের উপর সরণের প্রকৃতি নির্ভর করে। এই সম্পর্কে নীচে আলোচনা করা হ'ল—

(i) যদি $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0$ বা π হয় তাহ'লে $y = \pm \frac{b}{a} x$। কাজেই এইরূপ ক্ষেত্রে সরণ সর্বদা এক সরলরেখায় হয়। যে তির্যক তরঙ্গে এইরূপ ঘটে তাকে **রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গ** (*linearly polarised wave*) বলে।

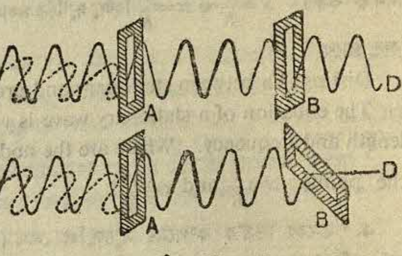
(ii) যদি $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\pi}{2}$ বা $\frac{3\pi}{2}$ হয় তাহ'লে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ হয়। ইহা উপবৃত্তের সমীকরণ। যান্ত্রিক তরঙ্গের বেলায় এইরূপ ঘটলে মাধ্যমের কণা উপবৃত্তের পরিধি বরাবর ঘোরে এবং ইহার সরণ কখনই শূন্য হয় না। যে তির্যক তরঙ্গে এইরূপ ঘটে তাকে **উপবৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ** (*elliptically polarised wave*) বলে।

যদি $a=b$ হয় তাহ'লে $x^2+y^2=a^2$ হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে সরণের মান সর্বদা 'a' হয় এবং ইহার দিক সম-কৌণিক বেগে ঘোরে। যে তির্যক তরঙ্গে এইরূপ ঘটে তাকে **বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ** (*circularly polarised wave*) বলে।

(iii) যদি ε_1 ও ε_2 এর পার্থক্য সর্বদা পরিবর্তিত হয় তবে X ও Y উপাংশদ্বয়ের মধ্যে কোন নির্দিষ্ট সম্পর্ক থাকে না। যে তির্যক তরঙ্গে এইরূপ ঘটে ও উপাংশদ্বয়ের গড় মান সমান থাকে তাকে **অসমবর্তিত তরঙ্গ** (*unpolarised wave*) বলে।

নীচে যান্ত্রিক ব্যবস্থার সাহায্যে সমবর্তন বোঝানো হ'য়েছে। যদিও এইরূপ ব্যাখ্যা **সম্পূর্ণ অচল,** কিন্তু সাধারণভাবে বোঝার জন্য মোটামুটি কার্যকরী।

যান্ত্রিক ব্যাখ্যা (*Mechanical explanation*) **:** A ও B দুটি কার্ডবোর্ড (চিত্র 69)। ইহাদের মধ্যে লম্বালম্বি সরু ছিদ্র করা হয়। ছিদ্র দ্বয়কে সমান্তরালে রেখে ইহাদের ভিতর দিয়ে CD সুতোর D প্রান্তকে নিয়ে গিয়ে আবদ্ধ করা হয় এবং C প্রান্তকে বৃত্তাকারে CD রেখার অভিলম্বভাবে এলোমেলো নাড়ানো হয়। দেখা যায় যে, C থেকে A অংশ বৃত্তাকারে ঘোরে, কিন্তু A ছিদ্রের পরের অংশ ছিদ্রের সমান্তরালে রৈখিক গতিতে দোলে। অর্থাৎ A ছিদ্র অন্যান্য সব গতিকে বাধা দেয়, শুধুমাত্র ইহার নিজ দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে রৈখিক গতিকে যেতে দেয়। এই গতি B ছিদ্র দিয়ে BD অংশে পেঁছায়। B ছিদ্রকে A ছিদ্রের লম্বভাবে রাখলে দেখা যায় যে, ঐ রৈখিক গতি আর BD অংশে যায় না। অর্থাৎ, এই অবস্থায় রৈখিক গতি আর B ছিদ্র দিয়ে যেতে পারে না। কাজেই, প্রবাহ অভিমুখের লম্বভাবে বিভিন্ন দিকে তির্যক তরঙ্গের ধর্ম সমান নয়। প্রবাহ অভিমুখের চারপাশে প্রতিসাম্যের এই অভাবই **সমবর্তন**।



চিত্র 69

কাজেই, C প্রান্তকে সুতোর দৈর্ঘ্য বরাবর সামনে পিছনে নাড়ালে সুতো বরাবর অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রবাহিত হয়। ছিদ্রদ্বয়কে লম্বভাবে বা পরস্পরের সমান্তরালে বা অন্য যে-কোন অবস্থাতে রেখে দেখা যায় যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সব অবস্থাতেই নির্গত হ'য়ে BD অংশে যায়। সুতরাং বলা যায় যে, তরঙ্গের প্রবাহ অভিমুখের চারপাশে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রতিসম অর্থাৎ ইহার ধর্ম সমান। কাজেই, সমবর্তনই অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ও তির্যক তরঙ্গের পার্থক্য নির্ণয় করে।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন :

1. তরঙ্গের উপরিপাত নীতি বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর। এই নীতি কি সকল প্রকার তরঙ্গের জন্যই বিশেষভাবে প্রযোজ্য হয় ? কোন্ কোন্ অবস্থায় দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে স্থাণুতরঙ্গ, ব্যতিচার ও স্বরকম্পনের উৎপত্তি হয় ?

State and explain the principle of superposition. Does the principle hold good strictly for all kinds of waves ? Under what conditions does the stationary wave, interference or beat occur due to the superposition of two waves ?

2. স্থাণুতরঙ্গ কি ? ইহাদের উৎপত্তি ব্যাখ্যা কর। নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দু কাকে বলে ? পরপর দুটি নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর ব্যবধানের সঙ্গে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সম্পর্ক কি ? স্থাণুতরঙ্গে যখন মাধ্যমের প্রত্যেক কণা সাম্য অবস্থানে ফিরে আসে তখন নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুগুলিকে কিভাবে বোঝা যায় ?

What are stationary waves ? Explain their formation. What do you mean by nodes and antinodes ? What is the relation between wavelength and the distance between two consecutive nodes and antinodes ? How are nodes and antinodes recognised when each particle of the medium in the stationary wave comes back to its equilibrium position ?

3. স্থাণুতরঙ্গ ও চল তরঙ্গের পার্থক্য নির্ণয় কর।

একটি স্থাণুতরঙ্গের সমীকরণ $y=a \sin Kx \cos K vt$.। ইহার তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। $x=\frac{1}{K}$ ও $x=\frac{4}{K}$ বিন্দু দুটির মধ্যবর্তী অঞ্চলে কোথায় কোথায় সুস্পন্দ বা নিস্পন্দ বিন্দু থাকে ?

Distinguish between stationary and progressive waves.

The equation of a stationary wave is $y=a \sin Kx \cos Kvt$. Determine its wave length and frequency. Where are the nodes or antinodes in the region between the points $x=\frac{1}{K}$ and $x=\frac{4}{K}$?

4. তারের তির্যক কম্পনের সূত্রগুলি লেখ। সনোমিটারের সাহায্যে কিভাবে এই সূত্রগুলির সত্যতা নিরূপণ করা যায় ? বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে এই সূত্রগুলি প্রয়োগের উদাহরণ দাও।

State the laws of transverse vibration of a stretched string. How are these laws verified with the help of a sonometer ? Give examples of the applications of the laws in different musical stringed instruments.

5. (a) শব্দের কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কি ? তরঙ্গ বেগের সহিত ইহাদের সম্পর্ক কি ?

(b) একটি জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সাহায্যে বায়ুস্তম্ভের অনুনাদ সৃষ্টি দ্বারা শব্দের বেগ কিরূপে নির্ণয় করা যায় বুঝাইয়া দাও।

[*Tripura H. S. 1978*]

6. (a) তরঙ্গের উপরিপাত ব'লতে কি বোঝ ? স্থাণু তরঙ্গ কাকে বলে ? (b) দেখাও যে, ইহাকে নিম্নরূপ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায় : $y=A \sin 2\pi vt/\lambda$ (c) চল তরঙ্গের সহিত স্থাণু-তরঙ্গের প্রভেদ কি ?

[*Tripura H. S. 1978*]

7. (a) চল তরঙ্গের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। (b) স্বরকম্পন ব'লতে কি বোঝ ? স্বরকম্পনের সাহায্যে কিভাবে অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

[*Tripura H. S. 1980*]

8. তারের তির্যক কম্পনের সূত্রগুলি বিবৃত কর। সনোমিটার তারের সাহায্যে একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় ক'রবে কিরূপে ?

[*Tripura H. S. 1979*]

9. মূল সুর ও উপসুর কাকে বলে? (b) "সমদৈর্ঘ্যের খোলা নলে মূল সুরের তীক্ষ্ণতা বন্ধ নলে মূল সুরের তীক্ষ্ণতার এক অষ্টক উর্ধ্বে"—প্রমাণ কর।

(c) তিন মিটার দীর্ঘ একটি দুই মুখ খোলা নলের বায়ুস্তম্ভের কম্পনের ফলে পঞ্চম সমমেলের কম্পাঙ্ক কত হবে নির্ণয় কর। [*Tripura H. S. 1979*]

10. মূল সুর, উপসুর ও সমমেল কাকে বলে? তারের তির্যক কম্পনে মূল সুরের কম্পাঙ্কের রাশিমালা লেখ ও ইহার রাশিগুলি ব্যাখ্যা কর। দেখাও যে, এইরূপ কম্পনে উৎপন্ন উপসুরগুলির প্রত্যেকটিই সমমেল।

What are fundamentals, overtones and harmonics? Write down the expression for the frequency of the fundamental vibration of a stretched string and explain the different quantities involved. Show that the overtones of such a vibration are harmonics.

11. বন্ধ ও খোলা নলে কিভাবে স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হয়? দেখাও যে, একই দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট খোলা নলে উৎপন্ন মূল সুরের কম্পাঙ্ক বন্ধ নলে উৎপন্ন মূলসুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হয়।

How are stationary waves produced in an open pipe and a closed pipe? Show that the frequency of the fundamental of an open pipe is twice that of a closed pipe of the same length.

12. বন্ধ ও খোলা নলে মূল সুর ও বিভিন্ন উপসুরের কম্পনে সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুগুলি কিভাবে বণ্টিত থাকে চিত্র দ্বারা বোঝাও। উপসুরগুলির কম্পাঙ্ক নির্ণয় ক'রে উভয় ক্ষেত্রে কোন্ কোন্ সমমেল উৎপন্ন হয় দেখাও।

Explain with the aid of diagrams how the nodes and antinodes are distributed in the vibrations of a closed tube and an open tube vibrating in the fundamentals and overtones. Determine the frequencies of the overtones and show the harmonics produced.

13. অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের সাহায্যে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের প্রান্তিক ত্রুটি ব'লতে কি বোঝায়? শব্দের বেগ নির্ণয়ে এই ত্রুটি কিভাবে পরিহার করা হয়?

Describe a method of determining the velocity of sound in air by making use of the phenomenon of resonance. What is meant by the end correction of a resonant air column? How is this eleminated in the above measurement?

14. তরঙ্গের ব্যতিচার কাকে বলে? কোন্ কোন্ শর্ত সিদ্ধ হ'লে স্থায়ী ব্যতিচার নক্সা গঠিত হয়? তোমার উত্তর ব্যাখ্যা কর। পরীক্ষাগারে শব্দ তরঙ্গের ব্যতিচার কিভাবে দেখানো যায়?

What is meant by 'interference' of waves? What conditions must be satisfied for the formation of a sustained interference pattern? Explain your answer.

How is the phenomenon of interference demonstrated in the case of sound waves?

15. স্বরকম্পন কাকে বলে? ইহারা কিভাবে উৎপন্ন হয়? গাণিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন স্বরকম্পনের সংখ্যা দুই উপরিপাতিত শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক পার্থক্যের সমান।

What are beats? How are they produced? Show analytically that the number of beats produced per second equals the difference between the two superposed frequencies.

16. দু'টি সুরশলাকার মধ্যে একটির কম্পাঙ্ক জানা থাকলে স্বর কম্পনের সাহায্যে অপরটির কম্পাঙ্ক কখন ও কিভাবে নির্ণয় করা যায়? দুই শব্দ উৎসের তীব্রতার পার্থক্য বেশি হ'লে স্বরকম্পন শোনা যায় না কেন?

When and how is the frequency of a tuning fork determined by the phenomenon of beats if the frequency of another fork is known?

Why are beats not heard when the two sources of sound differ much in intensity?

17. ডপলার ক্রিয়া কাকে বলে ? শব্দের উৎস স্থির শ্রোতার দিকে অগ্রসর হ'লে এবং শ্রোতা স্থির উৎসের দিকে অগ্রসর হ'লে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। শ্রোতা ও উৎসের পারস্পরিক আপেক্ষিক বেগ সমান থাকলে কোন্ ক্ষেত্রে কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন বেশি হয়।

What is the 'Doppler effect'? Determine the apparent frequency of sound when (i) the source of sound approaches the observer at rest and (ii) the observer approaches the source of sound at rest.

If the relative velocity between the source and the observer be the same, in what case will the apparent change of frequency be greater ?

18. সমবর্তিত ও অসমবর্তিত তরঙ্গ কাকে বলে ? বায়ুতে বা তরলে শব্দতরঙ্গ সমবর্তিত হ'তে পারে না কেন ?

What are polarised and unpolarised waves ? Why are sound waves not polarised in air or liquids ?

19. নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :—

(i) গ্যাসে তির্যক তরঙ্গ প্রবাহিত হয় না কেন ?
(ii) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ যে কোন মাধ্যমে প্রবাহিত হয় কেন ?
(iii) স্থাণুতরঙ্গে মাধ্যমের শক্তি কখন সম্পূর্ণরূপে গতিশক্তিতে পরিণত হয় ?
(iv) বাঁশির বিভিন্ন ছিদ্র খোলা রাখলে বিভিন্ন সুর নির্গত হয় কেন ?
(v) বাদ্যযন্ত্রে চড়াসুরের তার সরু বা অল্প দৈর্ঘ্যের হয় কেন ?
(vi) নলের মূল সুরের কম্পাংক কি ইহার প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসের উপর নির্ভর করে ?
(vii) টান করা তারের মধ্যবিন্দুতে আঘাত ক'রে কি সকল সমমেল উৎপন্ন করা যায় ?
(viii) বন্ধ নলে কম ও বেশি জোরে ফুঁ দিলে বিভিন্ন সুর নির্গত হয় কেন ?
(ix) দু'টি শব্দ তরঙ্গের ব্যতিচার উৎপন্ন ক'রতে ইহাদের কম্পাঙ্ক সমান হওয়া প্রয়োজন হয় কেন ?

Answer the following questions :

(i) Why transverse waves can not travel through a gas ?
(ii) Why longitudinal waves can travel through any medium ?
(iii) Why is the energy of the medium in a stationary wave completely converted into kinetic energy ?
(iv) Why are different notes emitted from a flute when different holes of it are kept open ?
(v) Why are higher pitch strings thinner or smaller in length in a musical instrument.
(vi) Does the fundamental frequency of an organ pipe depend upon its diameter ?
(vii) Are all harmonics produced if a stretched string is struck at its middle point ?
(viii) Why are different notes produced by blowing a closed pipe more and more powerfully ?
(ix) Why should the frequencies of two sound waves be equal for their interference ?

20. স্থাণুতরঙ্গ কিরূপে উৎপন্ন হয় ? ইহাদের বৈশিষ্ট্য কি ? লেখচিত্রের সাহায্যে স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1978*]

21. তারের তির্যক কম্পনের নিয়মগুলি ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1980*, *'81*]

22. শব্দের ব্যতিচার ব'লতে কি বোঝ ? ইহার প্রয়োজনীয় শর্তগুলি উল্লেখ কর। পরীক্ষার মাধ্যমে কিরূপে ব্যতিচার প্রদর্শন ক'রবে ? [*H. S.* (new) *1980*]

23. দুই মুখ খোলা অর্গান পাইপে অগ্রগামী ও প্রতিফলিত শব্দ তরঙ্গের উপরিপাত আলোচনা কর। [*H. S.* (new) *1980*]

24 স্থাণুতরঙ্গ ও চলতরঙ্গের ভিতর পার্থক্য উল্লেখ কর। [*H. S.* (new) *1980*]

25. "খোলা অর্গান নল নিঃসৃত শব্দের মাধুর্য বন্ধ অর্গান নল নিঃসৃত অপেক্ষা অনেক বেশি"—ইহা ব্যাখ্যা কর। [*H. S.* (new) *1980*]

26. ডপলার প্রক্রিয়া কি ? [*Tripura H. S. 1982*]

27. শ্রোতা স্থির ও উৎস গতিশীল হ'লে ডপলার প্রক্রিয়ার ফলে শব্দের কিরূপ পরিবর্তন হয় দেখাও। [*Tripura H. S. 1980*]

গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. একটি সনোমিটার তার 150 কম্পাঙ্কযুক্ত সুর উৎপন্ন করে। যদি ঐ তারের টান 9 : 16 অনুপাতে বৃদ্ধি করা হয় এবং দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হয় তবে তার কত কম্পাঙ্কের সুর সৃষ্টি করবে ?
[*H. S.* (new) *1981*] [100 হার্ৎস]

2. টান দেওয়া কোন সনোমিটার তারের মূল কম্পাঙ্ক 250/sec.। দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হ'ল এবং টানও এমনভাবে বাড়ানো হ'ল যে মূল কম্পাঙ্ক একই থাকে। নতুন ও পূর্বের টানের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। [*H. S.* (new) *1980*] [4 : 1]

3. 256 CPS কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকা অপর একটি সুরশলাকার সহিত প্রতি সেকেণ্ডে 4টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। অপর সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ?

A tuning fork of frequency 256 CPS when sounded with another fork produces 4 beats per sec. What is the frequency of the other fork ? [260 বা 252 CPS]

4. 256 CPS কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকার সহিত অপর একটি সুরশলাকা প্রতি সেকেণ্ডে 4টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। দ্বিতীয় সুরশলাকার সহিত সামান্য মোম আটকালে প্রতি সেকেণ্ডে 3টি স্বরকম্পন সৃষ্টি হয়। ইহার কম্পাঙ্ক কত ?

A tuning fork when sounded together with a fork of frequency 256 CPS produces 4 beats per sec. When the first fork is loaded with some wax, the number of beats reduces to 3 per sec. What is the frequency of the fork ?
[260 CPS.]

5. একটি সুরশলাকা অপর একটি 280 CPS কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরশলাকার সহিত প্রতি সেকেণ্ডে 3টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। প্রথম সুরশলাকাটির সহিত সামান্য মোম আটকালেও প্রতি সেকেণ্ডে 3টি স্বরকম্পন সৃষ্টি হয়। ইহার কম্পাঙ্ক কত ?

A tuning fork when sounded with a fork of frequency 280 CPS produces 3 beats per sec. When the first fork is loaded with some wax 3 beats per sec. are again heard. What is the actual frequency of the fork ? [283 CPS.]

6. একটি সুরশলাকা অপর একটি 256 CPS কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরশলাকার সহিত প্রতি সেকেণ্ডে 3টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। প্রথম সুরশলাকাটির সহিত সামান্য মোম আটকালে স্বরকম্পন সৃষ্টি হয় না। ইহার কম্পাঙ্ক কত ?

A tuning fork produces 3 beats per sec when sounded together with a fork of frequency 256 CPS. When the first fork is loaded with some wax the beats cease What is the actual frequency of the fork ? [259 CPS.]

7. *A* ও *B* সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক একটি প্রমাণ সুরশলাকার কম্পাঙ্কের চেয়ে যথাক্রমে 2% বেশি ও 3% কম। *A* ও *B* প্রতি সেকেণ্ডে 6টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। ইহাদের কম্পাঙ্ক কত ?

Tuning fork *A* has a frequency 2% greater than and tuning fork *B* 3% less than that of as tandard fork. When *A* and *B* are sounded together the number of beats heard per sec are 6. What is the frequency of each fork ?
[122·4 ও 116·4 CPS.]

৪. একটি তারের কম্পনের সমীকরণ, $y=5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40\pi t$

যেখানে x ও y cm.-এ t সেকেন্ডে প্রকাশিত। যে তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতের দরুন ইহা সৃষ্টি হয় তাহাদের বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও বেগ নির্ণয় কর। পরপর দু'টি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব কত ?

A string vibrates according to the equation $y=5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40\pi t$

where x and y are in cm. and t in sec. Determine the amplitudes, frequency and velocity of the component waves whose superposition can give rise to this vibration. What is the distance between two consecutive nodes ?

[2·5 cm., 20 CPS, 120 cm/sec., 3 cm.]

9. দুই প্রান্তে বদ্ধ একটি তারের দৈর্ঘ্য 30 cm.। এই তার বরাবর দু'টি সাইন সদৃশ তির্যক তরঙ্গ বিপরীত দিকে যায়। ইহাদের প্রত্যেকের বিস্তার 3 cm. ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য 6 cm.। লব্ধ তরঙ্গে দু'টি পর পর নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব কত ? তারে কতগুলি লুপ সৃষ্টি হয় ?

The transverse sinusoidal waves travel in opposite directions along a string of length 30 cm. fixed at both ends. Each wave has an amplitude 3 cm. and wave length 6 cm. What would be the distance between two consecutive nodes of the resultant wave ? How many loops will be formed on the string ? [3 cm., 10]

10. দুই প্রান্তে বদ্ধ ও 25 cm. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি তারে কত সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্য স্থাণুতরঙ্গ সৃষ্টি ক'রতে পারে ?

What is the longest wave length that can produce a standing wave on a string of length 25 cm. with its both ends fixed ? [50 cm.]

11. একটি 25 cm. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুই মুখ খোলা নলে কত সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্য স্থাণুতরঙ্গ সৃষ্টি ক'রতে পারে ?

What is the longest wave length that can produce standing wave in an open organ pipe of length 25 cm. ? [50 cm.]

12. 20°C উষ্ণতায় 50 cm. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুই মুখ খোলা নলে মূলসুরের কম্পাঙ্ক কত ? 0°C উষ্ণতায় শব্দের বেগ 332 m/sec.।

What is the fundamental frequency of an open organ pipe of length 50 cm. at 20°C ? The velocity of sound at 0°C is 332 m/sec. [344 CPS]

13. একটি এক মুখ বন্ধ নলের দৈর্ঘ্য কত হ'লে ইহার মূল সুরের কম্পাঙ্ক একটি 60 cm. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুই মুখ খোলা নলের মূলসুরের কম্পাঙ্কের সমান হয়।

What length of a closed organ pipe emits the same fundamental frequency as the open organ pipe of length 50 cms. [30 cm.]

14. একটি 25 cm. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট এক মুখ বন্ধ নলে প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক কত ? শব্দের বেগ 330 m/sec.।

What is the frequency of the first over tone in a closed pipe of length 25 cm. ? The velocity of sound is 330 m/sec. [990 CPS]

15. একটি 50 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুই মুখ খোলা নলে প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক কত ? শব্দের বেগ 330 m/sec.।

What is the frepuency of the first over tone in an open organ pipe of length 50 cm. The velocity of sound is 330 m/sec. [660 হার্ৎস]

16 একটি এক মুখ বন্ধ হুইসেলে মূল সুরের কম্পাঙ্ক 160 হার্ৎস। প্রথম সম্ভাব্য উপসুরের কম্পাঙ্ক কত ?

A whistle closed at one end has a fundamental frequency of 160 hertz. What is the frequency of the first possible over tone ? [480 হার্ৎস]

17. একটি দুই মুখ খোলা নলে প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক একটি 12 m. দীর্ঘ এক মুখ খোলা নলের প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্কের সমান। দুই মুখ খোলা নলের দৈর্ঘ্য কত ?

The first over tone of an open organ pipe has the same frequency as the first over tone of a closed pipe 12 m. long. What is the length of the open pipe [16m]

18. একটি সুর যন্ত্রে মূলসুরের কম্পাঙ্ক 264 হার্ৎস। একটি এক মুখ বন্ধ নলের ন্যূনতম দৈর্ঘ্য কত হ'লে ইহা ঐ যন্ত্রের দ্বিতীয় সমমেলের সহিত অনুনাদ সৃষ্টি ক'রবে ? শব্দের বেগ 336 m/sec.।

A musical instrument produces a fundamental tone of frequency 264 hertz. What is the shortest closed tube that will resonate to the second harmonic emitted by the instrument ? Velocity of sound is 336 m/sec. [16 cm. (প্রায়)]

19. একটি এক মিটার লম্বা উল্লম্ব কাচ নলে জল তলকে যে কোন অবস্থানে রাখা যায়। এই নলের খোলা মুখের উপরে 660 হার্ৎস কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকা ধ'রলে জল তলের কোন্ অবস্থানে অনুনাদ সৃষ্টি হয় ? শব্দের বেগ 330 m/sec.।

The water level in a vertical glass tube 1 m. long can be adjusted to any position in the tube. A tuning fork of frequency 660 hertz is held just over the open top end of the tube. At what position of water level will there be resonance ? Velocity of sound is 330 m/sec. $\left[\frac{2n+1}{8}\ m,\ n=0, 1, 2, 3\right]$

20. একটি উল্লম্ব কাচ নলে জলতলকে যে কোন অবস্থানে রাখা যায়। এই নলের খোলা মুখের উপরে 800 হার্ৎস কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকা ধ'রলে খোলা মুখ থেকে জল তলের 10 cm. ও 31·2 cm. দূরত্বে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। এই অবস্থায় বায়ুতে শব্দের বেগ কত ?

The water level in a vertical glass tube can be adjusted to any position in the tube. When a tuning fork of frequency 800 hertz is held over the open top, resonance is observed at 10 cm. and 31·2 cm. distances of water level from the open end. What is the velocity of sound under these conditions ?

[339·2 m/sec.]

21. একটি অর্গান নল থেকে 47°C উষ্ণতায় নির্গত মূলসুরের কম্পাঙ্ক 320 হার্ৎস। 27°C উষ্ণতায় এই নল থেকে নির্গত মূলসুরের কম্পাঙ্ক কত ?

An organ pipe emits fundamental tone of frequency 320 hertz at 47°C. What would be the frequency of the fundamental tone emitted by the pipe at 27°C ?

[310 হার্ৎস (প্রায়)]

22. একটি 16 cm. দীর্ঘ এক মুখ খোলা নল প্রতি সেকেন্ডে 8টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। শব্দের গতিবেগ কত ?

A closed pipe of length 16 cm. and an open pipe of length 32·5 cm. when sounded together produce 8 beats per sec. What is the speed of sound ?

[332·8 m/sec.]

23. *A* ও *B* সুরশলাকা প্রতি সেকেন্ডে 8টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। *A* সুরশলাকা একটি 16 cm. দীর্ঘ বন্ধ অর্গান নলের সহিত এবং *B* সুরশলাকা একটি 32·5 cm. দীর্ঘ খোলা অর্গান নলের সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। ইহাদের কম্পাঙ্ক কত ?

Two tuning forks *A* and *B* when sounded together produces 8 beats per sec. The first is found to be in resonance with a closed organ pipe of length 16 cm. and the second with an open organ pipe of length 32·5 cm. What are their frequencies ? [520 ও 512 হার্ৎস]

24. একটি অক্সিজেন পূর্ণ বন্ধনল ও একটি হাইড্রোজেন পূর্ণ বন্ধ নল উভয়েরই মূল সুরের কম্পাঙ্ক 400 vibrations/sec.। ইহাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?

Two closed pipes have the same fundamental frequency of 400 vib./sec. One is filled with oxygen and the other with hydrogen. What is the ratio of their lengths?

[1 : 4]

25. একটি অনুনাদ নলে 16 cm. দূরত্বে প্রথম অনুনাদ ও 50 cm. দূরত্বে দ্বিতীয় অনুনাদ সৃষ্টি হয়। প্রান্তীয় ত্রুটির মান কত?

In a resonance column experiment the first resonance is obtained at 16 cm. and the second at 50 cm. What is the value of end correction? [1 cm.]

26. 0°C উষ্ণতায় একটি বন্ধ অর্গান নলে মূল সুরের কম্পাঙ্ক 275 CPS.। এই নলের খোলা মুখ থেকে 5 cm. দূরে ছিদ্র ক'রলে ইহার মূল সুরের কম্পাঙ্ক কত হয়? 0°C উষ্ণতায় বায়ুতে শব্দের বেগ 330 m/sec.।

The fundamental frequency of a closed organ pipe at 0°C is 275 CPS. If a hole is made at 5 cm. below the open end, what would be its fundamental frequency? Velocity of sound in air at 0°C is 330 m/sec. [330 CPS.]

27. একটি অর্গান নলের দৈর্ঘ্যের কত অংশ পরিবর্তিত হ'লে উষ্ণতা 26°C থেকে 7°C হ'লেও ইহার কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকবে?

What fractional change in the lengths of an organ pipe would be needed to keep its frequency unchanged if the temperature changes from 27°C to 7°C?

[ইহার দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{30}$ অংশ ছোট ক'রতে হবে]

28. দুই প্রান্তে বন্ধ একটি তারের মূল সুরের কম্পাঙ্ক 240 vib./sec.। তারের টান দ্বিগুণ ক'রলে মূল সুরের কম্পাঙ্ক কত হয়?

A stretched wire vibrates with a fundamental frequency of 240 vib./sec. What would be its frequency of vibration if tension is doubled? [$240\sqrt{2}$ vib./sec.]

29. এক মিটার লম্বা একটি বিস্তৃত তারের টান 5 Kg. wt.। তারের ভর $2{\cdot}5 \times 10^{-3}$ Kg.। এই তারে তির্যক তরঙ্গের বেগ কত?

A string 1 m long is stretched by a load of 5 Kg. The mass of the string is $2{\cdot}5 \times 10^{-3}$. What is the velocity of transverse wave in the string? [140 m/sec.]

30. একটি বিস্তৃত তারের টান 4 Kg. wt. হ'লে মূল সুরের কম্পাঙ্ক 240 CPS. হয়। ইহার মূল সুরের কম্পাঙ্ক 360 CPS. হ'লে ইহার টান কত হয়?

A stretched wire emits a fundamental frequency of 240 CPS. when the tension is 4 Kg. wt. What should be the tension so that the wire emits a fundamental frequeucy of 360 CPS?

[9 Kg. wt.]

31. একটি 60 cm. দীর্ঘ বিস্তৃত তারে মূল সুরের কম্পাঙ্ক 240 হার্ৎস। ইহার দৈর্ঘ্য কত কমালে ইহার মূল সুরের কম্পাঙ্ক 360 হার্ৎস হয়?

A stretched wire 60 cm. long emits a fundametal frequency of 240 Hertz. By how much the length should be shortened ss that it emits a fundamental tone of frequency 360 hertz?

[20 cm.]

32. একটি 1 m. দীর্ঘ বিস্তৃত তারের রৈখিক ঘনত্ব 0·03 gm./cm.। ইহা তিনটি অংশে কাঁপলে 600 CPS. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ নির্গত হয়। ইহার টান কত?

What is the tension in a stretched string 1 m long with a linear density of 0·03 gm./cm. if it emits a frequency of 600 CPS while vibrating in three segments?

[41×10^6 dyne]

33. একই উপাদানের দু'টি তারের দৈর্ঘ্য ও টান সমান। একটির ব্যাস অপরটির দ্বিগুণ হ'লে ইহাদের মূল সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত কত ?

Two strings of equal length and made of same material are stretched with the same tension. What is the ratio of the fundamental frequencies emitted if one has a diameter twice that of the other ? [1 : 2]

34. একই উপাদানের দু'টি তারের টান সমান। যদি একটির ব্যাস অপরটির দ্বিগুণ হয় তাহ'লে ইহাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত হ'লে ইহাদের মূল সুরের কম্পাঙ্ক সমান হয় ?

Two strings are made of same material and given the same tension. If one has a diameter twice that if the other, what must be the ratio of their lengths for them to have the same fundamental frequency ? [1 : 2]

35. একটি বিস্তৃত তারের টান 44% বৃদ্ধি ক'রলে ইহার কম্পাঙ্কের পরিবর্তন কত হয় ?

The tension of a stretched string is increased by 44%. What is the change in its frequency ? [20% বৃদ্ধি]

36. দু'টি সদৃশ তারের তির্যক কম্পনে সুর মিল ঘটে। যে কোন একটি তারের টান 2% বৃদ্ধি ক'রলে প্রতি সেকেণ্ডে 6টি স্বরকম্পনের সৃষ্টি হয়। তারদ্বয়ের মূল কম্পাঙ্ক কত ?

Two identical wires in transverse vibration are in unision. When the tension in one of the wires is increased by 2%, 6 beats are produced per sec. What is the original frequency of the wires ? [600 vib./sec.]

37. একটি 30 cm. দীর্ঘ সনোমিটার তার একটি সুরশলাকার সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। এই তারের দৈর্ঘ্য 30·5 cm. ক'রলে ইহা সুরশলাকাটির সহিত প্রতি সেকেণ্ডে 5টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ?

A 30 cm. length of a sanometer wire is in resonance with a tuning fork. When the length is increased to 30·5 cm. 4 beats are produced per sec. with the tuning fork and the wire vibrating together. What is the frequency of the tuning fork ? [244 CPS.]

38. একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য সম্পন্ন সনোমিটার তার একটি সুরশলাকার সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। এই তারের দৈর্ঘ্য 2% কমালে ইহা সুরশলাকাটির সহিত প্রতি সেকেণ্ডে 5টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ?

A given length of a sonometer wire is in resonance with a tuning fork. If the length of the wire is reduced by 2%, the wire vibrating with the fork produces 5 beats per sec. What is the frequency of the tuning fork ? [245 CPS.]

39. একটি 1 m. দীর্ঘ সনোমিটার তারের এক প্রান্ত থেকে 40 cm. দূরে একটি সেতু রেখে তারটিকে দুই অংশে বিভক্ত করা হয়। যদি প্রতিটি অংশ একটি লুপে কাঁপে তাহ'লে দুই অংশ থেকে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত কত ?

A sonometer wire 1 m. long is divided into two segments by placing a bridge at 40 cm. from one end. If each segment vibrates in one loop, what is the ratio of frequencies of sound emitted by the two segments ? [3 : 2]

40. A তারের দৈর্ঘ্য 70 cm.। ইহার ঘনত্ব B তারের ঘনত্বের 0·81 গুণ। B তারের ব্যাস A তারের অর্ধেক। তারদ্বয়ের টান ও মূল সুরের কম্পাঙ্ক সমান হ'লে B তারের দৈর্ঘ্য কত ?

String A is 70 cm. long. Its density 0·81 times that of the string B. The diameter of B is one half that of A. If the strings have same tension and fundamental frequency what is the length of B ? [126 cm.]

41. একটি 1 m. দীর্ঘ নলের এক প্রান্ত বন্ধ। একটি বিস্তৃত তারকে ইহার খোলা মুখের কাছে রাখা হয়। এই তারের দৈর্ঘ্য 0·3 m. ও ভর 0·01 Kg.। ইহার দুই প্রান্ত বন্ধ ও ইহা মূল সুরে কাঁপে। ইহা নলের বায়ুস্তম্ভের মূল সুরের সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। তারের টান কত? বায়ুতে শব্দের বেগ 332 m/sec.।

A tube 1 m. long is closed at one end. A stretched wire is placed near the open end. The wire is 0·30 m. long and has a mass of 0·01 Kg. It is held fixed at both ends and vibrates in its fundamental mode. It sets the air cloumn in the tube into vibration at its fundamental frequency by resonance. What is the tension in the wire? Velocity of sound in air is 332 m./sec.

42. একটি 1·1 m দীর্ঘ সনোমিটার তারকে তিনটি অংশে বিভক্ত ক'রলে ইহাদের মূল সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত 1 : 2 : 3 হয়। এই তিন অংশের দৈর্ঘ্য কত?

A sonometer wire 1·1 m. long is to be divided in three segments which have the fundamental frequencies in the ratio 1 : 2 : 3. What should be the lengths of the three segments? [60 cm, 30 cm, 20 cm.]

43. একটি সনোমিটার তারের দৈর্ঘ্য 102 cm. বা 104 cm. হ'লে ইহা একটি সুরশলাকার সহিত প্রতি সেকেন্ডে 2টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত?

A sonometer wire produces 2 beats per sec. with a tuning fork when the length of the wire is either 102 cm. or 104 cm. What is the frequency of the tuning fork? [206 CPS.]

44. একটি সনোমিটার তারে 75 lb. অতিরিক্ত ওজন চাপালে ইহার কম্পাঙ্ক এক অষ্টক বেশি হয়। তারের উপর প্রাথমিক ওজন কত?

An additional load of 75 lb. on the sonometer wire makes its pitch one octave higher. What is the initial load on the wire? [25 lb.]

45. দু'টি সনোমিটার তারের দৈর্ঘ্য ও ব্যাস সমান কিন্তু উপাদান বিভিন্ন। ইহাদের টানের অনুপাত 4 : 5 হ'লে ইহারা একই মূল সুর নির্গত করে। প্রথম তারের ঘনত্ব 8·4 gm/c.c. হ'লে দ্বিতীয় তারের ঘনত্ব কত?

Two sonometer wire of the same length and diameter but different materials produce the same fundametal frequencies when their tensions are in the ratio 4 : 5. If the density of the first wire is 8·4 gm/c.c. what is the density of the other? [10·5 gm./c. c.]

46. দু'টি সুরশলাকা প্রতি সেকেন্ডে 5টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। ইহাদের একটি 96 cm. ও অপরটি 97 cm. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একই সনোমিটার তারের সহিত অনুনাদ ঘটায়। সুরশলাকাদ্বয়ের প্রত্যেকের কম্পাঙ্ক কত?

Two tuning forks when sounded together produce 5 beats per sec. One of them is found to be in resonance with 96 cm. length of a sonometer wire while the other with 97 cm. length of the same wire. What are the frequencies of the forks? [480 ও 485 CPS.]

47. একটি স্টেশনে একটি হুইসেল 1000 CPS. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ নির্গত করে। 60 Km/hr. বেগে চলন্ত ট্রেনে এক ব্যক্তি স্টেশনের দিকে যেতে ঐ শব্দ শোনে। শব্দের বেগ 332 m/sec. হ'লে ব্যক্তি কত আপাত কম্পাঙ্কের শব্দ শোনে?

A whistle with frequency 1000 CPS is blown at a station. A man travelling in a train moving towards the station at 60 Km/hr. hears the sound of the whistle. What is the apparent frequency heard by him, if the velocity of sound is 332 m./sec.? [1051 CPS. (প্রায়)]

48. দু'টি বিমান 120 Km/hr. ও 150 Km/hr. বেগে পরস্পরের দিকে যায়। দ্বিতীয় বিমানে একজন যাত্রীর কাছে প্রথম বিমানের শব্দের কম্পাঙ্ক 1000 CPS./sec.। শব্দের বেগ 332 m/sec. হ'লে ঐ শব্দের প্রকৃত কম্পাঙ্ক কত?

Two planes are approaching each other moving at 120 Km/hr. and 150 Km/hr. An observer in the second plane finds the frequency of the sound produced by the first to be 1000 CPS. what is the actual frequency, if the velocity of sound is 332 m/sec.? [799·3 CPS (প্রায়)]

49. একটি সাইরেন 1000 vib./sec. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ নির্গত করে। ইহা তোমার কাছ থেকে 10 m/sec. বেগে একটি পাহাড়ের দিকে যায়। তুমি সাইরেন থেকে সোজাসুজি যে শব্দ শোন তার কম্পাঙ্ক কত? তুমি পাহাড় থেকে প্রতিফলিত যে শব্দ শোন তার কম্পাঙ্ক কত? বায়ুতে শব্দের বেগ 330 m./sec.।

A siren emitting a sound of frequency 1000 vib./sec. moves away from you towards a cliff at a speed of 10 m./sec. What is the frequency of sound you hear coming directly from the siren? What is the frequency of the sound you hear reflected from the cliff? [970·6 ও 1031·2 vib./sec.]

50. 300 CPS. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকাকে একটি দেওয়ালের দিকে 2 m./sec. বেগে নিয়ে যাওয়া হয়। এক ব্যক্তি দূরে দাঁড়িয়ে সোজাসুজি সুরশলাকার শব্দ ও দেওয়াল থেকে প্রতিফলিত শব্দ শোনে। সে প্রতি সেকেন্ডে কতগুলি স্বরকম্পন শুনতে পায়? ব্যক্তি যদি সুরশলাকার সহিত দেওয়ালের দিকে যায় তবে শ্রুত শব্দের আপাত কম্পাক কত হয়?

A tuning fork of frequency 300 CPS. is moved towards a wall at a speed of 2 m./sec. An observer standing on the side of the fork away from the wall hears two sounds, one directly from the fork and the other reflected from the wall. How many beats per sec. are heard? If the man were himself moving with the fork towards the wall, what would have been the apparent frequencies of the sounds heard? [4টি (প্রায়), 300 CPS, 303·7 CPS.]

51. 540 CPS. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি হুইশেল 15 rad/sec. কৌণিক বেগে 2 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তপথে ঘোরে। এই বৃত্তের কেন্দ্র সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় বহুদূরে দণ্ডায়মান এক ব্যক্তির কাছে শব্দের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কম্পাঙ্ক কত হয়? শব্দের বেগ 330 m./sec.।

A whistle of frequency 540 CPS. rotates in a circle of radius 2 m. at an angular speed of 15 rad/sec. What is the lowest and the highest freqency heard by an observer a long distance away at rest with respect to the centre of the circle? Velocity of sound is 330 m/sec. [495 ও 594 CPS.]

52. এক ব্যক্তি শব্দের উৎসের দিকে কত বেগে দৌড়ালে শব্দের কম্পাঙ্ক 5% বৃদ্ধি পায়? শব্দের বেগ 330 m./sec.।

How fast must an observer move towards a vibrating source to increase the frequency of sound by 5%? The velocity of sound is 330 m/sec. [16·5 m/sec.]

53. ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে চলন্ত দু'টি এঞ্জিন বিপরীত দিক থেকে পরস্পরকে অতিক্রম করে। একটি এঞ্জিনে হুইসেলের শব্দের কম্পাঙ্ক 450 CPS.। অতিক্রম করার আগে ও পরে অপর এঞ্জিনের একজন শ্রোতার কাছে শব্দের কম্পাঙ্ক কত হয়? শব্দের বেগ 1144 ft./sec.।

Two engines cross each other travelling in opposite directions of 30 mph. One engine sounds a whistle of frequency 450. What are the frequencies as heard by an observer on the other engine before and after crossing? Velocity of sound is 1144 ft./sec. [486 ও 416·6 CPS.

54. 1 Kg. ওজন দ্বারা টান করা একটি তার 320 কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকার সহিত সমসুর। 256 কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সহিত সমসুর হওয়ার জন্য উহার টানের কি পরিবর্তন ক'রতে হবে ?

[*Jt. Entrance 1966, H. S.* (Comp) *1961*] [0·36 Kg.]

55. বেহালার তারের 24 cm. দৈর্ঘ্য মূলসুর সৃষ্টি করে। পরবর্তী অষ্টক সুর সৃষ্টি ক'রতে কত দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন হবে ? [*H. S. 1960*] [12 cm.]

56. একটি তারের দুই প্রান্ত x দূরত্বের দুটি ক্ল্যাম্পে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ। তারের প্রস্থচ্ছেদ A, ইয়ংগুণাঙ্ক Y এবং দৈর্ঘ্য প্রসারণ গুণাঙ্ক α ; তারের উষ্ণতা t°C ক'মলে উহার কম্পাঙ্ক কতগুণ বাড়বে ? $\left[1+\frac{Y\alpha At}{2T} \text{ গুণ} \right]$

57. 6 ft. দীর্ঘ পাইপে মূলসুর ও প্রথম তিনটি উপসুরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর যখন (i) পাইপের দু'মুখ খোলা এবং (ii) এক মুখ খোলা ও এক মুখ বন্ধ। বায়ুতে শব্দের বেগ=1140 ft/sec.।

[*Jt. Entrance 1972*] [(i) 1140 ; 2280 ; 3420 ; 4560 ; (ii) 570 ; 1710 ; 2850 ; 3990]

58. 100 কম্পাঙ্কের সুরশলাকা একটি সনোমিটার তারের সহিত সমসুরে আছে। তারের দৈর্ঘ্য 0·5% বাড়ালে ক'টি স্বরকম্পন শোনা যাবে ?

59. একটি হারমোনিয়ামের পর পর ছটি রীডের শেষেরটির কম্পাঙ্ক প্রথমটির 1·25 গুণ ; পর পর যে কোন দু'টি রীড চাপলে প্রতি সেকেণ্ডে 8টি স্বরকম্পনের সৃষ্টি হয়। প্রথম ও শেষ রীডের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [160, 200]

60. 50 cm. দীর্ঘ একটি তারকে 25 Kg. ভার দ্বারা টান ক'রলে যে সুর উৎপন্ন হয় তার কম্পাঙ্ক কত ? ঐ তারের 2m. দৈর্ঘ্যের ওজন 4·79 gm.। [*Jt. Entrance 1967*] [319·7]

61. একটি সনোমিটারের উপর দু'টি তার আটকানো আছে। উহাদের টানের অনুপাত 8 : 1, দৈর্ঘ্যের অনুপাত 36 : 35, ব্যাসের অনুপাত 4 : 1 এবং ঘনত্বের অনুপাত 1 : 2। উচ্চ তীক্ষ্ণতা বিশিষ্ট তারের কম্পাঙ্ক প্রতি সেকেণ্ডে 360 হ'লে তারদ্বয়ের মধ্যে স্বরকম্পনের সংখ্যা নির্ণয় কর। [10]

62. 320 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি সুরশলাকাকে বন্ধ নলের মুখে ধ'রে যে দু'টি অনুনাদী বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য পাওয়া গেল উহাদের পার্থক্য 1·75 ft.। বায়ুতে শব্দের বেগ কত ?

[*Tripura H. S. 1982*] [1120 ft./sec.]

63. একটি সনোমিটার তারের কম্পাঙ্ক 80/sec.। উহার টান 1 : 9 অনুপাতে এবং দৈর্ঘ্য 1 : 2 অনুপাতে বৃদ্ধি ক'রলে কম্পাঙ্ক কত হবে ? [*Tripura H. S. 1979*] [120/sec.]

শব্দ তরঙ্গ (SOUND WAVES)

4.1. শব্দ তরঙ্গ স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ (Sound waves as elastic waves) ঃ

প্রায় 20 থেকে 20,000 হার্ৎস কম্পাঙ্কের কম্পন সাধারণত মানুষের কানে শ্রবণ অনুভূতি সৃষ্টি করে। কম্পনের যান্ত্রিক শক্তি কানে পেঁছিয়ে এই অনুভূতি জাগায়। নীচের ঘটনাগুলি দ্বারা বোঝা যায় যে, **শব্দ শক্তি জড় মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ রূপে** প্রবাহিত হয়।

(i) **শব্দ সৃষ্টি করার জন্য কম্পন প্রয়োজন**। যে কোন তরঙ্গ সৃষ্টি করার জন্য মাধ্যমের কোন বিন্দুকে কাঁপাতে হয়। শব্দ উৎপন্ন ক'রতেও কোন বস্তুর কম্পন দ্বারা ইহার সন্নিহিত বিন্দুতে কম্পন সৃষ্টি ক'রতে হয়।

(ii) **শব্দ বিস্তারের জন্য মাধ্যম প্রয়োজন**। একটি বড় কাচ পাত্রের মধ্যে একটি বৈদ্যুতিক ঘণ্টাকে বায়ুনিরুদ্ধভাবে রেখে ঐ পাত্রের বায়ু পাম্প দ্বারা ক্রমশ বের করে নিলে দেখা যায় যে, ঘণ্টার শব্দ ধীরে ধীরে কমে। কাজেই শব্দ শূন্য মাধ্যমে প্রবাহিত হ'তে পারে না। শব্দের বিস্তারের জন্য মাধ্যমের স্থানচ্যুতি ঘটে না। যেমন, শব্দ কঠিন বস্তু দিয়ে গেলে ঐ বস্তুতে গতি উৎপন্ন হয় না। আবার বায়ুতে শব্দ গেলে বায়ুপ্রবাহিত হয় না। সুতরাং শব্দ বিস্তারের দরুন গ্যাসীয় মাধ্যমের স্থানচ্যুতি হয় না। কাজেই **শব্দ নিশ্চিতই মাধ্যমে তরঙ্গাকারে বিস্তার লাভ করে**।

(iii) **কোন মাধ্যমে শব্দ একটি নির্দিষ্ট বেগে বিস্তার লাভ করে**। গ্যাসের চেয়ে কঠিন ও তরলে শব্দের বেগ বেশি। তরঙ্গের বেলাতেও তাই দেখা যায়।

(iv) তরঙ্গের ন্যায় শব্দেরও **প্রতিফলন** হয়।

(v) তরঙ্গের ন্যায় শব্দেরও **ব্যতিচার** হয়। উপযুক্ত ব্যবস্থায় উপরিপাতের ফলে শব্দ নীরবতা সৃষ্টি করে।

(vi) তরঙ্গের ন্যায় শব্দও বাধার কিনারায় বেঁকে যায় অর্থাৎ তরঙ্গের ন্যায় শব্দেরও **অপবর্তন** (*diffraction*) হয়।

(vii) শুধুমাত্র অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রবাহী দিয়ে বিস্তার লাভ করে। শব্দ প্রবাহী দিয়ে যায়। কাজেই **শব্দও অনুদৈর্ঘ্য প্রকৃতির**।

(viii) শব্দের সমবর্তন হয় না। সুতরাং, শব্দ নিশ্চিতই অনুদৈর্ঘ্য প্রকৃতির।

(ix) শব্দ তরঙ্গের আলোকচিত্র পাওয়া যায়।

কাজেই বলা যায় যে, শব্দ জড় মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গরূপে বিস্তার লাভ করে। প্রকৃতপক্ষে **এক শ্রেণীর স্থিতিস্থাপক তরঙ্গই শব্দ**।

4.2. শব্দের সংজ্ঞা (Definition of sound) ঃ

শোনার জন্য তিনটি জিনিস প্রয়োজন—কর্ণ, কম্পমান বস্তু ও বাস্তব মাধ্যম। ইহাদের যে কোন একটির অভাব ঘটলে শব্দ শোনা যায় না। ঘণ্টা বাজলে আমরা শব্দ শুনতে পাই। কোন ধাতব পাত্র হাত থেকে প'ড়ে গেলে সাধারণত ঝন্‌ঝন্‌ শব্দ আমাদের কানে বাজে। শব্দ করার সময় ঘণ্টায় বা ধাতব পাত্রে হাত দিলে স্পষ্ট-বোঝা যায় যে, ইহারা কাঁপছে। বীণার তারের সামান্যতম কম্পন সুর ঝংকার সৃষ্টি করে। গীটার, বেহালা, এসরাজ, সেতার ইত্যাদির তার কাঁপলে শব্দের উদ্ভব হবেই। অর্থাৎ শব্দের উদ্ভব কোন কম্পনশীল বস্তু থেকে হয়। এই কম্পন খালি চোখে কখনও দেখা যায়, কখনও দেখা যায় না।

আমরা কানের সাহায্যে শব্দ অনুভব করি। কোন শব্দ শোনার জন্য ইহার উৎসকে কানে স্পর্শ করাতে হয় না। আমরা বহুদূর থেকে আসা শব্দ শুনতে পাই। কয়েকশ মিটার দূরে বাজ প'ড়লে আমরা শুনতে পাই।

সুতরাং কম্পনশীল বস্তু থেকে শব্দের উৎপত্তি হয় এবং জড় মাধ্যমে ইহা বিস্তার লাভ করে।

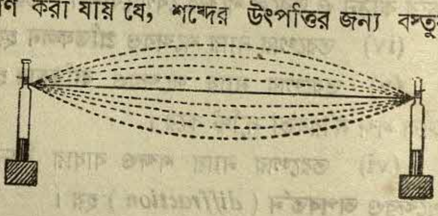
কম্পনশীল বস্তু থেকে উদ্ভূত যে শক্তি জড় মাধ্যমে বিস্তার লাভ করে এবং আমাদের কানে এসে শ্রবণ অনুভূতি সৃষ্টি করে তাকেই শব্দ বলে।

অথবা, **উৎসের কম্পনের জন্য কোন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে কণার সরণ, বেগ ও চাপের যে পরিবর্তী পরিবর্তন (*alteration*) ঐ মাধ্যম দিয়ে বিস্তার লাভ করে তাকে শব্দ বলে।**

4.3. শব্দের উৎপত্তির জন্য বস্তুর কম্পন প্রয়োজন (The vibration of a body is essential for the production of sound) ঃ

নীচের পরীক্ষাগুলি দ্বারা প্রমাণ করা যায় যে, শব্দের উৎপত্তির জন্য বস্তুর কম্পন প্রয়োজন—

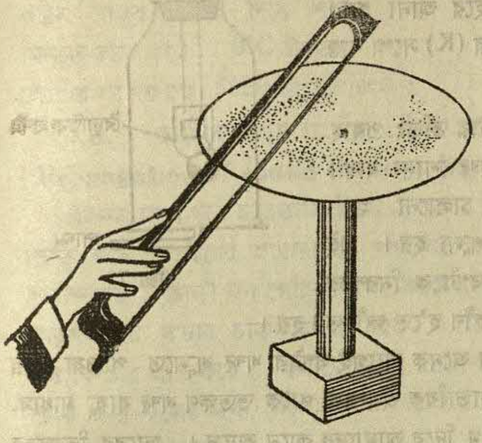
প্রথম পরীক্ষা ঃ একটি ধাতব তারের দুই প্রান্ত টান ক'রে বেঁধে ইহার মাঝখান হাত দিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে শব্দ শোনা যায় (চিত্র 70)। তারের উপর একটি পাতলা কাগজের টুকরো রাখলে ইহা প'ড়ে যায়। এই অবস্থায় তারকে অস্পষ্ট দেখায়। এই ঘটনা প্রমাণ করে যে, শব্দ সৃষ্টিকারী তার কাঁপে। তারটি না কাঁপলে শব্দ শোনা যায় না।



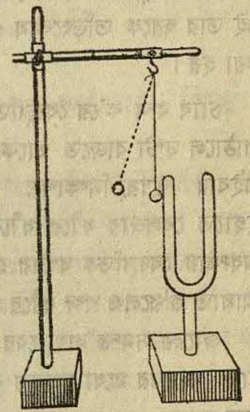
চিত্র 70

দ্বিতীয় পরীক্ষা ঃ কোন স্তম্ভের উপর একটি লোহার গোল প্লেটকে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ করা হয় (চিত্র 71)। এই প্লেটের উপর কিছু বালি ছড়ান হয়। বেহালার

ছড় দিয়ে এই প্লেটের কিনারায় টান দিলে শব্দ শোনা যায় এবং বালির কণাগুলিকে লাফাতে দেখা যায়। শব্দের উৎপত্তির সঙ্গে প্লেটের কম্পন হওয়ায় বালির কণাগুলি লাফায়।



চিত্র 71



চিত্র 72

তৃতীয় পরীক্ষা : একটি শোলার বলকে রেশমের সুতো দিয়ে কোন দণ্ড থেকে ঝোলানো হয় (চিত্র 72)। একটি সুরশলাকাকে এমনভাবে রাখা হয় যাতে শোলার বল শলাকার এক বাহুকে স্পর্শ করে। শলাকার ঐ বাহুকে রাবারের হাতুড়ী দিয়ে আঘাত ক'রলে ইহা কাঁপতে থাকে এবং শব্দ উৎপন্ন হয়। এই অবস্থায় শোলার বল শলাকার বাহুতে বারবার আঘাত ক'রে স'রে যায়। এই পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয় যে, শব্দ উৎপন্নকারী সুরশলাকার বাহু কাঁপে। হাত দিয়ে চেপে শলাকার কম্পন বন্ধ ক'রলে শব্দ শোনা যায় না।

4.4. শব্দের বিস্তার (Propagation of sound) :

আমরা জানি যে, শব্দ শোনার জন্য শব্দের উৎসকে কানে স্পর্শ করাতে হয় না। যে কোন জড় মাধ্যম দিয়ে শব্দ আমাদের কানে পেঁছায়। এই মাধ্যম গ্যাসীয়, তরল, বা কঠিন হ'তে পারে। সাধারণ অবস্থায় বায়ুমণ্ডলের মধ্য দিয়ে শব্দ আমাদের কানে পেঁছায়। অর্থাৎ সাধারণ ক্ষেত্রে বায়ুমণ্ডল মাধ্যমের কাজ করে। শব্দের বিস্তারের জন্য মাধ্যম প্রয়োজন। শূন্য স্থানে শব্দের বিস্তার হয় না।

নীচের পরীক্ষা প্রমাণ করে যে, **শব্দের বিস্তারের জন্য জড় মাধ্যম প্রয়োজন।** 1705 খ্রীষ্টাব্দে হক্সবী (Hawksbee) প্রথম এই পরীক্ষা করেন।

একটি বড় বেলজারকে (Bell jar) একটি বায়ুনিষ্কাশন পাম্পের আসনের উপর রাখা হয়। আসনের সঙ্গে বেলজারের সংযোগস্থল চক্রাকারে ভেস্‌লীন দিয়ে বায়ুনিরুদ্ধ (air-tight) করা হয়। বেলজারের উপরের মুখ রাবারের ছিপি দিয়ে

বায়ুনিরুদ্ধভাবে বন্ধ করা হয়। বেলজারের মধ্যে একটি বৈদ্যুতিক ঘণ্টা (electric bell) ঝুলিয়ে রাখা হয় (চিত্র 73)। রাবার ছিপির সরু ছিদ্রের মধ্য দিয়ে দুটি পরিবাহী তারকে বৈদ্যুতিক ঘণ্টা থেকে বাইরে আনা হয়। এই তার দ্বয়কে তড়িৎকোষ ও চাবির (K) সঙ্গে যুক্ত করা হয়।



চিত্র 73

চাবি বন্ধ ক'রে বৈদ্যুতিক ঘণ্টায় তড়িৎ প্রবাহ পাঠালে ঘণ্টা বাজতে থাকে এবং শব্দ শোনা যায়। এইবার বায়ু-নিষ্কাশন পাম্প চালানো হয়। ইহাতে বেলজার ধীরে ধীরে বায়ুশূন্য হয়। এই অবস্থায় বৈদ্যুতিক ঘণ্টার হাতুড়ি ঘণ্টাকে নিরন্তর আঘাত ক'রলেও শব্দ ধীরে ধীরে ক্ষীণ হ'তে ক্ষীণতর হয়।

জারের সমস্ত বায়ু বের হওয়ার অনেক আগেই ঘণ্টার শব্দ শুনতে পাওয়া যায় না। জারের মধ্যে যতক্ষণ বায়ু স্বাভাবিক অবস্থায় থাকে ততক্ষণ শব্দ বায়ু মাধ্যম, কাচ মাধ্যম এবং আবার বায়ু মাধ্যম দিয়ে আমাদের কানে আসে। জারের ভিতরের বায়ু বের ক'রে দিলে ঘণ্টা থেকে শব্দ জারের গায়ে পেঁছাতে পারে না। তাই বাইরে শব্দ শোনা যায় না। পাম্প বন্ধ ক'রে জারে বায়ু প্রবেশ করালে শব্দও আগের মত শুনতে পাওয়া যায়। কাজেই এক স্থান থেকে অন্য স্থানে যাওয়ার জন্য শব্দের জড় মাধ্যম প্রয়োজন। এই মাধ্যম অবিচ্ছিন্ন হওয়া দরকার। বেলজারের অভ্যন্তরে বায়ুর চাপ একটি বিশেষ মানের নীচে নেমে গেলে শব্দ আর শোনা যায় না, যদিও জারে বায়ু থাকে। কারণ, এই অবস্থায় বায়ুর অণুগুলির পারস্পরিক দূরত্ব অনেক বেড়ে যাওয়ায় জারের অভ্যন্তরের বায়ু মাধ্যম আর অবিচ্ছিন্ন থাকে না।

চন্দ্র বা অন্য কোন গ্রহের বিস্ফোরণের শব্দ পৃথিবীতে পেঁছায় না। কারণ চন্দ্র ও অন্যান্য গ্রহ থেকে পৃথিবী পর্যন্ত অধিকাংশ স্থানই শূন্য (vacuum)। এই একই কারণে পৃথিবীর কোন শব্দও চন্দ্রে বা অন্য কোন গ্রহে পেঁছায় না।

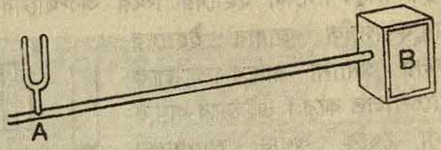
4.5. কঠিন পদার্থের ভিতর দিয়ে শব্দের বিস্তার (Propagation of sound through solids) :

কঠিন পদার্থের ভিতর দিয়ে শব্দ বিস্তার লাভ করে। তাই রেল লাইনে কান পাতলে দূরবর্তী ট্রেনের শব্দ শোনা যায়।

কঠিন পদার্থের ভিতর দিয়ে যে শব্দের বিস্তার হয় তা পরীক্ষাগারে নিম্নলিখিত ভাবে প্রমাণ করা যায়।

একটি ফাঁপা লম্বা লোহার দণ্ড নেওয়া হয় এবং ইহার একপ্রান্তে একটি শব্দ বৃদ্ধিকারী বাক্স (sound-box) (B) লাগানো হয় (চিত্র 74)। একটি সুরশলাকাকে রাবারের হাতুড়ী দিয়ে আঘাত করা হয় এবং ঐ দণ্ডের 'A' প্রান্তের কাছে ধরা হয়।

B বাক্সে কান পাতলে মৃদু শব্দ শোনা যায়। সুরশলাকার কম্পমান দণ্ডকে A প্রান্তে স্পর্শ করিয়ে B-এর কাছে কান পাতলে বেশ জোরে শব্দ শোনা যায়। এক্ষেত্রে শব্দ লোহার দণ্ড দিয়ে বিস্তারিত হয়। সুতরাং কঠিন বস্তুর ভিতর দিয়ে শব্দ বিস্তার লাভ করে। 0°C উষ্ণতার লোহায় শব্দের বেগ 5130 metre/sec.।



চিত্র 74

4.6. তরল পদার্থের ভিতর দিয়ে শব্দের বিস্তার (Propagation of sound through liquids) ঃ

একজন জলে ডুবে হাততালি দিলে ঐ জলের ভিতরে আরেকজন তা শুনতে পায়। কিন্তু জলের বাইরের হাততালির শব্দ জলের ভিতরে শোনা যায় না। সপ্তদশ শতাব্দীতে বিজ্ঞানী ফন গেরিক লক্ষ্য করেন যে, জলের মধ্যে ঘণ্টা বাজালে মাছেরা আকৃষ্ট হ'য়ে ঘণ্টার চারদিকে জড়ো হয়। কাজেই প্রমাণিত হয় যে, জলের ভিতরে শব্দ বিস্তার লাভ করে। ফন গেরিকের আবিষ্কারকে কাজে লাগিয়ে আজকাল মাছ ধরার জন্য জলের মধ্যে 'বীপার' (Beeper) নিয়ে শব্দ উৎপাদনকারী ট্রানজিস্টার যন্ত্র ব্যবহার করা হয়।

জলের মধ্যে শব্দের বেগ প্রায় 1450 metre/sec.।

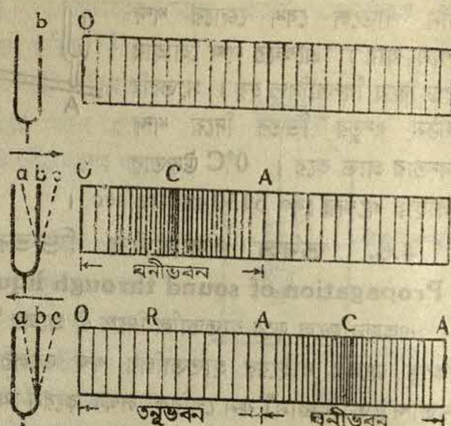
4.7. শব্দ নিবারণের উপায় (Means to eleminate sound) ঃ

যদি দুটি বস্তুর ঘনত্বের পার্থক্য বেশি হয় তাহ'লে ঐ বস্তুদ্বয়ের একটির ভিতর দিয়ে অপরটিতে শব্দ সহজে চলাচল ক'রতে পারে না। অধিক শব্দ কোন কোন সময় নিতান্ত পীড়াদায়ক হয়। এইরূপ শব্দের বিস্তার প্রতিরোধ করার জন্য শব্দের ঐ ধর্ম কাজে লাগানো হয়। কোন বাড়ির এক ঘর থেকে অন্য ঘরে শব্দের চলাচল বন্ধ করার জন্য ঘরের দেওয়াল মুখোমুখি দুই সারি ইট দিয়ে এমনভাবে গাঁথতে হয় যাতে ইহাদের মাঝে ফাঁক থাকে। এই ফাঁকে বায়ু আটকে থাকে। শব্দকে প্রথমে ইট থেকে বায়ুতে এবং পরে বায়ু থেকে ইটে যেতে হয়। এইভাবে বিস্তারিত হওয়া শব্দের পক্ষে অসুবিধাজনক। তাই শব্দ একঘর থেকে অন্য ঘরে যায় না। বাইরের কোলাহলের হাত থেকে অব্যাহতি পাওয়ার জন্য অনেক অফিস বাড়িতে এই একই কারণে একটি জানালার পরিবর্তে একসংগে দু'টি জানালা ব্যবহার করা হয়।

4.8. শব্দের বিস্তার পদ্ধতি (Mechanism of propagation of sound) ঃ

কোন বস্তুকে আঘাত ক'রলে ইহার কণাগুলি কাঁপে অর্থাৎ কণাগুলি ইহাদের সাম্য অবস্থানের দুই পাশে সমপরিমাণ দূরত্বে আন্দোলিত হয়। এইরূপ কম্পনের

সময় বস্তুকণাগুলি ইহাদের সংলগ্ন বায়ুকণাগুলিকে আঘাত ক'রে আন্দোলিত করে। ফলে বায়ুকণাগুলি ইহাদের স্থির অবস্থানের দুই পাশে আন্দোলিত হয়। এই বায়ুকণাগুলি আবার ইহাদের সংলগ্ন অন্যান্য বায়ুকণাগুলিকে আন্দোলিত করে। এইভাবে বায়ুর কণা থেকে কণায় আন্দোলন সঞ্চালিত হয়। এই সঞ্চালিত আন্দোলন কানে পেঁছালে শব্দ শোনা যায়।



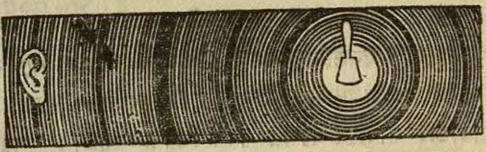
চিত্র 75

শব্দের বিস্তার পদ্ধতি বোঝার জন্য একটি সুরশলাকার কম্পনে উৎপন্ন শব্দের ছড়িয়ে পড়া আলোচনা করা যাক। সুরশলাকার স্থির অবস্থায় ইহার বাহুর সংলগ্ন বায়ুস্তরগুলির ঘনত্ব সর্বত্র সমান থাকে (75 নং চিত্রের প্রথম অংশ)। আঘাতের দরুন সুরশলাকা কাঁপলে ইহার বাহু স্থির অবস্থান b থেকে বাম দিকে a ও ডান দিকে c স্থান পর্যন্ত পর্যাবৃত্ত গতিতে আন্দোলিত হয় (75 নং চিত্রের দ্বিতীয় অংশ)। অর্থাৎ একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর সুরশলাকার বাহুর গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে। b স্থান থেকে ডানদিকে c স্থানে যাবার সময় সুরশলাকার বাহু ইহার সামনের বায়ুস্তরকে চাপ দেয়। ইহাতে ঐ বায়ুস্তর সংকুচিত হয়। এই সংকুচিত বায়ুস্তর আবার ইহার বিপরীত পাশের বায়ুস্তরের উপর চাপ দেয়। ইহাতে এই বায়ুস্তর সংকুচিত হয়। এইভাবে পরপর বায়ুস্তর সংকুচিত হ'য়ে একটি **ঘনীভবন** উৎপন্ন করে। এই ঘনীভবন সামনের বায়ুস্তরগুলির ভিতর দিয়ে সঞ্চালিত হয় অর্থাৎ এই ঘনীভবনের অগ্রগতি ঘটে।

সুরশলাকার বাহু c থেকে a অবস্থানে যাবার সময় ইহার ডান দিকের বায়ুস্তরের উপর চাপ ক'মে যায়। ইহাতে ঐ বায়ুস্তর প্রসারিত হয়। সংলগ্ন বায়ুস্তরগুলিও স্বভাবতই প্রসারিত হয়। এইভাবে একটি **তনুভবন** উৎপন্ন হয় (75 নং চিত্রের শেষ অংশ)। এই তনুভবন সামনের বায়ুস্তর গুলির ভিতর দিয়ে সঞ্চালিত হয় এবং আগের ঘনীভবনের পশ্চাতে থেকে অগ্রসর হয়।

সুরশলাকার বাহুর একটি পূর্ণ কম্পনে অর্থাৎ সুরশলাকার বাহু a থেকে c অবস্থানে গিয়ে পুনরায় a অবস্থানে ফিরে আসা পর্যন্ত সময়ে বায়ুতে একটি ঘনীভবন ও একটি তনুভবন উৎপন্ন হয়। সুরশলাকার পুনঃ পুনঃ কম্পনের দরুন এরূপ বহু ঘনীভবন ও তনুভবন উৎপন্ন হয় এবং সুরশলাকা থেকে ক্রমশ দূরে বিস্তৃত হয়। এইভাবে শব্দ বিস্তার লাভ করে। এখানে একটা কথা মনে রাখা দরকার যে, শব্দের

এই বিস্তারের সময় বায়ুস্তরগুলির শুধুমাত্র সংকোচন ও প্রসারণ হয়, কিন্তু ইহাদের কোন অগ্রগতি ঘটে না। বায়ুস্তরগুলির ভিতর দিয়ে সংকোচন ও প্রসারণের অগ্রগতির জন্যই ঘনীভবন ও তনুভবনের বিস্তার ঘটে। এই অগ্রসরমান ঘনীভবন ও তনুভবন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সৃষ্টি করে। সৃষ্ট তরঙ্গমালা চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে এবং কানে এসে শব্দের অনুভূতি জাগায় (চিত্র 76)।



চিত্র 76

4.9. শব্দ বিস্তারের সময় মাধ্যমের কণার স্থানচ্যুতি ঘটে না (The particles of the medium are not displaced during propagation of sound) ঃ

নীচের পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করা যায় যে, শব্দ বিস্তারের সময় মাধ্যমের কণার স্থান চ্যুতি ঘটে না।

পরীক্ষা ঃ একটি মোটা ও দীর্ঘ দু' মুখ খোলা টিনের লম্বা নল (AB) নেওয়া হয় (চিত্র 77)। এই নলকে অবলম্বনের সাহায্যে একটি টেবিলের উপর অনুভূমিক-ভাবে রাখা হয়। নলের একমুখ সুচোলো। এই সুচোলো মুখের কাছে একটি মোমবাতির শিখা (F) ধরা হয়। একখণ্ড ব্লটিং কাগজকে তারপিন তেলে ভিজিয়ে শুকিয়ে নেওয়া হয়। এই কাগজে আগুন লাগিয়ে AB নলের মোটা মুখের কাছে



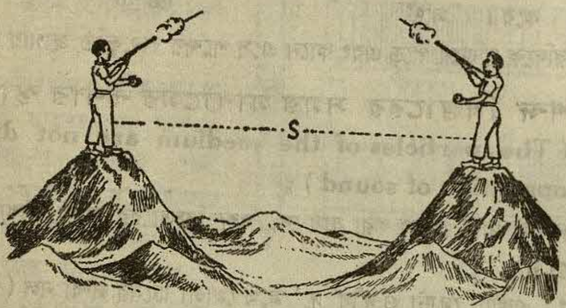
চিত্র 77

ধ'রলে নল কালো ধোঁয়ায় পূর্ণ হয়। নলের মোটা মুখে দু'টি কাঠের টুকরো (W_1 ও W_2) ঠুকে শব্দ ক'রলে শব্দের কম্পনের জন্য সুচোলো মুখে মোমবাতির শিখা ডান-দিকে একটু বেঁকে যায়, কিন্তু নল থেকে ধোঁয়া বেরিয়ে যায় না। ইহার কারণ কি ? কারণ হিসেবে বলা যায় যে, শব্দ তরঙ্গ ধোঁয়ার ভিতর দিয়ে অগ্রসর হ'য়ে মোমবাতির শিখাকে ধাক্কা দিয়ে সরিয়ে দেয়, কিন্তু ধোঁয়ার কোন স্থানচ্যুতি হয় না। অর্থাৎ শব্দ তরঙ্গ বিস্তার লাভ ক'রলে মাধ্যমের কণা স্থানচ্যুত হয় না।

4.10. শব্দের বেগ (Velocity of sound) ঃ

কোন দূরত্ব যেতে শব্দ সময় নেয়। দূরে কোন ব্যক্তি ঘণ্টা বাজালে হাতুড়ি চালানোর কিছুক্ষণ পরে শব্দ শোনা যায়। শব্দের বেগ সীমিত হওয়ার জন্যই

শব্দের প্রতিফলনে সৃষ্ট প্রতিধ্বনিকে মূল ধ্বনি থেকে পৃথকভাবে শোনা যায়, শ্রোতা বা শব্দের উৎস গতিশীল হ'লে ডপ্‌লার ক্রিয়ার উদ্ভব ঘটে। কাজেই শব্দের বেগ আছে। অবশ্য সব তরঙ্গেরই বেগ আছে। শব্দ তরঙ্গ হওয়ায় ইহার বেগ তো থাকবেই। নিউটন প্রথম প্রতিধ্বনির সাহায্যে শব্দের বেগ নির্ণয় করেন। তাঁর পদ্ধতি খুবই সহজ ছিল, কিন্তু ত্রুটিহীন ছিল না। পরবর্তী কালে বিভিন্ন বিজ্ঞানী বিভিন্ন মাধ্যমে শব্দের বেগ নির্ণয় করেন। পরীক্ষাগারে শব্দের বেগ নির্ণয় করা



চিত্র 78

যায়। শুষ্ক বায়ুতে 0°C উষ্ণতায় শব্দের বেগ 331·7 metre/sec.। বিশেষ সীমার মধ্যে শব্দের বেগ ইহার বিস্তারের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু বিস্ফোরণে উৎপন্ন শব্দের বিস্তার বেশি হয় এবং ইহার বেগও বেশি হয়। বন্দুকের নলের মুখে বিস্ফোরণ তরঙ্গের বেগ উপরি উক্ত মানের দ্বিগুণ পর্যন্ত হ'তে পারে। অবশ্য বিস্ফোরণে উৎপন্ন শব্দের প্রাবল্য দূরত্ব বৃদ্ধির সঙ্গে ক'মতে থাকে এবং ইহার বেগও স্বাভাবিক মানের দিকে যেতে থাকে।

শব্দের বেগ মাধ্যমের প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রায় $\frac{1}{2}$ metre/sec. বৃদ্ধি পায়। তাই **শব্দের বেগ নির্ণয় করার সময় উষ্ণতার মাপ নেওয়া হয়।**

অন্যান্য গ্যাসে শব্দের বেগ ইহার প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। যেমন 0°C উষ্ণতায় হাইড্রোজেন গ্যাসে শব্দের বেগ এই অবস্থায় বায়ুতে শব্দের বেগের প্রায় 4 গুণ (1261 metre/sec.)। আবার কার্বন ডাইঅক্সাইডে 0°C উষ্ণতায় শব্দের বেগ মাত্র 256 metre/sec.। অধিকাংশ কঠিন ও তরলে শব্দের বেগ বেশি হয়। 15°C উষ্ণতার জলে শব্দের বেগ 1440 metre/sec.। আবার 15°C উষ্ণতার ইস্পাতে শব্দের বেগ 16000 metre/sec.। একটি ইস্পাত দণ্ডের একপ্রান্তে কান পেতে অপর প্রান্তে শব্দ ক'রলে দুটি শব্দ শোনা যায়। একটি আসে ইস্পাত দণ্ড বরাবর এবং অপরটি আসে অপেক্ষাকৃত কম বেগে বায়ু মাধ্যম বরাবর। রাবার ইত্যাদি নমনীয় পদার্থে শব্দের বেগ প্রায় 50 metre/sec. এর মত হয়।

4.11. মুক্ত বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় (Determination of velocity of sound in open air) ঃ

কয়েকজন ফরাসী বিজ্ঞানী সাধারণ উষ্ণতায় এবং উন্মুক্ত আকাশের নীচে স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলে শব্দের বেগ নির্ণয় করেন। প্রায় 18 মাইল দূরত্বের দুই পাহাড়ে দুই ব্যক্তি বন্দুক ও স্টপ ঘড়িসহ দাঁড়ান। একজন বন্দুক থেকে গুলি ছুঁড়লে অন্যজন আলোক দেখামাত্র স্টপ ঘড়ি চালু করেন এবং শব্দ শোনামাত্র ঘড়ি বন্ধ করেন। ধরা যাক, ঘড়ি চালু এবং বন্ধ করার মধ্যে সময়ের ব্যবধান $= t$ এবং দুই ব্যক্তির দূরত্ব $= s$। অতএব s দূরত্ব যেতে শব্দের t সেকেন্ড সময় লাগে। কাজেই শব্দের বেগ, $V = \frac{s}{t}$।

এই সহজ পদ্ধতিতে শব্দের বেগ নির্ণয়ে কিছু ত্রুটি থাকে। বায়ুপ্রবাহের প্রভাব অবশ্যই বিবেচনা করা প্রয়োজন। কারণ শব্দের গতির সমান্তরালভাবে একই দিকে বায়ুপ্রবাহ থাকলে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায় কিন্তু বিপরীত দিকে বায়ু প্রবাহ থাকলে ইহার বেগ হ্রাস পায়। বিপরীত পর্যবেক্ষণ (reciprocal observation) দ্বারা এই ত্রুটি সংশোধন করা যায়।

উপরে বর্ণিত পরীক্ষায় একজন পর্যবেক্ষক গুলি ছোড়ে এবং অপরজন সময় নথিভুক্ত করে। বিপরীত পর্যবেক্ষণে বিপরীত প্রান্ত থেকে (অর্থাৎ যে প্রান্তে প্রথমবার ঘড়ির সাহায্যে শুধু সময় নথিভুক্ত করা হ'য়েছে) গুলি ছোড়া হয় এবং অপর প্রান্তে সময় দেখা হয়।

ধরা যাক, শব্দের বেগ $= V$; প্রথম ব্যক্তি থেকে দ্বিতীয় ব্যক্তির দিকে প্রবাহিত বায়ুর বেগ $= w$। পর্যবেক্ষকদ্বয়ের দূরত্ব $= s$। দ্বিতীয় ব্যক্তির নথিভুক্ত সময় $= t_1$ sec. $s = (V + w)t_1$ ... (1) বিপরীত পর্যবেক্ষণে সময়ের ব্যবধান ধরা যাক t_2 sec.। এক্ষেত্রে শব্দ বায়ুর বিপরীতে প্রবাহিত হওয়ায়

$s = (V - w)t_2$ ... (2)

সমীকরণ (1) এবং (2) অনুযায়ী,

$$\frac{s}{t_1} = V + w \text{ এবং } \frac{s}{t_2} = V - w ; \quad \therefore \quad \frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2} = V + w + V - w$$

$$\text{কাজেই } V = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2}\right) = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right) \quad \cdots \quad (3)$$

অতএব, s, t_1 এবং t_2 জানা থাকলে (3) নম্বর সমীকরণের সাহায্যে V এর মান নির্ণয় করা যায়।

উপরে বর্ণিত পরীক্ষা খুব সহজ ও সরল হ'লেও ইহাতে অসুবিধা আছে। আলোক দেখে তৎক্ষণাৎ ঘড়ি চালু করা বা শব্দ শুনে তৎক্ষণাৎ ঘড়ি বন্ধ করা সহজসাধ্য নয়। ভিন্ন ভিন্ন ব্যক্তিতে এই সময় বিভিন্ন হয়। এই পার্থক্যকে **ব্যক্তিগত ত্রুটি** (*Personal error*) বলে। স্টপ ঘড়ির পরিবর্তে স্বয়ংক্রিয় **ক্রোনোমিটার** (*Chronometer*) ব্যবহার ক'রে এই ত্রুটি পরিহার করা যায়।

4.12. শব্দের বেগ নির্ণয়ে নিউটনের সূত্র (Newton's formula for the velocity of sound) ঃ

নিউটন প্রথম তত্ত্বগত ভাবে দেখান যে স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ,

$V=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, E এবং ρ যথাক্রমে মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ও ঘনত্ব।

সংকোচন ও প্রসারণের জন্য কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্যের অস্থায়ী পরিবর্তন হয় এবং পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক উৎপন্ন স্থিতিস্থাপক বল সূচিত করে। অতএব, $V=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$, Y = কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক। নিরবচ্ছিন্ন কঠিন মাধ্যমে E-এর পরিবর্তে Y ব্যবহৃত না হ'য়ে অক্ষীয় গুণাঙ্ক (M) ব্যবহৃত হয়।

তরলে ও গ্যাসে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বিস্তারের সময় সংকোচন ও প্রসারণের দরুন আয়তন পরিবর্তিত হয় এবং মাধ্যমের আয়তন গুণাঙ্কের জন্য তরঙ্গ বিস্তার লাভ করে। অতএব এই সব মাধ্যমের বেলায় $V=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$, K = প্রবাহীর আয়তন গুণাঙ্ক।

উদাহরণ (Examples) ঃ

1. ইস্পাত দণ্ডে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক 210×10^{10} dyne/cm² ও ঘনত্ব 7·8 gm/c.c.।

সমাধান ঃ আমরা জানি যে, $V=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, E = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

এবং ρ = কঠিন পদার্থের ঘনত্ব

$$\therefore\ V=\sqrt{\frac{210\times10^{10}}{7\cdot8}}=5\cdot18\times10^{5}\ \text{cm/sec.}$$

2. জলে শব্দের বেগ 1450 m/sec.। জলের আয়তন গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ $V=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$, K = আয়তন গুণাঙ্ক, ρ = জলের ঘনত্ব

ও V = জলে শব্দের বেগ।

$$\therefore\ K=V^2\rho=(1450)^2\times(1000)=2\cdot1\times10^9\,\text{N/m}^2.$$

[জলের ঘনত্ব $\rho=1000$ Kg/m³]

3. তামার ইয়ং গুণাঙ্ক $12\cdot2\times10^{10}$ N/m² এবং ঘনত্ব 8900 Kg/m³। তামায় শব্দের বেগ কত ?

সমাধান ঃ $V=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}=\sqrt{\frac{12\cdot2\times10^{10}}{8900}}=4701$ m./sec.।

4. একটি তারকে 0·04% প্রসারিত (stretched) করা হয়। এই তারে অনুদৈর্ঘ্য ও তির্যক তরঙ্গ বেগের অনুপাত নির্ণয় কর। [*Jt Entrance 1978*]

সমাধান ঃ ধরা যাক, তারকে T টানে প্রসারিত করা হয়। ঐ তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর m। যদি উৎপন্ন তির্যক তরঙ্গের বেগ V_t হয় তাহ'লে

$$V_t=\sqrt{\frac{T}{m}}\,।$$

আবার যদি তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y ও ঘনত্ব ρ হয় তবে ঐ তারে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ,

$$V_l=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}\,।$$

আবার যদি তারের অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি S ও প্রস্থচ্ছেদ α হয় তবে $m=\rho\alpha$

$$\text{এবং}\quad Y=\frac{T/\alpha}{S}=\frac{T}{S\alpha}\,।$$

$$\therefore\quad V_t=\sqrt{\frac{YS\alpha}{m}}=\sqrt{\frac{YS\alpha}{\rho\alpha}}=\sqrt{\frac{YS}{\rho}}$$

$$\text{কাজেই,}\quad \frac{V_l}{V_t}=\sqrt{\frac{1}{S}}=\sqrt{\frac{1}{0{\cdot}04}}=5$$

4.13. বায়ু এবং গ্যাসীয় পদার্থে শব্দের বেগ (Velocity of sound in air and gaseous substance) ঃ

যদি পরীক্ষাধীন গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক K হয় তবে আগের আলোচনা অনুযায়ী শব্দের বেগ $V=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$, ρ = গ্যাসের ঘনত্ব

নিউটন ধ'রে নিয়েছিলেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বিস্তারের সময় সংকোচন ও প্রসারণ খুব ধীর গতিতে হয়। তাই সংকোচনে উদ্ভুত তাপ মাধ্যমের ভিতর দিয়ে পরিবাহিত হ'য়ে যেতে পারে। একইভাবে প্রসারণের সময় কোন স্তরে উৎপন্ন শৈত্য পার্শ্ববর্তী স্তর থেকে তাপ নিয়ে তাপের ঘাটতি পূরণ করে।

সুতরাং, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সংকোচন ও প্রসারণ যখন বিস্তার লাভ করে তখন উষ্ণতার পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ ইহা **সমোষ্ণ** (*isothermal*) পদ্ধতি।

সমোষ্ণ অবস্থায় গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক (modulus of volume elasticity) যে ইহার চাপের সমান হয় তা নিম্নলিখিতভাবে প্রমাণ করা যায়।

ধরা যাক, কোন গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ P। যদি একটি সংকোচন এই গ্যাসের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয় তবে চাপ p পরিমাণে বৃদ্ধি পায় এবং আয়তন v পরিমাণে হ্রাস পায়। সমোষ্ণ পরিবর্তনে বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$PV=(P+p)(V-v)=PV+pV-Pv-pv$$

বা, $Pv = pV$ [pV বা Pv এর তুলনায় pv খুব কম মানের হওয়ায় উপেক্ষণীয়]

বা, $P = \frac{pV}{v} = \frac{p}{\frac{v}{V}}$

এই সমীকরণে চাপ বৃদ্ধি p ও এক্ষেত্রে ইহাই পীড়ন (stress) এবং আয়তন বিকৃতি $\frac{v}{V}$।

ক্যালকুলাস পদ্ধতি ঃ বয়েলের সূত্রানুযায়ী $PV =$ ধ্রুবক। অতএব ডিফারেন্সিয়েট বা অবকল ক'রলে $PdV + VdP = 0$.

অথবা, $P = -\frac{dP}{dV/V} = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} =$ আয়তন গুণাঙ্ক (K).

ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে, চাপ বাড়লে আয়তন কমে।

অতএব, গ্যাসের চাপ (P) = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (K)। কাজেই নিউটনের তত্ত্ব অনুযায়ী শব্দের বেগ $V = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$।

নিউটনের সূত্রানুযায়ী স্বাভাবিক চাপে ও 0°C উষ্ণতায় বায়ুতে শব্দের বেগ $V = \sqrt{\frac{75 \times 13{\cdot}589 \times 981}{0{\cdot}001293}} = 281$ metre/sec.। কারণ, স্বাভাবিক চাপ $P = 76 \times 13{\cdot}589 \times 981$ dyne/cm.^{2} এবং বায়ুর ঘনত্ব $\rho = 0{\cdot}001293$ gm/c.c.।

কিন্তু এই অবস্থায় শব্দের বেগের পরীক্ষালব্ধ মান 331·7 metre/sec.। সুতরাং বোঝা যায় যে, নিউটনের সূত্রে কোথাও তত্ত্বগত ত্রুটি আছে।

4.14. ল্যাপলাসের সূত্র (Laplace's formula) ঃ

নিউটনের সূত্র অনুযায়ী শব্দের বেগের যে মান পাওয়া যায় তা প্রকৃত মানের চেয়ে অনেক কম হয়। অর্থাৎ, পরীক্ষালব্ধ মান ও তত্ত্বগতভাবে প্রাপ্ত মানের মধ্যে বিরাট পার্থক্য দেখা যায়। প্রায় 120 বছর পরে 1817 সালে **ল্যাপলাস** এই পার্থক্যের কারণ নির্ণয় করেন।

ল্যাপলাসের মতে শব্দ বিস্তারের সময় উদ্ভূত সংকোচন ও প্রসারণ এত দ্রুত হয় যে, সংকোচনের জন্য উষ্ণতা বৃদ্ধি ও প্রসারণের জন্য উষ্ণতা হ্রাস পরিবহন পদ্ধতিতে প্রতিবাহিত হওয়ার কোন সময়ই পায় না। যদি কোন গ্যাস দ্রুত প্রসারিত বা সংকুচিত হয় তবে ইহাতে বাইরে থেকে কোন তাপ আসে না বা ইহার থেকেও কোন তাপ বাইরে বেরিয়ে যায় না। সুতরাং ইহা রুদ্ধতাপ পরিবর্তন। কাজেই, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ আকারে শব্দ বিস্তারের সময় বায়ুস্তরের যে সংকোচন ও প্রসারণ হয় তা রুদ্ধতাপ পদ্ধতি।

রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে নির্দিষ্ট ভরের কোন গ্যাসীয় পদার্থের বেলায় $PV^{\gamma}=$ ধ্রুবক ;

$\gamma=\frac{C_p}{C_v}=\frac{\text{স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}{\text{স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}$; $P=$ গ্যাসের চাপ, এবং $V=$ গ্যাসের আয়তন

নাইট্রোজেন, অক্সিজেন ও বায়ুর মত দ্বিপারমাণবিক (diatomic) গ্যাসের বেলায় $\gamma=1\cdot41$, ওজোনের মত ত্রি-পারমাণবিক গ্যাসের বেলায় $\gamma=1\cdot34$ এবং এক পারমাণবিক গ্যাসের বেলায় $\gamma=1\cdot66$.

ধরা যাক, নির্দিষ্ট ভরের কোন গ্যাসের চাপ P ও আয়তন V। শব্দ বিস্তারের দরুন রুদ্ধতাপ পদ্ধতিতে ইহার চাপ ও আয়তন পরিবর্তিত হ'য়ে যথাক্রমে $(P+p)$ ও $(V-v)$ হয়।

রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে $PV^{\gamma}=$ ধ্রুবক হওয়ায়

$$PV^{\gamma}=(P+p)(V-v)^{\gamma}$$
$$=P\left(1+\frac{p}{P}\right)V^{\gamma}\left(1-\frac{v}{V}\right)^{\gamma}=PV^{\gamma}\left(1+\frac{p}{P}\right)\left(1-\frac{v}{V}\right)^{\gamma}$$

[$\frac{v}{V}$ কম মানের হওয়ায় ইহার উচ্চঘাত উপেক্ষণীয়]

অতএব, $1=\left(1+\frac{p}{P}\right)\left(1-\frac{\gamma v}{V}\right)$; বা, $1=1-\frac{\gamma v}{V}+\frac{p}{P}-\frac{\gamma pv}{PV}$

বা, $1=1-\frac{\gamma v}{V}+\frac{p}{P}$ বা, $\gamma P=\frac{p}{\frac{v}{V}}=\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}=K_p$;

রুদ্ধতাপ আয়তন গুণাঙ্ক $=K_p$

ক্যালকুলাস পদ্ধতি ঃ

রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে $PV^{\gamma}=$ ধ্রুবক। ইহাকে অবকল ক'রলে পাওয়া যায়

$$V^{\gamma}\,dP+P\gamma V^{\gamma-1}\,dV=0\;;$$

অথবা, $VdP+\gamma PdV=0$।

অথবা, $\gamma P=-\frac{dP}{dV/V}=$ আয়তন গুণাঙ্ক (K_p)।

অতএব ল্যাপলাসের সূত্র অনুযায়ী শব্দের বেগ $V=\sqrt{\frac{K_p}{\rho}}=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$

এই সূত্র অনুযায়ী 0°C উষ্ণতায় ও স্বাভাবিক চাপে শব্দের বেগ

$$V=\sqrt{\frac{1\cdot41\times76\times13\cdot589\times981}{0\cdot001293}}=332\cdot5\text{ metre/sec.}$$।

কাজেই দেখা যায় যে, ল্যাপলাসের সূত্র অনুযায়ী প্রাপ্ত মান পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে প্রায় মিলে যায়। $V=\sqrt{\gamma P/\rho}$ সম্পর্ক অনুযায়ী কম্পাঙ্ক এবং বিস্তারের উপর শব্দের বেগ নির্ভর করে না। **খুব তীক্ষ্ন শব্দের বেগ কিন্তু বিস্তারের সঙ্গে বৃদ্ধি পায়।** CO_2 গ্যাসে নিম্ন ও উচ্চ কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দের বেগ যথাক্রমে 259 ও 268 m/sec.।

4.15. শব্দের বেগের উপর ঘনত্ব, আণবিক গঠন, চাপ, উষ্ণতা ও আর্দ্রতার প্রভাব (Dependence of velocity of sound on density, atomic structure, pressure, temperature and moisture) ঃ

যদি গ্যাসের আণবিক ভর M ও এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন v হয় তবে,

$$\rho=\frac{M}{v}=\frac{MP}{Pv}=\frac{MP}{RT}।$$

কাজেই, $$V=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}।$$

এই সূত্র দ্বারা শব্দের বেগের উপর গ্যাসের ঘনত্ব ইত্যাদির প্রভাব বোঝা যায়।

(i) ঘনত্বের প্রভাব (*Effect of density*) ঃ ধরা যাক, দুই গ্যাসের চাপ ও উষ্ণতা সমান কিন্তু ইহাদের ঘনত্ব ρ_1 ও ρ_2। এই দুই গ্যাসে যদি শব্দের বেগ V_1 ও V_2 হয় তবে

$$V=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$ সম্পর্ক অনুযায়ী,

$$V_1=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_1}} \quad \text{এবং} \quad V_2=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_2}}$$

কাজেই, $$\frac{V_1}{V_2}=\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\,; \quad \text{অথবা,} \quad V\propto\frac{1}{\sqrt{\rho}}\,।$$

অর্থাৎ উষ্ণতা ও চাপ অপরিবর্তিত থাকলে কোন গ্যাসে শব্দের বেগ ইহার ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক হয়। সমান চাপ ও উষ্ণতায় অক্সিজেনের ঘনত্ব হাইড্রোজেনের ঘনত্বের 16 গুণ। কাজেই, হাইড্রোজেনে শব্দের যে বেগ হয় অক্সিজেনে তার এক চতুর্থাংশ হয়।

চাপ ও γ এর মান সমান না হ'লে $\dfrac{V_1}{V_2}=\sqrt{\dfrac{\gamma_1}{\gamma_2}\cdot\dfrac{M_2}{M_1}}$।

(ii) গ্যাসের আণবিক গঠনের প্রভাব (*Effect of atomic structure*) ঃ গ্যাসের আণবিক গঠনের উপর শব্দের বেগ নির্ভর করে। $V=\sqrt{\dfrac{\gamma P}{\rho}}$ সম্পর্ক অনুযায়ী, শব্দের বেগ $\sqrt{\gamma}$ এর সমানুপাতিক হয়। γ এর মান গ্যাসের অণুতে বর্তমান পরমাণু

সংখ্যার উপর নির্ভর করে। যে গ্যাসের অণু শুধুমাত্র একটি পরমাণু দ্বারা গঠিত (যেমন হিলিয়াম, আর্গন, নিয়ন ইত্যাদি) সেই গ্যাসের বেলায় γ এর মান 1·66 হয়; যে গ্যাসের অণু দু'টি পরমাণু দ্বারা গঠিত (যেমন হাইড্রোজেন, অক্সিজেন, নাইট্রোজেন ইত্যাদি) সেই গ্যাসের বেলায় γ এর মান 1·41 হয়। কাজেই বোঝা যায় যে, শব্দের বেগ গ্যাসের আণবিক গঠনের উপর নির্ভর করে।

(iii) **চাপের প্রভাব** (*Effect of pressure*): উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকলে বায়ু বা অপর কোন গ্যাসীয় মাধ্যমে চাপের সাধারণ পরিবর্তনের জন্য ঐ মাধ্যমে শব্দের বেগের পরিবর্তন হয় না। ধরা যাক্, শব্দ প্রবাহের জন্য কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতার m ভর বিশিষ্ট গ্যাসের চাপ P_1 থেকে P_2 হয়, আয়তন V_1 থেকে V_2 হয় এবং ঘনত্ব ρ_1 থেকে ρ_2 হয়। উষ্ণতা স্থির থাকায় বয়েলের সূত্রানুযায়ী,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

বা, $$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

আবার গ্যাসের ভর (m) নির্দিষ্ট হওয়ায়,

$$m = V_1\rho_1 = V_2\rho_2$$

অথবা, $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

সমীকরণ (4) ও (5) অনুযায়ী,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\text{; অথবা, } \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

অর্থাৎ $\frac{P}{\rho}$ = ধ্রুবক।

সুতরাং $V = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ সমীকরণে যদি ρ এর পরিবর্তন হয় তবে শব্দের বেগের পরিবর্তন হয় না, কেননা P/ρ অপরিবর্তিত থাকে। অবশ্য চাপ খুব বেশি হ'লে বয়েলের সূত্র প্রযোজ্য হয় না এবং সেক্ষেত্রে গ্যাসের উচ্চ চাপের উপর শব্দের বেগ নির্ভর করে।

(iv) **উষ্ণতার প্রভাব** (*Effect of temperature*): যদি কোন গ্যাসীয় মাধ্যমের উষ্ণতা পরিবর্তিত হয় তবে ঐ মাধ্যমের ঘনত্বও পরিবর্তিত হয়। কাজেই, $V = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ সম্পর্ক অনুযায়ী ঐ মাধ্যমে শব্দের বেগেরও পরিবর্তন হয়। ধরা যাক, কোন গ্যাসীয় মাধ্যমের চাপ (P) অপরিবর্তিত থাকে। যদি ঐ মাধ্যমে T_1°K ও T_2°K উষ্ণতায় শব্দের বেগ যথাক্রমে V_1 ও V_2 হয় তবে

$$V_1 = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_1}} \text{ এবং } V_2 = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

ρ_1 ও ρ_2 যথাক্রমে T_1°K ও T_2°K উষ্ণতায় গ্যাসীয় মাধ্যমের ঘনত্ব।

(7) নং সমীকরণ অনুযায়ী ;

$$\frac{V_1}{V_2}=\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

চাপ অপরিবর্তিত থাকলে চার্লসের সূত্রানুযায়ী

$\frac{v_1}{T_1}=\frac{v_2}{T_2}$; v_1 ও v_2 যথাক্রমে T_1°K ও T_2°K উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন।

সুতরাং,

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{T_1}{T_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

আবার গ্যাসের ভর (m) নির্দিষ্ট হওয়ায়,

$$m=v_1\rho_1=v_2\rho_2$$

অথবা, $\frac{v_1}{v_2}=\frac{\rho_2}{\rho_1}$ ... ... (10)

(9) ও (11) নং সমীকরণ অনুযায়ী

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{T_1}{T_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (11)$$

সমীকরণ (8) ও (11) অনুযায়ী,

$$\frac{V_1}{V_2}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

অথবা, $V \propto \sqrt{T}$ ... ... (12)

কাজেই বোঝা যায় যে, কোন গ্যাসে শব্দের বেগ ঐ গ্যাসের পরম উষ্ণতার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

যদি কোন গ্যাসে 0°C ও t°C উষ্ণতায় শব্দের বেগ যথাক্রমে V_o ও V_t হয় এবং 0°C ও t°C উষ্ণতার পরম স্কেলে মান যথাক্রমে T_o ও T হয় তবে (12) নং সমীকরণ অনুযায়ী,

$$\frac{V_t}{V_o}=\sqrt{\frac{T}{T_o}}=\sqrt{\frac{t+273}{273}}$$

অতএব $V_t=V_o\left(1+\frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}}$ ... ... (13)

যদি উষ্ণতা বৃদ্ধি t এর মান কম হয় ($t \leqslant 273$) তবে,

$$V_t=V_o\left(1+\tfrac{1}{2}\times\frac{t}{273}\right)$$

অথবা, $V_t=V_o(1+0{\cdot}00183t)$

কিন্তু $V_o=332$ m/sec হওয়ায়,

$V_t=332(1+0{\cdot}00183t)=(332+0{\cdot}61t)$ m/sec.

সুতরাং প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য বায়ুতে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায় 0·61 m./sec বা 61 cm./sec। এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে এই বৃদ্ধির মান প্রায় 2 ft./sec °C।

(v) **আর্দ্রতার প্রভাব (*Effect of humidity*) :** সমান উষ্ণতা ও চাপে জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব বায়ুর ঘনত্বের 0·622 গুণ মাত্র। সুতরাং, বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে বায়ুর ঘনত্ব ক'মে যায়। কাজেই, শুষ্ক বায়ুর চেয়ে আর্দ্রবায়ুতে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায়।

ধরা যাক,

P mm. পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় আর্দ্রবায়ুতে শব্দের বেগ $= V_m$

" " " " সম্পৃক্ত বায়ুর ঘনত্ব $= \rho_m$

760 mm. পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় শুষ্ক বায়ুতে শব্দের বেগ $= V$

" " " " " শুষ্ক বায়ুর ঘনত্ব $= \rho$

f mm. পারদ চাপ $= t$°C উষ্ণতায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

ডালটনের আংশিক চাপ সূত্র (law of partial pressure) অনুযায়ী.

$\rho_m = P$ mm. পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় 1 c.c. আর্দ্র বায়ুর ভর

$= (P-f)$mm. পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় 1 c.c. শুষ্ক বায়ুর ভর

$+f$ mm পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় 1 c.c. জলীয় বাষ্পের ভর।

সুতরাং $\rho_m = 760$ mm. পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় $\frac{P-f}{760}$ c.c. শুষ্ক বায়ুর ভর $+$ 760 mm. পারদ চাপে এবং t°C উষ্ণতায় $\frac{f}{760}$ c.c. জলীয় বাষ্পের ভর $= \frac{P-f}{760} \times \rho + \frac{f}{760} \times 0{\cdot}622\rho$

[যেহেতু জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব $= 0{\cdot}622 \times$ শুষ্ক বায়ুর ঘনত্ব]

$$= \frac{\rho}{760}(P - 0{\cdot}378t)$$

আবার, $V_m = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_m}}$ এবং $V = \sqrt{\frac{\gamma \times 760}{\rho}}$

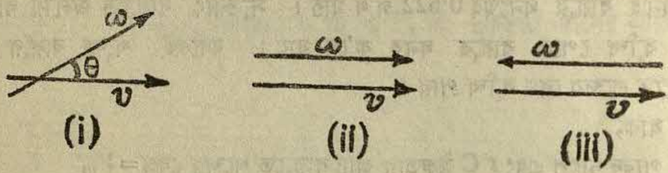
অতএব, $\frac{V_m}{V} = \sqrt{\frac{P}{760} \times \frac{\rho}{\rho_m}} = \sqrt{\frac{P}{P - 0{\cdot}378f}}$

অথবা, $V = V_m \sqrt{\frac{P - 0{\cdot}378f}{P}} = V_m \sqrt{\left(1 - 0{\cdot}378\frac{f}{P}\right)}$ ··· (14)

(14) নং সমীকরণ অনুযায়ী, শব্দের বেগের উপর আর্দ্রতার প্রভাব খুবই কম। 20°C উষ্ণতায় V এর চেয়ে V_m মাত্র 0·44 শতাংশ বেশি।

4.16. শব্দের বেগের উপর বায়ু প্রবাহের প্রভাব (Effect of air current on velocity of sound) ঃ

শব্দের বেগ বায়ু প্রবাহের উপর নির্ভর করে। ধরা যাক, স্থির বায়ুতে শব্দের বেগ v। যদি বায়ু শব্দের প্রবাহ অভিমুখের সঙ্গে θ কোণে ω বেগে প্রবাহিত হয়



চিত্র 79

তাহ'লে শব্দের প্রবাহ অভিমুখ বরাবর বায়ুর বেগের উপাংশ $=\omega \cos \theta$। কাজেই, সেক্ষেত্রে শব্দের কার্যকর বেগ $=v+\omega \cos \theta$ [চিত্র 79 (i)]

যদি শব্দের প্রবাহ অভিমুখে বায়ু প্রবাহিত হয় তবে $\theta=0$ এবং শব্দের কার্যকর বেগ $=v+\omega \cos 0=v+\omega$ [চিত্র 79 (ii)]

যদি শব্দের প্রবাহ অভিমুখের বিপরীতে বায়ু প্রবাহিত হয় তবে $\theta=\pi$ এবং শব্দের কার্যকর বেগ $=v+\omega \cos \pi=v-\omega$ [চিত্র 79 (iii)]

4.17. আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের তুলনা (Comparison between light waves and sound waves) ঃ

(i) আলোক ও শব্দ উভয়েই তরঙ্গ। আলোক তরঙ্গের বেগ প্রতি সেকেন্ডে প্রায় 3 লক্ষ কি.মি. (1,86,000 মাইল)। শব্দ তরঙ্গের বেগ সেই তুলনায় অনেক কম—প্রতি সেকেন্ডে প্রায় 332 মি. (1120 ফুট)।

(ii) আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য খুব ছোট হয়, কিন্তু শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য সেই তুলনায় খুব বড় হয়।

(iii) আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গ নির্দিষ্ট নিয়ম অনুযায়ী প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত হয়। অবশ্য তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বিরাট পার্থক্যের জন্য আলোক তরঙ্গের বেলায় মসৃণ ও চকচকে তল প্রয়োজন হয়, কিন্তু শব্দ তরঙ্গের বেলায় এই তল মসৃণ ও চকচকে না হ'লেও চলে।

(iv) আলোক তরঙ্গ শূন্যস্থান দিয়ে যেতে পারে, কিন্তু শব্দ তরঙ্গ শূন্য স্থান দিয়ে যেতে পারে না।

(v) সূর্য রশ্মি যেমন অনেকগুলি বিভিন্ন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যসম্পন্ন আলোকের সমষ্টি, সাধারণ শব্দ তরঙ্গও তেমনি অনেকগুলি ছোট বড় তরঙ্গের সমষ্টি।

উদাহরণ (Examples)

1. কোন নির্দিষ্ট সময়ে কেল্লা থেকে তোপধ্বনি করা হয়। দূর থেকে কোন ব্যক্তি ঐ শব্দ শুনে নিজের ঘড়ি মিলিয়ে নেয়। কিন্তু পরে দেখে যে, তার ঘড়ি 14 sec. স্লো যাচ্ছে। যদি শব্দের বেগ 1120 ft./sec. হয় তবে কেল্লা থেকে ঐ ব্যক্তির দূরত্ব কত ?

সমাধান : শব্দ দূরত্ব অতিক্রম ক'রতে সময় নেয় ব'লে তোপধ্বনি করার সংগে সংগে ব্যক্তির কাছে পেঁছায় না। এক্ষেত্রে ব্যক্তির কাছে শব্দ পেঁছাতে 14 sec. সময় লাগে।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় দূরত্ব} = 1120 \times 14 \text{ ft} = \frac{1120 \times 14}{3 \times 1760} = 2{\cdot}97 \text{ mile}$$।

2. প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। বায়ুর আপেক্ষিক তাপদ্বয়ের অনুপাত $= 1{\cdot}41$ এবং বায়ুর ঘনত্ব $= 0{\cdot}001293$ gm/cc.।

সমাধান : এক্ষেত্রে $V_o = \sqrt{\frac{\gamma P_o}{D_o}} = \sqrt{\frac{1{\cdot}41 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 981}{0{\cdot}001293}}$ cm./sec

$= 332{\cdot}5$ m./sec.।

3. একটি কুয়োর জলতলের গভীরতা $19{\cdot}6$ m.। ইহাতে একখণ্ড পাথর ফেললে $2{\cdot}06$ sec. পরে পাথরটির জলতল স্পর্শ করার শব্দ শোনা যায়। বায়ুতে শব্দের বেগ কত ? $g = 980$ cm/sec^2।

সমাধান : যদি পাথরটির জলতলে পেঁছাতে t sec সময় লাগে এবং কুয়োর গভীরতা h হয় তবে,

$$h = \tfrac{1}{2} g t^2$$

অতএব, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 19{\cdot}6 \times 100}{980}} = 2$ sec.।

কাজেই, h দূরত্ব যেতে শব্দের সময় লাগে $0{\cdot}06$ sec.।

সুতরাং, শব্দের বেগ $= \frac{19{\cdot}6}{0{\cdot}06} = 326{\cdot}6$m/sec.।

4. 300°K উষ্ণতায় বায়ুতে শব্দের বেগ 360 m/sec.। যদি 10^4N/m^2 চাপে ও 300°K উষ্ণতায় বায়ুর ঘনত্ব $1{\cdot}15$ Kg/m^3 হয় তবে দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : বেগ $V = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$।

$$\therefore \quad \gamma = \frac{V^2 \rho}{P} = \frac{360 \times 360 \times 1{\cdot}15}{10^4} = 1{\cdot}491$$

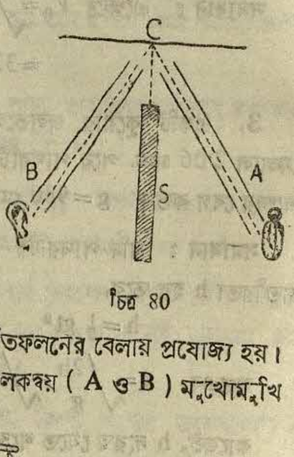
4.18. শব্দের প্রতিফলন (Reflection of sound) ঃ

দর্পণে আলোক রশ্মি প্রতিফলিত হয়। উপযুক্ত প্রতিফলকে শব্দও প্রতিফলিত হয়। শব্দের চেয়ে আলোক রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ছোট ব'লে মসৃণ তলের প্রয়োজন হয়। শব্দের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বড় ব'লে প্রতিফলককে প্রশস্ত হ'তে হয়, কিন্তু মসৃণ না হ'লেও চলে। পাহাড়, পর্বত, প্রশস্ত দেওয়াল, সারি সারি গাছ ইত্যাদি শব্দের প্রতিফলকের কাজ করে।

শব্দের প্রতিফলনের পরীক্ষা (*Experiment on reflection of sound*) ঃ

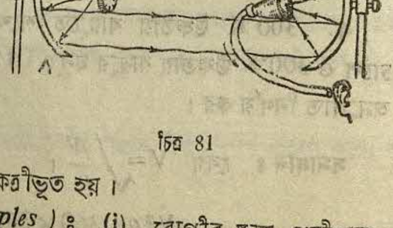
প্রথম পরীক্ষা ঃ ৪0 নং চিত্রে C একটি সমতল কাঠের বোর্ড। এই বোর্ডে শব্দের প্রতিফলন হয়। A এবং B দুই ফাঁপা নল। এই নলদ্বয় টেবিলের উপর অনুভূমিক অবস্থায় আছে। দুই নলের মাঝখানে S একটি কাঠের পর্দা।

A এবং B নলকে এমন ভাবে বসানো হয় যে, উহাদের অক্ষ (axis) C বিন্দুতে ছেদ করে এবং CB রেখার সহিত সমান কোণে নত থাকে—অর্থাৎ $\angle ACS = \angle SCB$। এই অবস্থায় A নলের খোলা মুখের সামনে একটি ঘড়ি রেখে B নলের খোলা মুখে কান পাতলে ঘড়ির টিক্ টিক্ শব্দ শোনা যায়। B নলকে বাম দিকে বা ডানদিকে ঘোরালে আর শব্দ শোনা যায় না। কাজেই, আলোকের ন্যায় শব্দও C বিন্দুতে এমনভাবে প্রতিফলিত হয় যে, আপতন কোণ ACB ও প্রতিফলন কোণ SCB পরস্পর সমান হয়। নল দ্বয়ের মাঝখানে কাঠের পর্দা থাকায় ঘড়ির শব্দ সোজাসুজি কানে পৌঁছায় না। এই পরীক্ষায় AC, SC ও BC একই সমতলে থাকে। সুতরাং আলোকের নিয়মিত প্রতিফলনের দু'টি সূত্রই শব্দের প্রতিফলনের বেলায় প্রযোজ্য হয়।



চিত্র ৪0

দ্বিতীয় পরীক্ষা ঃ 81 নং চিত্রে অবতল প্রতিফলকদ্বয় (A ও B) মুখোমুখি অবস্থিত। A প্রতিফলকের ফোকাসে একটি ঘড়ি রেখে B প্রতিফলকের ফোকাসে কান পাতলে ঘড়ির টিক্ টিক্ শব্দ শোনা যায়। কান একটু এদিক ওদিক সরালে আর শব্দ শোনা যায় না। এক্ষেত্রেও আলোকের ন্যায় শব্দ A প্রতিফলক দ্বারা প্রতিফলিত হ'য়ে ইহার অক্ষের সমান্তরাল-ভাবে B এর উপর পড়ে এবং পুনরায় B দ্বারা প্রতিফলিত হ'য়ে B এর ফোকাসে একত্রীভূত হয়।



চিত্র 81

ব্যবহারিক উদাহরণ (*Practical examples*) ঃ (i) রোগীর বুক পরীক্ষার জন্য ডাক্তাররা স্টেথোস্কোপ ব্যবহার করেন। এই যন্ত্রে দু'টি নল এক জায়গায়

মিলিত হ'য়ে একটি পাতলা পর্দাযুক্ত (diaphragm) যন্ত্রের সঙ্গে যুক্ত থাকে। বুকে এই যন্ত্র ঠেকালে শব্দ নলের ভিতর দিয়ে প্রতিফলিত হ'য়ে কানে পৌঁছায়।

(ii) নাটক, বক্তৃতা, সংগীতের আসর, জনসভার উদ্দেশ্যে নির্মিত auditorium বা হলঘরের ছাদ সমতল না হ'য়ে আর্চের মত বাঁকানো হয়। তাই বক্তা আস্তে বক্তৃতা ক'রলেও শব্দ ছাদের বিভিন্ন স্থান থেকে প্রতিফলিত হ'য়ে সকল শ্রোতার কাছে পৌঁছায়।

(iii) হলঘরের দেওয়াল দ্বারা প্রতিফলিত শব্দ মূল শব্দের সঙ্গে মিশে যাতে গোলযোগ সৃষ্টি না করে সেইজন্য নরম প্যাড দ্বারা দেওয়াল আবৃত করা হয়। শব্দবিজ্ঞানের এই সব নিয়মাবলী অনুযায়ী নির্মিত হলঘরকে acoustically designed auditorium বলে। বক্তৃতার জন্য হলঘর এই ভাবে নির্মিত না হ'লে এবং ঘরে লোক কম থাকলে প্রতিফলনের জন্য গমগম আওয়াজ হয়। অবশ্য লোক বেশি থাকলে দেহ শব্দ শোষণ করায় এইরূপ আওয়াজ হয় না। **ফাঁকা মাঠে বক্তৃতা ক'রতে অধিক শক্তি ব্যয় ক'রতে হয়, কারণ সেখানে শব্দের প্রতিফলন হয় না।**

(iv) গ্রামোফোনের চোঙ, বধিরদের শোনার যন্ত্র (ear-trumpet) ইত্যাদিতে শব্দের প্রতিফলনকে কাজে লাগানো হয়।

4.19. প্রতিধ্বনি (Echo) :

খালি হলঘরের এক প্রান্তে দাঁড়িয়ে শব্দ ক'রলে অল্পসময় পরে ঐ শব্দ আবার শোনা যায়। নদীর পাড়ে বা পাহাড়ের কাছে শব্দের এইরূপ পুনরাবৃত্তি ঘটে। **ধ্বনির এই পুনরাবৃত্তিকে প্রতিধ্বনি** বলে। শব্দের প্রতিফলনের জন্যই প্রতিধ্বনির সৃষ্টি হয়। চারধারে দেওয়াল থাকলে শব্দ প্রতিফলিত হয়, কিন্তু স্পষ্ট প্রতিধ্বনি শোনা যায় না। কারণ, কোন ধ্বনি কানে পৌঁছাবার পর $\frac{1}{10}$ সেকেন্ড পর্যন্ত ইহার রেশ কানে থেকে যায়। সাধারণ আকারের ঘরে কথা ব'ললে প্রতিফলিত শব্দ ও মূল শব্দ শোনার মধ্যে সময়ের ব্যবধান $\frac{1}{10}$ সেকেন্ডের কম হওয়ায় এই দুই শব্দের পার্থক্য বোঝা যায় না। সুতরাং প্রতিধ্বনি শোনার জন্য প্রতিফলককে এমন দূরত্বে থাকতে হয় যাতে শব্দ প্রতিফলক পর্যন্ত গিয়ে শ্রোতার কানে পৌঁছাতে $\frac{1}{10}$ সেকেন্ডের বেশি সময় নেয়। শব্দের বেগ যদি 1120 ft/sec হয় তবে $\frac{1}{10}$ সেকেন্ডে শব্দ যায় 112 ft। সুতরাং প্রতিফলক ও শ্রোতার মধ্যবর্তী দূরত্ব অন্তত $\frac{112}{2}$ ft বা 56 ft. হওয়া উচিত।

আবার বোধগম্য শব্দের প্রতিধ্বনি শোনার জন্য এই দূরত্বকে আরো বেশি হ'তে হয়। কারণ মানুষ এক সেকেন্ডে পাঁচটি পদাংশের (syllable) বেশি উচ্চারণ ক'রতে পারে না। তার বেশি কানের পক্ষে শোনাও সম্ভব নয়। একমাত্রিক শব্দের বেলায় ধ্বনি ও প্রতিধ্বনির মধ্যে সময়ের ন্যূনতম ব্যবধান হয় $\frac{1}{5}$ সেকেন্ড। এই সময়ে শব্দ মোট $1120 \text{ ft} \times \frac{1}{5} = 224$ ft যায়। সুতরাং একমাত্রিক ধ্বনির বেলায় ঐ দূরত্বকে $\frac{224}{2}$ ft বা 112 ft হ'তে হয়।

দুই সমান্তরাল পাহাড়ের মাঝে দাঁড়িয়ে শব্দ ক'রলে এই শব্দ বার বার দুই পাহাড়ের গায়ে প্রতিফলিত হ'য়ে শ্রোতার কানে পেঁছায়। ইহাতে বারংবার প্রতিধ্বনি শোনা যায়। শূন্য হলঘরে শব্দ ক'রলে শব্দের বারংবার প্রতিধ্বনির জন্য গমগম আওয়াজ হয়। এই ধরনের শব্দকে **অনুরণন** বা reverberation বলে।

প্রতিধ্বনির সাহায্যে গভীরতা নির্ণয় (*Echo-depth-sounding*) :

প্রতিধ্বনির সাহায্যে সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করা যায়। সমুদ্র জলে ভাসমান কোন জাহাজের একদিকে জলে নিমজ্জিত শব্দপ্রেরক দ্বারা স্বল্পকাল স্থায়ী শব্দ (pulse) সৃষ্টি করা হয়। জাহাজের অপর দিকে জলে নিমজ্জিত হাইড্রোফোন যন্ত্র সমুদ্রতল থেকে প্রতিফলিত প্রতিধ্বনির গ্রাহক হিসেবে কাজ করে। যদি প্রেরিত শব্দ ও ইহার প্রতিধ্বনির মধ্যে সময়ের পার্থক্য t, সমুদ্রজলে শব্দের বেগ V এবং সমুদ্রের গভীরতা D হয় তবে $D=\frac{Vt}{2}$।

জলের মধ্যে সাবমেরিন, মাছের ঝাঁক বা নিমজ্জিত জাহাজ ইত্যাদির অবস্থান জানার জন্যও প্রতিধ্বনি ব্যবহৃত হয়। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে বিমানের উচ্চতা মাপার কাজেও এই নীতি প্রয়োগ করা হয়। অবশ্য এক্ষেত্রে শব্দ তরঙ্গের পরিবর্তে রেডিও-তরঙ্গের সংকেত (signal) ব্যবহার করা হয়।

উদাহরণ (Examples) :

1. এক ব্যক্তি কোন পাহাড় থেকে কিছু দূরে দাঁড়িয়ে ড্রাম বাজায়। সে দেখে যে, ড্রাম বাজানোর হার 40/minute হ'লে প্রতিধ্বনি শোনা যায় না। সে তখন পাহাড়ের দিকে 90 m. যায়। এই অবস্থায় সে দেখে যে, ড্রাম বাজানোর হার 60/minute হ'লে প্রতিধ্বনি শোনা যায় না। পাহাড় থেকে ব্যক্তির প্রথম অবস্থানের দূরত্ব ও শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [*I. I. T. 1974*]

সমাধান : ধরা যাক, ব্যক্তির প্রথম অবস্থান থেকে পাহাড়ের দূরত্ব x m. এবং শব্দের বেগ V m/sec.। তাহ'লে,

$$\frac{2x}{V}=\frac{60}{40}=\frac{3}{2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (i)$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে

$$\frac{2(x-90)}{V}=\frac{60}{60}=1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান ক'রলে পাওয়া যায়,

$x=270$ m. এবং $V=360$ m/sec.

2. একটি বিমান ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে v বেগে উড়ে যায়। এই বিমান থেকে শব্দ করা হয়। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে প্রতিফলিত শব্দ t সময় পরে বিমানে শোনা গেলে দেখাও বিমানের উচ্চতা,

$h=\frac{1}{2}t\sqrt{V^2-v^2}$; V = শব্দের বেগ।

সমাধান ঃ ধরা যাক A অবস্থানে বিমান থেকে শব্দ করা হয় (চিত্র 82)। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে প্রতিফলিত শব্দ শোনা যায় যখন বিমানের অবস্থান C হয়।

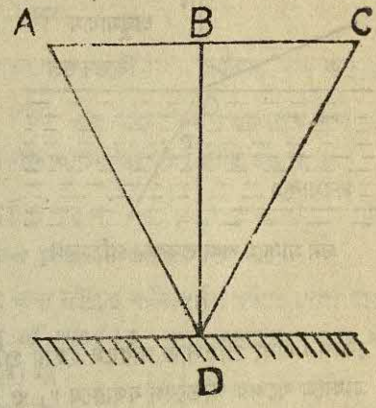
কাজেই, $AC = vt$।

যদি ভূ-পৃষ্ঠের D বিন্দু থেকে শব্দ প্রতিফলিত হয় তবে $AD + CD = Vt$। AC এর উপর DB লম্ব হওয়ায় প্রতিফলনের সূত্রানুযায়ী,

$$\angle ADB = \angle BDC$$।

সুতরাং $\triangle ADB$ ও $\triangle BDC$ সর্বসম।

কাজেই, $AD = DC = \frac{Vt}{2}$ এবং $AB = BC = \frac{vt}{2}$। $\triangle BDC$ থেকে পাওয়া যায়,



চিত্র 82

$$BD^2 = DC^2 - BC^2$$

অতএব, $BD = \sqrt{DC^2 - BC^2} = \sqrt{\frac{V^2t^2}{4} - \frac{v^2t^2}{4}}$ ।

কাজেই, বিমানের উচ্চতা $h = \frac{t}{2}\sqrt{V^2 - v^2}$ ।

3. একটি গভীরতা মাপার যন্ত্র জলে 36×10^3 vib/sec. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ নির্গত করে। ইহা নির্গত হওয়ার 0·6 sec. পরে প্রতিফলিত হ'য়ে ফিরে এলে (a) জলের গভীরতা কত ? (b) জলে শব্দের তরংগ দৈর্ঘ্য কত ? (c) বায়ুতে শব্দের কম্পাঙ্ক কত? (d) বায়ুতে শব্দের তরংগ দৈর্ঘ্য কত ? জলে ও বায়ুতে শব্দের বেগ যথাক্রমে 4757 ft/sec. ও 1100 ft/sec. ।

সমাধান ঃ (a) জলের গভীরতা, $d = \frac{0{\cdot}6}{2} \times 4757 = 1427{\cdot}1$ ft. ।

(b) জলে শব্দের তরংগ দৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{V}{n} = \frac{4757}{36 \times 10^3} = 0{\cdot}132$ ft.

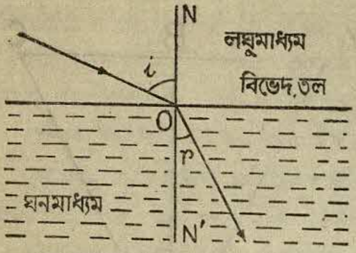
(c) বায়ুতে শব্দের কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে।

(d) বায়ুতে শব্দের তরংগ দৈর্ঘ্য, $\lambda' = \frac{V}{n} = \frac{1100}{36 \times 10^3} = 0{\cdot}03$ ft.

4.20. শব্দের প্রতিসরণ (Refraction of sound) ঃ

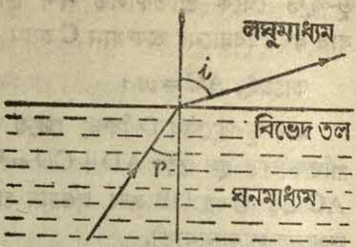
কোন সমসত্ত্ব (homogeneous) মাধ্যম থেকে শব্দ তরংগ যখন অপর কোন সমসত্ত্ব মাধ্যমে আপতিত হয় তখন ইহার কিয়দংশ দুই মাধ্যমের বিভেদ তল দিয়ে ভিন্ন পথে দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রবেশ করে। শব্দ তরংগের গতিপথের এই পরিবর্তনকেই **শব্দের প্রতিসরণ** বলে। শব্দ তরংগও আলোক তরংগের প্রতিসরণ সূত্রগুলি মেনে চলে।

ধরা যাক, আপতন মাধ্যমে (incident medium) শব্দ তরঙ্গের আপতন



ঘন মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের প্রতিসরণ

(i)



লঘুমাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের প্রতিসরণ

(ii)

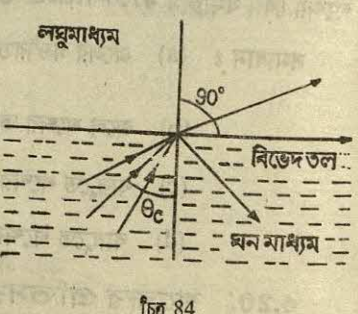
চিত্র 83

কোণ i এবং প্রতিসৃত মাধ্যমে ইহার প্রতিসরণ কোণ r [চিত্র 83 (i)]। যদি ঐ দুই মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হয় তবে,

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{v_1}{v_2}=\text{ধ্রুবক}।$$

এই ধ্রুবরাশিকে $_1\mu_2$ দ্বারা সূচিত করা হয় এবং ইহাকে প্রথম মাধ্যমের তুলনায় দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক বলে।

যদি প্রথম মাধ্যমের তুলনায় দ্বিতীয় মাধ্যম ঘনতর হয় তাহ'লে প্রতিসৃত শব্দরশ্মি আপতন বিন্দুতে দুইমাধ্যমের বিভেদ তলের উপর অঙ্কিত অভিলম্বের দিকে স'রে যায়। আর যদি প্রথম মাধ্যমের তুলনায় দ্বিতীয় মাধ্যম লঘুতর হয় তাহ'লে প্রতিসৃত শব্দরশ্মি ঐ অভিলম্ব থেকে দূরে স'রে যায় [চিত্র 83 (ii)]। যদি আপতিত তরঙ্গ বেগ প্রতিসৃত তরঙ্গ বেগের তুলনায় বেশি হয় তবে $\sin i > \sin r$ বা $i > r$। আবার যদি আপতিত তরঙ্গ বেগ প্রতিসৃত তরঙ্গ বেগের তুলনায় কম হয় তবে $\sin i < \sin r$ বা $i < r$। দেখা যায় যে, শব্দ তরঙ্গ যখন ঘন মাধ্যম থেকে লঘু মাধ্যমে প্রতিসৃত হয় তখন ঘন মাধ্যমে ঐ তরঙ্গের কোন একটি আপতন কোণের জন্য প্রতিসরণ কোণ 90° হয়। ঘন মাধ্যমে ঐ আপতন কোণকে **সন্ধি কোণ** (*critical angle*) θ_c বলে। যখন ঘন মাধ্যমে আপতন কোণ সন্ধি কোণের সমান হয় তখন শব্দ তরঙ্গ বিভেদ তলের স্পর্শক বরাবর প্রবাহিত হয়। কিন্তু যদি



চিত্র 84

আপতন কোণের মান ঐ সন্ধি কোণের চেয়ে বেশি হয় তবে লঘু মাধ্যমে শব্দের প্রতিসরণ হয় না। সম্পূর্ণ শব্দতরঙ্গ বিভেদ তল থেকে প্রতিফলিত হ'য়ে ঘন মাধ্যমে ফিরে আসে। এই ঘটনাকে **আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন** (*Total internal reflection*) বলে (চিত্র 84)। শব্দ তরঙ্গের বেগ বায়ুতে 332 metre/sec. এবং

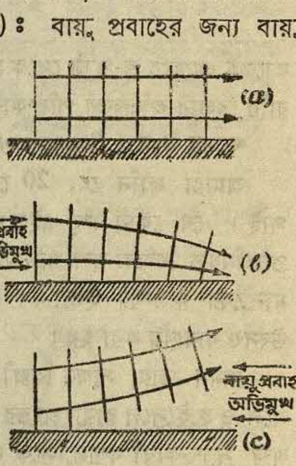
কাচে 5500 metre/sec.। যদি কাচ থেকে বায়ুতে শব্দ তরঙ্গ প্রতিসৃত হয় তবে ঐ মাধ্যম যুগলের জন্য সন্ধি কোণ হয় θ_c এবং

$\sin\ \theta_c = \frac{333}{5500} = \sin 3°30'$। অতএব, $\theta_c = 3°30'$। সুতরাং, যদি কাচ থেকে বায়ুতে শব্দ তরঙ্গের আপতন কোণ $3°30'$ এর চেয়ে বেশি হয় তবে শব্দ তরঙ্গ সম্পূর্ণরূপে কাচে প্রতিফলিত হয়, ইহার সামান্যতম অংশও নির্গত হয় না।

4.22. শব্দতরঙ্গের প্রতিসরণ ও কয়েকটি ঘটনা (Refraction of sound and a few phenomena):

বায়ুমন্ডলে শব্দ তরঙ্গের প্রতিসরণের জন্য নীচের ঘটনাগুলি ঘটতে দেখা যায়।

(i) **বায়ু প্রবাহের প্রভাব** (*Effect of wind*): বায়ু প্রবাহের জন্য বায়ুমণ্ডলে শব্দ তরঙ্গ প্রতিসৃত হয়। 85 (a) নং চিত্রে স্থির বায়ু মণ্ডলে ভূ পৃষ্ঠের সমান্তরালে প্রবাহিত সমতল শব্দ-তরঙ্গমুখ দেখানো হ'য়েছে। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে ওঠা যায় সাধারণত ততই বায়ু প্রবাহের বেগ বাড়ে। যদি বায়ুর প্রবাহ অভিমুখ ও শব্দ তরঙ্গের প্রবাহ অভিমুখ অভিন্ন হয় তবে শব্দ-তরঙ্গমুখের উপরের অংশ ইহার নীচের অংশের চেয়ে দ্রুত চলে। তাই 85 (b) নং চিত্রের ন্যায় তরঙ্গমুখ ভূ-পৃষ্ঠের দিকে বেঁকে যায় ও জোরে শব্দ শোনা যায়।



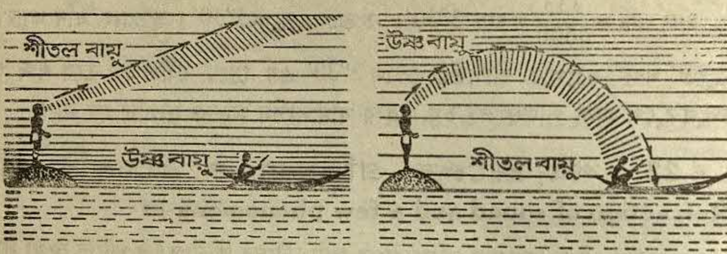
চিত্র 85

যদি বায়ু প্রবাহের অভিমুখ ও শব্দ তরঙ্গের প্রবাহ অভিমুখ স্বতন্ত্র হয় তবে শব্দ-তরঙ্গমুখের নীচের অংশ ইহার উপরের অংশের চেয়ে দ্রুত চলে। তাই 85 (c) নং চিত্রের ন্যায় তরঙ্গ মুখ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপর দিকে বেঁকে যায় ও কম জোরে শব্দশোনা যায়।

(ii) **উষ্ণতা পরিবর্তনের প্রভাব** (*Effect of change of temperature*): আমরা জানি যে, কোন মাধ্যমের ঘনত্ব বৃদ্ধি পেলে ঐ মাধ্যমে শব্দের বেগ ক'মে যায়, আর মাধ্যমের ঘনত্ব ক'মে গেলে শব্দের বেগ বেড়ে যায়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠের কাছের বায়ু উপরের বায়ুর চেয়ে বেশি উত্তপ্ত হয়। তাই ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে যাওয়া যায় ততই বায়ুর ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়। ইহাতে ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে প্রবাহিত সমতল শব্দ তরঙ্গ মুখ 86 (i) নং চিত্রের ন্যায় উপর দিকে বেঁকে যায়। কাজেই শব্দের উৎস থেকে ভূ-পৃষ্ঠ বরাবর কিছুটা দূরত্ব বাড়লে আর শব্দ শোনা যায় না।

রাত্রি বেলায় ভূ-পৃষ্ঠের কাছের বায়ু উপরের বায়ুর চেয়ে অধিকতর শীতল হয়। তাই রাত্রি বেলায় ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে ওঠা যায় ততই বায়ুর ঘনত্ব

ক'মতে থাকে। ফলে শব্দ তরঙ্গ ভু-পৃষ্ঠ থেকে যত উপর দিকে যায় ততই ইহার বেগ বৃদ্ধি পায় এবং 86 (ii) নং চিত্রের ন্যায় তরঙ্গ মুখ নীচের দিকে বেঁকে যায়।



(i) চিত্র 86 (ii)

কাজেই এক্ষেত্রে ভু-পৃষ্ঠ থেকে জোরে শব্দ শোনা যায়। সুতরাং ভু-পৃষ্ঠে দিনের চেয়ে রাত্রি বেলায় অধিকতর পরিষ্কার ভাবে দূরবর্তী শব্দ শোনা যায়।

শব্দের উৎস (*Sources of sound*) :

আমরা জানি যে, 20 থেকে 20,000 হার্ৎস কম্পাঙ্কের শব্দ আমরা শুনতে পাই। যে কোন বস্তু এইরূপ কম্পাঙ্কে কাঁপলে শব্দ সৃষ্টি হয়। আমরা প্রকৃতিতে প্রতিনিয়ত বিভিন্ন শব্দ শুনতে পাই। যেমন মেঘর শব্দ, বৃষ্টির শব্দ, পাখির ডাক, মানুষের কণ্ঠস্বর ইত্যাদি। প্রয়োজন অনুযায়ী বিভিন্ন ধরনের কৃত্রিম শব্দ-উৎসও ব্যবহার করা হয়।

যেমন তার, সূক্ষ্ম ঝিল্লী (membrane), দণ্ড, বায়ুস্তম্ভ ইত্যাদি। অর্গান নলে ও হুইসেলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের জন্য শব্দ সৃষ্টি হয়। সাধারণত সুরযুক্ত শব্দ সৃষ্টিকারী যন্ত্রগুলিকে দু'ভাগে ভাগ করা হয়। যেমন (i) বায়ুযন্ত্র - অর্গান নল, হারমোনিয়াম ইত্যাদি। এই সব যন্ত্রে আবদ্ধ বায়ুর কম্পনের জন্য শব্দ উৎপন্ন হয়। (ii) তার যন্ত্র—গীটার, বেহালা, সেতার ইত্যাদি। এই সব যন্ত্রে টান করা তারের কম্পনের জন্য শব্দ উৎপন্ন হয়। আর এক ধরনের যন্ত্র আছে যার থেকে নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের শব্দ নির্গত হয়। যেমন kettle drum ইত্যাদি। এই সব যন্ত্র তাল ও লয় সৃষ্টি করার কাজে ব্যবহৃত হয়।

বায়ু যন্ত্রকে আবার দু'ভাগে ভাগ করা হয়। যেমন—(i) রীড ছাড়া যন্ত্র—ফ্লুট (Flute), Piccolo ইত্যাদি। (ii) রীড সহ যন্ত্র—হারমোনিয়াম, ক্লেরিওনেট (Clarionet) ইত্যাদি।

পরীক্ষাগারে সুরশলাকা বা ইলেকট্রনিক অসিলেটার (oscillator) ও স্পীকারের সাহায্যে বিশেষ এক কম্পাঙ্কের শব্দ সৃষ্টি করা হয়। দূরবর্তী স্থানে সংকেত বহন করার জন্য তীব্র শব্দ সৃষ্টিকারী উৎস ব্যবহার করা হয়। যেমন সাইরেন, গাড়ির হর্ন ইত্যাদি। তাছাড়া জেটবিমান, কলকারখানা ইত্যাদির অবাঞ্ছিত শব্দ আমাদের প্রতিনিয়ত সহ্য ক'রতে হয়।

4.23. সুর ও স্বর (Tone and note) ঃ

সরল দোলগতিতে কম্পমান উৎস থেকে যে একটিমাত্র কম্পাঙ্কের শব্দ সৃষ্টি হয় তাকে সুর বলে।

উৎসের পর্যাবৃত্ত কম্পনের দরুন যে শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে স্বর বলে। কয়েকটি সুরের সমষ্টিই স্বর। স্বর সৃষ্টিকারী সুরগুলির মধ্যে যার কম্পাঙ্ক সর্বনিম্ন তাকে **মূল সুর** (*fundamental*) বলে, আর বেশি কম্পাঙ্কের সুরগুলিকে **উপসুর** (*overtones*) বলে। যে সব উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক তাদের **সমমেল** বলে।

যে উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ, তাকে দ্বিতীয় সমমেল, এবং যে উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের তিনগুণ তাকে তৃতীয় সমমেল বলে। অনুরূপভাবে যে উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের *n* গুণ তাকে *n* তম সমমেল বলে। উপরে আলোচনা অনুযায়ী **সব সমমেলই উপসুর কিন্তু সব উপসুর সমমেল নয়।**

সুরযুক্ত শব্দে সমমেল ছাড়া অন্যান্য উপসুর থাকে। যদি মূল সুর ও এই উপসুরগুলির কম্পাঙ্কের অনুপাত $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$ ও $\frac{2}{1}$ হয় তবে উপসুরগুলিকে মূলসুরের যথাক্রমে **মধ্যম** (*Perfect 4th*), **পঞ্চম** (*Perfect 5th*) ও **অষ্টক** (*octave*) বলে। যদি মূল সুরের সংগে উপসুরের সম্পর্ক এইরূপ না হয় তবে সুরের অমিল ঘটে এবং শব্দ শ্রুতিকটু হয়।

4.24. সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দ (Musical sound and noise) ঃ

শব্দের প্রকৃতি অনুযায়ী মোটামুটিভাবে ইহাকে দু'ভাগে ভাগ করা যায়। যেমন, সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দ বলা যেতে পারে।

উৎসের নিয়মিত পর্যাবৃত্ত কম্পনের দরুন যে শব্দ সৃষ্টি হয় তাকে সুরযুক্ত বা সুর সমৃদ্ধ শব্দ বলে। সেতার, বেহালা ইত্যাদির শব্দ **সুরযুক্ত**। কারণ এই সব যন্ত্রে তারের কম্পন সাধারণত একাধিক সরল দোলগতির মিশ্রণ ও পর্যাবৃত্ত।

যদি উৎসের কম্পন অনিয়মিত ও ক্ষণস্থায়ী হয় তাহ'লে নির্গত শব্দ পীড়াদায়ক হয়। তাই ইহাকে **সুরবর্জিত শব্দ** বলে। যেমন কলকারখানায় যন্ত্রের শব্দ, খেলার মাঠে ভীড়ের শব্দ, বন্দুকের গুলির শব্দ ইত্যাদি **সুরবর্জিত**। যদি কোন ক্ষণস্থায়ী শব্দ শ্রবণ যোগ্য নয় এইরূপ কম্পাঙ্কে পুনরাবৃত্ত হয় তবে সুরযুক্ত শব্দ সৃষ্টি হয় না। তাই ঘড়ির টিক্‌টিক্ শব্দ সুরযুক্ত মনে হয় না।

সুরসমৃদ্ধ ও সুরবর্জিত শব্দের মধ্যে নির্দিষ্ট পার্থক্য করা খুবই কঠিন। সময়, পরিবেশ ও মানসিক অবস্থার উপর এই পার্থক্য নির্ভর করে।

4.25. সুরযুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of musical sound) ঃ

সুরযুক্ত শব্দের তিনটি বিশেষত্ব থাকে—

(i) **প্রাবল্য বা তীব্রতা** (*intensity*), (ii) **তীক্ষ্ণতা** (*pitch*) ও (iii) **গুণ বা জাতি** (*quality*)। এই তিনটি বৈশিষ্ট্য দ্বারাই বিভিন্ন স্বরসমৃদ্ধ শব্দের মধ্যে পার্থক্য করা যায়।

(i) **প্রাবল্য বা তীব্রতা** (*intensity*)—শব্দ কতটা জোরে এসে পৌঁছায় তাকেই শব্দের প্রাবল্য বলে। প্রাবল্যের পরিমাপ হয় শক্তি দিয়ে। অর্থাৎ,

কোন বিন্দুর চারদিকে একক ক্ষেত্রফল দিয়ে লম্বভাবে প্রতি সেকেন্ডে শব্দ তরঙ্গ যতটা শক্তি সঞ্চালিত করে তাকে ঐ বিন্দুতে শব্দের **প্রাবল্য** বলে। প্রাবল্যের একক erg cm^{-2} sec^{-1}।

শব্দ তরঙ্গ যত বেশি শক্তি বহন ক'রে আনে, শ্রোতার কানে তত বেশি শক্তি পেঁছায় ও শব্দকে তত জোরালো মনে হয়।

নীচের কারণগুলির উপর প্রাবল্য নির্ভর করে—

(a) **বিস্তার** (*amplitude*)—**তীব্রতা** তরঙ্গ বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। যদি বিস্তার বেশি হয় তবে তীব্রতা বেশি হয়। বিস্তার a ও তীব্রতা, I হ'লে $I \propto a^2$ হয়।

(b) **কম্পাংক** (*frequency*)—তীব্রতা তরঙ্গের কম্পাঙ্কের বর্গের সমানুপাতিক হয়। তাই যদি কম্পাঙ্ক বেশি হয় তবে তীব্রতাও বেড়ে যায়। কম্পাঙ্ক n ও তীব্রতা I হ'লে $I \propto n^2$ হয়।

(c) **উৎস থেকে দূরত্ব** (*distance from source*)—উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব যত বেশি হয়, তীব্রতা তত ক'মে যায়। এই দূরত্ব যত কম হয় তীব্রতা তত বেড়ে যায়। তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব R এবং শব্দের তীব্রতা I হ'লে $I \propto \frac{1}{R^2}$। অবশ্য যদি শব্দ প্রবাহের সময় ইহার শক্তির কোনরূপ অপচয় না হয় তবেই $I \propto \frac{1}{R^2}$। কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে সব মাধ্যমই কিছু না কিছু শব্দশক্তি শোষণ করে। তাই প্রাবল্যের হ্রাস ঐ ব্যস্ত বর্গের সূত্রের চেয়ে দ্রুততর হারে ঘটে।

(d) **মাধ্যমের ঘনত্ব** (*density of the medium*)—মাধ্যমের ঘনত্ব বাড়লে শব্দের তীব্রতা বেড়ে যায়। তীব্রতা মাধ্যমের ঘনত্বের সমানুপাতিক। তাই একই তীব্রতার শব্দ বায়ুর চেয়ে কঠিন বা তরলে বেশি জোরে শোনা যায়। মাধ্যমের ঘনত্ব d ও শব্দের প্রাবল্য I হ'লে $I \propto d$।

(e) **উৎসের আকৃতি** (*size of the source*)—যদি উৎস বড় হয় তবে তীব্রতা বেড়ে যায়। তাই তবলার চেয়ে ঢাকের শব্দের তীব্রতা বেশি হয়।

(f) **স্বনক, শ্রোতা ও শব্দবাহী মাধ্যমের আপেক্ষিক গতি** (*The relative velocity among source, observer and medium*) ঃ যদি স্বনক ও শ্রোতা স্থির থাকে এবং তরঙ্গের অভিমুখ ও মাধ্যমের গতির অভিমুখ একই হয় তাহ'লে তীব্রতা বেড়ে যায়, কিন্তু যদি বিপরীত দিকে হয় তাহ'লে তীব্রতা ক'মে যায়। ইহারা প্রত্যেকে গতিশীল হ'লে উৎস নির্গত শব্দের তীব্রতা পরিবর্তিত হয়।

(g) **অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি** (*Presence of resonant bodies*) ঃ অনুনাদী বস্তুর কাছে সমকম্পাঙ্কের অপর কোন বস্তু থাকলে শব্দের তীব্রতা বেড়ে যায়। আবার কম্পমান উৎসের সঙ্গে সংযুক্ত কোন বস্তুর পরবশ কম্পন ঘটলে উৎসের কার্যকর আকার বেড়ে যায় এবং তীব্রতাও বেশি হয়। যদি সংযুক্ত বস্তুর অনুনাদী কম্পন হয় তাহ'লে তীব্রতা বহুগুণ বেড়ে যায়।

খোলামুখ ফাঁপা কাঠের বাক্সের উপর একটি সুরশলাকাকে রেখে কাঁপালে জোরে শব্দ শোনা যায়। বাক্সের আয়তন এমন করা হয় যাতে সুরশলাকার কম্পনে ইহার অভ্যন্তরস্থ বায়ুতে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। ইহাতে জোরে শব্দ শোনা যায়। এই কারণেই বাদ্যযন্ত্রে তারগুলিকে ফাঁপা কাঠের বাক্সের উপর রাখা হয়। তারের কম্পন বাক্সের বায়ুতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে। ইহাতে নির্গত শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়।

মাধ্যমের গতিবেগ, শব্দ শোষণ ক্ষমতা ইত্যাদিও শব্দের তীব্রতাকে প্রভাবিত করে।

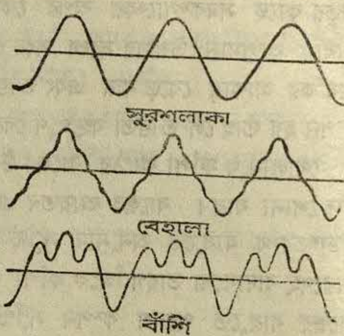
(ii) **তীক্ষ্ণতা** (*Pitch*) ঃ যে বিশেষত্বের জন্য মোটা ও চড়া শব্দের পার্থক্য বোঝা যায় অর্থাৎ স্বর গ্রামে ইহার অবস্থান নির্ণয় করা যায় তাকে শব্দের তীক্ষ্ণতা বলে। কাজেই তীক্ষ্ণতা দ্বারা মোটা ও চড়া সুরের পার্থক্য করা যায়। মোটা বা খাদের শব্দের তীক্ষ্ণতা কম হয় এবং চড়া শব্দের তীক্ষ্ণতা বেশি হয়। স্বনকের কম্পাঙ্কের উপর শব্দের তীক্ষ্ণতা নির্ভর করে এবং কম্পাঙ্ক বাড়লে তীক্ষ্ণতা বাড়ে। তবে তীক্ষ্ণতা ও কম্পাঙ্ক এক নয়। কম্পাঙ্ক যান্ত্রিক আন্দোলন এবং ইহা স্বনকের ধর্ম, কিন্তু তীক্ষ্ণতা শ্রবণেন্দ্রিয়ের বিশেষ অনুভূতি। সুতরাং **কম্পাঙ্ক কারণ আর তীক্ষ্ণতা ইহার ফল।**

কাজেই বোঝা যায় যে, কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পেলে তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। আবার $V=n\lambda$ হওয়ায় যদি n বৃদ্ধি পায় তবে V এর মান স্থির রাখার জন্য λ এর মানকে কম হ'তে হয়। অর্থাৎ কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পেলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। কাজেই চড়া শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কম হয়। মনে রাখবে যে শব্দের উৎস, শ্রোতা ও মাধ্যম স্থির থাকলে শব্দের তীক্ষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে।

(ii) **জাতি** (*Quality*)—যে বৈশিষ্ট্যের সাহায্যে বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্র বা উৎস থেকে সৃষ্ট একই তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা বিশিষ্ট শব্দের মধ্যে পার্থক্য করা যায় তাকে স্বরের **গুণ বা জাতি** বলে। একই সঙ্গে সেতার বা বাঁশি বাজলে, এমনকি যদি

ইহাদের তীব্রতা ও কম্পাঙ্ক সমান হয় তাহ'লেও শ্রোতা সহজেই ব'লে দিতে পারেন যে, কোন্‌টা বাঁশির শব্দ এবং কোন্‌টা সেতারের শব্দ। এই পার্থক্যবোধ জাতি বা গুণের জন্যই হয়।

হেলমহোলজ (Helmholtz) প্রমাণ করেন যে, কোন স্বরের জাতি নির্ভর করে (i) ইহার মূল সুরের সঙ্গে উপস্থিত উপসুরগুলির সংখ্যা, (ii) উপসুরগুলির কম্পাঙ্কের অনুপাত এবং (iii) উপসুরগুলির আপেক্ষিক তীব্রতার উপর। কোন বাদ্য যন্ত্রই একটিমাত্র কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ সুর উৎপন্ন করে না—মূল সুরের সঙ্গে উপসুরও বর্তমান থাকে। মূল সুরের সঙ্গে কতকগুলি উপসুরের মিল থাকে আর কতকগুলি উপসুরের মিল থাকে না। যাদের মিল থাকে তাদের **সুরমেলক উপসুর** (*concordant overtones*) এবং যাদের মিল থাকে না তাদের **সুর বিরোধী উপসুর** (*discordant overtones*) বলে। দেখা যায় যে, মূল সুর ও উপসুরগুলির পারস্পরিক দশা সম্পর্ক স্বরের জাতিকে প্রভাবিত করে না। যদি একই তীক্ষ্নতা ও তীব্রতা সম্পন্ন দু'টি স্বরের জাতি পৃথক হয় তবে ইহাদের তরঙ্গ আকৃতি (Wave form) বিভিন্ন হয়, কিন্তু তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং বিস্তার সমান হয়। 87 নং চিত্রে একটি সুরশলাকা, একটি বেহালা এবং একটি বাঁশির সমতীব্রতা ও সমতীক্ষ্নতা বিশিষ্ট শব্দের তরঙ্গ আকৃতি দেখানো হ'য়েছে। লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় যে, একই সময় অবকাশে প্রত্যেকটি মূল তরঙ্গের তিনবার পুনরাবৃত্তি হয়, কিন্তু ইহাদের সঙ্গে উপস্থিত উপসুরগুলির কম্পন প্রকৃতি প্রত্যেকটি তরঙ্গের বেলায় বিভিন্ন হয়।



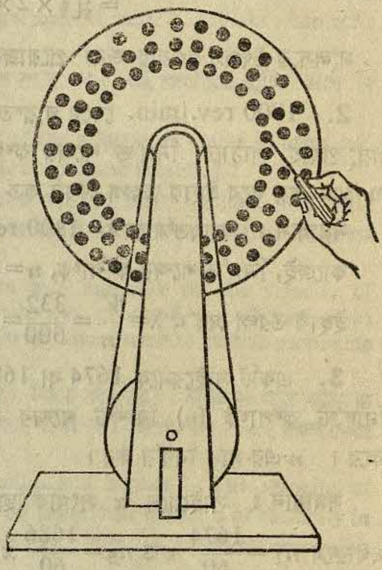
চিত্র 87

কোন বস্তু নির্গত আলোকে বর্তমান একবর্ণী আলোকের প্রকৃতি, আপেক্ষিক তীব্রতা ইত্যাদি দ্বারা বস্তুর বর্ণ নির্ধারিত হয়। একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের সুরকে একবর্ণী আলোকের সাথে তুলনা ক'রলে স্বরের জাতি বস্তুর বর্ণের সাথে তুলনীয় হয়। শব্দের জাতিকে **শব্দের বর্ণ** (*colour of sound*) বলা যায়।

4.26. সীবেকের সাইরেন দ্বারা তীক্ষ্নতা নির্ণয় (Determination of pitch by Seebeck's siren) :

88 নং চিত্রে এই সাইরেন দেখানো হ'য়েছে। ইহা একটি ধাতব চাকতি। এই চাকতিকে একটি অক্ষ দণ্ডের (spindle) সঙ্গে খাড়াভাবে আটকানো হয়। একটি হাতল দ্বারা চাকতিকে ঘোরানো যায়। এই চাকতিতে বিভিন্ন ব্যাস বিশিষ্ট সমকেন্দ্রিক বৃত্তের পরিধি বরাবর কতকগুলি ছিদ্র করা হয়। একটি সরুমুখ নলকে (nozzle) যে কোন ছিদ্রের সামনে রেখে পা-হাপরের (foot bellow)

সাহায্যে ঐ নল দিয়ে জোরে বায়ু প্রবাহ চালনা ক'রলে বায়ু ছিদ্র দিয়ে বেরিয়ে যায়। যদি সরুমুখ নল কে ঐ অবস্থায় রেখে চাকতি ঘোরানো হয় তবে নলের সামনে যখন ছিদ্র আসে তখন বায়ু নির্গত হয়, আর যখন নলের সামনে থেকে ছিদ্র স'রে যায় তখন বাধার জন্য বায়ু নির্গত হ'তে পারে না। বায়ুর নির্গমন ও অবরোধ পর্যায়ক্রমে হওয়ার জন্য চাকতির অপর পাশের বায়ুতে পর্যায়ক্রমে ঘনীভবন ও তনুভবন উৎপন্ন হয় এবং শব্দ শোনা যায়। চাকতিকে যত জোরে ঘোরানো হয় ততই শব্দের তীক্ষ্নতা বৃদ্ধি পায়। দেখা যায় যে, কম সংখ্যক ছিদ্রের সারির সামনে সরু নলকে রেখে যে তীক্ষ্নতার শব্দ শোনা যায়, বেশি সংখ্যক ছিদ্রের সারির সামনে ঐ নলকে রেখে তার চেয়ে বেশি তীক্ষ্নতার শব্দ শোনা যায়। কারণ উভয় ক্ষেত্রেই বায়ুর আন্দোলনের কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পায়। কাজেই দেখা যায় যে, সাইরেন নির্গত শব্দের তীক্ষ্নতা নলের সামনের পরিধি বরাবর ছিদ্র সংখ্যা এবং প্রতি সেকেন্ডে চাকতির আবর্তন সংখ্যার সমানুপাতিক হয়। প্রকৃতপক্ষে শব্দের কম্পাঙ্ক = ছিদ্র সংখ্যা (m) × প্রতি সেকেন্ডে আবর্তন সংখ্যা (n) = $m \times n$



চিত্র 88

কোন সুরের তীক্ষ্নতা নির্ণয় করার জন্য চাকতির আবর্তন সংখ্যা এমনভাবে নিয়ন্ত্রণ করা হয় যাতে সাইরেন নির্গত শব্দের তীক্ষ্নতার সঙ্গে ঐ সুরের তীক্ষ্নতার মিল (unision) ঘটে। এই অবস্থায় প্রতিসেকেন্ডে সাইরেনের আবর্তন সংখ্যাকে ইহার ছিদ্র সংখ্যা দ্বারা গুণ ক'রলে সুরের তীক্ষ্নতা পাওয়া যায়।

উদাহরণ (Examples) :

1. কোন সাইরেন ডিস্কের ব্যাস 50 cm., এবং ভর 2 Kg। ঐ ডিস্কে সমদূরবর্তী 40 টি ছিদ্র আছে। ঐ ছিদ্র দিয়ে একটি 30 cm. লম্বা এক মুখ খোলা নলে বায়ু প্রবাহ চালনা করা হয়। যদি ডিস্ককে 60% দক্ষতা সম্পন্ন 40 watt মোটর দ্বারা ঘোরানো হয় তবে কত সময় পরে নল মূলসুরে কম্পিত হয় ? বায়ুর উষ্ণতা 25°C।

সমাধান : একমুখ খোলা নলে মূল সুরের কম্পাঙ্ক = $\dfrac{\text{শব্দের বেগ}}{4 \times \text{নলের দৈর্ঘ্য}}$

$$= \frac{332+15}{4 \times 0{\cdot}30} = 289 \text{ Hz.}$$

কারণ, 25°C উষ্ণতায় শব্দের বেগ $= 332 + 0{\cdot}6 \times 25 = 332 + 15 = 347$ m./sec.

ডিস্কের কৌণিক বেগ $\omega = \frac{2\pi}{40} \times 289 = 45{\cdot}4$ rad./sec.

ডিস্কের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} \times \text{ভর} \times (\text{ব্যাসার্ধ})^2\right] \times \omega^2$

$= \frac{1}{2}[\frac{1}{2} \times 2 \times (0{\cdot}25)^2] \times 45{\cdot}4 = 63{\cdot}8$ Joule।

মূলসুর উৎপন্ন হওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{63{\cdot}8}{40 \times 0{\cdot}60} = 2{\cdot}66$ sec.।

2. 1800 rev./min. বেগে ঘূর্ণন্ত একটি চাকতির ছিদ্র সংখ্যা 20 ; ইহাতে বায়ু প্রবাহ পাঠালে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক কত হয় ? যদি এই শব্দের বেগ 332 m./sec. হয় তবে ইহার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত ?

সমাধান ঃ আবর্তন বেগ $= 1800$ rev./min. $= 30$ rev./sec.

কাজেই, নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক, $n = 30 \times 20 = 600$ vib./sec.

ইহার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{V}{n} = \frac{332}{600} = 0{\cdot}6$ m (প্রায়)।

3. একটি সাইরেনকে 1674 বা 1686 rev./min. বেগে ঘোরালে ইহা একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক (n) বিশিষ্ট শব্দের সহিত প্রতি সেকেন্ডে দু'টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। n-এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ সাইরেনে x সংখ্যক ছিদ্র থাকলে দুই ক্ষেত্রে নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে $n_1 = \frac{1674}{60} x$ ও $n_2 = \frac{1686}{60} x$ vib./sec.। প্রতিসেকেন্ডে দু'টি স্বরকম্পন সৃষ্টি হওয়ায়,

$$\frac{1686}{60}x - \frac{1674}{60}x = 2.$$

অথবা, $x = 10$

অতএব, $n_1 = \frac{1674}{60} \times 10 = 279$ vib./sec. ও

$$n_2 = \frac{1686}{60} \times 10 = 281 \text{ vib./sec.}$$

কাজেই, n এর মান 279 বা 281 vib./sec.।

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. 'শব্দ এক প্রকার তরঙ্গ'—ইহার সমর্থনে যুক্তি দেখাও। গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বিস্তার পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর।

'Sound is a kind of wave'—Mention the various evidences in favour of it. Explain the mechanism of propagation of sound through gaseous medium.

2. শব্দের গতিবেগ সম্পর্কিত নিউটনের সূত্র লেখ। এই সূত্র অনুযায়ী গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর। পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে এই রাশিমালার অসঙ্গতির কারণ কি? ল্যাপলাসের শুদ্ধি প্রয়োগ ক'রে এই রাশিমালার সংশোধিত মান নির্ণয় কর।

State Newton's equation for velocity of sound in a medium. Deduce the expression for the velocity of sound in a gas according to this formula. Why does this expression differ from the experimental value ? Obtain Laplace's correction to the above formula.

3. মুক্ত বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর। এই পদ্ধতিতে ত্রুটির কারণ কি কি? কিভাবে এই ত্রুটিগুলি পরিহার করা যায়?

Describe a method for the determination of the velocity of sound in open air. What are the drawbacks of the method ? How are these remedied ?

4. গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগের উপর চাপ, উষ্ণতা ও আর্দ্রতার প্রভাব আলোচনা কর। সমান উষ্ণতার বিভিন্ন গ্যাসে শব্দের বেগের তুলনা কর। 0°C উষ্ণতায় কার্বন-মনক্সাইড (CO) ও নাইট্রোজেন (N_2) গ্যাসে শব্দের বেগ সমান হয় কেন?

Discuss the effect of pressure, temperature and humidity on the velocity of sound in a gaseous medium. Compare the velocities of sound in different gases at the same temperature. Why is the velocity of sound same in carbon monoxide (CO) and nitrogen (N_2) both at 0°C ?

5. কঠিন ও তরল পদার্থে শব্দের বেগ কিভাবে নির্ণয় করা যায়? নিউটনের সূত্রে কঠিন বা তরলের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ব্যবহার ক'রলে ইহাদের মধ্যে শব্দের বেগ পাওয়া যায়। এই সকল ক্ষেত্রে ল্যাপলাসের শুদ্ধি প্রয়োগ করার প্রয়োজন হয় না কেন?

How is velocity of sound determined in solids and liquids ? The velocity of sound in solids and liquids is obtained by using their modulus of elasticity in Newton's expression for the velocity of sound. Why is Laplace's correction unnecessary in these cases ?

6. সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দের পার্থক্য কি? 'সুর' ও 'স্বর' ব'লতে কি বোঝ?
"সকল সমমেলই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়"—ব্যাখ্যা কর।

How does a noise differ from a musical sound ? What do you mean by a note and a tone ?

"All harmonics are overtones but all overtones are not harmonics"—Explain.

7. সুরযুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্যগুলি কি কি? ইহারা কি কি বিষয়ের উপর নির্ভর করে? লেখচিত্রের সাহায্যে কিভাবে ইহাদের বর্ণনা করা যায় সংক্ষেপে ব্যাখ্যা কর।

What are the characteristics of a musical sound ? On what do they depend ? Explain briefly how they can be graphically represented.

8. নিম্নলিখিত বক্তব্যগুলি সম্পর্কে তোমার মতামত দাও—

(i) যে কোন কম্পনশীল বস্তু শব্দের উৎস হ'তে পারে।
(ii) কোন মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ ঐ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা দ্বারা প্রভাবিত হয়।
(iii) চন্দ্র পৃষ্ঠে মহাকাশ যাত্রীদের কাছাকাছি থেকেও বেতারের সাহায্যে কথা ব'লতে হয়।
(iv) শব্দের গতিবেগ ইহার কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের উপর নির্ভর করে না।
(v) ঠাণ্ডা, শুষ্ক দিন অপেক্ষা বৃষ্টির দিনে শব্দের বেগ বেশি হয়।
(vi) শব্দের উৎস সরল দোল গতিতে কাঁপলে সুরযুক্ত শব্দ উৎপন্ন হয়।
(vii) কোন কম্পমান সুরশলাকা সুরযুক্ত শব্দ নির্গত করে।
(viii) তীক্ষ্ণতার পার্থক্য থাকার জন্য আমরা অর্কেস্ট্রার বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রের শব্দের পার্থক্য বুঝতে পারি।
(ix) অষ্টকের কম্পাঙ্ক স্বরের তীক্ষ্ণতা নির্ধারণ করে।
(x) মাধ্যমের প্রকৃতির উপর শব্দের প্রাবল্য নির্ভর করে না।

Comment on the following statements :—

(i) Any vibrating body can act as a source of sound.

(ii) The elasticity of a medium has effect on the propagation of sound waves.

(iii) The astranauts remaining near to each other on the surface of the moon speak with each other by wireless.

(iv) The velocity of sound does not depend upon its frequency and amplitude.

(v) In a rainy day sound travels faster than in a cold, dry day.

(vi) A musical sound is produced when the source is vibrating in S.H.M.

(vii) A vibrating tuning fork emits a musical sound.

(viii) In an orchestra, the sounds produced by different musical instruments can be distinguished due to the differences in their pitch.

(ix) Freqvency of the octave determines the pitch of a note.

(x) Intensity of sound does not depend upon the nature of the medium.

9. গ্যাস মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ গ্যাসের চাপ ও উষ্ণতা দ্বারা কিভাবে প্রভাবান্বিত হয় ? [*H. S* (new) *1981*]

10. সুরযুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্যগুলি আলোচনা কর। সুরযুক্ত শব্দের জাতি কিসের উপর নির্ভর করে ? [*H. S.* (new) *1978 '80*]

11. গ্যাস মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ সংক্রান্ত নিউটনের সূত্র উল্লেখ কর। কি হিসাবে এই সূত্র ত্রুটি পূর্ণ ? ল্যাপলাস ইহার কি সংশোধন করেছিলেন ? [*H. S.* (new) *1978, '81*]

12. মূলসুর, উপসুর, সমমেল ও অষ্টক কাকে বলে ? [*H. S.* (new) *1981*]

গাণিতিক প্রশ্ন :

1. বায়ু ও জলের বিভেদ তলে শব্দ তরঙ্গের আপতন কোণ সর্বোচ্চ কত হ'লে জলের মধ্যে শব্দ শোনা যায় ? বায়ু ও জলে শব্দের বেগ যথাক্রমে 350 m/sec. এবং 1400 m/sec.।

What is the maximum angle of incidence for a sound wave on air-water interface so that sound may be heard inside water ? Speed of sound in air and water are 350 m/sec and 1400 m/sec. respectively. [14 : 5]

2. একটি পাথর খণ্ডকে একটি স্তম্ভের শীর্ষস্থান থেকে ফেলা হ'ল এবং শব্দ 4 4 sec. পরে শোনা গেল। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর। বায়ুতে শব্দের বেগ = 1000 ft./sec. এবং $g=32$ ft./sec^2। [*H. S.* (new) *1979*] [272.2 ft.]

3. একটি এঞ্জিন 133 কম্পাঙ্কের বংশীধ্বনি ক'রে 60 m/sec. বেগে একটি পর্বতের দিকে অগ্রসর হ'লে পর্বত কর্তৃক একটি প্রতিধ্বনি সৃষ্টি হ'ল। এঞ্জিনটির চালক কর্তৃক শ্রুত প্রতিধ্বনির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। বায়ুতে শব্দের বেগ = 340 m/sec.। [*Jt. Entrance 1981*] [190]

4. 120 mile/hr. বেগে অনুভূমিকভাবে উড়তে উড়তে একজন বিমান চালক বন্দুক ছুঁড়ল। ভূ-পৃষ্ঠ দ্বারা প্রতিফলিত হ'য়ে শব্দ 3 sec. পরে তার নিকট পৌঁছাল। বিমানের উচ্চতা কত ছিল ? শব্দের গতিবেগ = 1120 ft./sec.। [*H. S.* (new) *1981*] [1659 ft. (প্রায়)]

5. বন্দুকের গুলির শব্দের প্রতিধ্বনি 6 sec. পরে শোনা যায়। প্রতিফলকের দূরত্ব কত ? বায়ুতে শব্দের বেগ 332 m/sec.।

The echo of a gunshot is heard 6 sec after the gun is fired. How far is the surface that reflects the sound ? Velocity of sound is 332 m./sec. [996 m.]

6 এক ব্যক্তি দুই সারি সমান্তরাল পাহাড়ের মাঝখানে দাঁড়িয়ে 1 sec. অন্তর কতকগুলি প্রতিধ্বনি শোনে। দুই সারি পাহাড়ের দূরত্ব কত ? শব্দের বেগ 332 m/sec.।

A man standing in the middle of two parallel rows of hills produces a sound and hears a series of echoes each after 1 sec. What is the distance between the two rows of hills ? Velocity of sound = 332 m/sec. [332 m.]

7. এক ব্যক্তি দুই সারি সমান্তরাল পাহাড়ের মধ্যবর্তী স্থানে দাঁড়িয়ে শব্দ করে এবং প্রথম প্রতিধ্বনি 2 sec. পরে শোনে। প্রথম প্রতিধ্বনি শোনার 3 sec. পরে সে দ্বিতীয় প্রতিধ্বনি শোনে। দুই সারি পাহাড়ের দূরত্ব কত? পাহাড় থেকে ব্যক্তির দূরত্ব কত? শব্দের বেগ 1120 ft./sec.।

A man standing between two parallel rows of hills produces a sound and hears the first echo after 2 sec. and the second echo 3 sec. after the first. What is the distance between the hills? What is the distance of the man from each hill? Velocity of sound=1120 ft./sec. [3920 ft., 1120 ft., 2800 ft.]

8. এক ব্যক্তি পাহাড়ের সমান্তরাল রাস্তা দিয়ে 30 Km/hr. বেগে গাড়ি চালায় ও হর্ন বাজায়। সে 4 sec. পরে প্রতিধ্বনি শোনে। পাহাড় ও রাস্তার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? শব্দের বেগ 332 m/sec.।

A man is driving on a straight road running parallel to a hill at a constant speed of 30 Km./hr. He sounds the horn and hears its echo after 4 sec. What is the distance between the road and the hill? Velocity of sound=332 m/sec. [663·8 m (প্রায়)]

9. একজন সৈনিক প্রতিমিনিটে 120 বার পদক্ষেপ ক'রে একটি দেওয়ালের দিকে যায়। সে যখন দেওয়াল থেকে 83 m দূরে তখন তার প্রথম পদক্ষেপ শব্দের প্রতিধ্বনি দ্বিতীয় পদক্ষেপ শব্দের সহিত মিলিত হয়। শব্দের গতিবেগ কত?

A soldier walks towards a high wall taking 120 steps per minute. When he is at a distance of 83 m. from the wall, he observes that echo of his step coincides with the next step. What is the speed of sound? [332 m./sec.]

10. এক ব্যক্তি একটি পাহাড় থেকে কিছু দূরে দাঁড়িয়ে 3 sec. পর শব্দের প্রতিধ্বনি শুনতে পায়। সে পাহাড় থেকে 156 m দূরে চলে যায় ও 4 sec. পর শব্দের প্রতিধ্বনি শুনতে পায়। শব্দের গতিবেগ কত?

A man standing at some distance from a cliff hears the echo of sound after 3 sec. He walks 156 m. away from the cliff and observes that now echo is heard 4 sec. after the sound is produced. What is the speed of sound? [332 m/sec.]

11. একটি দাঁতবিশিষ্ট চাকার আবর্তন বেগ 12 rev./sec. ও দাঁত সংখ্যা 40। একটি ধাতব তার চাকাকে স্পর্শ ক'রে থাকে। বায়ুতে নির্গত শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? বায়ুতে শব্দের বেগ 336 m/sec.।

A toothed wheel containing 40 teeths makes 12 rev./sec. A metal foil is kept in contact with the wheel. What is the wavelength of sound emitted in air? The velocity of sound in air is 336 m/sec. [70 cm.]

12. একটি সাইরেনের বেগ 600 rev./min.। ইহা 480 CPS. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকার সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। সাইরেন ডিস্কে ছিদ্র-সংখ্যা কত?

A siren making 600 rev./minute is in resonance with a tuning fork of frequency 480 CPS. What is the no. of holes in the disc of the siren? [48]

13. একটি সাইরেন ডিস্কে সমদূরবর্তী 36টি ছিদ্র আছে। এই সাইরেন থেকে নির্গত শব্দ 360 CPS. কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরশলাকার সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। প্রতি মিনিটে ডিস্কের আবর্তন সংখ্যা কত?

The disc of a siren contains 36 equidistant holes. The sound produced by it is found to be in resonance with a fork of frequency 360 CPS. How many revolutions does the disc make per minute? [600]

14. একটি সাইরেন ডিস্কে সমদূরবর্তী ছিদ্র আছে। যখন ইহার আবর্তন সংখ্যা প্রতিমিনিটে 1674 বা 1636 তখন ইহা অপর একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট উৎসের সহিত প্রতি সেকেন্ডে 2টি স্বরকম্পন সৃষ্টি করে। উৎসের কম্পাঙ্ক কত?

A siren disc has equidistant holes. When the siren is rotating at either 1674 or 1636 rev./minute, it produces 2 beats per sec. with a sound of constant frequency. What is the frequency of the source? [560 CPS.]

15. একটি সাইরেনের ছিদ্র সংখ্যা 200 ও আবর্তন সংখ্যা প্রতিমিনিটে 132। এই সাইরেন নির্গত শব্দের কম্পাঙ্ক একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্কের চেয়ে এক অষ্টক কম। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত?

A siren has 200 holes and makes 132 rev./min. The note produ.ed has a pitch one octave lower than the pitch of a tuning fork. What is the frequency of the tuning fork? [880 CPS.]

16. একটি জাহাজ থেকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সমুদ্রের তলদেশে পাঠালে 4 sec. পরে প্রতিফলিত শব্দ তরঙ্গ জল তলে ফিরে আসে। সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় কর। জলের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক 250 Kg. wt /sq. mm. এবং সমুদ্র জলের ঘনত্ব=1·2 gm./c.c.। [2858 m.]

17. পাহাড়ের দিকে যেতে যেতে একটি স্টীমার বাঁশি বাজায় এবং 6 sec. পরে প্রতিধ্বনি শুনতে পায়। তিন মিনিট পরে পুনরায় বাঁশি বাজালে 4 sec. পরে প্রতিধ্বনি শুনতে পায়। স্টীমার কত বেগে অগ্রসর হয়? শব্দের বেগ=1120 ft./sec.। [6·26 ft./sec.]

18. 66 ft./sec. বেগে বায়ু একটি বৃত্তাকার মাঠের উপর দিয়ে পূর্ব থেকে পশ্চিমে প্রবাহিত হয়। মাঠের কেন্দ্রে একজন খেলোয়াড়ের ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করার শব্দ মাঠের শেষ পূর্ব প্রান্তে এবং শেষ পশ্চিম প্রান্তে যথাক্রমে $\frac{13}{66}$ ও $\frac{2}{11}$ sec. পরে শোনা যায়। স্থির বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [1560 ft./sec.]

19. পাহাড়ের চূড়ো থেকে একটি পাথর খণ্ডকে ভূমিতে ফেলা হ'ল এবং 11·6 sec. পরে ভূমি স্পর্শ করার শব্দ শোনা গেল। চূড়োর উচ্চতা কত? বায়ুতে শব্দের বেগ 1000 ft./sec. ; $g=$ 32 ft./sec². [*Jt. Entrance 1969*] [1600 ft.]

20. সমুদ্রের h গভীরতায় কিছু বিস্ফোরক দ্রব্য রাখা আছে। এই দ্রব্যের সহিত একই লেভেলে কিন্তু কিছু দূরে একটি হাইড্রোফোন আছে। বিস্ফোরণ হ'লে হাইড্রোফোনে t_1 ও t_2 অবকাশে দু'টি শব্দ ধরা পড়ে। সমুদ্র জলে শব্দের বেগ v হ'লে দেখাও যে সমুদ্রের গভীরতা $=h+\frac{v}{2}\sqrt{t_2{}^2-t_1{}^2}$।

21. দু'টি দীর্ঘ সমান্তরাল অট্টালিকা-সারির মাঝখান দিয়ে একটি রাস্তা গেছে। 36 Km./hr. বেগে ধাবিত একজন মোটর চালক হর্ন বাজাল। ইহার 1 sec. পড়ে ঐ শব্দের প্রতিধ্বনি শুনতে পেল। দুই সারি অট্টালিকার মধ্যবর্তী ব্যবধান নির্ণয় কর। কখন সে দ্বিতীয় প্রতিধ্বনি শুনবে? শব্দের বেগ=330 m/sec.। [*I. I. T. 1972*] [2 : 5 ; 7 sec.]

22. একটি কুয়ার জল তলের গভীরতা 50 m.। ঐ কুয়ায় একটি প্রস্তর খণ্ড নিক্ষেপ ক'রলে কত সময় পড়ে শব্দ শোনা যায়? শব্দের বেগ 332 m./sec.। [3·34 sec.]

23. একটি ঘণ্টা ও একটি দেওয়ালের মধ্যবর্তী স্থানে একই সরলরেখায় A ও B পর্যবেক্ষকদ্বয় অবস্থিত। ঘণ্টার শব্দ শোনার 1 sec. পরে A প্রতিধ্বনি শোনে এবং 0·2 sec. পরে B প্রতিধ্বনি শোনে। A ও B পর্যবেক্ষকদ্বয়ের পারস্পরিক দূরত্ব কত? শব্দের বেগ 332 m/sec.। [132·8 m.]

24. হাইড্রোজেন গ্যাসে শব্দের বেগ 1230 m/sec.। দুই আয়তন হাইড্রোজেন ও এক আয়তন অক্সিজেন মিশিয়ে প্রাপ্ত গ্যাস মিশ্রণে শব্দের বেগ কত হয়? হাইড্রোজেনের ঘনত্ব=1 এবং অক্সিজেনের ঘনত্ব=16। [205 $\sqrt{6}$ m/sec.]

25. কোন্ উষ্ণতায় শব্দের বেগ 0°C উষ্ণতায় শব্দের বেগের 4 গুণ হয়? [4095°C]

26. এক ব্যক্তি দু'টি সমান্তরাল পাহাড়ের মধ্যবর্তী স্থানে দাঁড়িয়ে বন্দুকের শব্দ করে। সে 2 sec. পরে প্রথম প্রতিধ্বনি ও 5 sec. পড়ে দ্বিতীয় প্রতিধ্বনি শুনতে পায়। ঐ ব্যক্তির অবস্থান নির্ণয় কর। সে কখন তৃতীয় প্রতিধ্বনি শোনে? বায়ুতে শব্দের বেগ 1120 ft./sec.। [লোকটির অবস্থান পাহাড় দু'টির মধ্যবর্তী দূরত্বকে 2 : 5 অনুপাতে বিভক্ত করে ; 7 sec.]

27. A ও B পর্যবেক্ষকদ্বয়ের পারস্পরিক দূরত্ব 5 Km.। B-এর বন্দুক থেকে নির্গত আলোকের ঝলক দেখার 15·5 sec. পড়ে A শব্দ শুনতে পায়। A এর বন্দুক থেকে নির্গত আলোকের ঝলক দেখার 14·5 sec. পড়ে B শব্দ শুনতে পায়। শব্দের বেগ নির্ণয় কর। A ও B সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর বায়ুর গতিবেগের উপাংশ কত? [334 m/s. ; 11·1 m/s.]

28. কোন তারের দৈর্ঘ্য 30 m. ভর 7 Kg. এবং টান 2 কিলো নিউটন। ঐ তারের প্রান্তদ্বয় দু'টি অবলম্বনে আটকানো। ইহার এক প্রান্তে আঘাত ক'রলে উৎপন্ন তির্যক তরঙ্গ অপর প্রান্তে পোঁছে পুনরায় ফিরে আসতে কত সময় নেয়? [0·65 sec.]

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

আলোক তরঙ্গের প্রকৃতি
(NATURE OF LIGHT WAVES)

5.1. তরঙ্গরূপী আলোক (Light as a wave phenomenon) ঃ

আমরা জানি যে, আলোক একপ্রকার শক্তি। **স্বপ্রভ বস্তু থেকে শক্তির স্থানান্তর** হিসেবে **আলোককে** ভাবা যেতে পারে। ইহা সোজাসুজি আমাদের চোখে পেঁছায়। শক্তির স্থানান্তর দু'ভাবে সম্ভব। মাধ্যমে প্রবাহিত তরঙ্গ দ্বারা শক্তি স্থানান্তরিত হ'তে পারে অথবা দুই বিন্দুর মধ্যে বস্তুকণার গতির দরুন শক্তি স্থানান্তরিত হ'তে পারে। মহাবিজ্ঞানী নিউটনের মতে আলোক এক ধরনের কণিকা সমষ্টি। এই কণিকা তত্ত্বের সাহায্যে তিনি আলোকের ঋজুগতি ও প্রতিফলন ব্যাখ্যা করেন। কিন্তু এই তত্ত্বানুযায়ী **লঘুতর মাধ্যমের চেয়ে ঘনতর মাধ্যমে আলোকের বেগ বেশি হবার কথা**। পরীক্ষা দ্বারা দেখা যায় যে, ঘনতর মাধ্যমের চেয়ে লঘুতর মাধ্যমে আলোকের বেগ বেশি হয়। 1690 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী হাইগেন্স (Huyghens') বলেন যে, আলোক শক্তি সর্বব্যাপী ইথার মাধ্যম দিয়ে **তরঙ্গাকারে স্থানান্তরিত** হয়। তাঁর মতে আলোক রশ্মি বহুসংখ্যক **অনুদৈর্ঘ্য কম্পন** দ্বারা গঠিত। এই অনুদৈর্ঘ্য কম্পনগুলি শব্দ তরঙ্গের ন্যায় সংকোচন ও প্রসারণ রূপে উৎস থেকে কোন বিন্দুতে প্রবাহিত হয়। যেহেতু আলোক এক বিন্দু থেকে আর এক বিন্দুতে যেতে সময় নেয় তাই এই গতি পদার্থের উপর ক্রমশ আরোপিত হয়। সুতরাং ইহা **গোলীয় তরঙ্গাকারে** প্রবাহিত হয়।

আলোক রশ্মির অস্তিত্ব ও ইহাদের প্রতিফলন ইত্যাদি দ্বারা জানা যায় যে, আলোক সরলরেখায় চলে। আলোককে তরঙ্গ ধ'রে ইহার অপবর্তন ব্যাখ্যায় ইহার ঋজুগতির কারণ বোঝা যায়। যদি শূন্য মাধ্যম থেকে কোন জড় মাধ্যমে আলোক প্রতিসৃত হয় তবে তরঙ্গ তত্ত্ব অনুযায়ী মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $= \dfrac{\text{শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগ}}{\text{জড় মাধ্যমে আলোকের বেগ}}$।

ঊনবিংশ শতাব্দীর শেষ ভাগে **ফিজো** (*Fizeau*) ও ফ্রেনেল পরীক্ষা দ্বারা বিভিন্ন মাধ্যমে আলোকের বেগ নির্ণয় করেন। তাঁদের পরীক্ষা অনুযায়ী শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগ অপর কোন জড় মাধ্যমের চেয়ে বেশি। বিকিরণ-চাপ ও ডপ্লার ক্রিয়া আলোক তরঙ্গের অপর দুই বৈশিষ্ট্য। মহাবিজ্ঞানী নিউটন প্রথম আলোকের **ব্যতিচার** (*interference*) ও **অপবর্তন** (*diffraction*) আবিষ্কার করেন। ইয়ং ও ফ্রেনেল ঊনবিংশ শতাব্দীর প্রথমভাগে আলোকের **ব্যতিচার** ও **অপবর্তন** সম্পর্কিত বহু ঘটনা আবিষ্কার করেন। ফ্রেনেল প্রথমে আলোককে স্থিতিস্থাপক অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ধ'রে এই সব ঘটনা ব্যাখ্যা করেন। তিনি এই অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গকে **স্কেলার রাশি**—

আলোক-চররাশি (light variable) হিসেবে প্রকাশ করেন। ফ্রেনেলের স্কেলার তত্ত্ব আলোকের ব্যতিচার, অপবর্তন, ঋজুগতি, প্রতিফলন, প্রতিসরণ ইত্যাদি সবকিছুই ব্যাখ্যা করে।

1690 খ্রীষ্টাব্দে হাইগেন্স আইসল্যান্ড স্পার (Iceland spar) দ্বারা পরীক্ষা করার সময় আলোকের **সমবর্তন** (polarisation) আবিষ্কার করেন। যে সব ঘটনায় আলোকের সমবর্তন হয় তাদের ভেক্টরীয় স্বপ্রভ ঘটনা বলে। এই সব ঘটনায় নিশ্চিতভাবে প্রমাণিত হয় যে, প্রবাহ অভিমুখের চারপাশে প্রত্যেক দিগংশে (azimuth) আলোকের ধর্ম সমান নয়। যে-কোন আলোক রশ্মিকেই এমন কতকগুলি রশ্মিতে বিভক্ত করা যায় যাদের প্রতিসাম্য বিভিন্ন হয়। **সমতল সমবর্তিত** (*Plane polarised*) রশ্মির বেলায় আলোককে ইহার গতির অভিমুখের সংগে লম্বভাবে একটি নির্দিষ্ট দিকে কম্পমান **ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ** করা যায়। ফ্রেনেল **তাঁর** পূর্ণাংগ আলোক তত্ত্বে এই ভেক্টর মত প্রতিষ্ঠা করেন অর্থাৎ তিনি আলোক তরংগকে তির্যক তরংগ হিসেবে ধরেন এবং সমবর্তন সম্পর্কিত সব ঘটনাই ব্যাখ্যা করেন। এই তত্ত্বের সাহায্যে অসমদৈশিক মাধ্যমে (anisotropic medium) আলোক প্রবাহের ব্যাখ্যাও পাওয়া যায়। ফ্রেনেলের তত্ত্বের সব থেকে বৈশিষ্ট্যপূর্ণ সিদ্ধান্ত এই যে, **সব আলোক-কম্পনই তির্যক কম্পন**। কিন্তু আলোকের কম্পন তির্যক ধ'রলে সর্বব্যাপী ইথার মাধ্যমের দৃঢ়তা (rigidity) অসীম হয়। যেহেতু মহাজাগতিক বস্তুগুলির গতি ইথার দ্বারা বাধাপ্রাপ্ত হয় না তাই এইরূপ সিদ্ধান্ত কখনই সঠিক হ'তে পারে না। কাজেই বলা যায় যে, আলোক **ভেক্টর তত্ত্বের** যান্ত্রিক ব্যাখ্যা (mechanical interpretation) সম্ভব নয়। 1846 খ্রীষ্টাব্দে ফ্যারাডে চৌম্বক ক্ষেত্রে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন আবিষ্কার করেন। সেই সময়ে এই আবিষ্কার খুবই গুরুত্বপূর্ণ ছিল। কারণ এই আবিষ্কারের জন্যই প্রথম জানা যায় যে, তাড়িচ্চুম্বকীয় ও আলোকীয় ঘটনার মধ্যে যোগসূত্র আছে। ফ্যারাডের এই আবিষ্কার দ্বারা পরিচালিত হ'য়ে ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল তাঁর বিখ্যাত **তড়িচ্চুম্বকীয় তত্ত্ব** প্রতিষ্ঠা করেন। এই তত্ত্ব অনুযায়ী তড়িচ্চুম্বকীয় আন্দোলন শূন্য মাধ্যমে তির্যক তরঙ্গরূপে নির্দিষ্ট বেগে প্রবাহিত হয়। এই বেগ তড়িতাধানের তড়িচ্চুম্বকীয় একক এবং স্থির তড়িৎ এককের অনুপাতের সমান। অর্থাৎ এই তির্যক

$$\text{তরঙ্গের বেগ} = \frac{\text{তড়িচ্চুম্বকীয় পদ্ধতিতে তড়িতাধানের একক}}{\text{স্থির তড়িৎ পদ্ধতিতে তড়িতাধানের একক}}$$

। এই অনুপাতকে সাধারণত 'c' দ্বারা সূচিত করা হয়। দেখা যায় যে, এই 'c' এর মান শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগের সমান। আলোকের তড়িচ্চুম্বকীয় তত্ত্ব বহু পরীক্ষা দ্বারা সত্য ব'লে প্রমাণিত হ'য়েছে। এই তড়িচ্চুম্বকীয় তত্ত্ব দ্বারা আলোকের ঋজুগতি, প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার, অপবর্তন এবং তড়িৎআলোকীয় ঘটনা ব্যাখ্যা করা যায়। উনবিংশ শতাব্দীতে তাই এই তড়িচ্চুম্বকীয় তত্ত্বকে আলোকের পূর্ণাংগ তত্ত্ব হিসেবে ধরা হয়।

উপরের আলোচনা থেকে বোঝা যায় যে, আলোককে তরঙ্গ ধরার কারণ—

(i) অন্যান্য তরঙ্গের ন্যায় আলোকের প্রতিফলন হয়,

(ii) অন্যান্য তরঙ্গের ন্যায় আলোকের প্রতিসরণ হয়,

(iii) অন্যান্য তরঙ্গের ন্যায় আলোকের ব্যতিচার হয়। আলোককে তরঙ্গ না ধ'রলে ব্যতিচার ব্যাখ্যা করা যায় না।

(iv) অন্যান্য তরঙ্গের ন্যায় আলোকের অপবর্তন হয়। কোন অস্বচ্ছ বাধার উপর প'ড়লে আলোক ঐ অস্বচ্ছ বাধার কিনারা দিয়ে বেঁকে যায় এবং জ্যামিতিক ছায়ায় প্রবেশ করে।

(v) অন্যান্য তরঙ্গের ন্যায় আলোকের বিক্ষেপণ (scattering) হয়। আলোকের বিক্ষেপণের জন্যই উদীয়মান ও অস্তগামী সূর্যের রঙ লাল হয়, আকাশের রঙ নীল হয়।

(vi) যে কোন তির্যক তরঙ্গের ন্যায় আলোকের সমবর্তন হয়।

কিন্তু আরো কতকগুলি আলোকীয় ঘটনা যেমন আলোক তড়িৎ ক্রিয়া (Photo electric effect), কম্পটন ক্রিয়া (Compton effect), রমন ক্রিয়া (Raman effect) ইত্যাদি আলোকের তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। এই সব ঘটনা ব্যাখ্যা করার জন্য ধ'রে নিতে হয় যে, আলোক কণা ধর্মী।

উপসংহারে বলা যায় যে, আলোকের প্রায় সব ঘটনাই **তরঙ্গ বলবিদ্যার** (*Wave mechanics*) সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। এই বলবিদ্যায় ডিরাকের তত্ত্ব, পাউলি, হাইসেনবার্গ প্রমুখ বিজ্ঞানিদের ক্ষেত্রতত্ত্ব (Field theory) বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য।

5.2. আলোকের নির্দিষ্ট গতিবেগ (Finite velocity of light) ঃ

আলোকের বেগ খুব বেশি হওয়ায় প্রথম দিকে এই বেগ মাপা সম্ভব হয়নি। তাই সপ্তদশ শতাব্দীর মধ্যভাগ পর্যন্ত মানুষের ধারণা ছিল যে, আলোকের বেগ **অসীম**। বিজ্ঞানী গ্যালিলিও প্রথম বলেন যে, আলোক এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যেতে নির্দিষ্ট সময় নেয়। তিনি তাঁর এই অভিমতকে পরীক্ষা দ্বারা প্রতিষ্ঠিত ক'রতে চেয়েছিলেন। কিন্তু আলোকের তীব্র গতিবেগ মাপার মত উপযুক্ত যন্ত্রপাতির অভাবে তিনি অকৃতকার্য হন। 1675 খ্রীষ্টাব্দে জ্যোতির্বিজ্ঞানী রোমার প্রথম আলোকের বেগ নির্ণয় করেন। তিনি বৃহস্পতির একটি উপগ্রহের গ্রহণকালের পার্থক্য মেপে আলোকের বেগের মান নির্ণয় করেন এবং সিদ্ধান্তে আসেন যে, আলোকের বেগ অতি উচ্চ মানের হ'লেও **অসীম** নয়। 1849 খ্রীষ্টাব্দে ফরাসী বিজ্ঞানী ফিজো ভূ-পৃষ্ঠে আলোকের বেগ মাপার পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। 1850 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী ফুকো প্রমাণ করেন যে, বায়ুর চেয়ে জলে আলোকের বেগ কম। এই সিদ্ধান্তের জন্যই নিউটনের কণিক তত্ত্ব বাতিল হ'য়ে

যায়। পরবর্তী কালে মাইকেলসন, অ্যান্ডারসন প্রমুখ বিজ্ঞানিরা সূক্ষ্ম ভাবে আলোকের বেগ মাপার পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। বিভিন্ন পরীক্ষার ফলাফল পর্যালোচনা ক'রে বিজ্ঞানী বার্জ (Birje) এই সিদ্ধান্তে আসেন যে, শূন্য স্থানে আলোকের বেগ,

$$c = 299,792{\cdot}5 \pm 0{\cdot}3 \text{ Km/sec.}$$ ।

হিসেবের সুবিধের জন্য শূন্য স্থানে বা বায়ু মাধ্যমে আলোকের বেগ 300000 Km/sec. বা 3×10^{10}cm/sec. ধরা হয়।

শূন্য স্থানে আলোক বা অন্যান্য বিকিরণের বেগ একটি **ধ্রুব-রাশি** (*canstant quantity*)। বিজ্ঞানী আইনস্টাইন তাঁর আপেক্ষিকতা বাদ তত্ত্বে (theory of relativity) দেখিয়েছেন যে, কোন কণা বা অর্থবোধক সংকেত শূন্য স্থানে আলোকের চেয়ে বেশি বেগে যেতে পারে না। কাজেই সব বস্তু কণার দ্রুতির একটি নির্দিষ্ট প্রাকৃতিক সীমা আছে। বিজ্ঞানী আইনস্টাইনের প্রকল্প অনুযায়ী যে কোন নির্দেশ ফ্রেম থেকে শূন্য মাধ্যমে আলোকের বেগ নির্ণয় করা হোক না কেন, ঐ নির্ণীত বেগ নির্দেশফ্রেমের বেগের উপর নির্ভর করে না। এই নীতিকে **আলোক বেগ ধ্রুব-নীতি** বলে। কাজেই, আলোকের বেগ একটি পরম ধ্রুব রাশি। আপেক্ষিকতা বাদ তত্ত্বে আইনস্টাইন আরো দেখিয়েছেন যে, শক্তি ও পদার্থ পরস্পরের সমতুল্য এবং পদার্থ শক্তিতে বা শক্তি পদার্থে পরিণত হ'তে পারে। এই রূপান্তর সমীকরণ : $E = mc^2$; E = শক্তির পরিমাণ, m = পদার্থের পরিমাণ, c = শূন্যস্থানে আলোকের বেগ। কাজেই বোঝা যায় যে, শূন্যস্থানে আলোকের বেগ পদার্থ বিজ্ঞানে একটি ধ্রুব-রাশি।

5.3. আলোক তরঙ্গ ও বেতার তরঙ্গের সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য (Similarity and dissimilarity between light waves and radio waves) :

এই উভয় প্রকার তরঙ্গের মধ্যে প্রকৃতিগত কোন পার্থক্য নেই। কারণ উভয়েই তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ। উভয় প্রকার তরঙ্গকেই প্রতিফলিত, প্রতিসৃত, অপবর্তিত এবং সমবর্তিত করা যায়। শূন্যস্থানে উভয় প্রকার তরঙ্গের বেগ সমান।

কিন্তু দৃশ্যমান আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় বেতার তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অনেক বেশি হয়। দৃশ্যমান আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 4×10^{-5} cm. থেকে 8×10^{-5} cm. পর্যন্ত হয়। কিন্তু বেতার তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সাধারণত 10 m. থেকে 500 m. এর মধ্যে হয়।

5.4. আলোকের ব্যতিচার (Interference of light) :

যদি বিভিন্ন সমধর্মী একবর্ণী উৎস নির্গত একাধিক তরঙ্গ কোন একটি স্থানে বা বিন্দুতে মিলিত হয় তবে তরঙ্গের উপরিপাতের জন্য ব্যতিচার হয়। গঠনমূলক ব্যতিচারের বেলায় তরঙ্গগুলি একই দশার হয় এবং একে অপরকে জোরদার করে।

আবার ধ্বংসাত্মক ব্যতিচারে তরঙ্গগুলি বিপরীত দশার হওয়ায় একে অপরকে নষ্ট করে। 1801 খ্রীষ্টাব্দে টমাস ইয়ং আলোকের ব্যতিচার সম্পর্কিত পরীক্ষা করেন।

স্থায়ী ব্যতিচারের বেলায় যে উৎসগুলি আলোক নির্গত করে তাদের মধ্যে সব সময় একটি অচর দশা সম্পর্ক বজায় থাকে। যদি একটি উৎস থেকে দুটি উৎস উৎপন্ন হয় অর্থাৎ যদি উৎসদ্বয় সুসংগত (coherent) হয় তবে স্থায়ী ব্যতিচার উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে যদি মূল উৎসের দশার পরিবর্তন হয় তবে সংগে সংগে অপর উৎসদ্বয়েরও অনুরূপ পরিবর্তন ঘটে। ইহাতে উৎসদ্বয়ের দশা পার্থক্যের পরিবর্তন হয় না। যদি দুই সংলগ্ন উৎসের দশা পার্থক্য শূন্য হয় তাহ'লে প্রত্যেকটি উৎস একই মুহূর্তে তরঙ্গ শীর্ষ বা তরঙ্গপাদ উৎপন্ন করে। নীচে স্থায়ী ব্যতিচারের শর্ত উল্লেখ করা হ'ল—

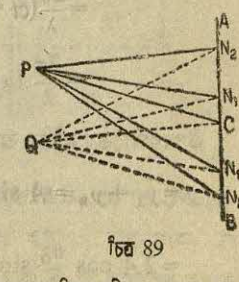
প্রথম শর্ত—তরঙ্গ নির্গতকারী উৎসদ্বয়কে অবশ্যই সুসংগত, সূক্ষ্ম ও নিকটবর্তী হ'তে হয়। উৎসদ্বয় একই বিস্তারের ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ নির্গত করে এবং মাধ্যমের কোন একটি বিন্দুতে উপরিপাতের জন্য অগ্রসর হয়। ঐ বিন্দুতে আলোকের প্রাবল্য সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন হয়।

দ্বিতীয় শর্ত—উপরিপাতের বিন্দুতে সব সময়ে যদি তরঙ্গগুলি শূন্য দশা পার্থক্যে মিলিত হয় এবং পথ পার্থক্য (Path difference) যদি $\lambda/2$-এর জোড় গুণিতক হয় তবে প্রাবল্য সর্বাধিক হয় এবং যদি $\lambda/2$-এর বিজোড় গুণিতক হয় তবে প্রাবল্য শূন্য হয়।

5.5. ইয়ং এর পরীক্ষা (Young's experiment) ঃ

89 নং চিত্রে P ও Q সূক্ষ্ম এবং নিকটবর্তী সুসংগত একবর্ণী আলোক উৎস। P উৎস নির্গত তরঙ্গগুলিকে অবিচ্ছিন্ন রেখা এবং Q উৎস নির্গত তরঙ্গগুলিকে বিচ্ছিন্ন রেখা দ্বারা দেখানো হ'য়েছে।

AB পর্দার C বিন্দু P ও Q উৎসদ্বয় থেকে সমান দূরে অবস্থিত। যেহেতু সব সময়েই C বিন্দুতে P ও Q উৎসদ্বয়ের দশা পার্থক্য শূন্য হয়, তাই তরঙ্গ শীর্ষ এবং তরঙ্গপাদ দুই উৎস থেকে একই সংগে নির্গত হ'য়ে একই পথ যাওয়ার পর C বিন্দুতে উপরিপাতিত হয়। তাই C বিন্দুতে আলোক প্রাবল্য সব সময় সর্বোচ্চ হয় এবং এই বিন্দুকে **কেন্দ্রীয় উজ্জ্বলপটি** (*central bright band*) বলে।



চিত্র 89

C-এর উভয় পাশে N_1 ও N_1 পর্দার ওপর দু'টি বিন্দু। P ও Q উৎসদ্বয় থেকে ইহাদের পথ পার্থক্য $\lambda/2$। কাজেই যখন একটি উৎস নির্গত তরঙ্গশীর্ষ N_1 বিন্দুতে পেঁছায় তখন অপর উৎস নির্গত সহযোগী তরঙ্গপাদ ঐ বিন্দুতে পেঁছায়। [কেননা তরঙ্গপাদ ও তরঙ্গশীর্ষের মধ্যে পথ পার্থক্য $\lambda/2$]। এইভাবে তরঙ্গদ্বয় বিপরীত দশায় N_1

বিন্দুতে মিলিত হওয়ায় এই বিন্দুতে প্রাবল্য সর্বনিম্ন হয়। তাই ঐ বিন্দুতে প্রথম পর্যায়ের **অন্ধকার পটি** (*first order dark band*) সৃষ্টি হয়।

C এর উভয় পাশে অপর এক জোড়া বিন্দু N_2 ও N_2 এর প্রত্যেকটিতে P ও Q উৎসদ্বয় থেকে যে আলোকরশ্মিগুলি এসে মিলিত হয় তাদের পথ পার্থক্য $2.\lambda/2$ বা λ। কাজেই যখন একটি উৎসের তরঙ্গশীর্ষ (বা তরঙ্গ পাদ) N_2 বিন্দুতে পেঁছায় তখন অপর উৎসের সহযোগী তরঙ্গশীর্ষ (বা তরঙ্গ পাদ) একই মুহূর্তে N_2 বিন্দুতে পেঁছায়। ফলে N_2 বিন্দুতে সর্বোচ্চ প্রাবল্য সৃষ্টি হয়। ইহাকে প্রথম পর্যায়ের **উজ্জ্বল পটি** (*first order bright band*) বলে।

এই পদ্ধতিতে কেন্দ্রীয় পটির উভয় পাশে বিভিন্ন সমদূরবর্তী বিন্দু পাওয়া যায় যে বিন্দুগুলিতে আলোক প্রাবল্য পর্যায়ক্রমে সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ হয়। এই ঘটনাকে আলোকের **ব্যতিচার** বলে।

5.6. ব্যতিচারের গাণিতিক বিশ্লেষণ (Analytical treatment of interference) ঃ

ধরা যাক্ P ও Q আলোক উৎসদ্বয় নির্গত λ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের আলোক তরঙ্গ একই অভিমুখে অগ্রসর হ'য়ে AB পর্দার C বিন্দুতে উপরিপাতিত হয় (চিত্র 89)। মনে করা যাক, P উৎস নির্গত একটি তরঙ্গ t সময়ে C বিন্দুতে অবস্থিত কণার y_1 সরণ ঘটায়। তাহ'লে

$$y_1 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_1) ;$$

A = তরঙ্গের বিস্তার, c = তরঙ্গের বেগ এবং x_1 = P উৎস ও C বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব।

আবার মনে করা যাক Q উৎস নির্গত অপর একটি তরঙ্গ C বিন্দুতে অবস্থিত ঐ একই কণার t সময়ে y_2 সরণ ঘটায়।

তাহ'লে $y_2 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_2)$;

x_2 = Q উৎস ও C বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব। এই দুই তরঙ্গের দশা প্রভেদ

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_2)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ-পার্থক্য}$$

উপরিপাতের নীতি অনুযায়ী C কণার লব্ধ সরণ

$$y = y_1 + y_2 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_1) + A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_2)$$

$$= 2A \cos \frac{\pi\delta}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda}\left(ct - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) ; \quad \delta = x_2 - x_1$$

সুতরাং লব্ধ তরঙ্গের বিস্তার $=2A\cos\frac{\pi\delta}{\lambda}$। ইহা δ-এর উপর নির্ভর করে। যদি $\delta=\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \cdots(2n+1)\lambda/2$ হয় তবে $\cos\frac{\pi\delta}{\lambda}=0$।

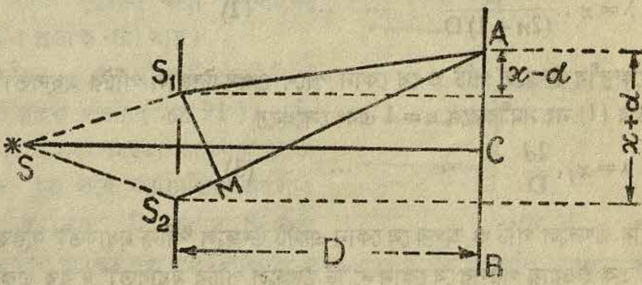
কাজেই, δএর এই মানগুলির জন্য C বিন্দুতে লব্ধ তরঙ্গের বিস্তার শূন্য হয়। আবার যেহেতু আলোকের প্রাবল্য ইহার বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক হয় তাই ঐ বিন্দুগুলিতে প্রাবল্য শূন্য হয়। অর্থাৎ এই বিন্দুগুলিতে অন্ধকার পটির সৃষ্টি হয়। সুতরাং যদি কোন বিন্দুতে দুই তরঙ্গের **পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ এর অযুগ্ম গুণিতক হয় বা দশা পার্থক্য π এর অযুগ্ম গুণিতক হয় তবে ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার হয়।**

$$\left[\text{কারণ দশা পার্থক্য} = \frac{2\pi}{\lambda}\times\text{পথ পার্থক্য}\right]$$

আবার যদি $\delta=0, \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \cdots, 2n\frac{\lambda}{2}$ হয় তবে $\cos\frac{\pi\delta}{\lambda}$ এর মান সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং ঐ বিন্দুগুলিতে আলোকের প্রাবল্য সর্বোচ্চ হয় এবং উজ্জ্বল আলোক পটি গঠিত হয়। অর্থাৎ গঠনমূলক ব্যতিচার হয়। কাজেই যদি **দুই তরঙ্গের পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$এর যুগ্ম গুণিতক হয় তাহ'লে গঠন মূলক ব্যতিচার হয়।**

5.7. ব্যতিচার পরীক্ষা দ্বারা আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় (Determination of wave length of light by interference experiment) ঃ

90 নং চিত্রে স্লিট (S) এক বর্ণী আলোক নির্গত করে। S স্লিটের সমান্তরালে S_1 ও S_2 অপর দু'টি স্লিট। S স্লিট থেকে আলোক S_1 ও S_2 স্লিটে পড়ে। স্লিটদ্বয় নির্গত গোলাকার আলোক তরঙ্গ (spherical light waves) সামনের



চিত্র 90

দিকে বিস্তারিত হয় এবং ইহাদের ব্যতিচার হয়। ইহাতে AB পর্দায় উজ্জ্বল ও অন্ধকার পটি (bright and dark fringes) দেখা যায়। ধরা যাক, AB পর্দায় কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পটির অবস্থান C বিন্দু। S_1A ও S_2A রশ্মিদ্বয় যথাক্রমে

S_1 ও S_2 স্লিট দ্বারা নির্গত হ'য়ে AB পর্দার A বিন্দুতে পেঁছায়। C বিন্দু ও A বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব x। S_2A এর উপর S_1M লম্ব টানলে $S_1A = MA$। কাজেই A বিন্দুতে পেঁছাতে S_2 স্লিট নির্গত আলোক তরঙ্গকে S_1 স্লিট নির্গত আলোক তরঙ্গের তুলনায় অতিরিক্ত S_2M দূরত্ব যেতে হয়। S_1 ও S_2 এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $2d$ এর মান ঐ উৎসদ্বয় ও পর্দার মধ্যবর্তী দূরত্ব D এর তুলনায় খুব কম হয়। আবার,

$$S_1A^2 = D^2 + (x-d)^2$$

$$S_2A^2 = D^2 + (x+d)^2$$

$$\therefore \quad S_2A^2 - S_1A^2 = (x+d)^2 - (x-d)^2 = 4xd$$

অথবা, $(S_2A + S_1A)(S_2A - S_1A) = 4xd$

কিন্তু, $S_2A + S_1A = 2D$ (প্রায়)। কাজেই, $2D \times S_2M = 4xd$

অতএব, $S_2M = \dfrac{2xd}{D}$।

আমরা জানি যে, A বিন্দুতে উজ্জ্বল পটি গঠিত হ'লে $S_2M = 2n\frac{\lambda}{2}$।

কিন্তু,

A বিন্দুতে অন্ধকার পটি গঠিত হ'লে $S_2M = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$।

কাজেই, A বিন্দুতে উজ্জ্বল পটির বেলায় $\dfrac{2xd}{D} = 2n\frac{\lambda}{2}$।

বা $$\lambda = x \cdot \frac{2d}{nD} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (1)$$

অনুরূপভাবে, A বিন্দুতে অন্ধকার পটির জন্য

$$\lambda = x \cdot \frac{4d}{(2n+1)D} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (2)$$

যদি কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পটি ও যে কোন পাশে প্রথম উজ্জ্বল পটির মধ্যবর্তী দূরত্ব x_1 হয় তবে (1) নং সমীকরণে $n=1$ এবং সেক্ষেত্রে

$$\lambda = x_1 \cdot \frac{2d}{D} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3)$$

কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পটি ও অপর যে কোন একটি উজ্জ্বল পটির মধ্যবর্তী দূরত্ব n এর সমানুপাতিক হওয়ায় পরপর যে কোন দু'টি উজ্জ্বল পটির মধ্যবর্তী দূরত্ব একই হয়। কাজেই, d, x ও D এর মান মেপে আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মান পাওয়া যায়।

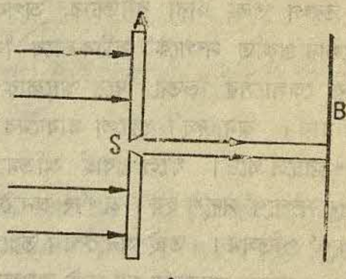
উপরের (1) নং সমীকরণ অনুযায়ী, যে-কোন দু'টি পটির অন্তর্বর্তী দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক। কাজেই নীল আলোকের চেয়ে লাল আলোকের বেলায় দু'টি পটির দূরত্ব বেশি হয়।

সাদা আলোক রশ্মির উৎস নিলে প্রত্যেক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নিজের ব্যতিচার নক্শা গঠন করে। ফ'লে ব্যতিচার নক্শা রং বেরং এর হয়। এই নক্শার কোন বিন্দুতে গঠনমূলক ব্যতিচার সৃষ্টিকারী তরঙ্গ দৈর্ঘ্যগুলির উপর ঐ বিন্দুর বর্ণ নির্ভর করে।

5.8. আলোকের অপবর্তন (Diffraction of light) ঃ

অস্বচ্ছ বাধার কিনারা বরাবর বেঁকে যাওয়া যে কোন তরঙ্গের সাধারণ ধর্ম। যেমন জলতরঙ্গ বা শব্দ তরঙ্গ বাধার কিনারা বরাবর বেঁকে যায়। অবশ্য এই বেঁকে যাওয়ার মান বাধার সাইজ এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানে ধ'রে নেওয়া হয় যে, সমসত্ত্ব মাধ্যমে আলোক সরলরেখায় চলে। প্রকৃতপক্ষে কিন্তু আলোক সরলরেখায় চলে না। 1815 খ্রীষ্টাব্দে বিজ্ঞানী ফ্রেনেল (Fresnel) হাইগেন্সের তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা প্রমাণ করেন যে, আলোক তরঙ্গ অস্বচ্ছ বাধার কিনারা বরাবর বেঁকে যায়।

তিনি লক্ষ্য করেন যে, এই বেঁকে যাওয়ার মান অত্যন্ত অল্প হয়। কারণ আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মান খুবই কম। তিনি আরও প্রমাণ করেন যে, সাধারণ অস্বচ্ছ বাধার বেলায় এই বেঁকে যাওয়ার মান অতিমাত্রায় কম হওয়ায় মনে হয় যে, আলোক সরলরেখায় চলে। অস্বচ্ছ বাধার কিনারা বরাবর আলোকের বেঁকে যাওয়াকে বা জ্যামিতিক ছায়ায় আলোকের প্রবেশকে **অপবর্তন** বলে। (The bending of light round corners of obstacles or the encroachment of light within the geometrical shadow is called diffraction of light). একটি সহজ পরীক্ষা দ্বারা আলোকের অপবর্তন প্রত্যক্ষ করা যায়।



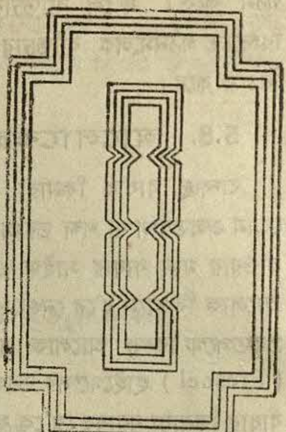
চিত্র 91

পরীক্ষা ঃ A পর্দায় S একটি স্লিট এবং B গ্রাহক পর্দা (চিত্র 91)। যদি A পর্দার উপর **সমতল** আলোক তরঙ্গ আপতিত হয় তবে জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞান অনুযায়ী B পর্দায় S রেখা ছিদ্রের সমান আলোকিত অংশ পাওয়ার কথা এবং B পর্দার বাকি অংশ অন্ধকারাচ্ছন্ন হওয়ার কথা। কিন্তু পরীক্ষা ক'রে দেখা যায় যে, জ্যামিতিক প্রচ্ছায়া অঞ্চলেও আলোক প্রবেশ করে এবং পর্দায় উজ্জ্বল ও অন্ধকার রেখা দ্বারা গঠিত নক্শা পাওয়া যায়। ইহাকে **অপবর্তন নক্শা** (*diffraction pattern*) বলে। আপতিত সমতল তরঙ্গের যে অংশ S রেখা ছিদ্রের উপর পড়ে শুধুমাত্র সেই অংশ A পর্দার অপর পাশে যায় এবং ইহার বাকি অংশ A পর্দায় শোষিত হয় বা প্রতিফলিত হয়। রেখা ছিদ্রের মধ্য দিয়ে নির্গত তরঙ্গের প্রত্যেক বিন্দু থেকে গৌণ তরঙ্গ (secondary

wave lets) সৃষ্টি হয়। এই গৌণ তরঙ্গগুলির উপরিপাতের দরুন B পর্দায় অপবর্তন নকশা গঠিত হয়।

92 নং চিত্রে ব্লেডের উপর একবর্ণী আলোক আপতিত হওয়ার দরুন গঠিত অপবর্তন নকশা দেখানো হ'য়েছে। মসলিন কাপড়ের ভিতর দিয়ে দেখলে অনেক সময় অপবর্তিত আলোক দ্বারা গঠিত অপবর্তন নকশা দেখা যায়। তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অস্বাভাবিক ক্ষুদ্রতা ও তীক্ষ্ণধার কিনারা সম্পন্ন বাধার অভাবের জন্য প্রকৃতিতে আলোক তরঙ্গের অপবর্তন দেখা যায় না।

মনে রাখবে যে, অপবর্তনের জন্যই আলোক যন্ত্রে স্পষ্ট প্রতিবিম্ব গঠন করার সামর্থ্য সীমিত।



চিত্র 92

5.9. আলোকের সমবর্তন (Polarisation of light) ঃ

আলোক তরঙ্গে তড়িৎ ভেক্টরগুলির কম্পন, তরঙ্গ-গতির অভিমুখের অভিলম্ব তলে সীমাবদ্ধ থেকে একটিমাত্র অভিমুখে ঘটতে থাকলে ঐ আলোককে **সমবর্তিত** (*polarised*) বলা হয়। আর ভেক্টরগুলি যদি অভিলম্বতলে থেকে বিভিন্ন দিকে আন্দোলিত হয় তবে ঐ আলোককে **অসমবর্তিত** (*unpolarised*) বলা হয়।

তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা ব্যতিচার, অপবর্তন ইত্যাদি ব্যাখ্যা করা গেলেও আলোক তরঙ্গের প্রকৃতি সম্পর্কে সঠিকভাবে বিশেষ কিছু বোঝা যায় না। আইসল্যান্ড স্পার কেলাসের ভিতর দিয়ে আলোক পাঠিয়ে আলোক তরঙ্গের সমবর্তন লক্ষ্য করা যায়। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলির কম্পন, তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখের সমান্তরালে ঘটে। ফলে প্রবাহ অভিমুখের মধ্য দিয়ে অঙ্কিত সব তলেই কণাগুলির কম্পন সম্পূর্ণ সদৃশ হয়। অর্থাৎ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ইহার প্রবাহ অভিমুখের চারপাশে সম্পূর্ণ প্রতিসম। তাই অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সমবর্তন সম্ভব নয়। যেহেতু আলোক তরঙ্গের বেলায় সমবর্তন হয় তাই **আলোক তরঙ্গ এক ধরনের তির্যক তরঙ্গ।**

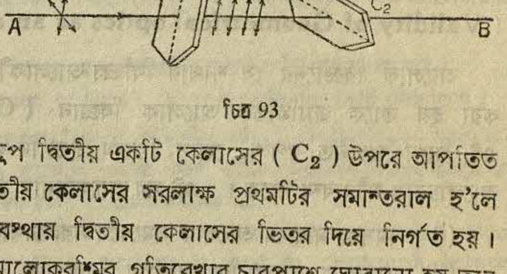
অবশ্য প্রাকৃতিক আলোক তরঙ্গপ্রবাহ অভিমুখের অভিলম্বতলে তড়িৎ ভেক্টরগুলির সরণ এত তাড়াতাড়ি এবং এত অক্রমভাবে হয় যে, এই কম্পন দেখা সম্ভব হ'লেও **দৃষ্টি সংরক্ষণের** (*Persistence of vision*) জন্য প্রাকৃতিক আলোককে প্রবাহ অভিমুখের চারপাশে সম্পূর্ণ প্রতিসম দেখাত। কারণ সাধারণ আলোক লক্ষ লক্ষ তির্যক তরঙ্গ দ্বারা গঠিত। ইহাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য প্রায় একমিটার এবং ইহারা তরঙ্গ প্রবাহ অভিমুখের ভিতর দিয়ে কল্পিত **সব সম্ভাব্য তলেই সীমাবদ্ধ থাকে।** আলোক উৎসের **লক্ষ লক্ষ উত্তেজিত** অণু বা পরমাণুর যে-কোন একটি থেকে প্রত্যেক তরঙ্গ

10^{-8} সেকেন্ডের জন্য বিকিরিত হয়। তাই সাধারণ আলোকের বিশ্লেষণে কোন একটি নির্দিষ্ট দিকে কম্পনগুলির পার্থক্য করা যায় না। তাই সাধারণ আলোকের মধ্যে অসমবর্তন লক্ষ্য করা যায়। আবার সাধারণ আলোকে তড়িৎ ভেক্টরগুলির কম্পন আকারও (shape) অক্রমভাবে পরিবর্তিত হয়—যেমন রৈখিক থেকে বৃত্তাকার, বৃত্তকার থেকে উপবৃত্তাকার ইত্যাদি। তাই বলা হয় যে, একটি তির্যক তরঙ্গের সমবর্তন তখনই হয় যখন তড়িৎ ভেক্টরগুলির কম্পন অভিমুখ ও আকার অপরিবর্তিত থাকে।

5.10. টুরম্যালিন কেলাস দ্বারা পরীক্ষাঃ সমবর্তিত আলোক (Experiment with tourmalin crystal : Polarised light) ঃ

টুরম্যালিন কেলাস প্রায় স্বচ্ছ এবং ঈষৎ সবুজ বর্ণের ষড়ভুজ বিশিষ্ট কেলাস। এই কেলাসের দীর্ঘতম কর্ণকে (93 নং চিত্রে *ab*) **সরলাক্ষ** (*optic axis*) বলে।

চিত্রে C_1 এরূপ একটি কেলাসের ফলক। অসমবর্তিত আলোকরশ্মি AB রেখা বরাবর ঐ কেলাসের তলে লম্বভাবে আপতিত হয়। আপতিত আলোকের একটি অংশ কেলাসের ভিতর দিয়ে ইহার বিপরীত পার্শ্বে নির্গত হয়। খালি চোখে এই আলোকে তীব্রতার পার্থক্য বোঝা যায় না। শুধুমাত্র আলোককে কিছুটা রঙীন দেখায়। এই আলোকের গতিরেখাকে অক্ষ ধ'রে C_1 কেলাসকে ধীরে ধীরে ঘোরালেও আলোকের তীব্রতার কোন পরিবর্তন দেখা যায় না। এই কেলাস নির্গত আলোক রশ্মিকে অনুরূপ দ্বিতীয় একটি কেলাসের (C_2) উপরে আপতিত করা হয়। দেখা যায় যে, দ্বিতীয় কেলাসের সরলাক্ষ প্রথমটির সমান্তরাল হ'লে আলোকরশ্মি অপরিবর্তিত অবস্থায় দ্বিতীয় কেলাসের ভিতর দিয়ে নির্গত হয়। এবার যদি দ্বিতীয় কেলাসকে আলোকরশ্মির গতিরেখার চারপাশে ঘোরানো হয় তবে আলোকের তীব্রতা ক্রমশ ক'মতে থাকে। C_2 ও C_1 এর সরলাক্ষদ্বয় লম্বভাবে থাকলে C_2 দিয়ে আলোক নির্গত হয় না।

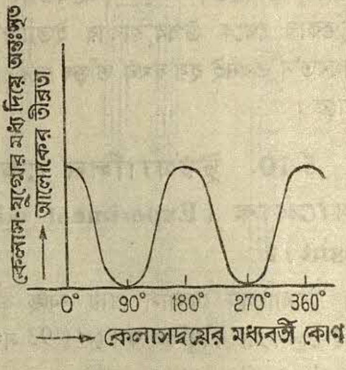


চিত্র 93

কাজেই এই পরীক্ষা অনুযায়ী C_1 কেলাস দিয়ে যে আলোক নির্গত হয় তাতে কেবল C_1 এর সরলাক্ষের সমান্তরাল কম্পনগুলি বর্তমান থাকে। অন্যান্য দিকের তির্যক কম্পনগুলি শোষিত হয়। অর্থাৎ, আলোক রশ্মি সমবর্তিত হয় বা একপেশে ধর্ম অর্জন ক'রে প্রতিসম-ধর্ম হারায়। C_1 দিয়ে নির্গত আলোক রশ্মিকে **সমতল**

সমবর্তিত আলোক (*plane polarised light*) বলে। ইহা যে সমবর্তিত তা দ্বিতীয় কেলাস দ্বারা বোঝা যায়। ঘুরিয়ে ঘুরিয়ে C_2 কেলাসকে এমন অবস্থানে আনা হয় যখন এই কেলাস দিয়ে আর কোন আলোক নির্গত হয় না। যদি এই অবস্থান থেকে আরও ঘোরানো হয় তবে আলোকের প্রাবল্য বাড়তে থাকে এবং যখন ঘূর্ণন 180° হয় তখন সরলাক্ষ রেখার সমান্তরাল সব কম্পন C_2 কেলাস দিয়ে নির্গত হয়। এক্ষেত্রে C_1 কে **সমবর্তক** (*polariser*) এবং C_2 কে **বিশ্লেষক** (*analyser*) বলে।

দুই কেলাসের সরলাক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান পরিবর্তন ক'রলে কেলাসদ্বয়ের ভিতর দিয়ে অন্তসৃত আলোকের তীব্রতা কিভাবে পরিবর্তিত হয় তা 94 নং চিত্রে দেখানো হ'য়েছে।



চিত্র 94

নিকল প্রিজম (nicol prism) দ্বারাও আলোকের সমবর্তন পরীক্ষা করা যায়।

উপরের পরীক্ষায় প্রমাণিত হয় যে, আলোক তরঙ্গ তির্যক প্রকৃতির। এখানে বলা প্রয়োজন যে, বিভিন্ন প্রতিফলক দ্বারা যখনই আলোকের প্রতিফলন হয় তখনই প্রতিফলিত আলোক কম বেশি সমবর্তিত হয়। প্রকৃতিতে চন্দ্র দ্বারা প্রতিফলিত সূর্যালোক কমবেশি সমবর্তিত।

5.11. জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের প্রযোজ্যতা (Validity of Geometrical optics as an approximation) ঃ

আলোক বিজ্ঞানের যে শাখায় বিভিন্ন আলোকীয় ঘটনা রশ্মি তত্ত্ব দ্বারা ব্যাখ্যা করা হয় তাকে জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞান (Geometrical optics) বলে। এই শাখা প্রধানত দর্পণ, লেন্স, প্রিজম ইত্যাদি দ্বারা প্রতিবিম্ব গঠন সম্পর্কিত আলোচনায় সীমাবদ্ধ থাকে। এই সব আলোচনায় ধ'রে নেওয়া হয় যে—

(i) সমসত্ত্ব মাধ্যমে আলোক সমবেগে সরলরেখায় চলে।

(ii) আলোক রশ্মিগুলি পরস্পর নিরপেক্ষ এবং যে-কোন দুটি রশ্মি ছেদ ক'রলেও ইহাদের গতিপথের পরিবর্তন হয় না।

(iii) রশ্মিগুলি উপযুক্ত অবস্থায় প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্র মেনে চলে।

আলোক বিজ্ঞানের এই শাখার সাহায্যে আলোকীয় যন্ত্রপাতি তৈরী করা সম্ভব হ'য়েছে। তাই ব্যবহারিক দিক থেকে এই শাখা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। কিন্তু এই শাখার যে মূল সিদ্ধান্ত—আলোক সরলরেখায় চলে—তা সত্য নয়। আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 4×10^{-5} cm. থেকে $7{\cdot}5 \times 10^{-5}$ cm. হওয়ায় অর্থাৎ খুব কম মানের

হওয়ায় সাধারণ ক্ষেত্রে আলোকের গতি সরলরেখা বরাবর হয়। তাই জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানে যে সব কল্পনা করা হয় তারা সত্যের খুব কাছাকাছি কিন্তু ঠিক সত্য নয়। তাই বলা হয় যে, জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞান তরঙ্গ-আলোক বিজ্ঞানের **ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সীমা** (*Short wave length limit of wave optics*)। **আলোকের ব্যতিচার ও অপবর্তন অগ্রাহ্য করা গেলে জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের সব সূত্রকেই তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা প্রতিষ্ঠা করা যায়। এই অগ্রাহ্য করা তখনই সম্ভব হয় যখন প্রতিসরাঙ্কের পরিবর্তন নিয়মিত ও মন্থর হয় এবং তরগ দৈর্ঘ্যের মধ্যে প্রতিসরাঙ্কের মান অপরিবর্তিত থাকে।**

প্রশ্নমালা (Exercise)

বিষয়মুখী প্রশ্ন ঃ

1. আলোক তরঙ্গের প্রকৃতি কি? আলোকের তরঙ্গ প্রকৃতির সমর্থনে যুক্তি দাও।

What is the nature of light wave? Discuss the evidences that light is a wave phenomenon.

2. শূন্য মাধ্যমে আলোকের গতিবেগ কত? পদার্থবিদ্যায় আলোকের গতিবেগের গুরুত্ব আলোচনা কর।

What is the velocity of light in vacuum? Discuss the importance of the velocity of light in physics.

3. আলোক তরঙ্গের ব্যতিচার ব'লতে কি বোঝায়? স্থায়ী ব্যতিচারের শর্তগুলি উল্লেখ কর। আলোকের ব্যতিচার দেখাবার একটি পরীক্ষা বর্ণনা কর।

What is meant by interference of light waves? Summarise the conditions necessary for the effect. Describe an experiment to demonstrate the interference of light waves.

4. আলোকের সমবর্তন ব'লতে কি বোঝায়? সমবর্তিত আলোক কিভাবে পাওয়া যায়?

What is meant by polarisation of light? How is polarised light obtained?

5. দু'টি টুরম্যালিন কেলাসের সাহায্যে কিভাবে আলোকের সমবর্তন দেখানো যায়? সমবর্তক ও বিশ্লেষক কাকে বলে? অসমবর্তিত আলোক পার্থক্য করার কাজে বিশ্লেষককে কিভাবে ব্যবহার করা হয়? সমবর্তন ঘটনা থেকে আলোকের প্রকৃতি সম্পর্কে কি জানা যায়?

How is polarisation of light demonstrated by two tourmaline crystals? What are polariser and analyser? How analyser is used to distinguish between unpolarised and polarised light? What information does the phenomenon of polarisation provide regarding the nature of light?

6. আলোকের অপবর্তন ব'লতে কি বোঝায়?

'জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের প্রয়োগ সীমিত'—আলোচনা কর।

What is meant by diffraction of light?

'Geometrical optics is valid as an approximation'—Discuss.

7. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :—
   (i) দু'টি আলোক উৎসকে কখন সুসঙ্গত বলা হয় ?
   (ii) দুটি বিভিন্ন উৎসের আলোকের ব্যতিচার দেখা যায় না কেন ?
   (iii) যদি আলোক অস্বচ্ছ বাধার কিনারায় বেঁকে যায় তাহ'লে আমরা কাঠের পার্টিশন থাকলে দেখতে পাইনা কেন ?

Answer the following questions :—
   (i) When are two sources of light said to be coherent ?
   (ii) Why is interference of light from two different sources never observed.
   (iii) If light can bend around an obstacle, why can't we see around a wooden partition ?

8. আলোকের ব্যতিচার কাকে বলে ? আলোকের ব্যতিচার দেখাবার ইয়ংকৃত পরীক্ষা বর্ণনা কর। [*H. S.* (new) *1980*]

9. আলোকের সমবর্তন ব'লতে কি বোঝ ? ইহার দ্বারা আলোকের প্রকৃতি সম্বন্ধে কি বোঝা যায় ? শব্দ তরঙ্গের সমবর্তন হয় না কেন ? [*H. S.* (new) *1980*]

10. আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য কি ? [*H. S.* (new) *1979*]

11. আলোক তরঙ্গকে কিরূপে সমবর্তিত করা যায় ? একটি সমতল সমবর্তিত আলোক রশ্মিকে বিশ্লেষকের ভিতর দিয়ে পাঠিয়ে দেখা হয়। বিশ্লেষককে ধীরে ধীরে আবর্তন করালে কি ঘটে ? [*H. S.* (new) *1980*]

লগ তালিকা

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170						5	9	13	17	21	26	30	34	38
						0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	16	20	24	28	32	36
11	0414	0453	0492	0531	0569						4	8	12	16	20	23	27	31	35
						0607	0645	0682	0719	0755	4	7	11	15	18	22	26	29	33
12	0792	0828	0864	0899	0934						3	7	11	14	18	21	25	28	32
						0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	20	24	27	31
13	1139	1173	1206	1239	1271						3	6	10	13	16	19	23	26	29
						1303	1335	1367	1399	1430	3	7	10	13	16	19	22	25	29
14	1461	1492	1523	1553	1584						3	6	9	12	15	19	22	25	28
						1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	14	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875						3	6	9	11	14	17	20	23	26
						1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	19	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148						3	6	8	11	14	16	19	22	24
						2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	10	13	16	18	21	23
17	2304	2330	2355	2380	2405						3	5	8	10	13	15	18	20	23
						2430	2455	2480	2504	2529	3	5	8	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648						2	5	7	9	12	14	17	19	21
						2672	2695	2718	2742	2765	2	4	7	9	11	14	16	18	21
19	2788	2810	2833	2856	2878						2	4	7	9	11	13	16	18	20
						2900	2923	2945	2967	2989	2	4	6	8	11	13	15	17	19
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	123	456	789
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1 2 3	3 4 5	6 7 8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1 2 3	3 4 5	6 7 8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1 2 2	3 4 5	6 7 7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1 2 2	3 4 5	6 6 7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1 2 2	3 4 5	6 6 7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1 2 2	3 4 5	5 6 7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1 2 2	3 4 5	5 6 7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1 2 2	3 4 5	5 6 7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1 1 2	3 4 4	5 6 7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1 1 2	3 4 4	5 6 7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1 1 2	3 4 4	5 6 6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1 1 2	3 4 4	5 6 6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1 1 2	3 3 4	5 6 6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1 1 2	3 3 4	5 5 6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1 1 2	3 3 4	5 5 6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1 1 2	3 3 4	5 5 6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1 1 2	3 3 4	5 5 6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1 1 2	3 3 4	5 5 6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1 1 2	3 3 4	4 5 6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1 1 2	2 3 4	4 5 6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1 1 2	2 3 4	4 5 6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1 1 2	2 3 4	4 5 5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1 1 2	2 3 4	4 5 5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1 1 2	2 3 4	4 5 5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1 1 2	2 3 4	4 5 5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1 1 2	2 3 3	4 5 5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1 1 2	2 3 3	4 5 5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1 1 2	2 3 3	4 5 5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1 1 2	2 3 3	4 4 5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1 1 2	2 3 3	4 4 5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1 1 2	2 3 3	4 4 5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1 1 2	2 3 3	4 4 5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1 1 2	2 3 3	4 4 5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1 1 2	2 3 3	4 4 5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1 1 2	2 3 3	4 4 5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1 1 2	2 3 3	4 4 5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1 1 2	2 3 3	4 4 5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0 1 1	2 2 3	3 4 4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0 1 1	2 2 3	3 4 4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0 1 1	2 2 3	3 4 4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0 1 1	2 2 3	3 4 4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0 1 1	2 2 3	3 4 4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0 1 1	2 2 3	3 4 4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0 1 1	2 2 3	3 4 4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0 1 1	2 2 3	3 4 4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0 1 1	2 2 3	3 4 4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0 1 1	2 2 3	3 4 4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0 1 1	2 2 3	3 4 4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0 1 1	2 2 3	3 4 4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0 1 1	2 2 3	3 3 4

ANTILOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	123	456	789
·00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0 0 1	1 1 1	2 2 2
·01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0 0 1	1 1 1	2 2 2
·02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0 0 1	1 1 1	2 2 2
·03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0 0 1	1 1 1	2 2 2
·04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0 1 1	1 1 2	2 2 2
·05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0 1 1	1 1 2	2 2 2
·06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0 1 1	1 1 2	2 2 2
·07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0 1 1	1 1 2	2 2 2
·08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0 1 1	1 1 2	2 2 3
·09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0 1 1	1 1 2	2 2 3
·10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0 1 1	1 1 2	2 2 3
·11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0 1 1	1 2 2	2 2 3
·12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0 1 1	1 2 2	2 2 3
·13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0 1 1	1 2 2	2 3 3
·14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0 1 1	1 2 2	2 3 3
·15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0 1 1	1 2 2	2 3 3
·16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0 1 1	1 2 2	2 3 3
·17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0 1 1	1 2 2	2 3 3
·18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0 1 1	1 2 2	2 3 3
·19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0 1 1	1 2 2	3 3 3
·20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0 1 1	1 2 2	3 3 3
·21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0 1 1	2 2 2	3 3 3
·22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0 1 1	2 2 2	3 3 3
·23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0 1 1	2 2 2	3 3 4
·24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0 1 1	2 2 2	3 3 4
·25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0 1 1	2 2 2	3 3 4
·26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0 1 1	2 2 3	3 3 4
·27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0 1 1	2 2 3	3 3 4
·28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0 1 1	2 2 3	3 4 4
·29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0 1 1	2 2 3	3 4 4
·30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0 1 1	2 2 3	3 4 4
·31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0 1 1	2 2 3	3 4 4
·32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0 1 1	2 2 3	3 4 4
·33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0 1 1	2 2 3	3 4 4
·34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1 1 2	2 3 3	4 4 5
·35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1 1 2	2 3 3	4 4 5
·36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1 1 2	2 3 3	4 4 5
·37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1 1 2	2 3 3	4 4 5
·38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1 1 2	2 3 3	4 4 5
·39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1 1 2	2 3 3	4 5 5
·40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1 1 2	2 3 4	4 5 5
·41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1 1 2	2 3 4	4 5 5
·42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1 1 2	2 3 4	4 5 6
·43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1 1 2	3 3 4	4 5 6
·44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1 1 2	3 3 4	4 5 6
·45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1 1 2	3 3 4	5 5 6
·46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1 1 2	3 3 4	5 5 6
·47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1 1 2	3 3 4	5 5 6
·48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1 1 2	3 4 4	5 6 6
·49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1 1 2	3 4 4	5 6 6

ANTILOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
·51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
·52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
·53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
·54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
·55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
·56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
·57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
·58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
·59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
·60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
·61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
·67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
·68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
·69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
·70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
·71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
·72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
·73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
·74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
·75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
·76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
·77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
·78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
·79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
·80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
·81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
·82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
·83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
·84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
·85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
·86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
·87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
·88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
·89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
·90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
·91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
·92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
·93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
·94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
·95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
·96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
·97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
·98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
·99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

NATURAL SINES

Degrees	0′ 0°·0	6′ 0°·1	12′ 0°·2	18′ 0°·3	24′ 0°·4	30′ 0°·5	36′ 0°·6	42′ 0°·7	48′ 0°·8	54′ 0°·9	Mean Differences 1	2	3	4	5
0	·0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1	·0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2	·0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	3	6	9	12	15
3	·0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	3	6	9	12	15
4	·0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	3	6	9	12	15
5	·0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	3	6	9	12	14
6	·1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	3	6	9	12	14
7	·1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	3	6	9	12	14
8	·1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	3	6	9	12	14
9	·1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	3	6	9	12	14
10	·1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	3	6	9	12	14
11	·1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	3	6	9	11	14
12	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2232	3	6	9	11	14
13	·2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	3	6	8	11	14
14	·2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	3	6	8	11	14
15	·2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740	3	6	8	11	14
16	·2756	2773	2790	2807	2823	2840	2857	2874	2890	2907	3	6	8	11	14
17	·2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074	3	6	8	11	14
18	·3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239	3	6	8	11	14
19	·3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404	3	5	8	11	14
20	·3420	3437	3453	3469	3486	3502	3518	3535	3551	3567	3	5	8	11	14
21	·3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730	3	5	8	11	14
22	·3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891	3	5	8	11	14
23	·3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051	3	5	8	11	14
24	·4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210	3	5	8	11	13
25	·4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	4337	4352	4368	3	5	8	11	13
26	·4384	4399	4415	4431	4446	4462	4478	4493	4509	4524	3	5	8	10	13
27	·4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679	3	5	8	10	13
28	·4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833	3	5	8	10	13
29	·4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985	3	5	8	10	13
30	·5000	5015	5030	5045	5060	5075	5090	5105	5120	5135	3	5	8	10	13
31	·5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	2	5	7	10	12
32	·5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	2	5	7	10	12
33	·5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	2	5	7	10	12
34	·5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721	2	5	7	10	12
35	·5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864	2	5	7	10	12
36	·5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004	2	5	7	9	12
37	·6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143	2	5	7	9	12
38	·6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280	2	5	7	9	11
39	·6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414	2	4	7	9	11
40	·6428	6441	6455	6468	6481	6494	6508	6521	6534	6547	2	4	7	9	11
41	·6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678	2	4	7	9	11
42	·6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6807	2	4	6	9	11
43	·6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934	2	4	6	8	11
44	·6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7034	7046	7059	2	4	6	8	10

NATURAL SINES

Degrees	0′ 0°·0	6′ 0°·1	12′ 0°·2	18′ 0°·3	24′ 0°·4	30′ 0°·5	36′ 0°·6	42′ 0°·7	48′ 0°·8	54′ 0°·9	Mean Differences 1	2	3	4	5
45	·7071	7083	7096	7108	7120	7133	7145	7157	7169	7181	2	4	6	8	10
46	·7193	7206	7218	7230	7242	7254	7266	7278	7290	7302	2	4	6	8	10
47	·7314	7325	7337	7349	7361	7373	7385	7396	7408	7420	2	4	6	8	10
48	·7431	7443	7455	7466	7478	7490	7501	7513	7524	7536	2	4	6	8	10
49	·7547	7558	7570	7581	7593	7604	7615	7627	7638	7649	2	4	6	8	9
50	·7660	7672	7683	7694	7705	7716	7727	7738	7749	7760	2	4	6	7	9
51	·7771	7782	7793	7804	7815	7826	7837	7848	7859	7869	2	4	5	7	9
52	·7880	7891	7902	7912	7923	7934	7944	7955	7965	7976	2	4	5	7	9
53	·7986	7997	8007	8018	8028	8039	8049	8059	8070	8080	2	3	5	7	9
54	·8090	8100	8111	8121	8131	8141	8151	8161	8171	8181	2	3	5	7	8
55	·8192	8202	8211	8221	8231	8241	8251	8261	8271	8281	2	3	5	7	8
56	·8290	8300	8310	8320	8329	8339	8348	8358	8368	8377	2	3	5	6	8
57	·8387	8396	8406	8415	8425	8434	8443	8453	8462	8471	2	3	5	6	8
58	·8480	8490	8499	8508	8517	8526	8536	8545	8554	8563	2	3	5	6	8
59	·8572	8581	8590	8599	8607	8616	8625	8634	8643	8652	1	3	4	6	7
60	·8660	8669	8678	8686	8695	8704	8712	8721	8729	8738	1	3	4	6	7
61	·8746	8755	8763	8771	8780	8788	8796	8805	8813	8821	1	3	4	6	7
62	·8829	8838	8846	8854	8862	8870	8878	8886	8894	8902	1	3	4	5	7
63	·8910	8918	8926	8934	8942	8949	8957	8965	8973	8980	1	3	4	5	6
64	·8988	8996	9003	9011	9018	9026	9033	9041	9048	9056	1	3	4	5	6
65	·9063	9070	9078	9085	9092	9100	9107	9114	9121	9128	1	2	4	5	6
66	·9135	9143	9150	9157	9164	9171	9178	9184	9191	9198	1	2	3	5	6
67	·9205	9212	9219	9225	9232	9239	9245	9252	9259	9265	1	2	3	4	6
68	·9272	9278	9285	9291	9298	9304	9311	9317	9323	9330	1	2	3	4	5
69	·9336	9342	9348	9354	9361	9367	9373	9379	9385	9391	1	2	3	4	5
70	·9397	9403	9409	9415	9421	9426	9432	9438	9444	9449	1	2	3	4	5
71	·9455	9461	9466	9472	9478	9483	9489	9494	9500	9505	1	2	3	4	5
72	·9511	9516	9521	9527	9532	9537	9542	9548	9553	9558	1	2	3	4	5
73	·9563	9568	9573	9578	9583	9588	9593	9598	9603	9608	1	2	3	3	4
74	·9613	9617	9622	9627	9632	9636	9641	9646	9650	9655	1	2	[illegible]	3	4
75	·9659	9664	9668	9673	9677	9681	9686	9690	9694	9699	1	2	2	3	4
76	·9703	9707	9711	9715	9720	9724	9728	9732	9736	9740	1	1	2	3	4
77	·9744	9748	9751	9755	9759	9763	9767	9770	9774	9778	1	1	2	3	3
78	·9781	9785	9789	9792	9796	9799	9803	9806	9810	9813	1	1	2	3	3
79	·9816	9820	9823	9826	9829	9833	9836	9839	9842	9845	1	1	2	2	3
80	·9848	9851	9854	9857	9860	9863	9866	9869	9871	9874	1	1	2	2	3
81	·9877	9880	9882	9885	9888	9890	9893	9895	9898	9900	0	1	1	2	2
82	·9903	9905	9907	9910	9912	9914	9917	9919	9921	9923	0	1	1	2	2
83	·9925	9928	9930	9932	9934	9936	9938	9940	9942	9943	0	1	1	2	2
84	·9945	9947	9949	9951	9952	9954	9956	9957	9959	9960	0	1	1	1	2
85	·9962	9963	9965	9966	9968	9969	9971	9972	9973	9974	0	1	1	1	2
86	·9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985	0	0	1	1	1
87	·9986	9987	9988	9989	9990	9990	9991	9992	9993	9993	0	0	1	1	1
88	·9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	9997	9998	9998	0	0	0	1	1
89	·9998	9999	9999	9999	9999	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000	0	0	0	0	0
90	1·000										0	0	0	0	0

NATURAL TANGENTS

Degrees	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	Mean Differences				
	0°·0	0°·1	0°·2	0°·3	0°·4	0°·5	0°·6	0°·7	0°·8	0°·9	1	2	3	4	5
0	·0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1	·0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2	·0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	3	6	9	12	15
3	·0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	3	6	9	12	15
4	·0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	3	6	9	12	15
5	·0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	3	6	9	12	15
6	·1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	3	6	9	12	15
7	·1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	3	6	9	12	15
8	·1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	3	6	9	12	15
9	·1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	3	6	9	12	15
10	·1763	1781	1799	1817	1835	1853	1871	1890	1908	1926	3	6	9	12	15
11	·1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107	3	6	9	12	15
12	·2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290	3	6	9	12	15
13	·2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475	3	6	9	12	15
14	·2493	2512	2530	2549	2568	2586	2605	2623	2642	2661	3	6	9	12	16
15	·2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849	3	6	9	13	16
16	·2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038	3	6	9	13	16
17	·3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230	3	6	10	13	16
18	·3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424	3	6	10	13	16
19	·3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620	3	7	10	13	16
20	·3640	3659	3679	3699	3719	3739	3759	3779	3799	3819	3	7	10	13	17
21	·3839	3859	3879	3899	3919	3939	3959	3979	4000	4020	3	7	10	13	17
22	·4040	4061	4081	4101	4122	4142	4163	4183	4204	4224	3	7	10	14	17
23	·4245	4265	4286	4307	4327	4348	4369	4390	4411	4431	3	7	10	14	17
24	·4452	4473	4494	4515	4536	4557	4578	4599	4621	4642	4	7	11	14	18
25	·4663	4684	4706	4727	4748	4770	4791	4813	4834	4856	4	7	11	14	18
26	·4877	4899	4921	4942	4964	4986	5008	5029	5051	5073	4	7	11	15	18
27	·5095	5117	5139	5161	5184	5206	5228	5250	5272	5295	4	7	11	15	18
28	·5317	5340	5362	5384	5407	5430	5452	5475	5498	5520	4	8	11	15	19
29	·5543	5566	5589	5612	5635	5658	5681	5704	5727	5750	4	8	12	15	19
30	5774	5797	5820	5844	5867	5890	5914	5938	5961	5985	4	8	12	16	20
31	·6009	6032	6056	6080	6104	6128	6152	6176	6200	6224	4	8	12	16	20
32	·6249	6273	6297	6322	6346	6371	6395	6420	6445	6469	4	8	12	16	20
33	·6494	6519	6544	6569	6594	6619	6644	6669	6694	6720	4	8	13	17	21
34	·6745	6771	6796	6822	6847	6873	6899	6924	6950	6976	4	9	13	17	21
35	·7002	7028	7054	7080	7107	7133	7159	7186	7212	7239	4	9	13	18	22
36	·7265	7292	7319	7346	7373	7400	7427	7454	7481	7508	5	9	14	18	23
37	·7536	7563	7590	7618	7646	7673	7701	7729	7757	7785	5	9	14	18	23
38	·7813	7841	7869	7898	7926	7954	7983	8012	8040	8069	5	9	14	19	24
39	·8098	8127	8156	8185	8214	8243	8273	8302	8332	8361	5	10	15	20	24
40	·8391	8421	8451	8481	8511	8541	8571	8601	8632	8662	5	10	15	20	25
41	·8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972	5	10	16	21	26
42	·9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293	5	11	16	21	27
43	·9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623	6	11	17	22	28
44	·9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9896	9930	9965	6	11	17	23	29

NATURAL TANGENTS

Degrees	0′ 0°·0	6′ 0°·1	12′ 0°·2	18′ 0°·3	24′ 0°·4	30′ 0°·5	36′ 0°·6	42′ 0°·7	48′ 0°·8	54′ 0°·9	Mean Differences 1	2	3	4	5
45	1·0000	0035	0070	0105	0141	0176	0212	0247	0283	0319	6	12	18	24	30
46	1·0355	0392	0428	0464	0501	0538	0575	0612	0649	0686	6	12	18	25	31
47	1·0724	0761	0799	0837	0875	0913	0951	0990	1028	1067	6	13	19	25	32
48	1·1106	1145	1184	1224	1263	1303	1343	1383	1423	1463	7	13	20	27	33
49	1·1504	1544	1585	1626	1667	1708	1750	1792	1833	1875	7	14	21	28	34
50	1·1918	1960	2002	2045	2088	2131	2174	2218	2261	2305	7	14	22	29	36
51	1·2349	2393	2437	2482	2527	2572	2617	2662	2708	2753	8	15	23	30	38
52	1·2799	2846	2892	2938	2985	3032	3079	3127	3175	3222	8	16	24	31	39
53	1·3270	3319	3367	3416	3465	3514	3564	3613	3663	3713	8	16	25	33	41
54	1·3764	3814	3865	3916	3968	4019	4071	4124	4176	4229	9	17	26	34	43
55	1·4281	4335	4388	4442	4496	4550	4605	4659	4715	4770	9	18	27	36	45
56	1·4826	4882	4938	4994	5051	5108	5166	5224	5282	5340	10	19	29	38	48
57	1·5399	5458	5517	5577	5637	5697	5757	5818	5880	5941	10	20	30	40	50
58	1·6003	6066	6128	6191	6255	6319	6383	6447	6512	6577	11	21	32	43	53
59	1·6643	6709	6775	6842	6909	6977	7045	7113	7182	7251	11	23	34	45	56
60	1·7321	7391	7461	7532	7603	7675	7747	7820	7893	7966	12	24	36	48	60
61	1·8040	8115	8190	8265	8341	8418	8495	8572	8650	8728	13	26	38	51	64
62	1·8807	8887	8967	9047	9128	9210	9292	9375	9458	9542	14	27	41	55	68
63	1·9626	9711	9797	9883	9970	2·0057	2·0145	2·0233	2·0323	2·0413	15	29	44	58	73
64	2·0503	0594	0686	0778	0872	0965	1060	1155	1251	1348	16	31	47	63	78
65	2·1445	1543	1642	1742	1842	1943	2045	2148	2251	2355	17	34	51	68	85
66	2·2460	2566	2673	2781	2889	2998	3109	3220	3332	3445	18	37	55	73	92
67	2·3559	3673	3789	3906	4023	4142	4262	4383	4504	4627	20	40	60	79	99
68	2·4751	4876	5002	5129	5257	5386	5517	5649	5782	5916	22	43	65	87	108
69	2·6051	6187	6325	6464	6605	6746	6889	7034	7179	7326	24	47	71	95	119
70	2·7475	7625	7776	7929	8083	8239	8397	8556	8716	8878	26	52	78	104	131
71	2·9042	9208	9375	9544	9714	9887	3·0061	3·0237	3·0415	3·0595	29	58	87	116	145
72	3·0777	0961	1146	1334	1524	1716	1910	2106	2305	2506	32	64	96	129	161
73	3·2709	2914	3122	3332	3544	3759	3977	4197	4420	4646	36	72	108	144	180
74	3·4874	5105	5339	5576	5816	6059	6305	6554	6806	7062	41	81	122	163	204
75	3·7321	7583	7848	8118	8391	8667	8947	9232	9520	9812	46	93	139	186	232
76	4·0108	0408	0713	1022	1335	1653	1976	2303	2635	2972	53	107	160	213	267
77	4·3315	3662	4015	4374	4737	5107	5483	5864	6252	6646					
78	4·7046	7453	7867	8288	8716	9152	9594	5·0045	5·0504	5·0970					
79	5·1446	1929	2422	2924	3435	3955	4486	5026	5578	6140					
80	5·6713	7297	7894	8502	9124	9758	6·0405	6·1066	6·1742	6·2432					
81	6·3138	3859	4596	5350	6122	6912	7720	8548	9395	7·0264					
82	7·1154	2066	3002	3962	4947	5958	6996	8062	9158	8·0285					
83	8·1443	2636	3863	5126	6427	7769	9152	9·0579	9·2052	9·3572					
84	9·5144	9·677	9·845	10·02	10·20	10·39	10·58	10·78	10·99	11·20					
85	11·43	11·66	11·91	12·16	12·43	12·71	13·00	13·30	13·62	13·95					
86	14·30	14·67	15·06	15·46	15·89	16·35	16·83	17·34	17·89	18·46					
87	19·08	19·74	20·45	21·20	22·02	22·90	23·86	24·90	26·03	27·27					
88	28·64	30·14	31·82	33·69	35·80	38·19	40·92	44·07	47·74	52·08					
89	57·29	63·66	71·62	81·85	95·49	114·6	143·2	191·0	286·5	573·0					
90	∞														

Mean differences cease to be sufficiently accurate.

উচ্চ মাধ্যমিক প্রশ্নপত্র

1987

PHYSICS

First Paper

Time—3 hours | Full Marks—80

Specical credit will be given for answers which are brief and to the point. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.

Figures in the margin indicate full marks for the questions.

'ক' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) সমত্বরণে গতিশীল কোন কণার বেগ-সময় লেখচিত্র অংকন কর এবং বুঝাইয়া দাও। ত্বরণ ক্রমহ্রাসমান হইলে লেখচিত্র কিরূপ হইবে ব্যাখ্যা কর। [2+2]

   (b) এক ব্যক্তি যখন ট্রেনের দরজা হইতে 9 মিটার দূরে, তখন ট্রেনটি 2 মিটার/সেকেণ্ড² ত্বরণ লইয়া চলিতে আরম্ভ করিল। ঐ ব্যক্তি ছুটিতে শুরু করিয়া 3 সেকেণ্ড পরে ট্রেনটি ধরিতে সমর্থ হইলে, তাহার দৌড়ের ত্বরণ কত? [3]

   (c) একটি মিনারের চূড়া হইতে 2 সেকেণ্ড তফাতে দুইটি বস্তুকণা ফেলিয়া দেওয়া হইল। যখন দুইটি কণাই পতনশীল, এমন একটি মুহূর্তে উহাদের আপেক্ষিক গতিবেগ ও আপেক্ষিক ত্বরণ নির্ণয় কর। [3]

2. (a) নিউটনের প্রথম ও দ্বিতীয় গতিসূত্র লিখ এবং প্রথম সূত্রের সাহায্যে বলের সংজ্ঞা দাও। [3+2]

   (b) ভরই জাড্যের পরিমাপ—ব্যাখ্যা কর [3]

   (c) স্থিতীয় ঘর্ষণ ও গতীয় ঘর্ষণ বলিতে কি বুঝ? [2]

3. (a) h উচ্চতায় অবস্থিত ও m ভরবিশিষ্ট বস্তুর স্থিতিশক্তির মান নির্ণয় কর। [3]

   (b) দেখাও যে অবাধে পতনশীল বস্তু শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মানিয়া চলে। [5]

   (c) m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুর গতিশক্তি E হইলে দেখাও যে উহার ভরবেগের মান $\sqrt{2mE}$। [2]

'খ' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও

4. (a) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি লিখ। সার্বিক মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাহাকে বলে? অভিকর্ষজ ত্বরণের সহিত উক্ত ধ্রুবকের সম্পর্ক নির্ণয় কর। [2+1+2]

(b) পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের তুলনায় যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ বড় হইলে উহাদের পৃষ্ঠে ত্বরণের মানের তুলনা কর। [3]

(c) কৃত্রিম উপগ্রহে বস্তুর ওজন শূন্য বলিয়া বোধ হয় কেন? [2]

5. (a) হুকের সূত্রটি লিখ ও ব্যাখ্যা কর। [2]

(b) স্থিতিস্থাপক কঠিন পদার্থের ভার—বিস্তৃতির লেখচিত্র অংকন করিয়া ব্যাখ্যা কর। [1+2]

(c) একটি তারের বিকৃতি 0·1 এর 1% হইলে 5 মিটার দীর্ঘ তারের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন কত হইবে, নির্ণয় কর। যদি প্রস্থচ্ছেদ 1 বর্গ মি. মি. এবং ভার 10 কিলোগ্রামভার হয়, তবে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাতের মান কত? [1+2]

(d) পয়সঁর অনুপাত ও আয়তন বিকার গুণাংকের সংজ্ঞা দাও। [2]

6. (a) আপেক্ষিক গুরুত্ব ও ঘনত্বের তুলনা কর। [2]

(b) d_1 ঘনত্বের একটি বস্তুকে ধীরে ধীরে h গভীরতা বিশিষ্ট ও d_2 ঘনত্বের একটি তরলের উপর ছাড়িয়া দেওয়ার t সময় পর বস্তুটি তলদেশে পেঁছাইল। t এর মান নির্ণয় কর। [3]

(c) পাস্কালের সূত্র লিখ ও উহার সাহায্যে হাইড্রলিক প্রেসের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। [5]

7. (a) জল তুলিবার জন্য ব্যবহৃত একটি সাধারণ পাম্পের কার্যপ্রণালী চিত্র সহযোগে বুঝাইয়া দাও। এই পাম্পের সাহায্যে জল তুলিবার উচ্চতার কোন ঊর্ধ্বসীমা আছে কি না তাহা আলোচনা কর। [8]

(b) ব্যারোমিটারে পারদের পরিবর্তে জল ব্যবহার করিলে সাধারণ বায়ুমণ্ডলীয় চাপে উহার উচ্চতা কত হইবে? পারদের ঘনত্ব 13·6 গ্রাম / সি. সি.। [2]

'গ' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

8. (a) তরলের প্রকৃত প্রসারণ গুণাংক ও আপাত প্রসারণ গুণাংকের সংজ্ঞা লিখ এবং ইহাদের সম্পর্ক নির্ণয় কর। [2+2]

(b) জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ বলিতে কি বুঝ ? 0° সে. হইতে 10° সে. পর্যন্ত উষ্ণতার পরিবর্তন হইলে, নির্দিষ্ট পরিমাণ জলের আয়তন কিরূপে পরিবর্তিত হইবে, লেখচিত্রের সাহায্যে বুঝাইয়া দাও। [2+3]

(c) কঠিন পদার্থের প্রসারণ কাজে লাগানো হইয়াছে, এরূপ তিনটি ব্যবহারিক প্রয়োগের উদাহরণ দাও। [3]

9. (a) বরফের লীনতাপ, শিশিরাংক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা দাও। [3]

(b) বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের মধ্যে পার্থক্য কি ? [2]

(c) দুই খণ্ড বরফকে একসঙ্গে চাপিয়া ধরিলে, উহারা জুড়িয়া গিয়া একটি খণ্ডে পরিণত হয় কেন, তাহা ব্যাখ্যা কর। [3]

(d) 100° সে. তাপমাত্রার 100 গ্রাম বাষ্প হইতে 64800 ক্যালরি তাপ নিষ্কাশিত করিলে ফল কি হইবে ? বাষ্পের লীন তাপ = 540 ক্যালরি / গ্রাম ; বরফের লীন তাপ = 80 ক্যালরি / গ্রাম। [4]

10. (a) তাপগতি তত্ত্বের অঙ্গীকারগুলি লিখ। [3]

(b) তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক কাহাকে বলে ? [2]

(c) সমোষ্ণ প্রক্রিয়া ও রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা কর। [3]

(d) 42 কিলোগ্রাম ভরের একটি উল্কাপিণ্ড পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল অতিক্রম করিবার সময় উহার বেগ 15 কিমি/সেকেণ্ড হইতে কমিয়া 5 কিমি/সেকেণ্ড হয়। বেগের এই পরিবর্তনের জন্য কত তাপ উৎপন্ন হয় ? $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ আর্গ / ক্যালরি। [4]

11. (a) তাপ পরিবাহিতাঙ্কের সংজ্ঞা দাও। [2]

(b) তাপের পরিবহণ ও পরিচালনের পার্থক্য লিখ। [3]

(c) সমুদ্রের কাছে দিনের বেলা সমুদ্র হইতে স্থলের দিকে বাতাস বয়, কিন্তু রাত্রিতে বিপরীত দিকে বয়—ব্যাখ্যা কর। [3]

(d) 1 বর্গমিটার ক্ষেত্রফল ও 0·5 সেমি বেধবিশিষ্ট একটি ধাতবপাত্র বরফ দিয়া ভর্তি করিয়া 100° সে· তাপমাত্রার জলে ডোবানো হইল। 36 সেকেণ্ডে কত বরফ গলিবে ? পাত্রের উপাদানের পরিবাহিতাংক =0·02 সি·জি·এস· একক ও বরফের লীন তাপ=80 ক্যালরি / গ্রাম। [4]

'ঘ' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

12. (a) পর্যায়কাল বলিতে কি বুঝ ? [1]

(b) সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার θ এবং দৈর্ঘ্য l হইলে সর্বনিম্ন অবস্থানে পিণ্ডের গতিবেগ নির্ণয় কর। [4]

(c) একটি কণার উপর একই কম্পাংকের দুইটি সরল দোলগতি (i) একই দশায় ও (ii) বিপরীত দশায় আরোপিত হইলে কণাটির লব্ধ গতি কিরূপ হইবে, চিত্রের সাহায্যে দেখাও। [3]

13. (a) প্রগামী তরঙ্গ ও স্থির তরঙ্গের পার্থক্য বুঝাইয়া দাও। [4]

(b) v গতিবেগে একটি উড়োজাহাজ ভূমির সমান্তরাল উড়িয়া যাইতেছে। বিমান কর্তৃক সৃষ্ট একটি শব্দ ভূমি হইতে প্রতিফলিত হইয়া t সেকেণ্ড পরে বিমানে পৌঁছাইল। শব্দের গতিবেগ V হইলে বিমানের উচ্চতা নির্ণয় কর। [3]

(c) স্বরকম্প কাহাকে বলে ? [1]

14. (a) তারের অনুপ্রস্থ কম্পনের সূত্রগুলি লিখ। [3]

(b) একটি বন্ধমুখ নলের দৈর্ঘ্যের সহিত উহার অভ্যন্তরস্থ কম্পমান বায়ুস্তম্ভের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সম্পর্কটি নির্ণয় কর। [2]

(c) সুরসমৃদ্ধ শব্দের বৈশিষ্ট্য কি কি ? [3]

Old Syllabus (for 1985 & 1986 Candidates)

'ক' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

1. (a) দুইটি ভেক্টর রাশি একই বিন্দু হইতে বিভিন্ন দিকে ক্রিয়া করিতেছে। সামান্তরিক সূত্রের সাহায্যে গাণিতিক পদ্ধতিতে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। [4]

(b) উল্লম্বভাবে পতনশীল বারিবিন্দুকে কোন সাইকেল আরোহী সম্মুখ হইতে তির্যকভাবে নামিয়া আসিতে দেখে কেন ব্যাখ্যা কর। [3]

(c) একটি মিনারের চূড়া হইতে 2 সেকেণ্ড তফাতে দুইটি বস্তুকণা ফেলিয়া দেওয়া হইল। যখন দুইটি কণাই পতনশীল, এমন একটি মুহূর্তে উহাদের আপেক্ষিক গতি ও আপেক্ষিক ত্বরণ নির্ণয় কর। [3]

2. (a) নিউটনের প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্র লিখ। দ্বিতীয় সূত্রের সাহায্যে বলের সংজ্ঞা দাও। [2+3]

(b) উদাহরণ সহযোগে গতিজাড্য ব্যাখ্যা কর। [2]

(c) একটি বালি ঘড়ির, যখন উহার উপরের অংশ হইতে নীচের অংশে নির্দিষ্ট হারে বালি পড়িতেছে, তখন এবং পরে যখন ইহার উপরের অংশটি সম্পূর্ণ বালিশূন্য, তখন পুনরায় একটি সুবেদী তুলাযন্ত্রের সাহায্যে ওজন লওয়া হইল। ঐ দুই ওজন সমান হইবে কিনা ব্যাখ্যা কর। [3]

3. (a) রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সুবিধাজনক কেন ? [3]

(b) ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও সেকেণ্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত নির্ণয় কর। [3]

(c) নিজ অক্ষ সাপেক্ষে পৃথিবীর ঘূর্ণনের পর্যায়কাল কত হইলে নিরক্ষ রেখায় অবস্থিত কোন ব্যক্তি ভারহীন বোধ করিবে ? নিরক্ষীয় ব্যাসার্ধ = 6400 কিমি.; g = 980 সেমি./সেকেণ্ড^2। [4]

'খ' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও

4. (a) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র লিখ। অভিকর্ষজ ত্বরণের সহিত সার্বিক মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের সম্পর্ক নির্ণয় কর। [2+2]

(b) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠ হইতে উচ্চতার সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হয়, নির্ণয় কর। [3]

(c) পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধ অপেক্ষা যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ বড় হইলে উহাদের পৃষ্ঠে ত্বরণের মানের তুলনা কর। [3]

5. (a) একটি নরম প্লাষ্টিকের ব্যাগ শূন্য অবস্থায় এবং বায়ুমণ্ডলীয় চাপের বায়ু দ্বারা পূর্ণ অবস্থায় ওজন করিলে, উভয়ক্ষেত্রে একই ওজন হইল। ইহার কারণ ব্যাখ্যা কর। [3]

(b) পাস্কালের সূত্র লিখ। [2]

(c) d_1 ঘনত্বের একটি বস্তুকে ধীরে ধীরে h গভীরতাবিশিষ্ট এবং d_2 ঘনত্বের একটি তরলের উপর ছাড়িয়া দেওয়ার t সময় পর উহা তরলের তলদেশে পেঁছাইল। t এর মান নির্ণয় কর। [3]

(d) প্লবতা কাহাকে বলে ? [2]

6. (a) প্রমাণ বায়ুমণ্ডলের চাপ বলিতে কি বুঝ ? ব্যারোমিটারের পারদ স্তম্ভের উচ্চতা হঠাৎ কমিয়া যাইলে উহা কিসের ইঙ্গিত দেয় ? [3]

(b) একটি সরল বায়ু নিষ্কাশন যন্ত্রের কার্যপ্রণালী বুঝাইয়া দাও। [5]

(c) প্রমাণ বায়ুমণ্ডলের চাপের মান সি. জি এস. এককে নির্ণয় কর। দেওয়া আছে g = 980 সেমি./সেকেণ্ড^2 ; পারদের ঘনত্ব = 13·6 গ্রাম/সি. সি.। [2]

7. (a) স্থিতিস্থাপক সীমা বলিতে কি বুঝ ? আয়তনবিকার গুণাংকের সংজ্ঞা দাও। [2]

(b) স্থিতিস্থাপক কঠিন পদার্থের ভার-বিস্তৃতির লেখচিত্র অঙ্কন করিয়া বুঝাইয়া দাও। হুকের সূত্রটি কিভাবে পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করিবে ? [5]

(c) তারের বিকৃতি 0·1 এর 1% হইলে 5 মিটার দীর্ঘ তারের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন কত হইবে ? যদি প্রস্থচ্ছেদ 1 বর্গকিলোমিটার এবং ভার 10 কিলোগ্রাম-ভার হয়, পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত নির্ণয় কর। [3]

'গ' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও

8. (a) জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ বলিতে কি বোঝ ? 0°C হইতে 10°C পর্যন্ত উষ্ণতার পরিবর্তন হইলে, নির্দিষ্ট পরিমাণ জলের আয়তনের কিরূপ পরিবর্তন হইবে, লেখচিত্রের সাহায্যে বুঝাইয়া দাও। [2+2]

(b) উষ্ণতার সহিত তরলের ঘনত্বের কিরূপ পরিবর্তন হয় দেখাও। [2]

(c) উষ্ণতার সহিত কঠিন পদার্থের প্রসারণ ব্যবহারিক ক্ষেত্রে অসুবিধা সৃষ্টি করে, এরূপ দুইটি উদাহরণ দাও। [2]

(d) কোন সেকেণ্ড দোলক 25°C উষ্ণতায় সঠিক সময় দেয়। দোলক দণ্ড পিতলের ($\alpha = 19 \times 10^{-6}$/°C) হইলে, 0°C উষ্ণতায় ঘড়িটি দিনে কত ফাস্ট বা স্লো যাইবে ? [4]

9. (a) ক্যালরি, থার্ম ও আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দাও। [3]

(b) বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের পার্থক্য কি ? [2]

(c) দুই খণ্ড বরফ একসঙ্গে চাপিয়া ধরিলে, উহা জুড়িয়া একখণ্ডে পরিণত হয় কেন ব্যাখ্যা কর। [3]

(d) 100°C উষ্ণতায় 100 গ্রাম বাষ্প হইতে 64800 ক্যালরি তাপ নিষ্কাশিত করিলে ফল কি হইবে ? বাষ্পের লীন তাপ = 540 ক্যালরি/গ্রাম ; বরফের লীনতাপ = 80 ক্যালরি/গ্রাম। [4]

10 (a) তাপ গতিতত্ত্বের সাহায্যে আদর্শ গ্যাসের চাপ ও উষ্ণতার ব্যাখ্যা কর। [3]

(b) তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক কাহাকে বলে ? [2]

(c) বায়ুমণ্ডলীয় চাপে একটি বিকারে রাখা জলের মধ্য দিয়া 100° সে. উষ্ণতায় বাষ্প পাঠাইয়া উহাকে ফুটান সম্ভব কি না যুক্তিসহ উত্তর দাও। [3]

(d) 42 কিলোগ্রাম ভরের একটি উল্কাপিণ্ড পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল অতিক্রম করিবার সময় উহার বেগ 15 কিমি./সেকেণ্ড হইতে কমিয়া 5 কিমি./সেকেণ্ড হয়। বেগের এই পরিবর্তনের জন্য কত তাপ উৎপন্ন হইবে ? $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ আর্গ/ক্যালরি। [4]

11. (a) তাপ পরিবাহিতাঙ্কের সংজ্ঞা লিখ। [2]

(b) তাপের পরিবহণ ও পরিচালনের পার্থক্য লিখ। [3]

(c) সমুদ্রের কাছে দিনের বেলা সমুদ্র হইতে স্থলের দিকে বাতাস বয়, কিন্তু রাত্রিতে বিপরীত দিকে বয়—ব্যাখ্যা কর। [3]

(d) 1 বর্গমিটার ক্ষেত্রফল ও 0·5 সেমি. বেধবিশিষ্ট একটি ধাতবপাত্র বরফ দিয়া ভর্তি করিয়া 100°C উষ্ণতার জলে ডোবানো হইল। 36 সেকেণ্ডে কত বরফ গলিবে ? পাত্রের উপাদানের পরিবাহিতাঙ্ক = 0·02 সি. জি. এস. একক ; বরফের লীনতাপ = 80 ক্যালরি/গ্রাম। [4]

'ঘ' বিভাগ

যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও

12. (a) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গের পার্থক্য লিখ। [3]

(b) তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও কম্পাঙ্কের সংজ্ঞা লিখ। [2]

(c) দেখাও যে সরল দোলকের গতি সরল দোলগতি। [3]

13. (a) তারের অনুপ্রস্থ কম্পনের সূত্রগুলি লিখ। [3]

(b) স্থাণু তরঙ্গ কাহাকে বলে ? [2]

(c) 100 সেমি· দীর্ঘ বন্ধ মুখ নলের বায়ুস্তম্ভের মূল সুরের কম্পাঙ্ক যদি কোন 200 সেমি· দীর্ঘ সোনামিটার তারের মূলসুরের কম্পাঙ্কের সমান হয়, তাহা হইলে তারের টান কত ? শব্দের বেগ = 330 মিটার/সেকেণ্ড ; তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর = 1 গ্রাম/সেমি । [3]

14. (a) সুর-সমৃদ্ধ শব্দের বৈশিষ্ট্য কি কি ? [3]

(b) প্রতিধ্বনি কাহাকে বলে ? [2]

(c) v গতিবেগে একটি উড়োজাহাজ ভূমির সমান্তরাল উড়িয়া যাইতেছে। বিমান কর্তৃক সৃষ্ট একটি শব্দ ভূমি হইতে প্রতিফলিত হইয়া t সেকেণ্ড পরে বিমানে পেঁছাইল। শব্দের গতিবেগ V হইলে, বিমানের উচ্চতা নির্ণয় কর। [3]



...erk Maxwell (1831—1879)



Sir C. V. Raman (1888—1970)



A. A. Michelson (1852—1931)



G. R. Kirchhoff (1824—1887)



Nicolas L. S. Carnot
(1796—1832)

পদার্থ

ডঃ কো

অ
স্টুডেন্টস্
কলিকা



James P. Joule (1818—1889)



Archimedes (287—212 B.C.)









J. B. Biot (1774—1862)



Satyendranath Bose
(1894—1974)



Sir Isaac Newton (1642—1727)

বিদ্যা

নার

কা
লাইব্রেরী
তা-৭৩



Rudolf Clausius (1822—1888)



Robert Boyle (1627—1691)



A. Einstein (1879—1955)



B. T. Count Rumfort
(1753—1814)







W. T. Lord Kelvin (1824—190